

Ламбе Барандовски • Марија Велевска

# ФИЗИКА

гимназијског образовања

За II  
разред



Ламбе Барандовски  
Марија Велевска



Скопље, 2026

## Автори:

**проф. др Ламбе Барановски** – Институт за физику, Природно-математички факултет – Скопје, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ – Скопје

**Марија Велевска** – СУГС Гимназија „Орце Николов“ – Скопје

## Рецензенти:

**проф. др Атанас Танушевски** – Природно-математички факултет – Скопје, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ – Скопје

**проф. др Катерина Дрогрешка** – УКИМ – Сеизмолошка опсерваторија – Природно-математички факултет – Скопје, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ – Скопје

**Елизабета Поповска** – СУГС Гимназија „Орце Николов“ – Скопје

Одлуком Националне комисије за уџбенике у Републици Северна Македонија,  
донета дана 27.04.2026 године, заведена под бр. 26-559/1 дана 04.05.2026 године  
од Министарства образовања и науке Републике Северне Македоније,  
Педагошке службе, одобрава се употреба уџбеника за наставни предмет  
Физика за II (другу) годину средњег гимназијског образовања.  
за 1. (прву) годину гимназијског образовања.

Драги ученици,

У другом разреду средње школе, из предмета Физика продубићете знања о појавама и о законима који описују природу, али ћете се упознати и са основним идејама савремене физике. У овом уџбенику ће се разматрати теме у којима се класични опис допуњује новим појмовима и моделима, посебно у области атомске и нуклеарне физике, а упознаћете се и са њиховом применом у многим областима науке, технике, медицине и заштите животне средине.

Уџбеник је структуриран тако да се свака лекција логички надовезује на претходну. Појмови се уводе постепено, кроз формалне дефиниције, објашњења и примере који истичу физички смисао величина и закона. Решени примери показују стандардни приступ при рачунању и анализи и намењени су подстицању критичког мишљења и маште при решавању свакодневних проблема. Питања и задаци на крају лекција намењени су за самостално вежбање и за проверу знања. У делу лекција постоје и рубрике за оне који желе да науче више од онога што је предвиђено за изучавање према наставном програму.

У овом уџбенику посебна пажња је посвећена повезивању теорије са праксом. У текст су укључени предлози за демонстрације и активности којима могу да се потврде или илуструју разматране појаве, као и примери примене физике у технологији, медицини, енергетици и у свакодневном животу. Додатно, кратке биографије неких научника/научница имају за циљ да прикажу историјски развој појединих идеја и начин на који се научна открића утврђују експериментом и провером.

Циљ изучавања физике у другој години није само усвајање формула, већ и развијање способности за логичко расуђивање и размишљање у оквиру одређеног модела, као и критичка анализа резултата.

Желимо вам успешно и инспиративно путовање кроз свет физике.

Аутори



## ЛЕГЕНДА



РЕШЕН ПРИМЕР



АКТИВНОСТИ



ПИТАЊА И ЗАДАЦИ



НАУЧИ ВИШЕ



ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ



ПОЗНАТ/А НАУЧНИК/НАУЧНИЦА

# САДРЖАЈ

|                                                                                               |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>ТЕМА 1. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗАМ.....</b>                                                         | <b>7</b>  |
| 1.1. Наелектрисавање тела .....                                                               | 8         |
| 1.2. Кулонов закон.....                                                                       | 13        |
| 1.3. Електрично поље .....                                                                    | 18        |
| 1.4. Електрични потенцијал и напон .....                                                      | 25        |
| 1.5. Електрични капацитет. Кондензатори .....                                                 | 31        |
| 1.6. Електрична струја .....                                                                  | 37        |
| 1.7. Електрични отпор. Отпорници.....                                                         | 42        |
| 1.8. Омов закон за део и за цело струјно коло .....                                           | 48        |
| 1.9. Кирхофова правила .....                                                                  | 53        |
| 1.10. Везивање отпорника .....                                                                | 58        |
| 1.11. Везивање кондензатора .....                                                             | 62        |
| 1.12. Рад, енергија и снага електричне струје.<br>Цул–Ленцов закон .....                      | 66        |
| 1.13. Електрична струја кроз течности и гасове.....                                           | 70        |
| 1.14. Магнетно поље.....                                                                      | 75        |
| 1.15. Магнетне силе.....                                                                      | 81        |
| 1.16. Магнетна својства материјала .....                                                      | 89        |
| <b>ТЕМА 2. МЕХАНИЧКЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ И ТАЛАСИ .....</b>                                            | <b>97</b> |
| 2.1. Механичке осцилације и хармонијски осцилатор.....                                        | 98        |
| 2.2. Примери хармонијских осцилатора: еластични осцилатор и математичко .....<br>клатно ..... | 104       |
| 2.3. Енергија осцилаторног кретања .....                                                      | 109       |
| 2.4. Механички таласи .....                                                                   | 114       |
| 2.5. Одбијање и преламање таласа.....                                                         | 122       |
| 2.6. Звук и карактеристике звука .....                                                        | 129       |
| 2.4. Слагање таласа. Стојећи таласи.....                                                      | 137       |
| 2.5. Доплеров ефекат .....                                                                    | 143       |

|                                                          |            |
|----------------------------------------------------------|------------|
| <b>ТЕМА 3. ГЕОМЕТРИЈСКА ОПТИКА .....</b>                 | <b>153</b> |
| 3.1. Теорије о природи светлости. Брзина светлости ..... | 154        |
| 3.2. Одбијање светлости. Равно огледало .....            | 158        |
| 3.3. Сферна огледала .....                               | 162        |
| 3.4. Преламање светлости .....                           | 170        |
| 3.5. Оптичка сочива.....                                 | 176        |
| 3.6. Дисперзија светлости.....                           | 185        |
| <b>ТЕМА 4. АТОМСКА И НУКЛЕАРНА ФИЗИКА.....</b>           | <b>191</b> |
| 4.1. Зрачење апсолутно црног тела .....                  | 192        |
| 4.2. Фотоелектрични ефекат.....                          | 204        |
| 4.3. Модели атома .....                                  | 214        |
| 4.4. Емисиони и апсорпциони спектри атома.....           | 224        |
| 4.5. Рендгенски зраци и њихова примена .....             | 231        |
| 4.6. Атомско језгро и нуклеарне силе.....                | 239        |
| 4.7. Природна радиоактивност .....                       | 244        |
| 4.8. Закон радиоактивног распада .....                   | 255        |
| 4.9. Радиоактивни низови .....                           | 263        |
| 4.10. Енергија везивања језгра .....                     | 266        |
| 4.11. Нуклеарне реакције.....                            | 271        |
| 4.12. Фисија, фузија и нуклеарни реактори.....           | 277        |
| 4.13. Дозиметрија и дозиметријске величине.....          | 284        |

# ТЕМА 1:

## Електромагнетизам

Електричне и магнетне појаве су део свакодневице, иако их често не примећујемо директно. Оне су основа за рад скоро свих савремених техничких уређаја, од осветљења и електричних апарата у домаћинству, до компјутера, телекомуникација и медицинске опреме. Разумевање ових појава је кључно за схватање савременог света.

Грана физике која проучава електричне и магнетне појаве и њихову међусобну повезаност назива се електромагнетизам. У овој теми ћеш се упознати са електричним наелектрисањем, електричним и магнетним пољем, електричном струјом и њиховим основним својствима, као и са физичким законима који описују њихова узајамна дејства.

Посебна пажња ће бити посвећена електричној струји и њеним ефектима, као и повезаности између електричних и магнетних појава. Проучавање електромагнетизма омогућава боље разумевање природних појава и техничких система који нас окружују и представља основу за даље изучавање савремене физике.

### Резултати учења

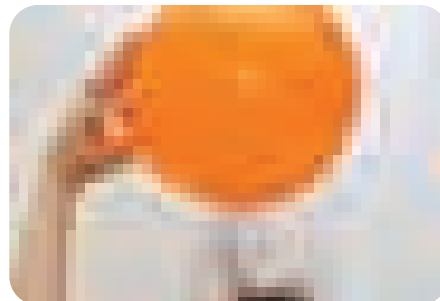
Ученик/ученица ће бити способан/способна да:

1. објасни појаве наелектрисавања и узајамно дејство наелектрисаних тела преко електричног поља;
2. повезује елементе у сложена струјна кола, одређује карактеристике електричне струје у сложеним струјним колима и објашњава начине на које се њихове вредности могу мењати;
3. објасни протицање електричне струје кроз метале, течности и гасове и ефекте које изазива;
4. опише везу између електричних и магнетних појава у природи и њихову примену у свакодневици;
5. прави разлику између рада и снаге електричне струје и да израчунава потрошену електричну енергију у домаћинству;
6. примењује законе и релације за решавање задатака из електрицитета и магнетизма.



## 1.1. Наелектрисавање тела

Познато је да приликом чешљања косе пластичним чешљем он почиње да привлачи власи косе. Слично томе, ако се надуван балон протрља о косу, он такође привлачи косу (слика 1). Према трећем Њутновом закону, балон привлачи косу, али истовремено и коса привлачи балон. Ова појава је последица наелектрисавања тела.



Слика 1. Узајамно дејство балона и косе.

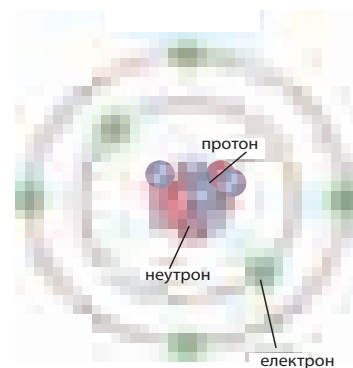
### Грађа атома

Објашњење наелектрисавања крије се у грађи атома. Сваки атом се састоји од језгра и електронског омотача (слика 2). Језгро се налази у централном делу атома и састоји се од протона и неутрона<sup>1</sup>. Протони су позитивно наелектрисане честице, а неутрони су неутрални (ненаелектрисане честице). Електронски омотач представља простор око језгра у којем се крећу електрони. Електрони су негативно наелектрисани и величина њиховог наелектрисања једнака је електричном наелектрисању протона. У сваком атому број протона једнак је броју електрона, односно атоми су електронеутрални. Зато су и предмети електронеутрални.

Наелектрисање електрона и протона је најмања могућа количина електрицитета у природи и називамо га елементарно електрично наелектрисање. Његова величина је  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. Наелектрисање сваког наелектрисаног тела добија се као цео бројни умножак елементарног електричног наелектрисања, односно

$$q = Ne.$$

Јединица електричног наелектрисања назива се **кулон** и означава се са **1 С**. По договору, величине негативних наелектрисања записујемо као негативне именоване бројеве (на пример,  $q_1 = -2\text{ С}$ ), а позитивна наелектрисања као позитивне именоване бројеве (на пример,  $q_2 = 3\text{ С}$ ).



Слика 2.  
( $^{12}_6\text{C}$ ) Атом угљеника ( $12\text{ С}$ ) у језгру има шест протона и шест неутрона, а у електронском омотачу шест електрона

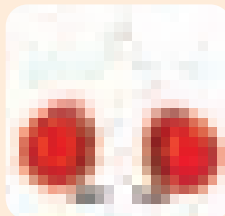
### Узајамно дејство наелектрисања

Приликом трења балона о косу, електрони прелазе са косе на балон. На тај начин балон добија **вишак електрона** и постаје **негативно наелектрисан**, а коса има **мањак електрона** и она је **позитивно наелектрисана**. Процес у којем неутрална тела постају наелектрисана називамо наелектрисавање.



#### АКТИВНОСТ 1.

Земи два мали балони врзани за конци. Балоните протриј ги од косата. Потоа обеси ги балоните блиску еден до друг. Дали тие меѓу себе се привлекуваат или одбиваат? Анализирај ја слика 3 и изведи закључок од активноста.



Слика 3.  
Два балона протрљана о косу меѓусобно се одбијају.

<sup>1</sup> Осим језгра водоника, које се састоји од само једног протона.

Оба балона из Активности 1 израђена су од истог материјала, који приликом трења о косу прима електроне. Због тога, приликом наелектрисавања, оба балона имају вишак електрона и постају **истои-мено наелектрисани**, односно **негативно наелектрисани**. Исто важи и за власи косе, само што оне нису негативно наелектрисане, него позитивно (део електрона са косе прешао је на балон, па коса има мањак електрона). На слици 1 се види како се власи косе **међусобно одбијају**, као што се одбијају и балони на слици 3. Додатно, са слике 1 се примећује да се коса и балон привлаче. Из ових примера можемо закључити да се **истоимено наелектрисана тела одбијају**, а **разноимено наелектрисана тела привлаче**.

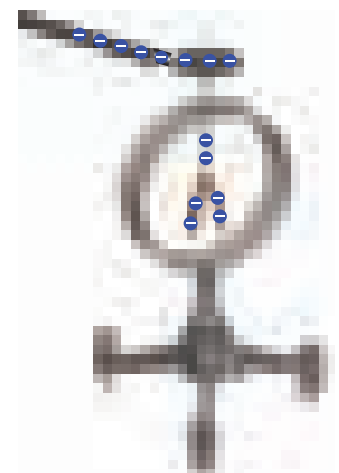
## Наелектрисавање трењем

Када се два тела трљају једно о друго, део електрона прелази са једног тела на друго. Тело које предаје електроне постаје позитивно наелектрисано, а тело које прима електроне постаје негативно наелектрисано. Гума од које је направљен балон не предаје лако електроне. Али, с друге стране, при механичком контакту, кератин (влакнасти протеин у саставу косе) лако предаје електроне, јер су они слабије везани у атомима. Стаклени штапић протрљан вуненом крпом наелектрише се позитивно, али уколико пластични штапић протрљамо вуненом крпом, он се наелектрише негативно. Овај начин наелектрисавања тела назива се **наелектрисавање трењем**.

Да ли је неко тело наелектрисано или не, може се одредити помоћу електроскопа (слика 4). Он се састоји од две металне електроде. Једна је спољашња метална кутија затворена стакленим прозорима која се назива кућиште, а друга је унутрашња електрода која се у доњем делу завршава са два танка метална листића. Кућиште је постављено на изоловани стакак. Унутрашња електрода је изолована од кућишта електроскопа и у горњем делу се завршава главом електроскопа - металном плочом или металном сфером.



Слика 4.  
Електроскоп



Слика 5. Електроскоп  
наелектрисан додиром

## Наелектрисавање додиром



### АКТИВНОСТ 2.

Додирни негативно наелектрисани штапић (пластични штапић који је протрљан вуненом крпом) главом ненаелектрисаног електроскопа. Шта се дешава са листићима електроскопа?

Сигурно си приметио/-ла да се листићи електроскопа удаљавају један од другог (слика 5). При додиру, електрони са штапића прелазе на главу електроскопа. Пошто су унутрашња електрода и листићи израђени од проводног материјала, електрони ће се распоредити свуда по унутрашњој електроди и по листићима. Пошто листићи могу да се померају, а наелектрисани су истоименим наелектрисањем, они се међусобно одбијају. Значи, при додиру негативно наелектрисаног штапића са електроскопом он се наелектрише истим знаком, односно у овом случају негативно.

**Наелектрисавање додиром** представља процес при којем неутрално тело постаје наелектрисано зато што долази у директан контакт са другим телом које је већ наелектрисано.

Објасни процес наелектрисавања електроскопа при додиру са позитивно наелектрисаним штапићем (стаклени штапић који је протрљан вуненом крпом). Каквим ће наелектрисањем бити наелектрисан електроскоп?

### Наелектрисавање утицајем (инфлуенцијом)

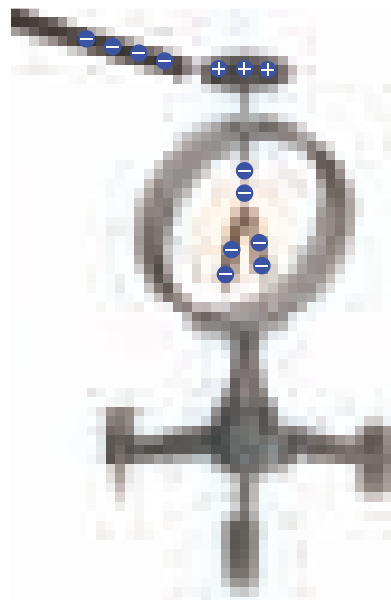


#### АКТИВНОСТ 3.

Приближи негативно наелектрисани штапић (пластични штапић протрљан вуненом крпом) не-наелектрисаном електроскопу, а да га не додирнеш. Шта примећујеш?

Посматрана појава може се објаснити прерасподелом електричних наелектрисања у електроскопу под утицајем наелектрисаног штапића. Пошто је глава електроскопа од проводног материјала, електрони могу слободно да се крећу. Пошто се електрони са штапића и слободни електрони са главе електроскопа одбијају, они ће се померити најдаље што могу од штапића, а то су листићи електроскопа. Значи, у делу електроскопа који је даље од штапића сакупиће се електрони, па ће постојати вишак негативног наелектрисања. На глави електроскопа, која је ближе штапићу, недостајаће електрони, односно она ће бити позитивно наелектрисана (слика 6). На овај начин, без додира, настаје прерасподела наелектрисања.

Ако склонимо штапић, видећемо да се листићи електроскопа враћају у претходни положај какав су претходно имали, што указује да овакво наелектрисавање није трајно. Ако, док је штапић у близини главе електроскопа, главу додирнемо прстом, слободни електрони ће преко прста прећи у Земљу настојећи да се што више удаље од пластичног штапића. Ако прво склонимо прст, а потом склонимо штапић електроскоп ће остати позитивно наелектрисан. Овакав начин расподеле наелектрисања називамо **наелектрисавање утицајем** или **наелектрисавање инфлуенцијом**.



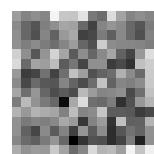
Слика 6. Наелектрисавање утицајем (инфлуенција)



#### АКТИВНОСТ 4.

Отвори симулацију „Electroscope - JavaLab“ на следећем линку: [https://javalab.org/en/electroscope\\_en/](https://javalab.org/en/electroscope_en/)

Приближи наелектрисани штапић електроскопу. Док је штапић у близини електроскопа, додирни електроскоп руком. Шта се дешава? Понови поступак са позитивно наелектрисаним штапићем.



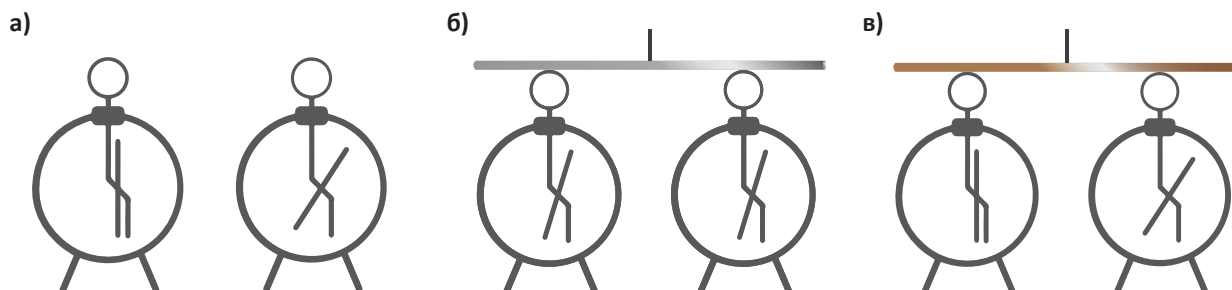
### Проводници и изолатори



#### АКТИВНОСТ 5.

На два електроскопа постављене су једнаке металне куглице. Један наелектришемо додиром (додиривањем стакленим штапићем претходно протрљаним вуненом крпом), а други остаје електроне-

утралан (слика 7а). Затим оба електроскопа повезујемо металним штапом који има дрвену дршку. Приметићемо да ће се одмах по спајању наелектрисати и електронеутрални електроскоп (слика 7б). Ако поновимо исти експеримент, али уместо металног употребимо дрвени штап, видећемо да се казалька електронеутралног електроскопа неће померити (слика 7в).



Слика 7. а) Ненаелектрисани и наелектрисани електроскоп пре повезивања металним штапом б) електроскопи су повезани проводником, в) електроскопи су повезани изолатором

Метални штап омогућава прелазак електрона са једног тела на друго и зато се назива проводник. Проводници су супстанце кроз које наелектрисане честице могу слободно да се крећу. У ову групу спадају сви метали, код којих су носиоци наелектрисања слободни електрони, као и раствори соли, база и киселина, односно електролита, где су носиоци позитивни и негативни јони<sup>1</sup>. Проводници могу бити и гасови, али само под одређеним условима, када је могућа јонизација<sup>2</sup> гаса и стварање електрона и позитивних јона.

За разлику од металног штапа, дрвени штап не дозвољава прелазак електрона са једног на други електроскоп. Материјали код којих је слободно кретање наелектрисаних честица немогуће или веома ограничено називају се изолатори или диелектрици. Примери изолатора су дрво, пластика, стакло, ваздух, дестилована вода и други.

Треба напоменути да ова подела није строга. Под одређеним условима изолатори могу да постану преносиоци наелектрисања. На пример, ако се стаклени штап загреје на веома високу температуру, у њему настају слободни електрони који могу усмерено да се крећу.

## Расподела наелектрисања код метала

Како се распоређује наелектрисање код металног проводника?



### АКТИВНОСТ 6.

Наелектриши металну сферу постављену на изолатору, са довољно великим отвором да у њу може да се унесе пробна кугла, постављена на изолатору. Пробна кугла представља малу металну куглицу закачену на штапић изолатора. Пробном куглом најпре додирни унутрашњост шупљег металног проводника, а затим додирни главу електроскопа. Потом понови поступак тако што ћеш пробном куглом додирнути спољашњу површину исте сфере, па поново додирнути електроскоп.

Када пробна кугла прво додирне унутрашњост шупљег металног проводника, а затим електроскоп, листићи електроскопа се не отклањају, што показује да у унутрашњости проводника нема електричног наелектрисања. Када, пак, пробна кугла додирне спољашњу површину сфере и затим елек-

<sup>2</sup> Јони су атоми или молекули који су, услед губљења или примања електрона, постали носиоци електричног наелектрисања.

<sup>3</sup> Процес одвајања електрона од неутралних атома или молекула назива се јонизација.

троскоп, листићи се отклањају, што значи да се електрично наелектрисање код металних проводника распоређује само по спољашњој површини.



Слика 8. а) Наелектрисане сфере. Сфере су металне, па је наелектрисање распоређено само по спољашњој површини. б) Пробном куглом испитујемо унутрашњост сфер и в) спољашњу површину сфере



### АКТИВНОСТ 7.

Сада да испитамо какав је распоред наелектрисања дуж металног проводника. Наелектришимо метално тело које је зашиљено на једној страни. Пробном куглом, прво додирујемо равну или мање заобљену страну тела, а затим главу електроскопа. Затим разелектришимо електроскоп и пробну куглу. Понови демонстрацију (тело се поново наелектрише исто као и у првом кораку), али сада истом пробном куглом додиримо зашиљени врх проводника, а затим главу електроскопа. Шта примећујете?

Резултати изведене активности могу да се објасне начином на који се електрично наелектрисање распоређује по површини металног проводника. Листићи електроскопа ће се мало отклонити када пробном куглом додирујемо равну или мање заобљену страну тела. Када истом пробном куглом додирнемо зашиљени врх проводника, отклон листића електроскопа је већи. Можемо закључити да су наелектрисања најгушће распоређена по спољашњој површини зашиљених, односно најзакривљенијих делова проводника (слика 9).

### Закон одржања електричног наелектрисања

Када трљамо балон о косу, електрони прелазе са косе на балон. При томе, балон постаје негативно наелектрисан, а коса постаје позитивно наелектрисана, али укупно наелектрисање у систему балон-коса се не мења. При било ком преласку наелектрисања са једног тела на друго или при прерасподели наелектрисања унутар једног тела, укупно наелектрисање у систему тела се одржава, односно константно је. Ово тврђење је један од основних закона у природи, **закон одржања електричног наелектрисања**.

Према овом закону, у изолованом систему укупно електрично наелектрисање остаје константно, односно наелектрисање не може да се створи нити уништи, већ може само да се преноси с једног тела на друго, али тако да укупни алгебарски збир наелектрисања увек буде постојан. Овај закон се може записати у математичком облику формулом:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const.}$$

где је  $q$  укупна количина наелектрисања у систему, а  $q_1, q_2, \dots, q_n$  количине наелектрисања тела у изолованом систему.

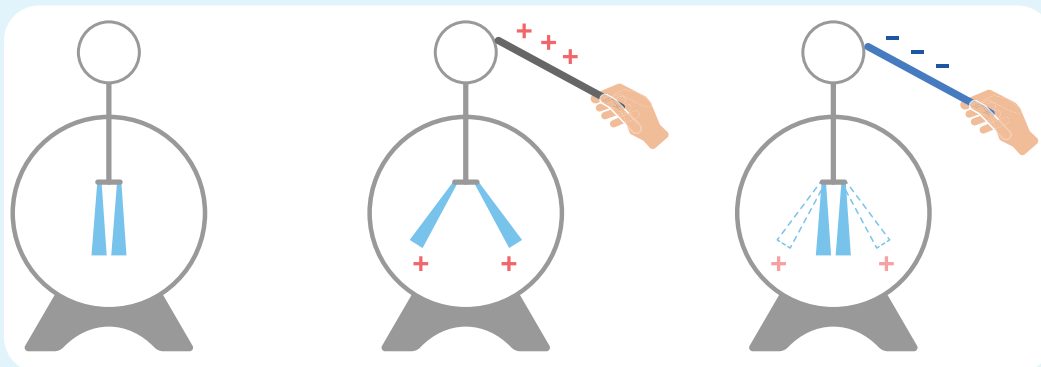


Слика 9. Распоред наелектрисања код зашиљеног проводника

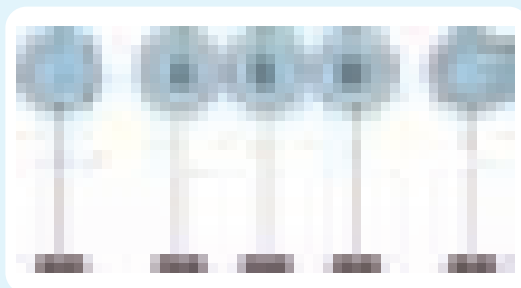


## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Наведи разлике између гравитационе и електростатичке силе. Да ли у истом простору могу истовремено да делују гравитациона и електростатичка сила?
2. Који су начини наелектрисавања тела?
3. На основу ког својства наелектрисаних тела ради електроскоп?
4. Да ли трењем можеш да наелектришеш металну куглу коју држиш у руци? Образложи одговор.
5. Објасни на који начин се наелектришу облаци.
6. Објасни поступак приказан на слици испод.



7. На слици десно приказане су идентичне металне сфере, причвршћене на изолаторске држаче. Сфере А, Б и В нису наелектрисане и међусобно се додирују. Са обе стране сфера симетрично се приближавају две наелектрисане сфере (идентичне сферама А, Б и В) које су наелектрисане једнаком по величини, али супротном по знаку количином наелектрисања. Да ли ће се сфере А, Б и В наелектрисати или ће остати електронеутралне? Ако сматраш да ће се сфере наелектрисати, објасни како ће се наелектрисати свака од сфера.



## 1.2. Кулонов закон

Сила гравитације нас држи на Земљи, али шта држи електроне и језгро заједно у атому? То је електростатичка сила између наелектрисања, сила која је много пута већа од гравитационе силе између протона и електрона и која обезбеђује стабилност атома.

Дуги низ година, сила којом узајамно делују наелектрисана тела (односно електрични набоји) тумачена је само квалитативно. Прва систематска истраживања поткрепљена мерењима извео је француски физичар Шарл Кулон, чиме је открио основни закон електростатике, односно закон о узајамном дејству између тачкастих наелектрисања, који се данас у његову част назива Кулонов закон. Кулон је, да би измерио електростатичку силу између две мале наелектрисане куглице, користио торзиону вагу приказану на слици 1. Две куглице биле су причвршћене на крајевима лаке хоризонталне полуке која је висила на веома танкој еластичној нити која се могла увртати. Трећа куглица се приближавала или удаљавала од једне од две куглице причвршћене на хоризонталној полузи. Када су куглице биле наелектрисане истоименим наелектрисањем, оне су се одбијале, полука се заокретала у једном смеру;



ако су куглице биле разноимено наелектрисане, оне су се привлачиле и полуга се заокретала у супротном смеру. Кулон је мерио угао заокрета хоризонталне полуге, преко којег је могао да израчуна силу која је изазвала обртање. Током истраживања, Кулон је одређивао како величина електростатичке силе зависи од количине наелектрисања донете на куглице и од растојања међу њима.

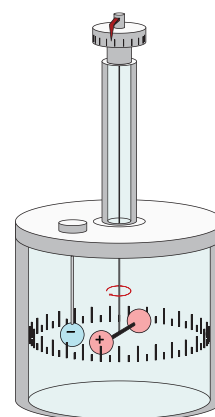
Резултати су показали да је електростатичка сила директно пропорционална производу количина наелектрисања ( $F \sim q_1 \cdot q_2$ ), а обрнуто пропорционална квадрату растојања између наелектрисања ( $F \sim \frac{1}{r^2}$ ). Ови резултати су обједињени у формулу данас познату као Кулонов закон електростатичког узајамног дејства два тачкаста наелектрисања:

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

Константа пропорционалности  $k$  бројно је једнака сили којом у вакууму (може се сматрати и у ваздуху) узајамно делују два електрична наелектрисања од 1 С постављена на растојање од 1 m. Њена вредност износи  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2$ . Кулонов закон се често записује и као:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

где  $\epsilon_0$  означава диелектричну константу вакуума. Њена вредност износи  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ . Сагласно формулама датим горе, Кулонов закон гласи: величина силе којом узајамно делују два тачкаста наелектрисања директно је пропорционална производу величина наелектрисања, а обрнуто пропорционална квадрату растојања између њих.



Слика 1. Торзионата терезија со која Кулон ги истражувал електростатските заемнодејства помеѓу тачкести полнежи



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Језгро хелијума ( $\alpha$ -честица) има наелектрисање  $+2e$ , где је  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Две  $\alpha$ -честице се налазе у вакууму на међусобном растојању од  $2,0 \cdot 10^{-14} \text{ m}$ . Којом Кулоновом силом узајамно делују те две  $\alpha$ -честице?

#### Дато:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_2 = q \\ q &= +2e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ r &= 2,0 \cdot 10^{-14} \text{ m} \\ k &= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \end{aligned}$$

#### Тражи се:

$$F - ?$$

#### Решење:

Кулонова сила која се јавља између два језгра хелијума по величини се може израчунати формулом:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Пошто је количина наелектрисања оба језгра иста, формулу можемо записати у облику:

$$F = k \frac{q^2}{r^2}$$

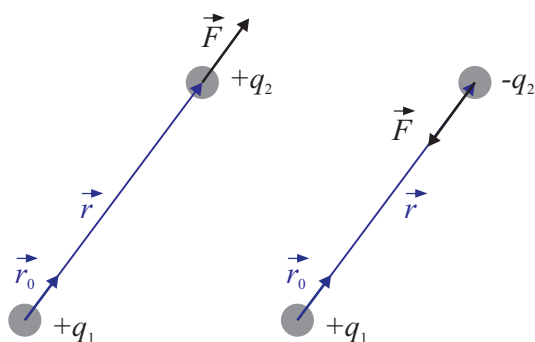
Ако заменимо бројне вредности за Кулонову силу

добиа се:

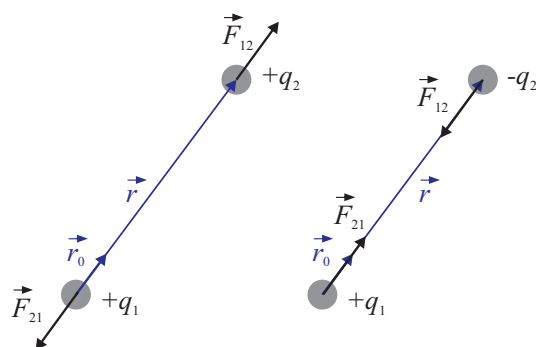
$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(2,0 \cdot 10^{-14} \text{ m})^2} = 2,3 \text{ N}.$$

Кулонова сила је векторска величина, што значи да има интензитет, правац и смер. Правац

Кулонове силе која делује на наелектрисање  $q_2$  поклапа се са правцем праве која повезује наелектрисања  $q_1$  и  $q_2$  (односно са радијус-вектором који одређује положај  $q_2$  у односу на  $q_1$ ). Смер силе зависи од врсте наелектрисања: ако су наелектрисања истоимена, сила је одбојна, а ако су разноимена, сила је привлачна (слика 2).



**Слика 2.** Правац и смер Кулонове силе која делује на наелектрисање  $q_2$  у зависности од врсте наелектрисања којим је наелектрисано



**Слика 3.** Истоимена наелектрисања се одбајају, док се разноимена наелектрисања привлаче

Према трећем Њутновом закону, иста по интензитету сила делује и на наелектрисање  $q_2$ . Силе које делују на различита наелектрисања увек имају исти правац, али супротне смерове, као што је приказано на слици 3.

Кулонов закон се у векторском облику записује на следећи начин:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{r}_0$$

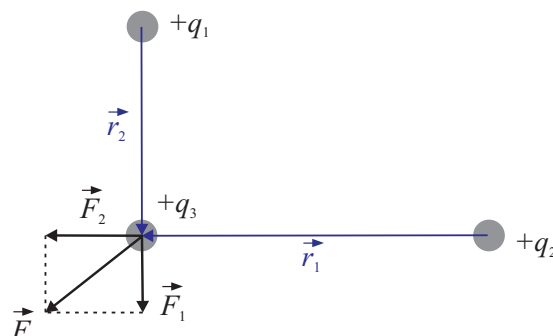
где је  $\vec{r}_0$  јединични вектор (вектор дужине један), који има исти правац и смер као радијус вектор  $\vec{r}$ .

У случајевима када два или више наелектрисања делују на неко друго наелектрисање, тада користимо принцип суперпозиције (слагања) сила. Према њему, укупна Кулонова сила која делује на једно наелектрисање је векторски збир Кулонових сила којима свако од преосталих наелектрисања делује на разматрано наелектрисање, односно:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

На слици 4 приказано је дејство наелектрисања  $q_1$  и  $q_2$  на наелектрисање  $q_3$ . Резултантна сила је векторски збир две силе које делују на наелектрисање  $q_3$ .

**Слика 4.** Наелектрисања  $q_1$  и  $q_2$  делују на наелектрисање  $q_3$ . Резултантна сила је векторски збир  $F_2$  и  $F_1$ .  $q_1$  и  $q_2$  дејствуваат на полнежот  $q_3$ .



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Два тачкаста наелектрисања количине  $6 \mu\text{C}$  и  $24 \mu\text{C}$  причвршћена су на међусобном растојању од  $10 \text{ cm}$ . У којој тачки између њих треба поставити треће наелектрисање  $q_3$ , да би резултантна сила која на њега делује била нула? Да ли тачка у којој треба поставити наелектрисање  $q_3$  зависи од величине и знака наелектрисања?

**Дато:**

$$q_1 = 6 \mu\text{C} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad q_2 = 24 \mu\text{C} = 24 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}, \quad F_R = 0$$

**Тражи се:**

x - ?

**Решење:**

Да бисмо одредили смер сила којима наелектрисања  $q_1$  и  $q_2$  делују на наелектрисање  $q_3$ , прво ћемо претпоставити да је наелектрисање  $q_3$  позитивно. У том случају, Кулонове силе између  $q_1$  и  $q_3$ , као и између

$q_2$  и  $q_3$  су  $q_2$  и  $q_3$  одбојне, па су зато њихови смерови супротно оријентисани. За даље решавање задатка, послужимо се цртежом.

Из услова задатка, резултантна сила која делује на треће наелектрисање треба да буде нула, а то значи да:

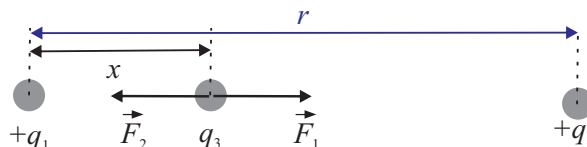
$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$$

$$k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(r-x)^2}.$$

Сређујући последњи израз по непознатом растојању, добијамо:

$$\frac{(r-x)^2}{x^2} = \frac{q_2}{q_1} \Rightarrow \frac{r-x}{x} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \Rightarrow x = r \cdot \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} = 3,3 \text{ cm}.$$

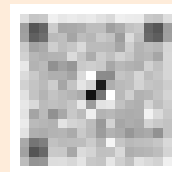
Из последње једначине може се приметити да тачка у коју треба поставити  $q_3$  не зависи од величине и знака његовог наелектрисања. Ако задатак решавамо са негативним знаком за наелектрисање  $q_3$ , поново ћемо добити исти резултат.

**АКТИВНОСТ 1.****Зависност Кулонове силе од величине наелектрисања и од растојања међу њима**

**I део. Зависност Кулонове силе од растојања између наелектрисања**

**Кораци:**

1. Покрени симулацију [Coulomb's Law - Електростатика | Електричне силе | Force Pairs - PhET Interactive Simulations](https://phet.colorado.edu/mk/simulations/coulombs-law) (<https://phet.colorado.edu/mk/simulations/coulombs-law>)



**Напомена:** Изабери опцију макро скала (Macro Scale) на којој је дужина лењира изражена у сантиметрима. Помоћу лењира, измерићеш растојање између центара наелектрисања 1 и 2. Измерене вредности претвори у основне јединице (растојање у метрима и количину наелектрисања у кулонима).

- По свом избору, задај вредности наелектрисања за оба тела. Пошто то урадиш, наелектрисања тела не треба да се мењају током следећих мерења.
- Померај наелектрисања на 8 различитих растојања и попуни табелу:
- Нацртај график на којем ћеш приказати како Кулонова сила зависи од растојања између наелектрисања.

| N | r (cm) | r (m) | F (N) |
|---|--------|-------|-------|
| 1 |        |       |       |
| 2 |        |       |       |
| 3 |        |       |       |
| 4 |        |       |       |
| 5 |        |       |       |
| 6 |        |       |       |
| 7 |        |       |       |
| 8 |        |       |       |

**II део. Зависност Кулонове силе од наелектрисања првог тела**

1. По свом избору, задај вредности наелектрисања другог тела и растојања између два тела. Пошто то урадиш, задате вредности не треба да се мењају у наредних пет мерења.
2. Мењај наелектрисање првог тела пет пута и попуни табелу:
3. Нацртај график на којем ћеш приказати како зависи Кулонова сила од величине првог наелектрисања.

| N | $q_1$ (C) | $F$ (N) |
|---|-----------|---------|
| 1 |           |         |
| 2 |           |         |
| 3 |           |         |
| 4 |           |         |
| 5 |           |         |

**III део. Зависност Кулонове силе од наелектрисања другог тела**

1. По свом избору, задај вредност наелектрисања првог тела, а растојање између два тела нека буде исто као у II делу. Пошто то урадиш, задате вредности не треба да се мењају у наредним мерењима.
2. Мењај наелектрисање другог тела пет пута и попуни табелу.
3. Нацртај график на којем ћеш приказати како Кулонова сила зависи од величине другог наелектрисања.

На крају, запиши зависност Кулонове силе од величине оба наелектрисања и растојања међу њима.

| N | $q_2$ (C) | $F$ (N) |
|---|-----------|---------|
| 1 |           |         |
| 2 |           |         |
| 3 |           |         |
| 4 |           |         |
| 5 |           |         |

**НАУЧИ ВИШЕ**

Када се два електрична наелектрисања налазе у вакууму, међу њима делује Кулонова сила која је задата једначином изнад у тексту. Али ако се наелектрисања унесу у материјалну средину (нпр. ваздух, уље, вода, пластика), Кулонова сила се смањује. Ово смањење се описује релативном диелектричном константом  $\epsilon_r$ , која показује колико пута средина слаби Кулонову силу која делује између два тачкаста наелектрисања у поређењу са случајем када наелектрисања узајамно делују у вакууму. Тада се Кулонов закон у хомогеној изотропној средини записује:

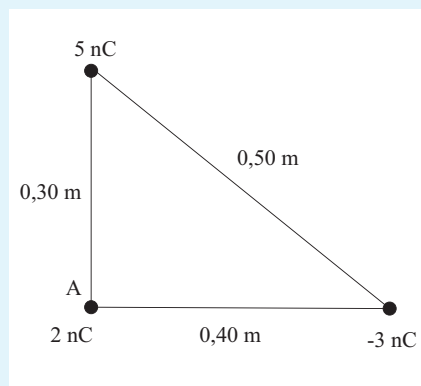
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

при чему важи да је  $F_{\text{средина}} = \frac{F_{\text{вакуум}}}{\epsilon_r}$ . Релативна диелектрична константа за вакуум је 1, а за друге средине је већа од 1. Вредности  $\epsilon_r$  су: за ваздух 1,0006, за алкохол 25, а за воду  $\epsilon_r = 80$ . Пошто је релативна диелектрична константа за ваздух приближно једнака оној за вакуум, можемо сматрати да је Кулонова сила у ваздуху једнака по величини Кулоновој сили у вакууму.

**ПИТАЊА И ЗАДАЦИ**

1. Два позитивно наелектрисана тачкаста наелектрисања се одбијају силом од 0,8 N. Колика ће бити сила ако се количина наелектрисања сваког од њих повећа два пута? (Решење: 3,2 N)
2. Два једнака по величини и негативно наелектрисана тачкаста наелектрисања налазе се на растојању од 48 cm у вакууму и узајамно делују силом од  $10^{-3}$  N. Колико елементарних наелектрисања садржи свако од наелектрисања? (Решење:  $1 \cdot 10^{12}$ )

3. Два наелектрисања величине  $10^{-6}$  C и  $-2 \cdot 10^{-6}$  C налазе се у вакууму на међусобном растојању од 0,2 m. На средини између њих постављено је тачкасто наелектрисање од  $5 \cdot 10^{-8}$  C. Одреди резултантну силу која делује на то наелектрисање. (Решење:  $F = 0,135$  N)
4. Две једнаке куглице са наелектрисањем од 10 nC и  $-4$  nC доводимо у додир и враћамо их на исто растојање на којем су биле пре додира. Колико пута ће се променити Кулонова сила која се јавља између куглица пре и после додира куглица? (Решење:  $\frac{F_2}{F_1} = 0,225$ )
5. У теменима једног правоуглог троугла постављена су три различита тачкаста наелектрисања. Израчунај Кулонову силу која делује на наелектрисање у темену А. (Решење:  $1,06 \cdot 10^{-6}$  N)



### 1.3. Електрично поље

Како можемо да одредимо да ли ће у датој тачки простора на неко електрично наелектрисање деловати привлачна или одбојна сила? Односно, како настаје узајамно дејство између електричних наелектрисања постављених на неком међусобном растојању? Да бисмо одговорили на ова питања, можемо да искористимо аналогију са гравитационим пољем Земље. Индиректан доказ за постојање гравитационог поља је слободан пад тела: свако тело које се налази у простору где постоји гравитационо поље Земље креће се ка њој под дејством гравитационе силе. Пратећи ову аналогију, можемо закључити да се и око електричног наелектрисања ствара поље, преко којег оно привлачи или одбија друга електрична наелектрисања. Постојање електричног поља не можемо директно да региструјемо нашим чулима<sup>1</sup>, већ о њему сазнајемо индиректно преко дејства које поље врши на друго електрично наелектрисање. Као што је маса тела узрок појаве гравитационог поља, тако је електрично наелектрисање узрок појаве електричног поља. Зато кажемо да око сваког наелектрисаног тела постоји електрично поље преко којег електрична наелектрисања узајамно делују.

За простор око наелектрисаног тела у којем делују електричне силе на друга наелектрисана тела кажемо да постоји електрично поље. Захваљујући електричном пољу, тела могу узајамно да делују и без директног контакта, односно електрично узајамно дејство је бесконтактно узајамно дејство.

#### Јачина електричног поља

Ради једноставнијег испитивања електричног поља у датој тачки простора потребно је дефинисати појам пробно наелектрисање ( $q_p$ ). То је тачкасто наелектрисање чији је знак, по договору, узет да буде позитиван, а количина наелектрисања коју има је веома мала. Она треба да буде довољно мала да својим пољем не мења електрично поље које испитујемо. Ако на пробно наелектрисање делује електрична сила, онда у тој тачки постоји електрично поље, а ако сила не делује, поље је нула. Величина силе која делује на пробно наелектрисање показује нам колика је јачина поља. Што је сила већа, то је већа и јачина електричног поља.

**Физичка величина која је бројно једнака сили којом поље делује на јединично пробно наелектрисање постављено у тој тачки назива се јачина електричног поља.** Сагласно начину на који је дефинишемо, јачина електричног поља дата је формулом

$$E = \frac{F}{q_p}$$

<sup>1</sup> Неке животиње могу да региструју електрично поље. Такве су, на пример: ајкуле, раже, електрична јегуља и кљунар.

Из формуле дате горе следи да је основна јединица мере за јачину електричног поља **један њутн по кулону** (1 N/C).

Пошто је сила векторска величина, можемо закључити да је и јачина електричног поља векторска величина. Једначину за јачину електричног поља можемо записати и у векторском облику на следећи начин:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_p}$$

Из једначине можемо приметити да су правац и смер електричног поља у датој тачки једнаки правцу и смеру силе којом поље делује на пробно наелектрисање. Пошто поље одређујемо преко силе којом непокретно наелектрисање делује на пробно наелектрисање, можемо рећи да јачина електричног поља описује дејство електричног поља на наелектрисање.

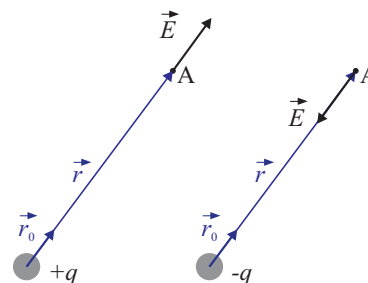
У претходној лекцији електрично узајамно дејство између тачкастих наелектрисања описали смо преко силе којом она узајамно делују (Кулонова сила). За узајамно дејство између наелектрисања  $q$  које ствара поље и пробног наелектрисања  $q_p$  којим испитујемо поље, Кулонов закон ће гласити

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_p}{r^2} \vec{r}_0,$$

где је  $r$  растојање између наелектрисања. Ако израз за Кулонову силу унесемо у претходну формулу, за јачину електричног поља, добија се:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}_0.$$

Из ове једначине може се приметити да у датој тачки позитивно наелектрисање ствара електрично поље које је истог правца и смера као јединични вектор  $\vec{r}_0$ , а негативно наелектрисање ствара поље чији је правац исти као правац  $\vec{r}_0$ , али има супротан смер. На слици 1 приказани су смерови поља која ствара наелектрисање  $q$  у тачки А у случају када је наелектрисање позитивно и када је негативно.



Слика 1. Електрично поље у тачки А створено позитивним и негативним наелектрисањем



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Тачкасто наелектрисање количине електрицитета 8 nC ствара електрично поље. Одреди растојање до тачке у којој је јачина електричног поља 12 N/C.

|                                                                                        |                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дато:</b><br>$q = 8 \text{ nC} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$<br>$E = 12 \text{ N/C}$ | <b>Решење:</b><br>Из формуле за јачину електричног поља тачкастог наелектрисања, $E = k \frac{q}{r^2}$<br>за растојање наелектрисања до тачке добија се $r = \sqrt{k \frac{q}{E}} = 2,4 \text{ m}$ . |
| <b>Тражи се:</b><br>$r - ?$                                                            |                                                                                                                                                                                                      |

## Линије силе електричног пољаи

Електрично поље се прегледно може приказати помоћу линија силе електричног поља. Ове линије показују правац и смер кретања позитивно наелектрисане честице у пољу. Густина линија силе је мера јачине поља. Што је већи број линија силе електричног поља које пресецају одређену површину у простору, то електрично поље има већу јачину. Тачкасто наелектрисање образује радијално поље. То је поље у којем у свим тачкама које се налазе на једнаком растојању од наелектрисања, јачина поља има исту вредност и усмерена је дуж радијуса кружнице која пролази кроз ту тачку. Радијално поље је нехомогено поље. Како се удаљавамо од наелектрисања, његова јачина се смањује. У свакој тачки линије, која у општем случају може бити и крива линија, као што ћемо видети код поља створених

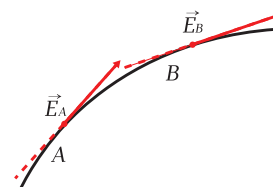


од више наелектрисања, вектор јачине електричног поља у датој тачки лежи у правцу тангенте на линију силе повучену у тој тачки, слика 2.

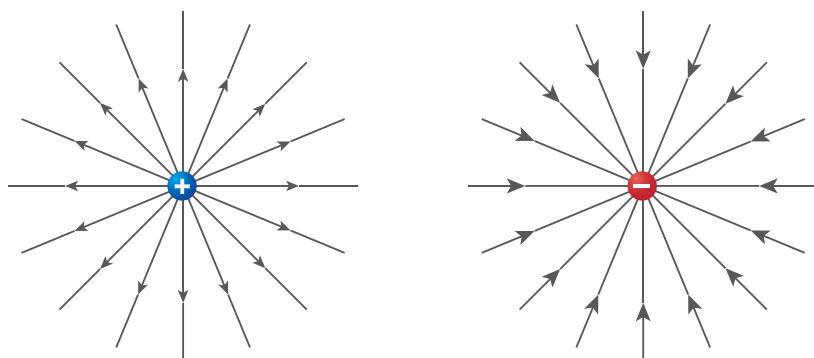
Идеју за увођење појма линија силе електричног поља дао је Мајкл Фарадеј. Он је интуитивно претпоставио да се узајамно дејство између наелектрисања мора остваривати преко електричног поља. Треба имати на уму да у стварности не постоје линије силе електричног поља. Оне су само погодан модел за описивање електричног поља.

Сагласно анализи векторске једначине изнад, за правац и смер поља у тачки простора, можемо закључити да је смер линија такав да излазе из позитивног, а улазе у негативно наелектрисање, слика 3.

Електричните силови линији **никаде не се сечат**, зато што во една точка не може да има два различити правци на полето.

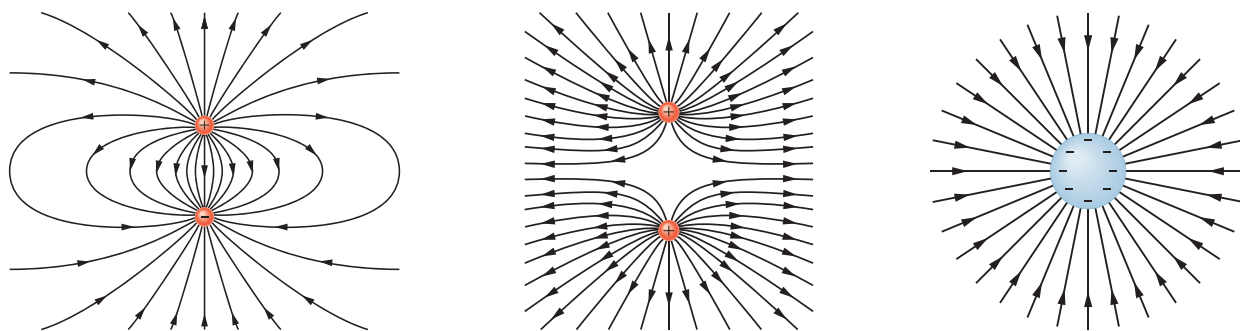


Слика 2. Линија силе електричног поља и вектор јачине поља



Слика 3. Линије силе електричног поља изолованог позитивног и негативног наелектрисања

Линије силе електричног поља **нигде се не секу**, зато што у једној тачки не може да постоје два различита правца поља.



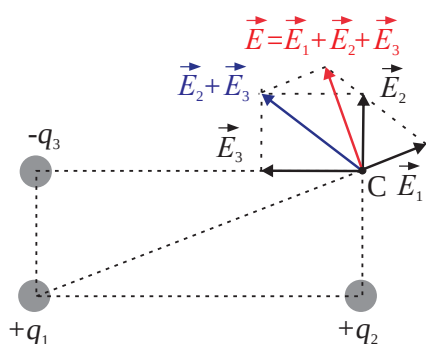
Слика 4. Линије силе електричног поља створене од два наелектрисања и од наелектрисане сфере. Линије силе електричног поља се nigде не секу у простору

## Електрично поље створено од више наелектрисања

Уколико је електрично поље у некој тачки простора створено од два (или више) наелектрисања, тада се вектор јачине електричног поља у датој тачки одређује као векторски збир појединачних поља које свако наелектрисање ствара у тој тачки:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n,$$

$\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}_2$  и  $\vec{E}_n$  се јачините на полињата создадени од секој поединечен полнеж. На слика 5 даден е вектор на електрично поље создадено од три полнежи поставени на темињата на правоаголник.



Слика 5. Векторски збир електричних поља створених од три наелектрисања.



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Одреди јачину електричног поља створеног у тачки С ако су странице правоугаоника приказаног на слици слика 5 се  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 5 \text{ cm}$ , а величине наелектрисања су:

$$q_1 = 5 \text{ pC}, \quad q_2 = 5 \text{ pC} \text{ и } q_3 = 10 \text{ pC}.$$

Дато:

$$q_1 = 5 \text{ pC} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ C}, \quad q_2 = 5 \text{ pC} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ C},$$

$$q_3 = 10 \text{ pC} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ C}, \quad a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m},$$

$$b = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

Тражи се:

$E$  - ?

Решење:

Електрична поља су приказана на слици испод.

Да бисмо израчунали величину у тачки С, постављамо координатни систем приказан на слици 3. У том случају, из векторске једначине

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3,$$

добивамо две скаларне једначине када електрична поља пројектујемо на сваку од оса:

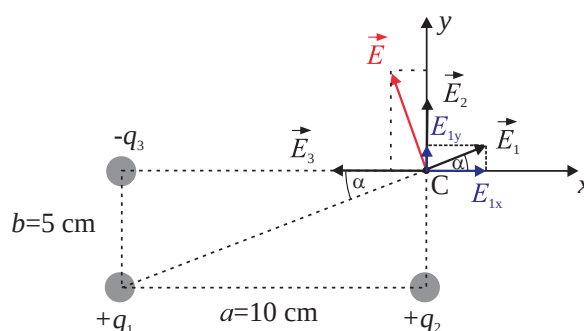
$$E_x = E_3 - E_{1x} \text{ и } E_y = E_2 + E_{1y},$$

где су  $E_{1x} = E_1 \cos \alpha$  и  $E_{1y} = E_1 \sin \alpha$  пројекције поља  $E_1$  на  $x$  и  $y$  осу. Угао  $\alpha$  се лако одређује помоћу странице троугла:

$$\tan \alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow \alpha = 26,6^\circ,$$

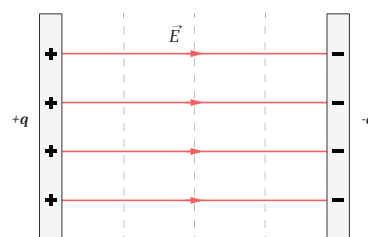
док ћемо дијагоналу правоугаоника израчунати помоћу коришћења Питагорине теореме, односно  $d = \sqrt{a^2 + b^2} = 0,11 \text{ m}$ . Сада када имамо електрична поља на свакој од оса, користимо Питагорину теорему за резултантно поље добијамо:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 20,4 \text{ N/C}.$$



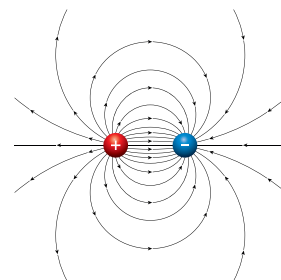
## Хомогено електрично поље

За део простора где у свакој тачки вектор јачине електричног поља има исти правац, смер и интензитет, кажемо да је електрично хомогено. У било којој тачки хомогеног поља, на пробно наелектрисање делује једнака сила. Хомогено поље се најједноставније успоставља између две паралелне металне плоче, од којих је једна позитивно, а друга негативно наелектрисана. Линеје силе хомогеног електричног поља су паралелне и на једнаком растојању једна од друге (слика 6).



Слика 6. Хомогено електрично поље у простору између две наелектрисане металне плоче

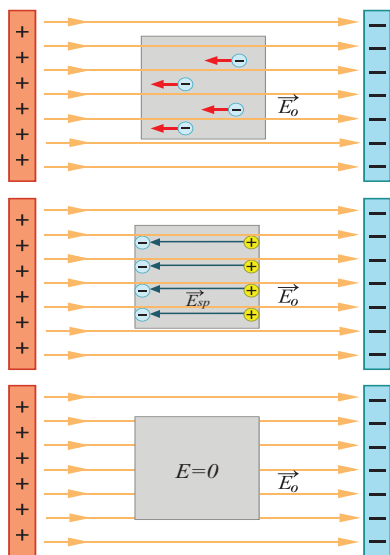
На слици 7 приказан је распоред линија сила електричног поља код електричног дипола. То је систем од два разноимено наелектрисана наелектрисања исте количине електрицитета постављена на одређеном растојању једно од другог. У делу простора између наелектрисања поље је хомогено.



Слика 7. Електрично поље код електричног дипола.

## Проводници у електричном пољу

У проводницима постоје слободни електрони који могу да се крећу кроз проводник. Ако се проводник стави у електрично поље, ова слободна наелектрисања се прерасподељују (електрони се крећу у смеру супротном од линија силе, све док се не успостави електростатичка равнотежа).



Тада је електрично поље у унутрашњости проводника нула ( $E=0$ ), односно збир спољашњег поља и поља које је настало унутар проводника једнак је:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{sp} = 0 \Rightarrow |\vec{E}_0| = |\vec{E}_{sp}|$$

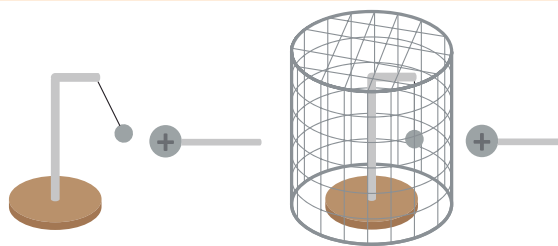
Ово својство је основа за **електростатичко екранирање**, односно за стварање Фарадејевог кавеза. Он представља затворену или делимично затворену конструкцију од металног проводника (мрежа или плоче) и штити унутрашњост од спољашњих електричних утицаја. Метална каросерија аутомобила је Фарадејев кавез. У случају удара грома у аутомобил, путници су потпуно заштићени у унутрашњости.

Слика 8. Проводник у хомогеном електричном пољу



### АКТИВНОСТ 1.

Малој металној куглици закаченој на конач од изолатора приближи позитивно наелектрисано тело. Примети да ли ће се конач отклонити од равнотежног положаја. Сада, тело обешено на конач унеси у металну мрежу (Фарадејев кавез) и поново приближи позитивно наелектрисано тело. Да ли се куглица отклања од равнотежног положаја? Дискутујте у одељењу и изведите закључак.



Слика 9. Заштитно дејство Фарадејевог кавеза

## Електрично поље у изолаторима

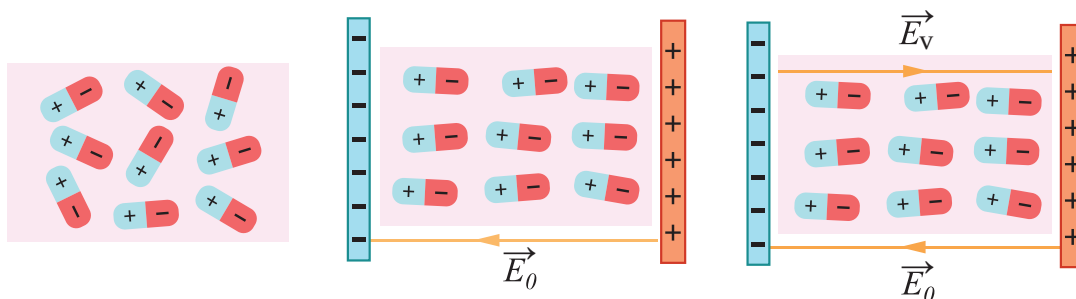
Када се изолатори (диелектрици) поставе у електрично поље (јачине  $E_0$ ), њихови молекули се поларизују: позитивни и негативни делови молекула се мало помере, па се у унутрашњости појављује додатно поље ( $E_v$ ) које слаби спољашње електрично поље у материјалу у поређењу са његовом јачином у вакууму, као што је приказано на слици 10. ( $E_v$ ) За јачината на пољето во диелектрик имаме:

$$E = E_0 - E_v.$$

За јачину поља у диелектрику имамо:

Ово смањење се описује релативном диелектричном константом  $\epsilon_r$ , која се дефинише као однос између електричног поља у вакууму ( $E_0$ ) и електричног поља у изолатору ( $E$ ):

$$\epsilon_r = \frac{E_0}{E}.$$



Слика 10. Електрично поље у диелектрику

Пошто је у изолатору поље ослабљено, важи  $\epsilon_r > 1$ . Што је већа релативна диелектрична константа материјала, то је веће слабљење електричног поља у њему у поређењу са вакуумом. Имајући у виду последњу релацију за јачину електричног поља створеног од тачкастог наелектрисања смештеног у диелектричну средину, имамо:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q}{r^2} \vec{r}_0.$$

**АКТИВНОСТ 1.**

Можеш да истражујеш електрично поље и линије електричног поља у PhET симулацији Charges and Fields - Electric Field | Electrostatics на следећем линку:  
[https://phet.colorado.edu/sims/html/charges-and-fields/latest/charges-and-fields\\_all.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/charges-and-fields/latest/charges-and-fields_all.html)

Покушај да створиш хомогено електрично поље.

**Наелектрисавање у природи**

Ако настане електрично пражњење између облака и земље, кажемо да је ударио гром. За заштиту од грома користи се громобран. То је проводник у облику штапа. Громобран је зашиљен на врху и поставља се на највишим местима на објектима. Громобран постављен на врху објекта повезује се проводницима са земљом. На тај начин наелектрисања се преносе у земљу.

Облаци, ситне капи воде, ледени кристали и ледена зрна, услед ваздушних струјања, стално се крећу и сударају једни с другима. Приликом кретања долази до трења, а тиме и до раздвајања електричних наелектрисања. Када се сударе (при додиру), долази до преноса наелектрисања. Ови процеси доприносе да доњи део облака буде негативно наелектрисан, а горњи позитивно. Наелектрисани облаци, путем наелектрисавања утицајем, наелектришу земљу и високе предмете (дрвеће, куле, громобране). Наелектрисања се највише гомилају код зашиљених делова предмета. Негативна наелектрисања у доњем делу облака изазивају наелектрисавање површине Земље према принципу електростатичке инфлуенције: она одбијају електроне у површинском слоју земље наниже и површина Земље испод облака постаје позитивно наелектрисана. Када електрично поље у облаку и између облака и земље постане веома јако, ваздух почиње да се јонизује и ствара се узан канал кроз који ће се лакше кретати наелектрисања. Из облака се спушта сноп наелектрисаних честица, при чему настаје нагло електрично атмосферско пражњење, односно муња. Ваздух око муње се загрева до веома високе температуре и нагло се шири, а то чујемо као грмљавину.

**НАУЧИ ВИШЕ**

**Електрично поље наелектрисане сфере направљене од проводника и наелектрисане сфере од диелектрика.**

Код наелектрисане сфере полупречника  $R$  направљене од проводника, наелектрисање  $q$  је у

електростатичкој равнотежи распоређено само по површини. У унутрашњости сфере јачина електричног поља је нула, а ван сфере (на растојању  $r$ ) може се израчунати једначином

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ за } r \geq R,$$

што је исто као поље тачкастог наелектрисања постављеног у центру сфере. Линије електричног поља су нормалне на површину сфере.

Код наелектрисане сфере од диелектрика (изолатора), наелектрисање се не креће слободно по површини, већ може бити распоређено у запремини. Ако диелектрична сфера има укупно наелектрисање  $q$  равномерно распоређено у запремини, тада је у унутрашњости сфере (за  $r < R$ )

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^3},$$

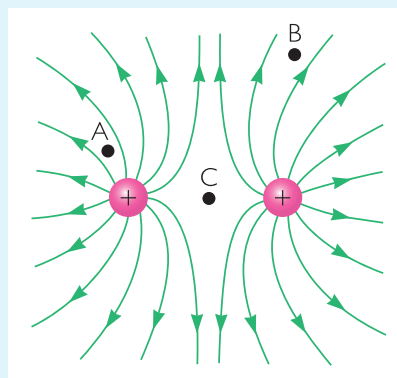
при чему поље расте линеарно са  $r$ . Ван сфере (за  $r \geq R$ ) поље је једнако пољу које би стварала и наелектрисана проводна сфера, односно

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Зашто кажемо да је јачина електричног поља карактеристика поља која описује његово дејство силом?
2. За које електрично поље можемо рећи да је хомогено?
3. У којој од три тачке на цртежу јачина електричног поља ће бити највећа? Образложи свој одговор.
4. Два тачкаста наелектрисања, 3 nC и 5 nC, налазе се на међусобном растојању од 14 cm. Колика је јачина електричног поља у тачки која се налази на средини између наелектрисања? На којем растојању од првог наелектрисања ће јачина поља бити једнака нули? (Решење: 3,7 kN/C; 8,1 cm)
5. Израчунати јачину електричног поља и потенцијал у тачки P на слици десно ако је  $q = 10^{-10}$  C, а  $d = 20$  cm. Наелектрисања сматрати тачкастим. У којој од три тачке на цртежу ће јачина електричног поља бити највећа? Образложи свој одговор. (Решење: 303 N/C; 42,8 V)
6. Између две металне плоче постављене у хоризонтални положај, успостављено је хомогено електрично поље  $2 \cdot 10^3$  N/C (горња плоча је позитивно наелектрисана). У једној тачки поља налази се куглица масе 0,2 g, наелектрисана тачкастим наелектрисањем од  $-5 \mu\text{C}$ . Којим убрзањем и у ком правцу ће се кретати куглица ако је препуштена сама себи? Почетна брзина куглице је нула. Средина између плоча је вакуум. (Решење: 50 m/s<sup>2</sup>)



## 1.4. Електрични потенцијал и напон

### Електрична потенцијална енергија

Електрично поље има велику сличност са гравитационим пољем, јер оба представљају поља у којима делују бесконтактне, конзервативне силе. Гравитационо поље ствара тело масе  $m$ , а електрично поље ствара наелектрисано тело електричног наелектрисуања  $q$ . Када се неко тело креће у гравитационом пољу, на пример, пада са одређене висине, његова укупна механичка енергија се не мења, али се мења однос између кинетичке и потенцијалне енергије. Потенцијална енергија се смањује, а кинетичка енергија се повећава. Ако желимо тело да подигнемо нагоре, супротно гравитационој сили, морамо извршити рад и на тај начин повећати његову потенцијалну енергију.

Слично томе, и наелектрисано тело у електричном пољу креће се у смеру у којем се његова електрична потенцијална енергија смањује, а његова кинетичка енергија повећава. Наелектрисуање се креће од тачке где има већу ка тачки где има мању потенцијалну енергију.

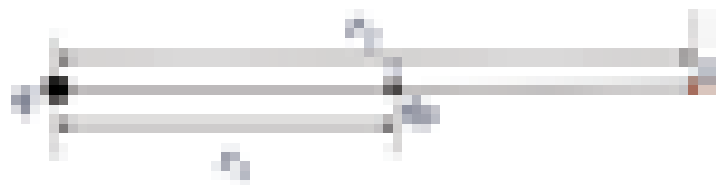
Размотримо позитивно наелектрисуање које ствара електрично поље и позитивно пробно наелектрисуање. Ако желимо пробно наелектрисуање да померимо супротно смеру поља, односно да га приближимо извору електричног поља, морамо извршити рад. У том случају његова потенцијална енергија се повећава. Ако га пустимо да се слободно креће, оно ће се кретати у смеру поља и убрзавање се: кинетичка енергија ће расти, а потенцијална ће се смањивати.

Када је електрично поље створено негативно наелектрисаном честицом, тада ће се позитивно пробно наелектрисуање кретати ка негативно наелектрисаној честици са убрзањем, смањујући своју електричну потенцијалну енергију. Ако желимо да га удаљимо, морамо извршити рад, чиме повећавамо електричну потенцијалну енергију.

Електрична потенцијална енергија је резултат узајамног дејства између два наелектрисана тела, односно између два наелектрисуања. Свако наелектрисано тело у електричном пољу има одређену електричну потенцијалну енергију  $E_p$ .

### Рад у електричном пољу

Нека се на растојању  $r_1$  од тачкастог наелектрисуања  $q$  налази пробно наелектрисуање  $q_p$  (слика 1). Под дејством електричне силе наелектрисуања  $q_p$  премешта се на растојање  $r_2$  од наелектрисуања  $q$ . При овом премештању мења се његова електрична потенцијална енергија.



Слика 1. Пробно наелектрисуање  $q_p$  пољу позитивног наелектрисуања  $q$ .

Рад који врши електрична сила једнак је негативној промени електричне потенцијалне енергије пробног наелектрисуања, односно:

$$A = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2}.$$

Пошто електрична сила у пољу тачкастог наелектрисуања није константна, за израчунавање рада уводи се средња електрична сила  $\bar{F}$  и рад се може записати као:

$$A = \bar{F}(r_2 - r_1).$$

Одавде следи:

$$E_{p1} - E_{p2} = \bar{F}(r_2 - r_1).$$

Сила у почетном положају износи  $F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_1^2}$ , а у крајњем положају износи:

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_2^2}.$$

Средња сила  $\bar{F}$  је геометријска средина почетне и крајње силе, пошто сила не зависи правомерно пропорционално од растојања:

$$\bar{F} = \sqrt{F_1 F_2}.$$

Заменом се добија:

$$\bar{F} = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_1^2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_2^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_1 r_2}.$$

Ако се овај израз унесе у једначину за промену потенцијалне енергије, добија се:

$$E_{p1} - E_{p2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_1 r_2} (r_2 - r_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{qq_p}{r_1} - \frac{qq_p}{r_2} \right).$$

Чланови на десној страни једначине представљају електричну потенцијалну енергију пробног наелектрисања  $q_p$  у почетном и крајњем положају. Одавде следи да је електрична потенцијална енергија пробног наелектрисања  $q_p$  на растојању  $r$  од тачкастог наелектрисања  $q$  једнака:

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_p}{r},$$

где су  $q$  и  $q_p$  наелектрисања која узајамно делују, а  $r$  је растојање међу њима.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

У хомогеном електричном пољу јачине  $4,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  се наоѓа полнеж  $3,0 \mu\text{C}$ . налази се наелектрисање  $3,0 \mu\text{C}$ . Поље је усмерено хоризонтално, а наелектрисање се помера од тачке А до тачке В. Растојање између те две тачке је  $0,25 \text{ m}$ , а наелектрисање се креће у смеру електричног поља.

- Колики рад врши сила електричног поља при премештању наелектрисања од тачке А до тачке В?
- Колика је промена електричне потенцијалне енергије наелектрисања?

**Дато:**

$$E = 4,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}, \\ q = 3,0 \mu\text{C} = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \\ d = 0,25 \text{ m}$$

**Тражи се:**

$$A - ?, \Delta E_p - ?$$

**Решење:**

а) У хомогеном електричном пољу рад је  $A = qEd$ . Ако заменимо бројне вредности за рад електричног поља, добија се:  $A = 3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ . Наелектрисање се креће у смеру поља, па је рад електричне силе позитиван.

б) Веза између рада и промене потенцијалне енергије  $A = -\Delta E_p$ , при чему се за промену потенцијалне енергије наелектрисања добија  $\Delta E_p = -3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ . Потенцијална енергија наелектрисања се смањује јер сила врши позитиван рад.



## Електрични потенцијал

Пробно наелектрисање има различиту потенцијалну енергију у различитим тачкама поља. Различита наелектрисања у истој тачки поља, такође, имају различиту потенцијалну енергију. У тачки 1 (слика 1), уместо пробног наелектрисања количине електрицитета  $q_p$ , донесимо наелектрисање два пута веће количине електрицитета  $2q_p$ . Сагласно једначини за израчунавање потенцијалне енергије, потенцијална енергија тог наелектрисања биће  $2E_p$ . Наелектрисање количине електрицитета  $3q_p$  имаће потенцијалну енергију  $3E_p$ . Ако одредимо однос потенцијалне енергије пробног наелектрисања и његове количине електрицитета, имамо:

$$\frac{E_p}{q_p} = \frac{2E_p}{2q_p} = \frac{3E_p}{3q_p} = \text{const.}$$

Овај количник је константна величина за поље у тачки 1 и не зависи од количине електрицитета пробног наелектрисања. Та величина је важна карактеристика електричног поља и називамо је електрични потенцијал, а означавамо је ознаком  $\varphi$  (чита се „фи“). Појам електрични потенцијал користимо да бисмо представили дејство електричног поља у одређеној тачки, независно од тога колико је наелектрисање које се налази у тој тачки. Потенцијал представља потенцијалну енергију по јединици наелектрисања, односно бројно је једнак потенцијалној енергији коју би имало јединично електрично наелектрисање у тој тачки, или записано формулом:

$$\varphi = \frac{E_p}{q_p},$$

где су:

- $\varphi$  електрични потенцијал (мерен у волтима, V),
- $E_p$  електрична потенцијална енергија (у џулима, J),
- $q$  е електричниот полнеж (во кулони, C).

За тачкасто наелектрисање, потенцијал се израчунава по формули:

$$\varphi = k \frac{q}{r}.$$

Може се приметити да **потенцијална енергија зависи од величине донетог наелектрисања, али електрични потенцијал зависи само од положаја наелектрисања у пољу**. Значи, потенцијал је својство **електричног поља**, а не наелектрисане честице која се креће у њему.

Основна јединица за електрични потенцијал у SI је један **волт 1V**. Из формуле за електрични потенцијал следи

$$1\text{V} = \frac{1\text{J}}{1\text{C}}.$$

Потенцијал је скаларна величина и његова бројна вредност може бити позитивна или негативна, у зависности од знака наелектрисања које ствара поље и од избора референтног нивоа потенцијала. У електростатици се сматра да наелектрисање има електричну потенцијалну енергију нула (тимае и потенцијал нула) на бесконачно великом растојању од наелектрисања које ствара поље.

Електрични потенцијал у датој тачки може бити резултат потенцијала створених од више наелектрисања. При томе, допринос сваког наелектрисања електричном потенцијалу у датој тачки може се одређивати независно, а укупни електрични потенцијал у тој тачки је алгебарски збир потенцијала створених од сваког наелектрисања појединачно:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n.$$



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

У равни се налазе два тачкаста наелектрисања:  $+6 \text{ pC}$  и  $-3 \text{ pC}$ . Тачка Р налази се на растојању од  $30 \text{ cm}$  од првог наелектрисања, а  $20 \text{ cm}$  од другог наелектрисања. Одреди укупни потенцијал у тачки Р.

Дато:

$$q_1 = 6 \text{ pC} = 6 \cdot 10^{-12} \text{ C}, \quad q_2 = -3 \text{ pC} = -3 \cdot 10^{-12} \text{ C}, \quad r_1 = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}, \quad r_2 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

Тражи се:

$\varphi$  - ?

Решење:

$$\varphi_1 = k \frac{q_1}{r_1}, \quad \varphi_2 = k \frac{q_2}{r_2}, \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 0,18 \text{ V} + (-0,135) \text{ V} = 0,045 \text{ V}.$$

## Електрични напон

Када се пробно наелектрисање креће у електричном пољу, рекли смо да је рад који врши електрична сила једнак промени потенцијалне енергије, односно важи једначина:

$$A = E_{p1} - E_{p2}.$$

Или, имајући у виду једначину којом се израчунава потенцијал створен тачкастим наелектрисањем, можемо записати:

$$A = q_p (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Израз  $\varphi_1 - \varphi_2$  представља разлику потенцијала између две тачке поља, у овом случају између тачака 1 и 2 и назива се електрични напон,  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ . Физичката величина напон ја означуваме со  $U$ , а основна мерна јединица иста је као за потенцијал, један волт  $1 \text{ V}$ . Из једначине изнад, можемо изразити напон преко рада електричне силе:

$$U = \frac{A}{q_p}.$$

**Напон између две тачке поља једнак је раду који врши електростатичка сила при премештању јединичног пробног позитивног наелектрисања од једне до друге тачке поља.**

Напон (или разлика потенцијала) између две тачке мери се инструментом за мерење напона, названим волтметар. На слици 2 приказани су аналогни волтметар и дигитални мултиметар (инструмент којим се могу мерити више електричних физичких величина, међу којима и напон).

а)



б)



Слика 2. а) Аналогни волтметар  
б) Дигитални мултиметар

Из једначине  $A = qU$  следи да рад који врши електрично поље при премештању електричног наелектрисања зависи од напона између две тачке и од количине електрицитета наелектрисања. Ако размотримо случај када је наелектрисање елементарно електрично наелектрисање, електрон, тада се енергија коју електрон добија или губи при кретању између две тачке са одређеном разликом потенцијала може изразити посебном јединицом за енергију, названом **електронволт**.

Електронволт (eV) представља рад који врши електрично поље када се елементарно електрично наелектрисање ( $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ) преноси између две тачке између којих постоји разлика потенцијала од 1 V односно:

$$A = eU = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}.$$

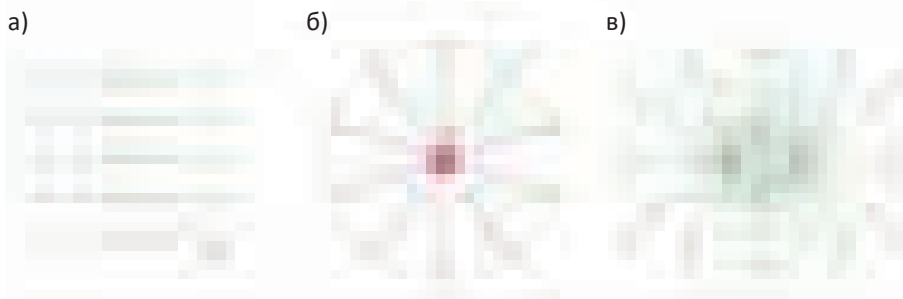
Електронволт је јединица за енергију и не припада Међународном систему јединица (SI), али је нарочито погодна за изражавање веома малих енергија. Због тога се често користи за описивање енергија у атомској и нуклеарној физици.

### Еквипотенцијалне површине

Електрично поље, у различитим тачкама простора, има различите вредности електричног потенцијала. Ипак, постоје површине код којих све тачке имају **исти потенцијал**. Такве површине називамо **еквипотенцијалне површине**. Еквипотенцијална површина представља геометријско место тачака у простору у којима потенцијал има исту вредност. Значи, ако се пробно наелектрисање креће по еквипотенцијалној површини, његова потенцијална енергија **се не мења**  $\Delta E_p = 0$ , јер се не мења потенцијал. Зато се, при кретању по еквипотенцијалној површини, **не врши рад**  $A = q(\varphi_1 - \varphi_1) = 0$ . Ово је једна од најважнијих карактеристика еквипотенцијалних површина.

Еквипотенцијалне површине увек су нормалне на линије електричног поља. Разлог је што линије показују правац у којем електрично поље може извршити рад на наелектрисању и променити његову потенцијалну енергију. Пошто се при кретању по еквипотенцијалној површини потенцијал не мења, поље не врши рад. Зато кретање по еквипотенцијалној површини мора бити под правим углом у односу на правац линије електричног поља. Пошто површина металног проводника представља еквипотенцијалну површину, линије електричног поља које излазе из ње или улазе у њу увек су нормалне на површину проводника.

У **хомогеном електричном пољу**, еквипотенцијалне површине су паралелне равни постављене нормално на линије електричног поља. У електричном пољу тачкастог наелектрисања, еквипотенцијалне површине су концентричне сфере око наелектрисања (слика 3).



**Слика 3.** Еквипотенцијалне површине приказане непрекиданим линијама: у а) Хомогеном електричном пољу б) Пољу створеном тачкастим наелектрисањем в) Пољу створеном електричним диполом



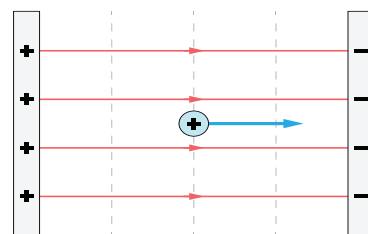
#### АКТИВНОСТ 1.

Површина металних проводника је еквипотенцијална површина. Ово се може показати експериментално помоћу електрометра. Глава електрометра повезана је са покретном пробном куглом, а друга електрода је уземљена. Метални проводник се поставља на изолатор и наелектрише. Затим се пробном куглом додирују различита места на његовој површини. Примећује се да одклон електрометра остаје исти при додиру било које тачке површине металног проводника, што потврђује да је потенцијал исти по целој површини. Према томе, површина метала је еквипотенцијална површина. Ово важи за металне проводнике у електростатичкој равнотежи, тј. када кроз њих не тече струја.

На слици 4 приказано је хомогено електрично поље између две наелектрисане проводне плоче. Испрекиданим линијама приказане су еквипотенцијалне површине. Оне су паралелне равни постављене нормално на линије силе електричног поља. Електрично поље у било којој тачки између плоча има исту јачину и може се одредити формулом:

$$E = \frac{U}{d},$$

где је  $U$  напон између плоча где је створено поље, а  $d$  је растојање између њих. Из ове формуле следи да се јачина електричног поља може изразити и јединицом волт по метру (V/m).



Слика 4. Хомогено електрично поље између две паралелне проводне плоче и еквипотенцијалне површине у њему



### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

У хомогеном електричном пољу, као што је приказано на слици 4, растојање између две наелектрисане плоче је 5 cm. Напон између њих је 150 V. Колика је јачина електричног поља између плоча? Колики рад ће извршити сила поља да пренесе наелектрисање од 2  $\mu\text{C}$  са позитивне на негативну плочу?

|                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Дато:</b></p> <p><math>d = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m},</math></p> <p><math>U = 150 \text{ V}, q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}</math></p> | <p><b>Решење:</b></p> <p>За хомогено електрично поље важи релација <math>E = \frac{U}{d}</math>. Ако унесемо бројне вредности, за јачину поља добија се <math>E = 3000 \text{ V/m}</math>. Рад у електричном пољу израчунаћемо из формуле <math>A = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot U</math>. Заменим бројних вредности за рад, добија се <math>A = 3 \cdot 10^{-4} \text{ J}</math>.</p> |
| <p><b>Тражи се:</b></p> <p><math>E - ?, A - ?</math></p>                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |



### ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

Електронски читачи, попут „Kindle“-а, користе такозвани e-ink (електронско мастило), технологију која имитира хартију и функционише захваљујући електричном потенцијалу. Површина дисплеја изграђена је од милиона микрокапсула испуњених провидном течношћу у којој

„пливају“ беле честице са позитивним наелектрисањем и црне честице са негативним наелектрисањем. Разлика у електричном потенцијалу ствара електростатичко поље које распоређује честице према њиховом наелектрисању: позитивне беле честице привлаче се ка негативним електродама, а негативне црне честице ка позитивним.

Тако, ако се беле честице подигну ка горњој страни микрокапсуле, пиксел изгледа бело; ако се нагоре подигну црне честице, пиксел је црн. Контролисањем матрице електрода испод сваке микрокапсуле, уређај формира текст и слике на екрану, а делимично распоређивање честица омогућава различите нијансе сиве.

Једна од највећих предности e-ink технологије је то што не троши енергију за одржавање слике. Пошто се честице наместе у поло-



жај који ствара жељени приказ, више није потребна додатна електрична енергија да остану тамо. Батерија се троши само при листану, када дисплеј треба поново да распореди честице. Ово објашњава зашто екран понекад „трепће“ при промени странице: уређај врши кратко, али потпуно брисање да би вратио честице у неутрално почетно стање и избегао трагове претходног текста.

Пошто e-ink дисплеј не емитује светлост, већ рефлектује светлост из околине попут хартије, он је изузетно читљив на јакој сунчевој светлости и не замара очи. Комбинујући електростатичке силе, овај уређај је један од примера примене електричног потенцијала у свакодневној технологији.



### НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Потенцијал који ствара метална сфера полупречника  $R$  наелектрисана наелектрисањем  $q$  распоређеним равномерно по њеној површини, ван сфере израчунава се једначином:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad \text{за } r \geq R.$$

Ово значи да је електрични потенцијал ван сфере исти као потенцијал који би створило тачкасто наелектрисање смештено у центру сфере. На самој површини, потенцијал је:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R},$$

док је, пак, у простору унутар сфере потенцијал исти у свакој тачки, или:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad \text{за } r \leq R.$$



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Шта је електрична потенцијална енергија и који је узрок постојања те енергије?
2. Како се дефинише електрични потенцијал и зашто се сматра својством поља?
3. Шта представља електрични напон и како је повезан са потенцијалима у две тачке поља?
4. Колики је потенцијал на удаљености од 2 nm од језгра хелијума у којем има два протона? Колика је потенцијална енергија електрона који је на тој удаљености од језгра (Решење: 1,44 V;  $-2,3 \cdot 10^{-19}$  J)?
5. Четири једнака позитивна тачкаста наелектрисања количине електрицитета 2 nC у вакууму налазе се у теменима квадрата странице 0,15 m. Колики је електрични потенцијал у средини квадрата (Решење: 679 V)?
6. У простору се налазе два непокретна тачкаста наелектрисања од 6 nC и од -12 nC, постављена на међусобном растојању од 50 cm. Одреди електрични потенцијал у тачки простора у којој је јачина електричног поља једнака нули (Решење:  $x = 1,21$  m; -18,5 V).

## 1.5. Електрични капацитет. Кондензатори

Када протрљаш балон о косу, балон се наелектрише електричним наелектрисањем које је довољно да привуче ситне комадиће хартије. Ово је једноставан пример да неко тело може да се наелектрише и да наелектрисано тело има енергију. Наелектрисања се могу донети и на метални проводник, на пример, на главу електроскопа.

Ако се уземљеним електрометром мери потенцијал, примећује се да ако се на главу донесе наелектрисање  $q$ , потенцијал електрометра биће  $\varphi$ , ако два пута повећамо наелектрисање, потенцијал ће бити  $2\varphi$  итд. Уочљиво је следеће: што је веће наелектрисање донето на електрометар, то је већи и његов потенцијал. Однос наелектрисања којим је наелектрисан проводник и потенцијала до којег је наелектрисан проводник је константна величина, односно:

$$\frac{q}{\varphi} = \frac{2q}{2\varphi} = \frac{3q}{3\varphi} = \text{const}.$$

Однос количине електрицитета датог проводника и његовог потенцијала назива се **електрични капацитет**. Електрични капацитет означава се са  $C$ , односно:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Пошто уземљеним електрометром меримо разлику потенцијала између проводника и Земље (чији се потенцијал узима да је једнак нули  $\varphi_z = 0$ ), за електрични капацитет можемо записати:

$$C = \frac{q}{\varphi - \varphi_z}, \text{ односно } C = \frac{q}{U}.$$

Према последњој формули, капацитет датог проводника бројно је једнак наелектрисању које треба донети да би његов напон био 1V. Јединица којом се изражава електрични капацитет је **1 фарад 1F**:

$$1 \frac{C}{V} = 1F,$$

названа у част великог енглеског научника Мајкла Фарадеја.

Најједноставнији начин за испитивање својстава капацитета проводника је преко изучавања електричног капацитета сфере направљене од проводника. Потенцијал на површини такве сфере, полупречника  $R$ , наелектрисане наелектрисањем  $q$ , израчунава се формулом:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}.$$

Користећи формулу за електрични капацитет за капацитет сфере, добијамо:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R.$$

Из последње једначине може се закључити да електрични капацитет не зависи од материјала од којег је направљен проводник, већ само од полупречника сфере. Капацитет сфере полупречника 1 m може се израчунати да износи приближно  $1,1 \cdot 10^{-10}$  F. Можемо закључити да изоловани проводници могу да чувају мале количине наелектрисања, јер се са повећањем наелектрисања брзо повећава и њихов потенцијал, па најчешће долази и до губљења наелектрисања путем разелектрисавања из околне средине или прескакањем искре. За практичну примену у техници, потребни су уређаји малих димензија који могу да складиште велику количину електрицитета.

Експериментима је показано да се, уместо у један проводник, у систему од два проводника, између којих се налази изолатор (диелектрик), може складиштити већа количина електрицитета, а тиме и више енергије. Из формуле за електрични капацитет следи да, што већу количину електрицитета такав уређај може складиштити при одређеном напону, то је већи његов капацитет.

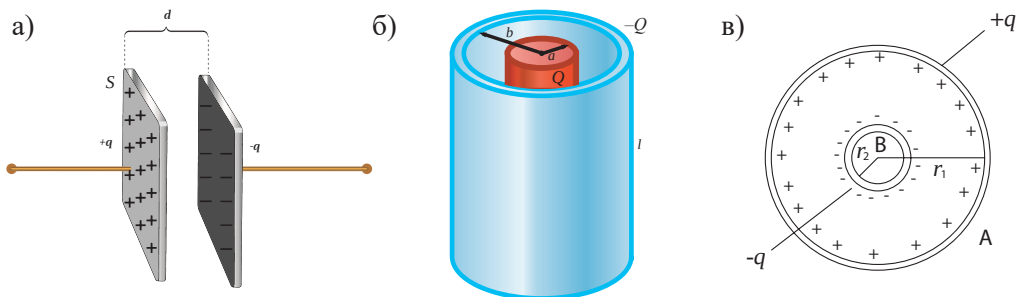
Уређај састављен од два проводника постављена близу један до другог и одвојена диелектриком назива се електрични кондензатор. Овакав уређај има предност у односу на изоловани проводник, јер се при наелектрисавању великим количинама наелектрисања, електрични напон између два проводника одржава мали. Проводници се наелектришу разноимено, па узајамно привлачење између њих повећава могућност за додатно складиштење наелектрисања. Диелектрик постављен између два проводника спречава разелектрисавање проводника. Код електричних кондензатора бира се такав облик и распоред проводника при којем је електрично поље створено наелектрисањима само у унутрашњости кондензатора. При томе, поље може бити хомогено или нехомогено, али је принцип рада исти.

У зависности од облика проводника и начина на који су постављени, имамо:

- **плочасти кондензатор** (слика 1a) састављен од две паралелне проводне плоче између којих је постављен диелектрик,

**Слика 1.**  
Врсте кондензатора  
у зависности од  
геометрије  
проводника:

- а) плочасти
- б) цилиндрични
- в) сферни



● **цилиндрични кондензатор** (слика 1б) састављен од два коаксијална цилиндрична проводника између којих је постављен диелектрик,

● **сферни кондензатор** (слика 1в) састављен од две концентричне проводне сфере између којих је постављен диелектрик.

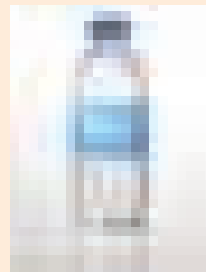
Диелектрик између проводника може бити вакуум, ваздух, керамички материјал, танак метални оксид, пластична фолија, лискун (мика) и друго. Према томе, кондензатори могу бити ваздушни, керамички, електролитски, фолијски (пластични), мика-кондензатори или тињчани итд (слика 2).

**Слика 2.** Различити кондензатори  
(елементи обојени плавом бојом)  
постављени на електронски уређај



### АКТИВНОСТ 1.

Од чега зависи капацитет једног кондензатора? Да бисмо открили од чега зависи електрични капацитет једног кондензатора, направимо аналогују са запремином једне флаше за воду (слика 3). Заправо, капацитет флаше је запремина воде која може да стане у флашу. Очигледно, њена запремина не зависи од тога до где је флаша напуњена. Она зависи од њеног облика, форме, односно од њене геометрије, али не и од материјала од којег је флаша направљена. Флаша у коју може да стане 1 литар воде, направљена од стакла или од пластике, има исти капацитет. Аналогна је ситуација и са електричним кондензатором: његов капацитет зависи од геометрије два проводника, али не и од материјала од којег су направљени.



**Слика 3.**  
Флаша за воду  
одређеног капацитета  
(запремине).

Код изолованог проводника, гомилањем већег броја наелектрисања, повећава се потенцијал проводника. Слично је и код кондензатора: већа количина електрицитета на проводницима ствара већи напон између њих. Да утврдимо како је напон између плоча кондензатора повезан са количином електрицитета донетом на плоче и његовим капацитетом.



### АКТИВНОСТ 2.

Главу уземљеног електрометра повежи са једном проводном плочом плочастог кондензатора, а другу плочу уземљи (слика 4). На плочу повезану са електрометром донеси наелектрисање, било инфлуентном машином или пробном куллом. Уземљена плоча кондензатора ће се, услед инфлуенције, наелектрисати наелектрисањем истим по величини, али супротног знака. Између плоча се успоставља хомогено електрично поље. За дату количину електрицитета на плочама, прочитај вред-



ност потенцијала на електрометру. Са повећањем количине електрицитета на плочи повећава се и потенцијал плоче повезане са електрометром. Значи, повећава се и напон између плоча кондензатора.

Слика 4. Уземљени електрометар повезан са плочастим кондензатором



Експериментална мерења показују да је за дати кондензатор однос количине електрицитета и напона између плоча константна величина. Тај количник називамо **електрични капацитет кондензатора** и израчунавамо га по формули:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Где је  $q$  наелектрисање сваке од плоча, а  $U$  напон између плоча. Иако овај израз формално повезује капацитет кондензатора са наелектрисањем и напонам, ипак, капацитет кондензатора не зависи од наелектрисања донетог на плоче кондензатора и напона између плоча кондензатора као променљивих величина. Значи, капацитет кондензатора не зависи од количине електрицитета на плочама и напона међу њима, већ зависи од димензија плоча и врсте диелектрика међу њима.

Кондензатор има капацитет од један фарад ако је при наелектрисању од 1 C на плочама, напон међу њима 1 V. Један фарад је веома велика јединица за капацитет кондензатора. Зато се у пракси најчешће користе мање мерне јединице, као што су микрофарад ( $\mu\text{F}$ ), нанофарад (nF) и пикофарад (pF).

Видели смо да се плочасти кондензатор састоји од две наелектрисане проводне плоче између којих постоји електрично поље. Плоче имају једнаку по величини количину електрицитета  $+q$  и  $-q$ . У просто-ру између плоча електрично поље је хомогено, а његова јачина је:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 S},$$

где је  $q$  количина електрицитета плоча, а  $S$  површина плоча. У овом случају се сматра да је између плоча кондензатора диелектрик вакуум. **Пажња:** Иако је једна плоча наелектрисана позитивно, а друга негативно, у формули за израчунавање јачине електричног поља узима се само наелектрисање једне проводне плоче  $q$ . И у општем случају, када се каже да је кондензатор наелектрисан наелектрисањем  $q$ , узима се у обзир само наелектрисање једног од два проводника, односно позитивно наелектрисање којим је наелектрисан један проводник.

Ако се јачина електричног поља изрази преко напона између плоча, тада се за електрични капацитет плочастог кондензатора добија формула:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}.$$

Капацитет плочастог кондензатора зависи од величине плоча ( $S$ ), растојања између њих ( $d$ ) и од својстава средине међу њима. Величина  $\varepsilon_0$ , коју смо увели код Кулонове силе, назива се  $\varepsilon_0$ , диелектрична константа вакуума и њена вредност износи  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$ . При датој геометрији кондензатора, та величина одређује колики је његов капацитет. Њена мала вредност (реда величине  $10^{-12}$ ) показује да ће, ако је између плоча диелектрик вакуум, капацитет бити веома мали. За повећање капацитета кондензатора при непромењеним димензијама плоча, међу њих се поставља диелектрик који слаби електрично поље између плоча. Тако, када уместо вакуума простор између плоча буде испуњен диелектриком, јачина електричног поља се смањује, а капацитет кондензатора се повећава при непромењеној количини електрицитета на плочама. Величина која мења својство простора у погледу електричних карактеристика је релативна диелектрична константа  $\varepsilon_r$ , диелектрика. Капацитет плочастог кондензатора код којег између плоча има диелектрик релативне диелектричне константе  $\varepsilon_r$ , може

се израчунати формулом:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}.$$

Пошто је  $\varepsilon_r > 1$  за све диелектрике, следи да се увођењем диелектрика између плоча кондензатора, његов капацитет повећава.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Плочасти кондензатор има плоче површине  $30 \text{ cm}^2$ , а растојање између њих је  $2 \text{ mm}$ . Кондензатор је прикључен на извор напона и пуни се. Затим се активна површина на којој делују плоче смањује на  $25 \text{ cm}^2$ . Колико пута и како ће се променити количина електрицитета на плочама кондензатора услед смањења површине преклапања плоча?

**Дато:**

$$S_1 = 30 \text{ cm}^2,$$

$$S_2 = 25 \text{ cm}^2,$$

$$U_1 = U_2 = U,$$

**Тражи се:**

$$\frac{q_2}{q_1} - ?$$

$$q_1$$

**Решење:**

Капацитет плочастог кондензатора са различитим величинама плоча кондензатора описан је следећим једначинама:

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S_1}{d} \text{ и } C_2 = \varepsilon_0 \frac{S_2}{d}.$$

Када се кондензатор прикључи на извор напона, он се пуни, односно на његове плоче се доноси електрично наелектрисање. Количина наелектрисања се израчунава следећим формулама:

$$q_1 = C_1 U = \varepsilon_0 \frac{S_1}{d} U \text{ и } q_2 = C_2 U = \varepsilon_0 \frac{S_2}{d} U.$$

Пошто напон остаје константан, однос количине електричног наелектрисања пре и после промене површине добија се као:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{\varepsilon_0 \frac{S_2}{d} U}{\varepsilon_0 \frac{S_1}{d} U} = \frac{S_2}{S_1} = 0,83.$$

Смањењем површине плоча кондензатора, за исти проценат смањује се и количина електрицитета која се складишти на плочама, јер је наелектрисање пропорционално површини када је напон константан.

Кондензатори складиште електричну енергију у простору између плоча и ослобађају је када је потребно. Треба имати на уму да је, за разлику од галванских елемената (батерија) у којима је складиштена хемијска енергија, у кондензаторима складиштена електрична енергија. Та енергија може да се претвори у други вид енергије. При томе, ослобођена електрична енергија из кондензатора једнака је раду потребном за његово наелектрисавање и израчунава се формулом:

$$E = \frac{qU}{2},$$

где је  $q$  наелектрисање кондензатора, а  $U$  разлика потенцијала између његових плоча. Осим што складишти наелектрисања и електричну енергију, заједно са другим елементима у колу, кондензатор може да прекида коло, филтрира и исправља наизменични напон, потом се користи за временско одлагање, промену фреквенције и за постизање резонанце. Зато су кондензатори важни и незаменљиви у уређајима као што су мобилни телефони, дефибрилатори, блиц-лампе и у електричним колима код многих других електричних уређаја.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Плочасти кондензатор има плоче површине  $60 \text{ cm}^2$ , међусобно удаљене  $3 \text{ mm}$ . Кондензатор је прикључен на извор сталног напона од  $200 \text{ V}$  и потпуно се пуни.

Затим се прво искључи батерија, а потом се растојање између плоча повећава на 6 mm.

Израчунај енергију складиштену у кондензатору пре и после промене растојања између плоча.

**Дато:**

$$S = 60 \text{ cm}^2 = 60 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

$$l_1 = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$l_2 = 6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$q_1 = q_2 = q$$

**Тражи се:**

$$E_1 - ?, E_2 - ?$$

**Решење:**

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{d_1} = 1,77 \cdot 10^{-11} \text{ F}, \quad q_1 = C_1 U = 3,54 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

Енергија плочастог кондензатора може се одредити према формули:

$$E_1 = \frac{q_1 U}{2} = \frac{C_1 U^2}{2} = 0,354 \mu\text{J}.$$

Када се промени растојање између плоча кондензатора, мења се и његов капацитет

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{d_2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F}.$$

Пошто су плоче искључене из извора, наелектрисање плоча ће остати непромењено, односно  $q_1 = q_2$ . Енергију кондензатора после раздвајања плоча можемо израчунати формулом:

$$E_2 = \frac{q_2 U_2}{2} = \frac{q_1^2}{2C_2} = 0,708 \mu\text{J}$$

одакле за однос енергија кондензатора при промени растојања између плоча добија се:

$$\frac{E_2}{E_1} = 2.$$

Енергија се дупло повећава када се растојање између плоча повећа од 3 mm на 6 mm (дупло се повећава) при истом наелектрисању. При томе, спољашња сила врши рад да раздвоји плоче, па се тај рад складишти као додатна енергија у електричном пољу.

**ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ**

Дефибрилатор је медицински уређај који се користи за поновно активирање срца. Главна компонента у овом уређају је електрични кондензатор. У унутрашњости дефибрилатора налази се кондензатор релативно великог капацитета, који се пуни до високог напона и у себи складишти енергију

$$E = \frac{C \cdot U^2}{2}.$$

Након активирања уређаја, ова енергија се испушта у веома кратком временском интервалу преко електрода постављених на грудни кош пацијента, при чему настаје кон-тролисана електрична струја која пролази кроз срчани мишић. Овај кратак и снажан електрични импулс враћа електричну активност срца, омогућавајући синоатријалном чвору да преузме контролу и успостави нормалан синусни ритам. Вредности капацитета и напона у дефибрилатору су пажљиво одабране да обезбеде струју која ће бити довољна за успешну и безбедну дефибрилацију пацијента.



Слика 5. Дефибрилатор



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Зашто различити проводници са истим наелектрисањем могу имати различит потенцијал? Како је то повезано са капацитетом? Од чега зависи електрични капацитет једног проводника?
2. Две паралелне плоче кондензатора повезане су са извором напона и пуне се количином електрицитета  $+q$  и  $-q$  респективно. После пуњења кондензатора, извор се искључује. Затим се, растојање између плоча повећава. Шта се дешава са капацитетом кондензатора, наелектрисањем плоча и напонем између плоча?
3. На ненаелектрисан проводник доводи се електрично наелектрисање  $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ , при чему му се потенцијал повећава до  $30 \text{ V}$ . Одреди капацитет проводника. (Решење:  $8 \cdot 10^{-7} \text{ F}$  )
4. Између плоча плочастог кондензатора јачина електростатичког поља је  $1,5 \text{ MV/m}$ . Ако је растојање између плоча  $2 \text{ mm}$ , колики је напон кондензатора? (Решење:  $3 \text{ kV}$  )
5. Плочасти кондензатор има плоче површине  $40 \text{ cm}^2$ , а растојање између њих је  $4 \text{ mm}$ . Кондензатор је прикључен на извор сталног напона од  $120 \text{ V}$ . Колико пута ће се променити количина електрицитета на плочама ако растојање између плоча повећамо за  $1 \text{ mm}$ ? (Решење:  $\frac{q_2}{q_1} = 0,8$  ).
6. Плочасти кондензатор има плоче површине  $200 \text{ cm}^2$ , а растојање између њих је  $4 \text{ mm}$ . Између плоча прво се налази ваздух, а затим се између њих уметне плоча од пластике релативне диелектричне константе 4. Одреди капацитет кондензатора када је између плоча ваздух. Одреди капацитет кондензатора када је између плоча уметнут диелектрик. Колико пута се повећава капацитет кондензатора увођењем диелектрика? (Решење:  $4,425 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ ,  $1,77 \cdot 10^{-10} \text{ F}$  четири пута)
7. Кондензатор капацитета  $4200 \text{ pF}$  прикључен је на напон од  $220 \text{ V}$ . Колика је енергија складиштена између плоча кондензатора? (Решење:  $1,016 \cdot 10^{-4} \text{ J}$  )

## 1.6. Електрична струја

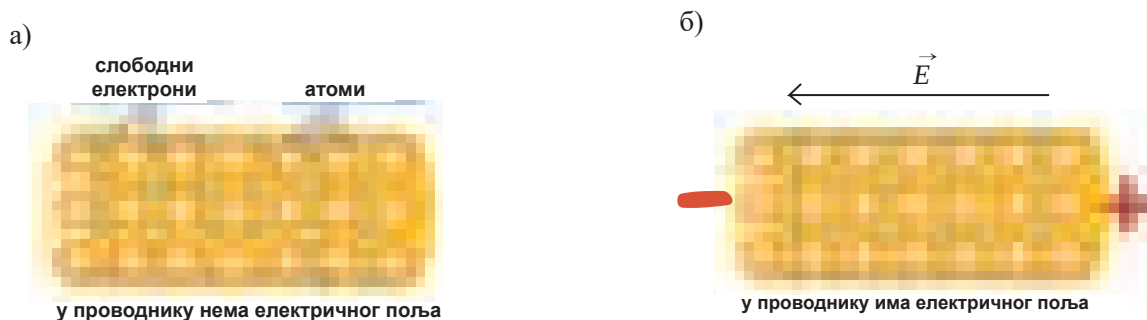
Иако су статички електрицитет и појаве наелектрисавања тела били познати још од античких времена, електрицитет је постао основа модерне технологије тек пошто су научници научили да контролишу кретање електричног наелектрисања. Зато кажемо да свакој индустријској револуцији претходе значајна научна открића и технолошке иновације. Свака индустријска револуција представља велики преокрет у начину производње, развоју технологије, економским односима и у друштвеном животу. Научна сазнања из области механике и термодинамике довела су до конструкције парне машине и до појаве Прве индустријске револуције. Касније су научна достигнућа у електрицитету и магнетизму постала основа за Другу индустријску револуцију, чији је почетак означен масовном производњом електричне струје и њеном широком применом, односно коришћењем електричне енергије.

Од тада, електрична струја је нераздвојни део наше свакодневице, али и нас самих. Струја не постоји само у техничким уређајима, већ је има и у живим организмима. Нервни импулси који се преносе кроз људско тело заправо су електрични сигнали, засновани на кретању јона кроз ћелијске мембране.

Електричну струју као појаву, односно њене ефекте, први је уочио Луиђи Галвани приликом контракције ножица жабе, када мишићи додирну два различита метала (на пример, бакар и цинк). Галвани није успео да објасни ову појаву, али је касније Алесандро Волта разјаснио да је контракција изазвана електричном струјом која протиче као последица постојања разлике потенцијала између метала.

Волта је дошао до сазнања да је довољно спојити два различита метала, између којих постоји електролит, да би се створио извор електричне струје. Ово откриће довело је до стварања прве батерије у историји, што представља први вештачки извор електричне струје. У част Луиђија Галванија,

све **изворе електричне струје** који раде на основу хемијских процеса називамо галванским елементима. Усавршавањем ових извора струје, започела је нова ера у физици и технологији, јер је по први пут било могуће произвести струју која се може контролисати и користити.



**Слика 1.** а) хаотично топлотно кретање слободних електрона у металу. б) усмерено кретање слободних електрона у металу

У металима су атоми распоређени у правилну кристалну решетку, а део електрона из последњег електронског слоја може лако напустити атом. Након напуштања атома, ови електрони могу слободно да се крећу кроз цео метал и њих називамо слободним електронима. Када у проводнику не постоји електрично поље, слободни електрони се крећу хаотично, слика 1а. Њихова брзина кретања је веома велика, реда величине  $10^5$  m/s. Слободни електрони се крећу у свим правцима, тако да не постоји усмерено кретање, па можемо сматрати да им је средња брзина нула и кроз проводник не тече електрична струја.

## Јачина електричне струје

Као код свих физичких величина, тако и код електричне струје, неопходно је да се она може квантитативно описати и измерити. За ту сврху, уводи се физичка величина јачина електричне струје (или краће, јачина струје). Интуитивно и логичко размишљање показује да ће струја бити јача ако за исти временски интервал кроз попречни пресек проводника прође већа количина електрицитета. **Јачина електричне струје** дефинише се као количина електрицитета ( $q$ ) која прође кроз попречни пресек проводника за јединицу времена. Ова дефиниција математички се изражава формулом:

$$I = \frac{q}{t},$$

где је  $I$  ознака за јачину електричне струје, а  $t$  је време за које струја тече кроз проводник.

Јединица за јачину електричне струје је **један ампер (1 А)** и она је једна од седам основних јединица дефинисаних у Међународном систему јединица (SI). Ревизијом SI 2019. године, јединица ампер је одређена преко фундаменталних константи: елементарног електричног наелектрисања и основне јединице за време. Из формуле за јачину струје, за ампер се добија:  $1 \text{ А} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$  односно један ампер је јачина сталне електричне струје, при чему за 1 s кроз попречни пресек проводника прође  $6,2415 \cdot 10^{18}$  елементарних електричних наелектрисања.

За мерење јачине струје користимо мерни инструмент **амперметар**.

**РЕШЕН ПРИМЕР 1.**

У једноставном струјном колу кроз сијалицу тече стална струја јачине 2,5 А. Израчунај колика количина електрицитета ће проћи кроз сијалицу за време од 15 минута. Затим, одреди колико времена ће бити потребно да протекне иста количина електрицитета ако је у колу сијалица замењена другим типом, па сада јачина струје кроз другу сијалицу износи 1 А.

**Дато:**

$I = 2,5 \text{ A}$  ,  
 $t = 15 \text{ min} = 900 \text{ s}$  ,  
 $I_1 = 1 \text{ A}$

**Тражи се:**

$q - ?$   
 $t_1 - ?$

**Решење:**

Јачина струје која протиче кроз проводник дата је релацијом:  $I = \frac{q}{t}$   
 Из ове једначине за количину електрицитета која ће проћи кроз прву сијалицу, добија се:

$$q = I \cdot t = 2250 \text{ C}.$$

Када заменимо сијалицу, промениће се и јачина струје, па да би кроз проводник протекла иста количина електрицитета, потребно је време:

$$t_1 = \frac{q}{I_1} = 2250 \text{ s} = 37,5 \text{ min}.$$

**АКТИВНОСТ 1.**

Дискутујте о следећем мисаоном експерименту. Кроз два метална проводника, један мањег попречног пресека, а други већег попречног пресека, тече струја исте јачине. Да ли ће ефекти струје код два проводника бити исти? Да ли једначина за јачину струје укључује и геометрију проводника? Размисли зашто у електричној инсталацији у дому проводни каблови до већине утичница имају површину попречног пресека од 2,5 mm<sup>2</sup>, а проводни каблови за бојлер, шпорет и слично, имају површину попречног пресека од 4 mm<sup>2</sup>.

Физичка величина **густина електричне струје**  $j$  показује колика јачина струје тече кроз јединицу површине попречног пресека проводника и израчунава се по формули:

$$j = \frac{I}{S}.$$

Јединица мере за густину електричне струје је  $1 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$ . Ова физичка величина је од посебног значаја у физици, електроници и енергетици. Велика густина струје може довести до превеликог загревања и оштећења проводника, електричне инсталације и електричних уређаја.

## Извори струје и електромоторна сила (ЕМС) извора

Електрична струја тече кроз проводник само ако између његових крајева постоји разлика електричног потенцијала. Када се два краја неког проводника доведу на различите потенцијале, електрони почињу да се крећу од места са нижим ка месту са вишим потенцијалом. Ово кретање траје кратко време, јер због разлике у потенцијалу, електрони се брзо прерасподељују, разлика потенцијала се смањује и брзо постаје нула. Да би струја наставила да тече, потребно је **стално одржавање разлике потенцијала на крајевима проводника**. Уређаји који омогућавају сталну разлику потенцијала називају се **извори електричне струје**. Извор надокнађује и енергију коју носиоци предају различитим елементима кола док пролазе кроз њих, и врши њихову прерасподелу унутар извора. Овим извором омогућава да струја тече континуирано.



Најпознатији извори струје су галвански елемент, батерија, електрични генератор, соларна ћелија. Код галванских елемената и код батерија, хемијски процеси у извору стварају разлику потенцијала на електродама. Код електричних генератора, преко магнетног и механичког дејства струје, одржава се разлика потенцијала у проводнику. У првом случају, хемијска енергија се претвара у електричну, а у другом, механичка енергија се претвара у електричну. Соларне ћелије претварају светлосну енергију у електричну.

На слици 2 дата је скица затвореног струјног кола са извором струје, потрошачем и проводником.

Тачка А је на нижем потенцијалу, а тачка В на вишем потенцијалу. Под дејством електричног поља у проводнику, електрони се кроз њега крећу од А ка В. Енергију за пренос електрона унутар извора обезбеђује извор струје. Под дејством те енергије, у извору се врши рад да би електрони били пренети из В у А.

Важна карактеристична величина за секој извор на струја е електромоторната сила (ЕМС), што ја означуваме со  $\varepsilon$ . Овде зборот „сила“ не е најдобар избор бидејќи тоа не е сила, во механичка смисла, која што им предава енергија на електроните во изворот.

ЕМС се дефинише преко рада који врши извор за пренос јединичног позитивног наелектрисања (1 C) са позитивног на негативни пол извора:

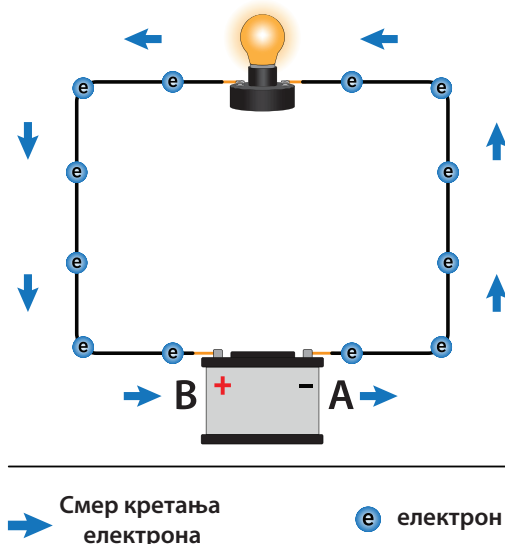
$$\varepsilon = \frac{A}{q}$$

Јединица мере за ЕМС иста је као јединица за напон, волт (V). ЕМС је максимални напон који извор може обезбедити када кроз њега не тече струја, односно када је коло отворено. Када је коло затворено и када струја тече, енергија извора се предаје и спољашњем делу кола и унутар самог извора.

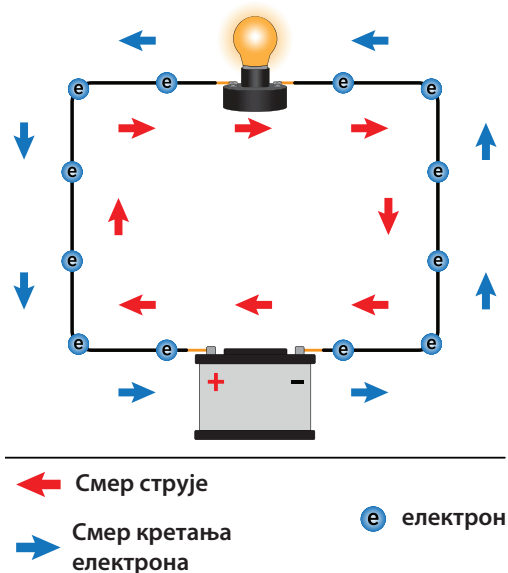
## Смер електричне струје

Научници су истраживали и користили електричну струју сто година пре него што је откриен електрон. У то време, научници су знали да су преносиоци струје у електролитима позитивни и негативни јони. Електрон још увек није био откриен када су се научници договорили о смеру струје у струјном колу, односно да се узме смер кретања позитивних јона. То значи, узима се, по договору, да смер струје кроз спољашњи део кола (кроз проводнике и кроз потрошаче) тече од позитивног ка негативном полу извора.

Касније је откриено да су носиоци струје у металима заправо електрони, који имају негативно наелектрисање и који се кроз проводник (спољашњи део струјног кола) крећу од негативног ка позитивном полу извора. И поред тога што се стварно кретање електрона одвија у смеру супротном од првобитно дефинисаног смера струје, из историјских разлога, и



Слика 2. Скица на едноставно струјно коло



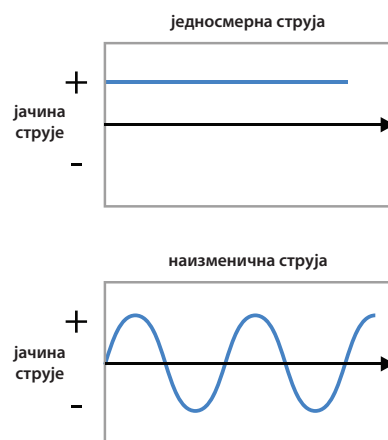
Слика 3. Смер струје и смер кретања слободних електрона



данас је задржан договорени (конвенционални) смер струје. За њега се може срести и назив технички смер струје, слика 3. У свим проблемима и задацима са којима ћемо се сретати када се говори о протицању струје, мислићемо на технички смер струје.

## Једносмерна и наизменична струја

Електрична струја током времена може мењати своју јачину и смер. У пракси разликујемо праву и наизменичну струју. Права или једносмерна струја представља електричну струју која тече у једном смеру. Ако јој је јачина стална, током времена ова струја се назива и стална једносмерна струја (слика 4а). Извори сталне праве струје су галвански елементи, батерије, акумулатори, соларни панели. За разлику од ње, наизменична струја је струја која део времена тече у једном смеру, а део у другом смеру, односно кажемо да мења смер протицања. Осим смера протицања, код наизменичне струје периодично се мења и њена јачина. Овакву струју свакодневно користимо у домаћинствима, добијамо је из градске електричне мреже (слика 4б). Права струја се уобичајено означава са „DC“ (direct current), а наизменична се означава са „AC“ (alternating current).



Слика 4. а) Стална једносмерна струја, б) Наизменична струја.



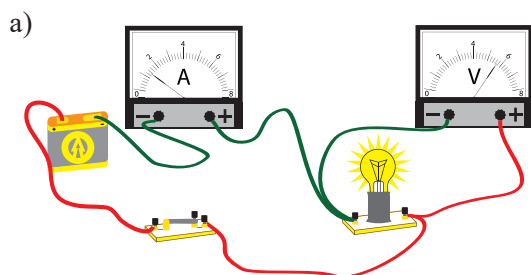
### АКТИВНОСТ 2.

#### Једноставно струјно коло

Направи једноставно струјно коло са следећим елементима: извор струје (галвански елемент од 1,5 V или батерија од 9 V), прекидач, потрошач и проводне жице, слика 5а. Као потрошач користи различите сијалице, електромотор, вентилатор и сл. На располагању имаш и мерне инструменте: амперметар и волтметар. Амперметар се увек повезује серијски са потрошачем за који желимо да измеримо колика јачина струје тече кроз њега. Волтметар се увек повезује паралелно са потрошачем да бисмо измерили напон на његовим крајевима.

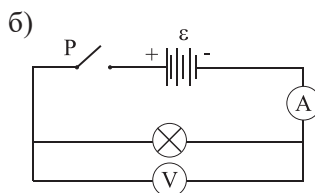
Волтметром измери ЕМС извора када је струјно коло отворено. Затим измери напон на крајевима потрошача када је коло затворено и упореди вредност са измереном ЕМС извора. Да ли се вредности разликују и ако се разликују, дискутујте о разлозима за то.

Сада, амперметром измери јачину струје која тече у колу. Измери јачину струје и у другим тачкама струјног кола (пре и после прекидача). Да ли су показивања амперметра иста или се разликују? Дискутујте о резултатима мерења.



Слика 5. а) Једноставно струјно коло у којем су повезани батерија, сијалица, прекидач и амперметар и волтметар, б) шема струјног кола

Реална електрична кола можемо приказати кроз поједностављени приказ или кроз шему струјног кола. При томе, да бисмо приказали елементе на струјног кола, користимо симболе. На шемама се јасно показује како су повезани елементи у струјном колу, као што је дато на слици 5б. У електричним шемама, за представљање елемената у струјном колу, користимо симболе приказане на слици 6.





## НАУЧИ ВИШЕ



Слика 6. Символи за елементе струјног кола

Јачина електричне струје је величина која даје информације о струји кроз проводник као целини. Густина струје је важна јер од ње зависи загревање проводника, електрична безбедност и радни режим електричних уређаја. Превелика густина струје може довести до прегревања, оштећења материјала или до дефеката у електричним колима, а правилно одабрана густина обезбеђује сигуран и ефикасан рад електричних система. Јачина струје и њена густина су макроскопске величине које се могу мерити на једноставан начин. Густина струје повезана је са микроскопским величинама, које не могу

тако једноставно да се мере. Та зависност је дата формулом: можат толку једноставно да се мерат. Таа зависност е дадена со формулата:

$$\vec{j} = ne\vec{v},$$

где је  $n$  концентрација слободних носилаца наелектрисања  $n = \frac{N}{V}$  (број честица у јединици запремине) и изражава се јединицом  $m^{-3}$ , а  $V$  је средња брзина усмереног кретања слободних носилаца. Ова формула објашњава зашто су метали добри проводници електричне струје. Иако знамо да је средња брзина усмереног кретања електрона мала, ипак је њихова концентрација у металима веома велика.

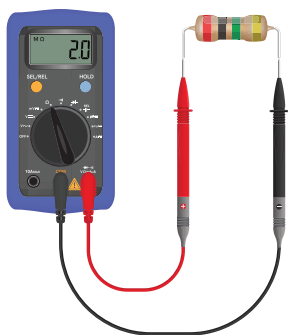


## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Зошто хаотичното движење на електроните не создава електрична струја?
2. Кои услови мора да се исполнат за да тече струја низ спроводник?
3. Каква е врска меѓу електричното поле и електричната струја?
4. Низ електричен грејач тече постојана струја со јачина од 2,5 А за време од 8 min:
  - а) Колкав полнеж поминал низ грејачот? (Решение: 1 200 C)
  - б) Вкупно колку електрони поминале низ грејачот? Полнежот на електронот е  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. (Решение:  $7,5 \cdot 10^{21}$  електрони)
5. Низ светилка за време од 3 min тече постојана струја со јачина од 0,8 А. Потоа, со вртење на копчето кај прекинувачот на сидот, светењето на светилката се засилува. Сега низ неа тече струја со јачина од 1,5 А за време од 30 s. Колкаво вкупно количество електричество поминало низ светилката? (Решение: 189 C)

## 1.7. Електрични отпор. Отпорници

Електрична струја представља усмерено кретање слободних преносилаца наелектрисања кроз проводник, али то кретање није неометано. На микроскопском нивоу, код металних проводника, слободни електрони се приликом свог усмереног кретања непрекидно сударају са атомима и јонима у кристалној решетки метала, а такође наилазе и на дефекте у кристалној решетки, као и на нечистоће (на пример, атоме других елемената). То није судар у буквалном смислу речи, већ је узајамно дејство слободних електрона са јонима и везаним електронима у металу, при чему слободни електрони губе део своје кинетичке енергије. Изгубљена кинетичка енергија електрона претвара се у унутрашњу енергију проводника, па се он загрева. Овакво супротстављање материјала усмереном кретању електрона на макроскопском нивоу препознајемо као електрични отпор. Електрични отпор проводника

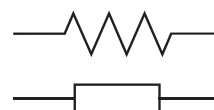


или потрошача означавамо са  $R$ . Основна мерна јединица за електрични отпор је 1 ом ( $1\ \Omega$ ), названа у част немачког физичара Георга Ома, који је дао значајан допринос у откривању закона за електричну струју. Веће мерне јединице које се користе су килоом ( $k\Omega$ ) и мегаом ( $M\Omega$ ). За мерење електричног отпора, користимо мерни инструмент омметар, слика 1.

**Слика 1.** Мерење електричног отпора омметром

## Отпорници

Својство неких материјала да се знатно супротстављају кретању слободних електрона искоришћено је код електричних елемената познатих као отпорници. Отпорник као елемент у струјним колима се користи за контролисање јачине електричне струје у колу. Укључивањем отпорника у струјно коло, може се смањити јачина струје, чиме ће се заштитити од оштећења и прегоривања други елементи у колу. Отпорници су основни саставни делови код неких грејних уређаја, као на пример, фен, пегла, грејалица, бојлер, шпорет и други, при чему електричну енергију претварају у корисну топлотну енергију. Такве отпорнике називамо грејачи. Данас не постоји електрични уређај који не садржи отпорнике који регулишу проток електричне струје. На слици 2 дати су симболи које користимо за отпорнике у шемама струјних кола.



**Слика 2.**  
Симболи за отпорник



### АКТИВНОСТ 1.

#### Мерење отпора омметром (директни метод)

Дигиталним мултиметром, који има функцију за мерење отпора, или аналогним омметром, измери отпор код неколико отпорника и потрошача. За директно мерење отпора, отпорник или потрошач треба да буде искључен из струјног кола и његови контакти да буду слободни. Постави опсег мерног инструмента за мерење отпора на већу вредност од очекиваног отпора. Са две контактне жице мерног инструмента додирни контакте отпорника, односно потрошача. Измери отпор код неколико отпорника, неколико различитих сијалица, отпорне жице и дуге проводне жице, као што је приказано на слици 1.

## Врсте отпорника

У зависности од могућности промене отпора, отпорници могу бити: отпорници са сталним отпором и отпорници са променљивим отпором. Код првих, вредност отпора је стална и не може се мењати. То су најчешће коришћене врсте отпорника у струјним колима. Карактеристично за њих је да увек имају ознаку (код бојама или бројем) која показује њихову вредност, а израђују се у различитим облицима од различитих материјала.

Отпорници са променљивим отпором омогућавају контролисану промену отпора у струјном колу, а тиме се може регулисати електромоторна сила извора или јачина струје у колу. Најраспрострањенији тип је отпорник са клизачем (слика 3а), који се састоји од намотане жице дуж које може да клизи покретни клизач. Овакви отпорници су отпорници са три прикључка. У зависности од тога како је повезан у струјно коло, њиме се може регулисати не само јачина струје, већ и електромоторна сила у колу. Ако треба регулисати електромоторну силу, тада се отпорник повезује у коло са оба краја и

са клизачем и називамо потенциометар (слика 3б). За регулисање јачине струје, повезивање у коло је преко једног краја и клизача, а променљиви отпорник називамо реостат (слика 3в).

### Електрични отпор линијског проводника

Од великог значаја за електротехнику су проводници са много већом дужином у односу на друге димензије. Такав хомоген метални проводник константног попречног пресека по целој дужини је линијски проводник. Његова дужина  $l$  значајно мења отпор. Дужи проводник значи да електрони морају проћи већи пут кроз проводник, при чему се дешава више судара. Зато ће проводник веће дужине имати већи електрични отпор. Површина попречног пресека  $S$  проводника, такође, има велику улогу. Код проводника са већим попречним пресеком, има више простора за кретање слободних електрона, па је отпор мањи.

За хомоген линијски проводник дужине  $l$  и попречног пресека  $S$ , чија се температура не мења, електрични отпор се одређује формулом:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

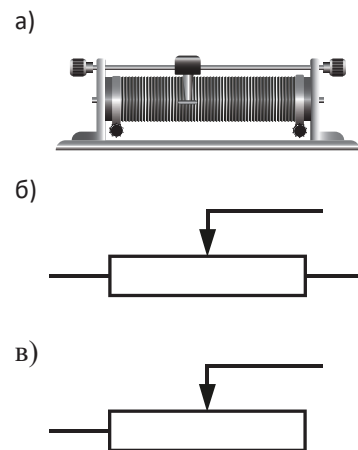
где  $\rho$  представља специфични електрични отпор материјала. Специфични електрични отпор  $\rho$ , је величина која показује колико се материјал супротставља кретању слободних носилаца наелектрисања код линијских проводника. Метали, као што су сребро и бакар, имају малу вредност за  $\rho$ , па се зато користе у електричним инсталацијама. Изолатори (гума, пластика, порцелан) имају веома велику вредност специфичног електричног отпора и, практично, не пропуштају струју, па се користе као материјали за електричну изолацију.

Ако се из формуле изрази специфични отпор и замене мерне јединице за величине, добија се да је јединица мере за специфични електрични отпор  $1 \Omega \cdot m$ . У табели 1 су дате вредности специфичног електричног отпора за неколико материјала.

| Материјал (проводник) | Специфични отпор ( $\Omega \cdot m$ ) | Материјал (полупроводник) | Специфични отпор ( $\Omega \cdot m$ ) | Материјал (изолатор)     | Специфични отпор ( $\Omega \cdot m$ ) |
|-----------------------|---------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|--------------------------|---------------------------------------|
| сребро                | $1,6 \cdot 10^{-8}$                   | угљеник                   | $3,5 \cdot 10^{-5}$                   | суво дрво (буква, храст) | $10^9 - 10^{12}$                      |
| бакар                 | $1,7 \cdot 10^{-8}$                   | германијум                | 0,5                                   | лискун                   | $10^{11} - 10^{15}$                   |
| гвожђе                | $9,7 \cdot 10^{-8}$                   | силицијум                 | 20-2300                               | тврда гума               | $10^{13} - 10^{16}$                   |

**Табела 1.** Специфични електрични отпор неких материјала: проводника, полупроводника и изолатора при температури од 20 оС.

Вредности специфичног отпора код полупроводника варирају у зависности од чистоће, односно да ли у њима има примеса. Код изолатора, као што је суво дрво, утиче проценат влажности. Вредности у табели за букву и за храст одговарају влажности од приближно 10 %. Код лискуна и гуме, осим влаге, утичу и нечистоће у материјалу, старост материјала и друго.



**Слика 3.**

- а) Отпорник са клизачем,  
б) Потенциометар,  
в) Реостат.

**РЕШЕН ПРИМЕР 1.**

Бакарна жица специфичног отпора  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ , пречника  $1,5 \text{ mm}$  и дужине  $120 \text{ m}$  треба да се искористи у електричној инсталацији. У пројекту је задато да отпор проводника не сме да пређе  $1,1 \Omega$ . Израчунај колики отпор ће имати жица датог пречника. Ако је отпор већи од дозвољеног, одреди колики треба да буде пречник друге бакарне жице (од истог материјала и исте дужине) да отпор не би прешао задату максималну вредност.

**Дато:**

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m},$$

$$d = 1,5 \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$l = 120 \text{ m}, R_{\text{max}} = 1,1 \Omega$$

**Тражи се:**

$$R - ?, d_1 - ?$$

**Решење:**

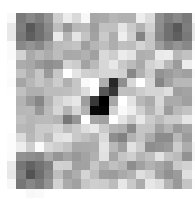
Површина попречног пресека проводника је заправо површина круга пречника  $d$ , па можемо записати:

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}. \text{ Ако израз заменимо у једначину за електрични, за отпор жице добија се: } R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{\pi d^2} = 1,15 \Omega.$$

Из израчунате вредности може се приметити да је отпор жице већи од максимално дозвољеног. Зато, треба да израчунамо пречник друге жице, која ће имати отпор  $1,1 \Omega$ . За пречник те жице, добијамо израз:  $d_1 = 2 \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi R_{\text{max}}}}$  одакле, ако се замене бројне вредности за пречник жице, добија се:  $d_1 = 1,54 \text{ mm}$ .

**АКТИВНОСТ 2.****Од чега зависи отпор линијског проводника - визуелна промена**

Помоћу Phet симулације „Отпор линијског проводника“, (<https://phet.colorado.edu/mk/simulations/resistance-in-a-wire>) одреди како промена материјала, дужине и површине попречног пресека линијског проводника утичу на његов електрични отпор. Кроз визуелни приказ и приказане вредности у симулацији, посматрај како се при промени ових параметара мења и отпор проводника, па покушај да изведеш закључке о зависности електричног отпора од физичких својстава и геометрије проводника.

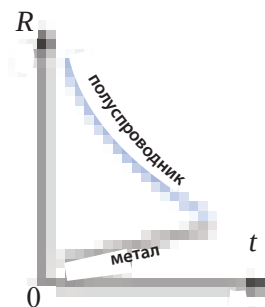
**Зависност отпора од температуре**

Специфични електрични отпор је карактеристично својство материјала и при датој температури има тачно одређену вредност. Ипак, променом температуре материјала, мења се и његов специфични електрични отпор. Према једначини за отпор линијског проводника, отпор зависи од дужине, пресека и специфичног електричног отпора. Пошто се при промени температуре дужина и попречни пресек проводника мењају веома мало (и најчешће се могу занемарити), промена отпора углавном потиче од промене специфичног електричног отпора материјала. Код метала, са повећањем температуре повећава се и електрични отпор, јер атоми почињу интензивније да осцилују око свог равнотежног положаја и тиме се више супротстављају усмереном кретању електрона. Значи, са повећањем температуре, амплитуда осцилација честица кристалне решетке је већа. Зато је узајамно дејство тих честица са слободним електронима интензивније. За широк температурни интервал, зависност отпора од температуре је приближно линеарна и може се изразити формулом:

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

где је  $R$  отпор проводника на температури  $t$ , а  $R_0$  је отпор на спроводникот на температура од  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Коефициентот  $\alpha$  је температурен коефициент на отпорот за дадена супстанца и се изразува во единицата  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ . За металите  $\alpha$  има позитивна вредност, а кај полупроводници негативна вредност, што значи, со зголемување на температурата отпорот на полупроводник се намалува. График на зависност на електричен отпор од температурата за метал и за полупроводник е даден на слика 4.

Зависност електричног отпора од температуре има широку практичну примену у техници и у свакодневном животу. Она се користи за мерење температуре помоћу отпорних термометара, код којих промена температуре директно изазива промену отпора. На овој зависности заснива се и рад термостата и система за аутоматску регулацију температуре. Додатно, мерењем отпора, може се индиректно пратити загревање електричних уређаја и водова, што је важно за њихову заштиту и безбедан рад.



Слика 4. Промена електричног отпора са повећањем температуре за метал и полупроводник

## Суперпроводљивост

Постоји група материјала код којих специфични електрични отпор, а тиме и њихов отпор, опада до вредности нула када су на температури испод одређене такозване критичне температуре ( $T_k$ ). Такве материјале називамо суперпроводницима, а појаву суперпроводљивост. Обично, за већину материјала, то се дешава на неколико келвина изнад апсолутне нуле. Такви материјали омогућавају да струја кроз њих тече без губитака. Суперпроводници не само што показују сасвим другачије електрично понашање у односу на обичне проводнике, већ суперпроводљивост представља ново физичко стање материје. Први откривени суперпроводници били су метали, као што су жива и олово. Они постају суперпроводни само на веома ниској температури, близу апсолутне нуле. Касније, појава је откривена и код неких керамичких материјала, и то на вишој температури (90–135) К. То су високотемпературни суперпроводници. Суперпроводници имају велики значај у савременој технологији. Користе се за стварање веома јаких и стабилних магнетних поља, затим у проводним жицама без губитка електричне енергије, или конкретније, у медицинској дијагностици, транспорту, код квантних рачунара, акцелератора честица и друго.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Жица израђена од сребра има отпор од  $0,85\ \Omega$  на температури од  $25^{\circ}\text{C}$ . Жица се користи у уређају који при раду достиже температуру од  $125^{\circ}\text{C}$ . Температурни коефицијент отпора за сребро је  $0,0038\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

- Одреди електрични отпор жице на радној температури уређаја.
- Израчунај на којој температури ће отпор износити  $2,1\ \Omega$ .

#### Дато:

$R_1 = 0,85\ \Omega$ ,  $t_1 = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $t_2 = 125\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  
 $\alpha = 0,0038\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ ,  $R_3 = 2,1\ \Omega$

#### Тражи се:

- $R_2$  – ?, б)  $t_1$  – ?.

#### Решење:

а) Сагласно формули за отпор жице у зависности од њене температуре, можемо записати отпор жице на обе температуре:  $R_1 = R_0(1 + \alpha t_1)$ ,  $R_2 = R_0(1 + \alpha t_2)$ . Изражавајући отпор жице на  $0^{\circ}\text{C}$  из прве једначине и заменом у другу, добијамо:



$$R_2 = \frac{R_1}{(1 + \alpha t_2)} (1 + \alpha t_2) = 1,17 \Omega.$$

б) Да бисмо нашли температуру на којој ће жица имати отпор  $R_3 = 2,1 \Omega$ , записујемо једначину  $R_3 = R_0 (1 + \alpha t_3)$ , одакле за температуру добијамо:  $t_3 = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{R_3}{R_0} - 1 \right)$ . отпор жице на  $0^\circ\text{C}$  као и у случају под а) и заменом у последњу једначину, добијамо:

$$t_3 = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{R_3}{R_1} (1 + \alpha t_1) - 1 \right) = 412^\circ\text{C}.$$



### НАУЧИ ВИШЕ

Физичка величина једнака реципрочној вредности специфичног електричног отпора представља специфичну електричну проводљивост:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

Специфичну електричну проводљивост означавамо са  $\sigma$  (чита се „сигма“), а основна јединица мере је  $(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ . Та величина је карактеристика материјала и показује колико лако се носиоци наелектрисања крећу кроз материјал. Већа вредност  $\sigma$  значи да је тај материјал добар проводник струје. Специфична електрична проводљивост јавља се као константа пропорционалности у једној важној формули. Према тој формули, густина струје је директно пропорционална јачини електричног поља у проводнику:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}.$$

Овај израз показује да микроскопска својства одређена структуром проводника ( $\sigma$ ) утичу на макроскопске ефекте (густину струје). Значи, електрична струја није изолована појава. Она је резултат дејства електричног поља на носиоце наелектрисања у материјалу, односно колективни резултат кретања огромног броја честица које преносе наелектрисање. Ефекти електричне струје одмах су видљиви, по успостављању затвореног струјног кола, јер се електрично поље успоставља веома брзо. На пример, након укључивања прекидача, ми одмах примећујемо светлост сијалице.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Зашто се електрични каблови могу загрејати када кроз њих тече струја?
2. На који начин фен, када га повежемо у струјно коло, брзо загрева ваздух?
3. Да би се израдио отпорник отпора од  $3,5 \Omega$ , треба употребити бакарну жицу површине попречног пресека  $0,8 \text{ mm}^2$ . Колика треба да буде дужина жице ако специфични отпор бакра износи  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ? (Решење:  $l = 165 \text{ m}$ )
4. Проводна жица од бакра површине попречног пресека  $4 \text{ mm}^2$  треба да се замени проводном жицом од алуминијума, али притом укупни отпор проводника треба да остане исти. Колика треба да буде површина попречног пресека алуминијумске жице ако је специфичан отпор бакра  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ , а алуминијума  $2,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ? (Решење:  $S = 6,6 \text{ mm}^2$ )
5. Два проводника су израђена од различитих материјала. Специфични отпор првог материјала је двоструко већи од специфичног отпора другог. Површина попречног пресека првог проводника



је три пута већа од пресека другог. Одреди колика треба да буде дужина првог проводника ако је дужина другог 5 m, да би њихови електрични отпори били једнаки. (Решење:  $l_1 = 7,5 \text{ m}$ )

6. Отпор волфрамске жице у електричној сијалици износи  $18,0 \, \Omega$  на температури од  $300^\circ\text{C}$ . Колика ће бити температура жице када отпор порасте на  $96,0 \, \Omega$  ако је температурни коефицијент отпора волфрама  $0,0045 \, ^\circ\text{C}^{-1}$ ? (Решење:  $t = 1263 \, ^\circ\text{C}$ )

## 1.8. Омов закон за део и за цело струјно коло

Немачки физичар Георг Ом је у првој половини XIX века извршио низ експерименталних истраживања, на основу којих је формулисао закључке који су данас познати као Омови закони за струјно коло. Први закон се назива Омов закон за део струјног кола и описује зависност између јачине електричне струје и напона код пасивних елемената у струјном колу, као што су отпорник, потрошач или проводник. Други, Омов закон за цело струјно коло, осим пасивних елемената, укључује и активни елемент у колу, односно извор електромоторне силе, који може бити галвански елемент, батерија, генератор, соларна ћелија или други извор. Пасивни елементи у електричном колу претварају електричну енергију у друге врсте енергије (топлотну, светлосну, механичку и др.), док активни елементи врше обрнуту трансформацију, од другог вида енергије стварају електричну енергију. У част његовог доприноса, јединица за електрични отпор у Међународном систему јединица (SI) носи назив ом ( $\Omega$ ).



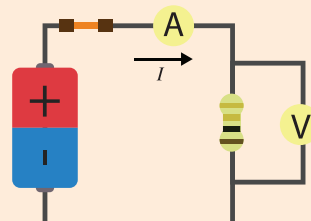
### АКТИВНОСТ 1.

#### Истраживање везе између напона и јачине струје.

Направи једноставно струјно коло са извором струје, прекидачем, отпорником, амперметром и волтметром. Амперметар повежи серијски са отпорником, а волтметар паралелно са отпорником, слика 1. За дати напон на крајевима отпорника који показује волтметар, прочитај јачину струје која тече кроз отпорник, коју показује амперметар. Податке уноси у табелу 1.

Електромоторну силу извора промени неколико пута, додавањем галванских елемената у серију или потенциометром. При свакој промени електромоторне силе прочитај вредности које показују волтметар и амперметар и унеси их у табелу. Затим израчунај количник напона на крајевима отпорника и јачине струје. Резултате истраживања прикажи на графику. На хоризонталној осу прикажи напон, а на вертикалној јачину струје. Добијени график представља зависност  $I = I(U)$ , тј. промену јачине струје при промени напона на крајевима отпорника. Да ли је добијена линија права или крива линија? Из графика одреди однос  $\frac{\Delta U}{\Delta I}$ .

Затим, омметром измери електрични отпор отпорника када кроз њега не тече струја и упореди га са средњом вредношћу резултата из последње колоне у табели.



Слика 1.

Струјно коло за истраживање везе између јачине и напона.

| $N$ | $U(\text{V})$ | $I(\text{A})$ | $\frac{U}{I} \left( \frac{\text{V}}{\text{A}} \right)$ |
|-----|---------------|---------------|--------------------------------------------------------|
| 1.  |               |               |                                                        |
| 2.  |               |               |                                                        |
| 3.  |               |               |                                                        |

Табела 1. Резултати мерења

## Омов закон за део струјног кола

Ом је дошао до закључка да је за део струјног кола (проводник, отпорник, потрошач) јачина струје која кроз њега тече директно пропорционална напону на његовим крајевима, односно:

$$I \sim U.$$

Овај израз показује да се са повећањем напона на крајевима отпорника повећава и јачина струје која тече кроз тај део струјног кола. Константа пропорционалности зависи од избора мерног система јединица. У СИ, та константа је реципрочна вредност електричног отпора тог дела кола. Сагласно овоме, Омов закон за део струјног кола може се записати формулом:

$$I = \frac{U}{R},$$

или речима: Јачина струје кроз део струјног кола је директно пропорционална напону на његовим крајевима. Константа пропорционалности одређена је електричним отпором у том делу кола. Из овог закона произлази и дефиниција јединице мере за електрични отпор. Из закона Ома следи

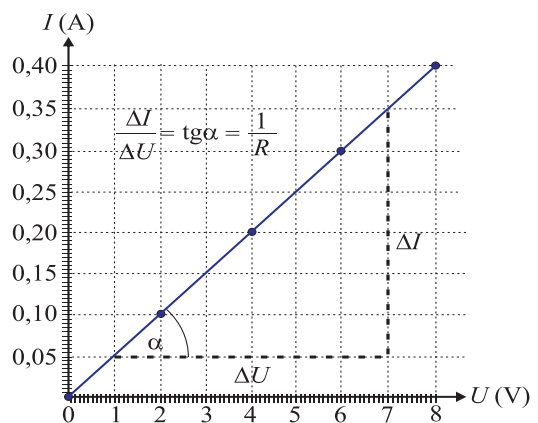
$$R = \frac{U}{I}, \text{ па је стога } 1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}.$$

Проводник има електрични отпор од један ом ако при напону на његовим крајевима од један волт, кроз њега тече струја јачине један ампер.

График који си нацртао користећи резултате мерења из Активности 1, треба да буде права линија, односно сличан графику са слике 2. Ако се права линија продужи надоле, пролазиће кроз координатни почетак. Коефицијент правца  $\frac{\Delta I}{\Delta U}$  једнак је реципрочној вредности електричног отпора отпорника, односно:  $\frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{1}{R}$ .

Графичка зависност  $I = I(U)$  за дати елемент у струјном колу (отпорник, потрошач и друго) називамо волт-амперска карактеристика. За елементе у струјном колу за које важи Омов закон, она је права линија, док је за неке елементе, као на пример диоду, неонске сијалице, сијалицу са влакном, волт-амперска карактеристика крива линија, што показује да код њих отпор зависи од пада напона на њиховим крајевима.

Видели смо да је један начин да се промени јачина електричне струје у делу струјног кола промена напона тог дела. Али, у неким случајевима, као што су електрична кола у домаћинствима, напон се не мења. Поставља се питање: како се може променити јачина струје у неком проводнику или потрошачу ако је напон на његовим крајевима константан? У том случају, сагласно Омовом закону, може се мењати отпор проводника, а то подразумева коришћење другог материјала, промену дужине или попречног пресека.

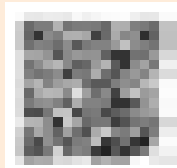


Слика 2. График на зависности  $I = I(U)$



### АКТИВНОСТ 2.

Визуелни начин приказивања Омовог закона за део струјног кола дат је преко интерактивне симулације „Омов закон“ на интернет-страници <https://phet.colorado.edu/mk/simulations/ohms-law>. Истражуј како се може променити јачина струје која тече кроз дати проводник. У симулацији, прво мењај пад напона при константном електричном отпору отпорника и посматрај како се мења јачина струје



која кроз њега тече. Затим, при константној вредности напона на крајевима отпорника, мењај отпор отпорника и поново забележи промене јачине струје.

**РЕШЕН ПРИМЕР 1.**

Потрошач који има отпор  $55 \Omega$  повезан је на извор напона од  $24 \text{ V}$ .

а) Одреди јачину струје која протиче кроз потрошач.

б) Израчунај на који напон треба повезати потрошач да би кроз њега текла струја јачине  $1 \text{ A}$ , при непромењеном отпору.

**Дато:**

$$R = 55 \Omega, \quad U = 24 \text{ V}, \quad I_1 = 1 \text{ A}$$

**Тражи се:**

а)  $I - ?$ , б)  $U_1 - ?$

**Решење:**

а) Из Омовог закона за део струјног кола  $I = \frac{U}{R}$  за јачину струје кроз потрошач добија се  $I = 0,44 \text{ A}$ .

б) Такође, из Омовог закона следи да  $U_1 = I_1 \cdot R = 55 \text{ V}$ .

**РЕШЕН ПРИМЕР 2.**

На графику су дате волт-амперске карактеристике за два потрошача. Одреди отпор сваког од њих.

**Дато:**

график  $I = I(U)$  за два потрошувачи.

**Тражи се:**  $R_1 - ?$  и  $R_2 - ?$

**Решење:**

Знајући да је коефицијент правца праве  $\frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{1}{R}$  из графика можемо израчунати  $\frac{\Delta U}{\Delta I} = R$ .

Из графика за први потрошач (график црвене боје) ако се израчуна количник  $\frac{\Delta U}{\Delta I}$  количник

ће добити вредност  $R_1 = 20 \Omega$ .

На исти начин, за други потрошач ћемо добити  $R_2 = 40 \Omega$ .

**Омов закон за цело струјно коло**

Струја која тече у затвореном струјном колу, тече и кроз извор струје. Извор је активни елемент који обезбеђује енергију да се на његовим крајевима одржава разлика потенцијала (ЕМС). У зависности од врсте извора, унутар њега сила неелектричне природе преноси наелектрисања од једног до другог пола извора. Пошто наелектрисања у извору пролазе кроз неки материјал, то кретање није без сметњи. Тако, осим отпора у спољашњем делу струјног кола, постоји и унутрашњи отпор извора. Он је присутан код свих галванских елемената, као што су батерије, акумулатори, генератори и соларне

ћелије. Унутрашњи отпор извора означавамо са  $r$ , а на електричној шеми га представљамо малим отпорником постављеним близу извора и сматрамо га делом извора, слика 3.

Формула која даје математички израз Омовог закона за цело струјно коло је:

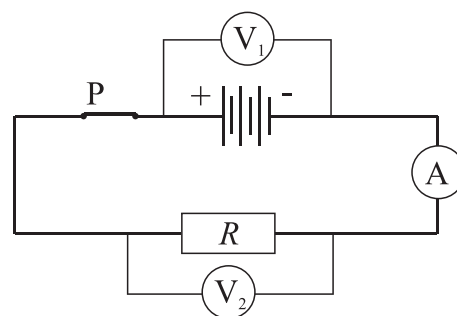
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где је  $I$  јачина струје кроз коло,  $\varepsilon$  е ЕМС извора,  $R$  отпор у спољашњем делу кола и  $r$  унутрашњи отпор извора. Ако се узме у обзир укупан отпор у колу (унутрашњи и спољашњи), тада је јачина струје директно пропорционална ЕМС извора. Константа пропорционалности одређена је својствима извора (његовим унутрашњим отпором) и својствима компоненти у спољашњем делу кола (отпором пасивног елемента у колу).

Осим променом ЕМС извора, јачина струје у колу може се мењати променом отпора у спољашњем делу кола  $R$ . Свој утицај на струју има и унутрашњи отпор извора. Са повећањем спољашњег отпора, струја се смањује, али исто се дешава и када се повећава унутрашњи отпор. Посебно је важно знати да се унутрашњи отпор батерије повећава њеним коришћењем и пражњењем.

## Напон и пад напона

Када струја тече кроз коло, нека енергија неелектричне природе у извору претвара се у електричну енергију и на рачун те енергије преносе се наелектрисања од једног до другог пола извора. Разлика потенцијала два пола извора при отвореном струјном колу назива се електромоторна сила извора или напон извора. Када струја тече кроз неки елемент у колу, у којем се електрична енергија претвара у други вид енергије, разлику потенцијала између крајева потрошача означавамо као пад напона. Кад кажемо „напон потрошача“, заправо мислимо на пад напона на том потрошачу, односно на разлику потенцијала на његовим крајевима. Пад напона постоји и у извору струје због унутрашњег отпора извора. На слици 4 приказано је струјно коло у којем се волтметром мери електромоторна сила извора и пад напона на отпорнику.



Слика 4. Мерење разлике потенцијала

Према Омовом закону за цело струјно коло, ако је спољашњи отпор нула, односно када постоји кратак спој, струја постаје максимална и њена вредност може се израчунати формулом:

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}.$$

У том случају, струја тече само кроз извор, па при кратком споју тече највећа струја.

Када извор није повезан у коло или је, пак, прекидач отворен (отворено коло), напон између његових полова једнак је његовој ЕМС, односно:

$$U_{\varepsilon} = \varepsilon.$$

Када кроз извор тече струја, напон који добија потрошач смањује се због унутрашњег отпора  $r$ , при чему важи:

$$U = \varepsilon - Ir.$$

Код старе или коришћене батерије као хемијског извора струје, због тога што се реагенси троше, концентрација електролита се мења, на електродама настају изолациони слојеви итд., унутрашњи отпор извора се повећава, па се пад напона на потрошачу смањује и зато уређаји не могу правилно да раде.



## РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Извор струје са ЕМС од 12 V и унутрашњим отпором од 1,0  $\Omega$  повезан је са отпорником чији је отпор 9,0  $\Omega$ . Израчунати:

- Јачину струје у колу.
- Пад напона у спољашњем делу струјног кола.
- Пад напона у унутрашњем делу кола (извору струје).

**Дато:**

$$\varepsilon = 12 \text{ V}, r = 1,0 \Omega, R = 9,0 \Omega$$

**Тражи се:**

- $I$  – ?, б)  $U_n$  – ?, в)  $U_\varepsilon$  – ?

**Решење:**

а) Из Омовог закона за цело струјно коло, јачина струје је  $I = 1,2 \text{ A}$ .

б) Из израза  $U_n = I \cdot R$  добијамо  $U_n = 10,8 \text{ V}$ .

в) Из израза  $U_\varepsilon = I \cdot r$  добијамо  $U_\varepsilon = 1,2 \text{ V}$ .



## РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Извор електромоторне силе са ЕМС од 4,5 V и унутрашњим отпором од 0,25  $\Omega$  спаја се кратко. Израчунати јачину струје при кратком споју.

**Дато:**

$$\varepsilon = 4,5 \text{ V}, r = 0,25 \Omega$$

**Тражи се:**

$$I_{ks} - ?$$

**Решење:**

Из формуле која даје Омов закон за цело струјно коло, јачина на струјата прикколо, јачина струје при  $R = 0 \Omega$  е  $I_{ks} = \frac{\varepsilon}{r}$ , одакле прорачун даје  $I_{ks} = 18 \text{ A}$ .



## ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

Резистивни екран на додир је једноставна, али веома практична технологија која ради на основу притиска и промене јачине електричне струје у самом екрану. Он је изграђен од два танка и флексибилна слоја прекривена провидним отпорним материјалом, постављена веома близу један другом, али раздвојена микроскопским растојањима. У нормалном стању слојеви се не додирују. Када корисник притисне прстом или оловком, горњи слој се благо савија и додирне доњи слој. У тренутку успостављања контакта, на том малом месту мења се електрична струја која тече по површини отпорног слоја (слика).

Управо ту се примењује Омов закон, јер контролер одређује тачку додира преко мерења напона и струје која протиче кроз отпорни слој. Свака позиција на екрану, при додиру дуж слоја, има различит електрични отпор, па уз мале промене напона и јачине струје, контролер израчунава тачне координате  $x$  и  $y$  места где су се спојили слојеви.

Захваљујући овом принципу, резистивни екрани функционишу са сваким физичким предметом, као на пример, прстом, оловком, па чак и рукавицом, што их чини посебно корисним у индустријским уређајима, банкоматима и код навигационих система који морају радити у различитим условима. Едукативни видео можете погледати на линку испод.

<https://www.bing.com/videos/riverview/relatedvideo?q=how+touch+screen+technology+works+in+physics+explanation&mid=3E44E17E9FEBAC467A543E44E17E9FEBAC467A54&FORM=VIRE>





## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. При кратком споју јачина струје у колу има велику вредност. Ако је отпор у спољашњем делу кола нула, запиши формулу према којој можемо израчунати максималну јачину струје при кратком споју.
2. Како се мења јачина струје која тече кроз потрошач ако се унутрашњи отпор извора повећава?
3. Електрични грејач повезан је на напон од 125 V и кроз њега тече струја јачине 4 A. Израчунај отпор грејача и одреди колика ће бити јачина струје ако се напон повећа на 150 V, претпостављајући да се отпор не мења. (Решење:  $R = 31,3 \Omega$ ,  $I_1 = 4,8 \text{ A}$ )
4. Израчунај разлику потенцијала на крајевима бакарне жице дужине 15 m и површине попречног пресека  $1 \text{ mm}^2$  ако кроз жицу тече струја јачине 6 A. Специфични отпор бакра је  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ . Израчунај колики напон ће бити потребан да кроз исту жицу протекне струја јачине 10 A. (Решење:  $U = 1,53 \text{ V}$ ,  $U_1 = 2,55 \text{ V}$ )
5. Батерија са ЕМС од 9 V и унутрашњим отпором од  $0,8 \Omega$  повезана је са потрошачем. Израчунај отпор потрошача ако кроз коло тече струја јачине 1,5 A. Сада, израчунај пад напона у спољашњем делу кола. (Решење:  $R = 5,2 \Omega$ ,  $U = 7,8 \text{ V}$ )
6. Батерија са ЕМС од 7,2 V и унутрашњим отпором од  $0,6 \Omega$  повезана је са отпорником чији је отпор 3,4  $\Omega$ . Израчунај јачину струје у колу. Затим, одреди колики ће бити напон на половима батерије при овом оптерећењу. (Решење:  $I = 1,8 \text{ A}$ ,  $U = 6,12 \text{ V}$ )
7. Извор струје са ЕМС од 5 V има унутрашњи отпор од  $2 \Omega$ . Извор се повезује са отпорником чији се отпор може мењати. Отпор постављамо на вредност тако да напон на његовим крајевима буде 3 V. Израчунати јачину струје у колу и вредност отпора за овај случај. (Решење:  $I = 1 \text{ A}$ ,  $R = 3 \Omega$ )

## 1.9. Кирхофова правила

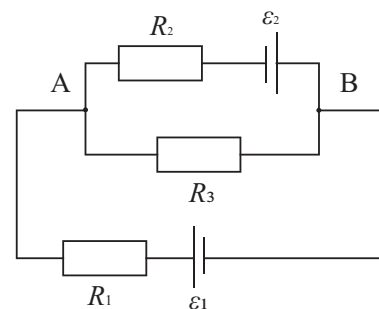
Једноставна струјна кола су корисна за објашњавање и разумевање електромоторне силе извора, пада напона на отпорницима и јачине струје која тече у струјном колу. Међутим, у стварности се најчешће срећу сложена струјна кола. Њихова сложеност произлази из практичних захтева у грађевинарству, електротехници, енергетици и индустрији, где је потребна сигурна електрична инсталација, висок ниво безбедности и могућност додавања нових потрошача. За пројектовање и анализу сложених струјних кола, Омови закони за део и за цело струјно коло нису довољни. Зато се позивамо на Кирхофова правила која представљају једне од најфундаменталнијих алата за анализу струјних кола. Кирхофова правила су директна последица најопштијих закона одржања у природи и имају кључну улогу у физици, електротехници и у електроници, енергетици, аутоматици, као и у роботизици, комуникацијама.

Кирхофова правила формулисао је немачки физичар Густав Роберт Кирхоф 1845. године, док је радио на семинарском раду током студија. Он је формулисао два независна, али међусобно повезана правила. Пре него што размотримо Кирхофова правила, треба имати у виду претпоставке да су проводне жице идеалне (са занемарљиво малим отпором у односу на отпор потрошача) и, ако није посебно наглашено, сматраћемо да је извор струје идеалан, тј. да му је унутрашњи отпор нула. На слици 1 дата је шема једног сложеног струјног кола. Прво да објаснимо појмове који се срећу при анализи сложеног струјног кола:

- **Чвор** (или чворна тачка) је место где се спајају најмање три проводника. То је тачка која је на одређеном електричном потенцијалу. Струјно коло на слици 1 има две чворне тачке, А и В.
- **Грана** је део кола између два чвора, или то је пут по којем се струја креће од једног до другог

чвора. У једном чвору се спајају најмање три гране. На слици 1 има три гране:  $AR_2\varepsilon_2B$ ,  $AR_3B$  и  $B\varepsilon_1R_1A$ .

- **Затворена контура** је затворена путања у струјном колу по којој можемо да се крећемо и вратимо у исти чвор. Свака нова контура треба да садржи бар једну грану која не припада претходним затвореним контурама. У струјном колу на слици 1 постоје две независне затворене контуре:  $AR_2\varepsilon_2BR_3A$  и  $AR_3B\varepsilon_1R_1A$ . Број независних затворених контура ( $K$ ) у датом струјном колу је број грана ( $G$ ), минус број чворова ( $J$ ), плус 1, или:  $K = G - J + 1$ .



Слика 1.

Сложено струјно коло.

## Прво Кирхофово правило

Ово правило је директна последица закона одржања количине електрицитета. Електрично наелектрисање не може ни да настане, ни да нестане у чвору, зато колико наелектрисање уђе у дати чвор у јединици времена, толико наелектрисања мора и да изађе из чвора у јединици времена. То се примењује на дати чвор и познато је још и као правило струја. Према њему, алгебарски збир јачина свих струја које улазе и излазе из једног чвора једнак је нули:

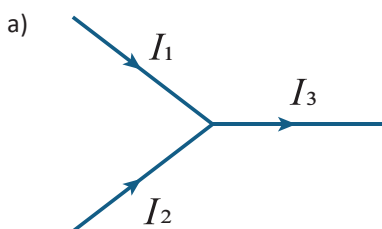
$$\sum_{i=1}^n I_i = 0,$$

каде што  $I_i$  јачина сваке од струја које улазе или излазе из истог чвора, ако у чвор улази или излази укупно  $n$  струја. При томе, струје које улазе у дати чвор узимамо са знаком плус, а оне које излазе из истог чвора са знаком минус. Прво Кирхофово правило може се изразити и на следећи начин: **збир струја које улазе у један чвор једнак је збиру струја које излазе из истог чвора:**

$$\sum I_{\text{излазе}} = \sum I_{\text{улазе}}.$$

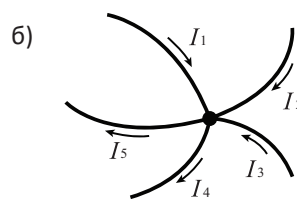
При анализи струјног кола, за сваки чвор пише се посебна једначина за прво Кирхофово правило. На пример, ако у један чвор улазе две струје, а излази само једна (слика 2а), тада важи  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$  или  $I_1 + I_2 = I_3$ . На слика 2б е даден пример каде што во еден јазол влегуваат три струи, а излегуваат две.

## Друго Кирхофово правило



Слика 2.

а) чвор у који улазе и излазе укупно три струје. б) чвор у који улазе и излазе укупно пет струја



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

Ово правило произлази из закона одржања енергије и примењује се за дату затворену контуру која је део сложеног струјног кола. Према овом закону, енергија коју обезбеђују извори струје (галански елемент, батерија, генератор и сл.) једнака је енергији која се ослобађа у потрошачима и другим елементима кола. Та енергија је најчешће топлотна, механичка, електромагнетна или енергија складиштена у електричним и магнетним пољима.

Математички израз за Друго Кирхофово правило каже да је алгебарски збир свих електромоторних сила једнак алгебарском збиру свих падова напона дуж било које затворене контуре у датом струјном колу:

$$\sum_i \varepsilon_i = \sum_i I_i R_i.$$





## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

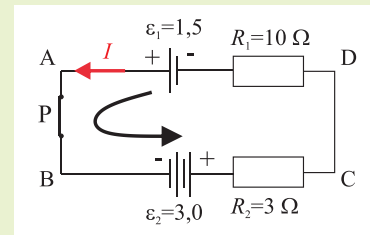
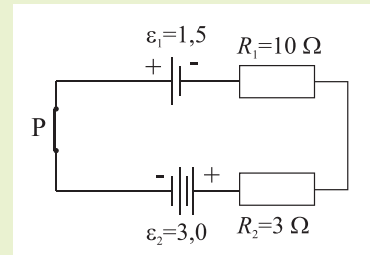
Израчунај јачину струје која тече кроз коло приказано на слици.

**Решење:** У колу нема разграновања струје, тј. нема чворне тачке. За произвољан смер обиласка контуре узимамо смер ABCDA, смер супротан од смера кретања казаљке на сату. За смер струје узимамо исти смер којим обилазимо контуру. Друго Кирхофово правило за дату контуру је:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = IR_1 + IR_2,$$

одакле за јачину струје добијамо:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = 0,35 \text{ A}.$$



Чланови у алгебарском збиру са обе стране једначине могу имати позитиван или негативан знак. Ради конзистентности и недвосмислености при анализи датог струјног кола, договорени су поступци за примену другог Кирхофовог правила:

- На шеми електричног кола означавамо све познате и непознате величине.
- За сваку струју која тече кроз гране кола одређујемо произвољан смер струје, следећи нашу интуицију и знање о струјама и напонима.
- За сваку независну контуру одређујемо произвољан смер обиласка по њој, у смеру кретања казаљке на сату или супротно од тог смера.
- При записивању математичког израза другог Кирхофовог правила за дату контуру, ЕМС има знак плус ако се при обиласку контуре прво наиђе на негативни, а потом на позитивни пол извора. ЕМС има негативан знак ако се прво наиђе на позитивни, а потом на негативни пол извора.
- Исто тако, дати пад напона у једначини има знак плус ако је произвољан смер обиласка по контури исти са произвољним смером струје кроз тај потрошач. Ако су та два смера супротна, тада тај пад напона има знак минус.



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Запиши математичке изразе за прво и за друго Кирхофово правило за струјно коло дато на слици.

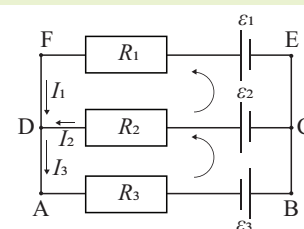
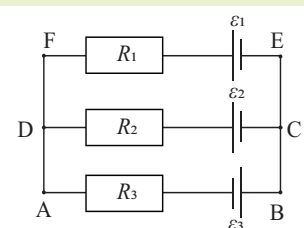
**Решење:** Прво одређујемо произвољан смер обиласка контуре. У конкретном случају, за обе контуре смерови су узети супротно смеру кретања казаљке на сату. Затим задајемо смер тока струја у свакој грани.

За чвор у тачки D записујемо прво Кирхофово правило:  $I_1 + I_2 = I_3$ .

Друго Кирхофово правило за сваку од контура је:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 \text{ за контуру DCEFD и:}$$

$$\varepsilon_3 + \varepsilon_2 = I_3 R_3 + I_2 R_2 \text{ за контуру ABCDA.}$$



Кирхофова правила омогућавају анализу сложених струјних кола у којима има више извора и више потрошача. Комбинована примена оба правила даје систем линеарних алгебарских једначина које описују струјно коло. За решавање система, потребно је онолико независних једначина колико има непознатих величина у њима. Решење система даје вредности за непознате величине, као што су јачина струје у гранама, унутрашњи отпор извора, електромоторна сила извора и слично.

Уколико у решењу система једначина за дату јачину струје добијемо негативну вредност, то значи да је у реалном струјном колу смер те струје обрнут од произвољно изабраног смера за ту струју. Ако добијемо негативну вредност за дату ЕМС, тада је или поларитет извора у реалном колу обрнут или, пак, он не ради као извор, већ ради као потрошач. Реалан пример би било пуњење батерије или акумулатора.



## РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Изрчунај јачину струје кроз сваку од грана у колу на слици 1 ако је  $\varepsilon_1 = 12 \text{ V}$ ,  $\varepsilon_2 = 6 \text{ V}$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 4 \Omega$  и  $R_3 = 2 \Omega$ . Запиши математичку формулу за друго Кирхофово правило уколико извор ЕМС означен са  $\varepsilon_1$  има унутрашњи отпор  $r$ .

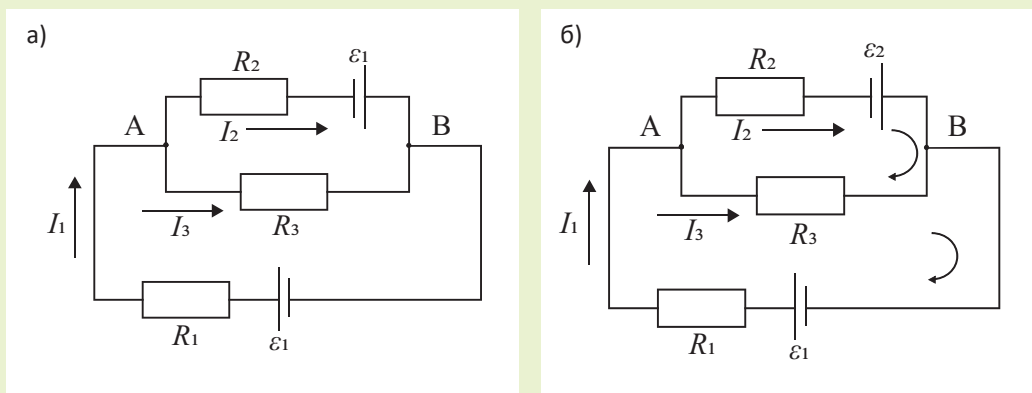
**Решење:** На слици 3а, осим симбола елемената у колу, дат је претпостављени произвољан смер струје за три гране кола. За чворну тачку А, прво Кирхофово правило може се записати као:

$$I_1 = I_2 + I_3, \quad (1)$$

На слици 3б дат је изабрани произвољан смер обиласка контура. Друго Кирхофово правило правило за контуре  $AR_2\varepsilon_2BR_3A$  и  $AR_3B\varepsilon_1R_1A$  гласи:

$$\varepsilon_2 = -I_3R_3 + I_2R_2, \quad (2)$$

$$\varepsilon_1 = I_1R_1 + I_3R_3. \quad (3)$$



Слика 3. а) Струјно коло са произвољним смеровима струја  
б) Струјно коло са произвољним смером обиласка по контурама

Једначине (1), (2) и (3) представљају систем од три једначине са три непознате. Њиховим решавањем налазимо јачину струје кроз сваку грану, при чему добијамо:  $I_1 = 1,24 \text{ A}$ ,  $I_2 = 1,41 \text{ A}$ ,  $I_3 = -0,18 \text{ A}$ . Негативна вредност јачине струје  $I_3$  показује да струја тече у супротном смеру од претпостављеног смера.

Ако извор ЕМС  $\varepsilon_1$  има унутрашњи отпор  $r$ , тада ће једначина (3) гласити:

$$\varepsilon_1 = I_1R_1 + I_3R_3 + I_1r.$$

При разматрању оваквог случаја са унутрашњим отпором извора, на десној страни израза за друго Кирхофово правило, треба додати и члан за пад напона извора, у општем случају  $I \cdot r$ , у којем је  $I$  јачина струје која тече кроз извор ЕМС.



## ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

Примена Кирхофових правила у кућним електричним инсталацијама и уређајима много је шира него што изгледа на први поглед. Иако корисник обично „види“ само прикључке, прекидаче и уређаје, иза њиховог сигурног и правилног рада стоји пројектовање, планирање и анализа која укључује Омове законе и Кирхофова правила. За све разводне кутије, прикључке, материјале, врсте проводника и уређаје врши се пројектовање, избор материјала, прорачуни безбедности, тестирање и одржавање. Ако пројектанти, инжењери и електричари не поштују правила и законе, постоји опасност од електричног преоптерећења, прегревања, испада у мрежи, губитака енергије, пожара и других непожељних појава.

Кирхофова правила представљају мост између фундаменталне физике и практичне електротехнике. Она говоре о важности и моћи закона одржања и њиховој примени у реалним системима. Кирхофова правила су основа за анализу сложених електричних мрежа, дизајн електроенергетских система, прорачун јачине струја и напона у индустријским инсталацијама. Користећи аналогију, многи процеси у природи могу се моделирати преко Кирхофових правила. Ту се пре свега мисли на топлотна кретања, процесе у динамици флуида, затим мреже и мрежне моделе у статистичкој физици, неуронске мреже и друге моделе у биофизици.

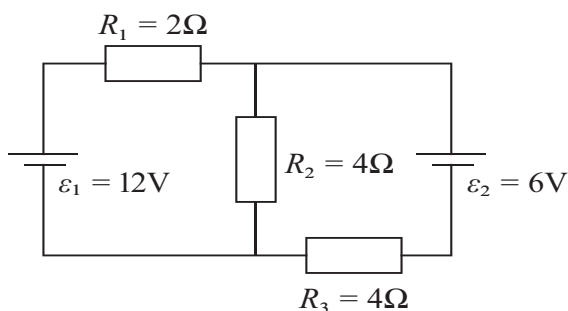
Иако су Кирхофова правила веома општа, она нису апсолутно универзална и без ограничења услова под којима могу да се примене. Она важе за струјна кола у којима су промене струје и напона релативно споре. Не важе за кола са високофреквентним струјама, као што има у микроталасној техници, затим у случајевима када се у колу појављују променљива магнетна поља, у системима за пренос електричне енергије и друго. Анализа струјних кола и примена Кирхофових правила у таквим случајевима укључује одређене корекције у прорачунима.



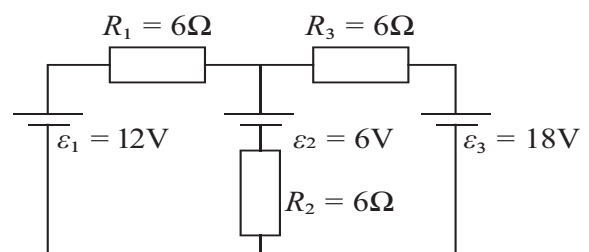
## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Која је разлика између једноставних и сложених струјних кола?
2. Који су основни појмови код сложеног струјног кола, а који су важни за њихову анализу?
3. Из којих фундаменталних закона природе су изведена Кирхофова правила?
4. Запиши математичке изразе за Кирхофова правила и исте их изрази речима.

а)



б)



(Решење: а) 2,25 А; 1,875 А; 0,375 А; б) 0 А; 1 А; 1 А)

## 1.10. Везивање отпорника

При анализи струјних кола у којима је повезано више отпорника, јачина струје, напон и отпор одређују се применом Омових закона и Кирхофових правила. Свако сложено струјно коло можемо поједноставити ако се више отпорника замени једним отпорником чији је отпор еквивалентан отпору замењених отпорника, односно има исту вредност као отпор тих отпорника. **Еквивалентни отпор** је отпор отпорника који може заменити два или више отпорника. При томе, поједностављено коло у које је повезан еквивалентни отпор понаша се исто као сложеније струјно коло у које је било повезано више отпорника. Кроз поједностављено струјно коло при истој електромоторној сили извора, тече струја исте јачине као и кроз сложено коло.

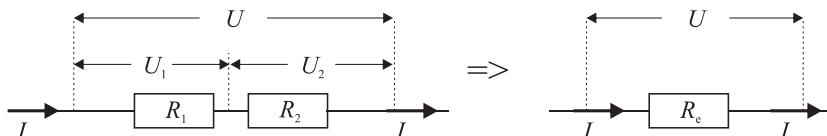
Сва струјна кола, било у електричним инсталацијама, електронским колима, струјним колима у електричним уређајима, представљају комбинацију **серијске и паралелне везе елемената у колу**. Познавање серијског и паралелног везивања отпорника (потрошача) омогућава разумевање начина на који се распоређују струја, пад напона и енергија у елементима струјног кола. Зато ћемо проучити два основна начина везивања отпорника: **серијско и паралелно**. Начин повезивања одређује јачину струје која кроз њих пролази, као и пад напона на крајевима отпорника. Закључци о везивању отпорника важе и за везивање потрошача.

### Серијско везивање отпорника

Серијско везивање отпорника значи да су они поређани у низ, при чему се струја у колу не разграђава и кроз све отпорнике тече струја исте јачине. На пример, за два отпорника везана серијски, као што је приказано на слици 1, можемо записати:

$$I_1 = I_2 = I.$$

Овај закључак је последица Закона одржања наелектрисања, који каже да се наелектрисање не може накупити или нестати у некој тачки кола, па исто наелектрисање које уђе у неки отпорник у јединици времена мора и да изађе из тог отпорника за јединицу времена.



Слика 1. Серијски везани отпорници замењују се отпорником еквивалентног отпора.

Према другом Кирхофовом правилу, збир падова напона на свим отпорницима везаним у серију ( $U_1$  и  $U_2$  слика 1) треба да буде једнак укупном паду напона на крајевима тих отпорника ( $U$ ):

$$U = U_1 + U_2.$$

Ако применимо Омов закон за део струјног кола, односно ако израчунамо падове напона на сваком отпорнику и пад напона на еквивалентном отпорнику ( $U_i = IR_i$ ), добијамо

$$IR_e = IR_1 + IR_2,$$

одакле, делењем целог израза јачином струје кроз коло, добијамо:

$$R_e = R_1 + R_2.$$

што представља формулу за израчунавање еквивалентног отпора два серијски везана отпорника.

У општем случају, можемо записати:

$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i.$$

што значи, **еквивалентни отпор серијски везаних отпорника је збир отпора појединачних отпорника**. Еквивалентни отпор серијски везаних отпорника већи је и од највећег отпора у серији.

Према првом Омовом закону ( $U_i = IR_i$ ), отпорник већег отпора има већи пад напона.

Свако додавање отпорника у серију са отпорницима повећава еквивалентни отпор, а тиме се смањује јачина струје у колу:

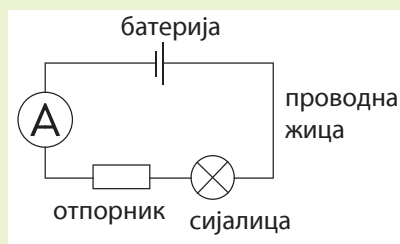
$$I = \frac{U}{R_e}$$

На пример, ако су две сијалице везане серијски, због тога што укупни отпор расте, јачина струје се смањује и оне ће светлети слабије у поређењу са случајем када је повезана само једна сијалица. Код серијског везивања отпорника или потрошача, ако се неки део кола прекине, тада кроз њега престаје да тече струја.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

У струјном колу на слици серијски су везани отпорник чији је отпор  $10 \Omega$  и сијалица непознатог отпора. Амперметар показује јачину струје од  $0,4 \text{ A}$ . Ако је напон галванског елемента  $12 \text{ V}$ , израчунај отпор сијалице. Унутрашњи отпор извора занемарујемо, а такође и температура-не промене отпора сијалице. Амперметар има занемарљиво мали унутрашњи отпор.

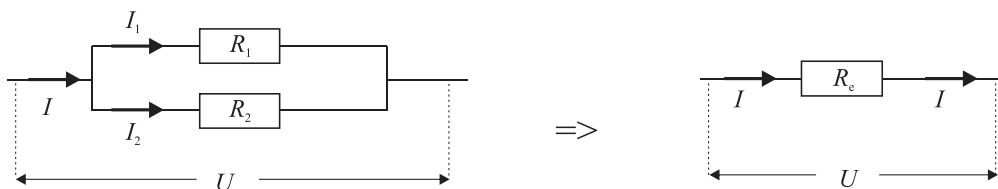


|                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дато:</b><br>$R_1 = 10 \Omega$ ,<br>$I = 0,4 \text{ A}$ ,<br>$U = 12 \text{ V}$ | <b>Решење:</b><br>Из услова задатка и начина на који су везани отпорник и сијалица, еквивалентни отпор у струјном колу је $R_e = R_1 + R_2$ . Напон извора је $U = I \cdot R_e$ , односно $U = I \cdot (R_1 + R_2)$ што представља једначину са једном непознатом. |
| <b>Тражи се:</b><br>$R_2 - ?$                                                      | Ако се из ње изрази непознати отпор сијалице, добијамо $R_2 = \frac{U}{I} - R_1$ . Заменим познатих вредности за отпор сијалице, добија се $R_2 = 20 \Omega$ .                                                                                                     |

## Паралелно везивање отпорника

Код паралелног везивања, сви отпорници су повезани између истих две тачке (чворова) у струјном колу, односно њихови крајеви су директно прикључени на половине извора. Због тога, разлика потенцијала између крајева сваког отпорника је једнака и напон сваког отпорника је исти и једнак напону извора:

$$U_1 = U_2 = U.$$



**Слика 2.** Паралелно везани отпорници замењују се отпорником еквивалентног отпора

Ако у колу постоји паралелна веза, тада се струја разгранује, слика 2. У свакој грани кола, јачина струје зависи од отпора у одговарајућој грани, при чему важи Прво Кирхофово правило:

$$I = I_1 + I_2.$$

Према Омовом закону за део струјног кола  $I_i = \frac{U}{R_i}$ , произлази да ће јача струја тећи кроз гране мањег отпора. Заменом ове формуле, у формулу за струје добијамо:

$$\frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}.$$

Ако обе стране овог израза поделимо напоном, добићемо:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Ова једначина повезује еквивалентни отпор два паралелно везана отпорника са њиховим отпорима. У општем случају, за паралелно везане отпорнике, можемо записати израз:

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

према којем је реципрочна вредност еквивалентног отпора паралелно везаних отпорника збир реципрочних вредности појединачних отпора. За случај два отпорника везана паралелно, њихов еквивалентни отпор:

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

При паралелном везивању отпорника, еквивалентни отпор увек је мањи и од најмањег отпора укљученог у паралелну везу. Додавање нове паралелне гране смањује еквивалентни отпор, а то значи да повећава јачину струје која тече кроз неразгранати део кола.

У струјном колу са две сијалице повезане паралелно, пад напона на свакој од сијалица је исти. Пошто је струјно коло разгранато, ако једна од сијалица прегори, друга ће наставити да ради. Ова погледност паралелног везивања разлог је да сви уређаји у домаћинству буду повезани паралелно.



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

У струјном колу као што је приказано на слици 2, јачина струје у неразгранатом делу кола је 12 А. У првој грани повезан је отпорник отпора 3 Ω, а у другој грани отпорник отпора 9 Ω. Одреди:

- еквивалентни отпор у колу, б) напон извора,
- јачину струје која тече кроз сваки од отпорника.

**Дато:**

$$I = 12 \text{ А},$$

$$R_1 = 3 \text{ } \Omega,$$

$$R_2 = 9 \text{ } \Omega$$

**Тражи се:**

$$R_e - ?, U - ?,$$

$$I_1 - ?, I_2 - ?$$

**Решење:**

а) За два паралелно везана отпорника, еквивалентни отпор је  $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .  
Заменом вредности за отпоре, добијамо  $R_e = 2,25 \text{ } \Omega$ .

б) Ако је позната јачина струје у неразгранатом делу кола, онда је напон извора  $U = I \cdot R_e$ . Заменом бројних вредности, добили смо  $U = 27 \text{ В}$ .

в) Јачина струје у свакој од грана израчунава се помоћу Омовог закона за део струјног кола  $I_i = \frac{U}{R_i}$ . Заменом вредности, прорачуни дају:  $I_1 = 9 \text{ А}$  и  $I_2 = 3 \text{ А}$ .

## Повезивање амперметра у струјно коло

Амперметар је мерни инструмент који служи за мерење јачине електричне струје у колу или на неком његовом разгранатом делу. Да би правилно измерио јачину струје, амперметар мора бити прикључен тако да цела струја из изабране гране прође кроз њега.

**Амперметар се увек повезује серијски да би цела струја која пролази кроз ту грану прошла и кроз амперметар**

Амперметар је израђен тако да има веома мали унутрашњи отпор. То је важно јер мерни инструмент не треба да утиче на мерење јачине струје у колу. Ако амперметар има велики отпор, тада би представљао додатни отпорник у колу и утицао би на јачину струје у колу.

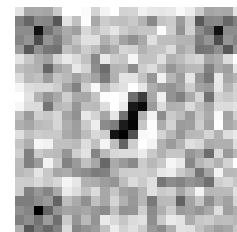
## Повезивање волтметра у струјно коло

Волтметар се користи за мерење разлике електричног потенцијала (напона) између две тачке у колу. Да би измерио разлику потенцијала на два краја отпорника, потрошача или извора струје, волтметар мора бити прикључен тако да „спаја“ те две тачке. **Зато се волтметар увек повезује паралелно са елементом кола чији пад напона мери.** Волтметар има веома велики унутрашњи отпор. Према Омовом закону за део струјног кола, на тај начин ће кроз њега тећи струја веома мале јачине, која се најчешће може занемарити.



### АКТИВНОСТ 1.

Помоћу интерактивне симулације **Повежи елементе у виртуелно струјно коло („Circuit Construction Kit: DC - Virtual Lab“)** <https://phet.colorado.edu/en/simulations/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab> истражуј серијско и паралелно везивање отпорника и потрошача (сијалица). У коло повежи још амперметар и волтметар. Помоћу Омових закона, израчунај отпор датог отпорника/потрошача. Затим исти поступак понови за два серијски, односно два паралелно везана отпорника/потрошача или, пак, истражуј комбиновану везу која укључује серијско и паралелно везивање.



### ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

У електричном фену за косу постоји грејач направљен од металне жице великог специфичног отпора и електромотор који окреће вентилатор. Да би се добила два режима рада (1 и 2), фен користи комбинацију серијског и паралелног повезивања различитих делова грејне жице. У режиму 1, струја пролази кроз већу ефективну дужину грејача, што значи већи укупни отпор, а већи отпор смањује јачину струје и грејач производи мање топлоте. У режиму 2, део жице се заобилази преко паралелне гране, чиме се смањује укупни електрични отпор у колу, дозвољавајући да тече струја веће јачине и да се грејач загрева много више.

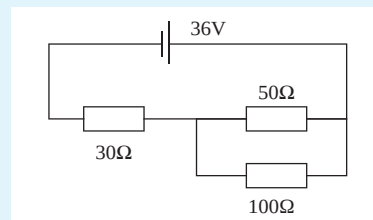
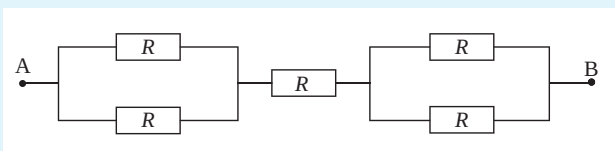
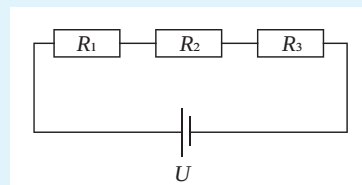


### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

- Објасни зашто је при паралелном везивању отпорника или потрошача напон свих грана исти.
- За два отпорника везана паралелно, еквивалентни отпор израчунавамо према формули  $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Запиши формулу према којој можеш израчунати еквивалентни отпор три отпорника везана паралелно. Отпор отпорника је  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ .



3. Како се распоређује струја по гранама при паралелном везивању отпорника?
4. Објасни како промена вредности једног отпорника у паралелној вези утиче на укупну струју извора.
5. У струјном колу на цртежу отпорници имају вредности  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 4 \Omega$  и  $R_3 = 6 \Omega$ . Напон на крајевима извора је  $U = 18 \text{ V}$ , а унутрашњи отпор извора је занемарљиво мали. Израчунај:
- Еквивалентни отпор кола,
  - Јачину струје која тече кроз коло,
  - Пад напона на сваком од отпорника.
- (Решење:  $R_e = 12 \Omega$ ,  $I = 1,5 \text{ A}$ ,  $U_1 = 3 \text{ V}$ ,  $U_2 = 6 \text{ V}$ ,  $U_3 = 9 \text{ V}$ )
6. Колики је еквивалентни отпор комбиновано везаних отпорника између тачака А и В ако сви отпорници имају исту вредност отпора  $R = 23 \Omega$ ? (Решење:  $46 \Omega$ )
7. Три отпорника су спојена у струјно коло као што је приказано на слици. Колика је јачина струје која тече кроз сваки отпорник и колики је пад напона на сваком отпорнику? Унутрашњи отпор извора занемарити.
- (Решење:  $I_1 = 0,57 \text{ A}$ ,  $I_2 = 0,38 \text{ A}$ ,  $I_3 = 0,19 \text{ A}$ ,  $U_1 = 17 \text{ V}$ ,  $U_2 = U_3 = 19 \text{ V}$ )



## 1.11. Везивање кондензатора

У лекцији 1.5 упознали смо се са кондензаторима и њиховом могућношћу да складиште наелектрисање. Даље, научили смо да су плоче разноимено наелектрисане и да се у простору између плоча ствара електрично поље, али смо разматрали и везу између наелектрисања кондензатора, напона који влада између његових плоча и капацитета кондензатора.

Када је кондензатор повезан са извором једносмерне струје, у веома кратком временском интервалу у струјном колу протиче струја. При томе, електрони се крећу само кроз извор и кроз проводнике, али не и кроз сам кондензатор, зато што између плоча постоји диелектрик, који не дозвољава проток електричне струје. Плоча која је повезана са негативним полом извора ЕМС прима електроне и постаје негативно наелектрисана. Истовремено, са плоче која је повезана са позитивним полом извора ЕМС, електрони се крећу ка позитивној електроди извора и као резултат тога, ова плоча, на којој недостају електрони, постаје позитивно наелектрисана. У простору између плоча ствара се електрично поље. Пуњење кондензатора наставља се све док се напон између плоча не изједначи са напонем извора, након чега струја потпуно престаје, па кажемо да је кондензатор напуњен.

У струјном колу са кондензатором и извором једносмерне струје, струја тече само док се кондензатор пуни. За то време, у електричном пољу које се ствара између његових плоча складишти се енергија. Та енергија се затим може ослободити, процес за који кажемо да представља пражњење кондензатора. Као пример, кондензатор у блиц-уређајима код фотоапарата, релативно споро се пуни, а затим ослобађа складиштену енергију за веома кратко време, стварајући интензиван светлосни импулс

који батерија сама не би могла толико брзо обезбедити. Овај пример је само један из низа где се свуда могу применити кондензатори. Али, они добијају још већи значај када се у струјном колу повеже више кондензатора. **Систем више везаних кондензатора назива се кондензаторска батерија.** У њој расподела напона, наелектрисања и количине складиштене енергије зависи од тога како су кондензатори повезани. Укупни капацитет кондензаторске батерије, који је једнак капацитету једног кондензатора који може заменити батерију, назива се **еквивалентни капацитет**. Слично као отпори, и кондензатори се вежу **серијски и паралелно**. Везивање више кондензатора у струјно коло где постоји и серијска и паралелна веза представља комбиновано везивање.

## Серијско везивање кондензатора

При серијском везивању кондензатора (слика 1), кондензатори се повезују један за другим тако да су само две крајње спољашње плоче прикључене на извор. Оне се наелектришу наелектрисањем  $+q$  и  $-q$ . Унутрашње плоче кондензатора међусобно су повезане проводником и наелектришу се инфлуенцијом. Прерасподела наелектрисања је таква да се на свакој унутрашњој плочи, због начина наелектрисавања, појављује иста количина електрицитета, али супротног знака од наелектрисања суседне плоче.



Слика 1. Серијски везани кондензатори замењују се кондензатором еквивалентног капацитета  $C_e$ .

Као резултат тога, сваки кондензатор повезан у серију пуни се истом по величини количином електрицитета  $q$ , независно од величине његовог капацитета. За два кондензатора капацитета  $C_1$  и  $C_2$ , повезана серијски, важиће формула:

$$q_1 = q_2 = q.$$

Укупни напон извора распоређује се међу кондензаторима:

$$U = U_1 + U_2.$$

Ако ја искористиме формулату што ги поврзува напонот на кондензаторот со количеството електрицитета на њему  $U = \frac{q}{C}$ , тада ће претходна формула за расподелу напона бити:

$$\frac{q}{C_e} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}.$$

Ако обе стране овог израза поделимо са  $q$  добија се

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

За еквивалентни капацитет  $n$  кондензатора везаних серијски, важи једначина:

$$\frac{1}{C_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Из једначине следи да је еквивалентни капацитет серијски везаних кондензатора увек мањи од најмањег појединачног капацитета у низу. Зато се, када је потребан мањи капацитет од оног који има један кондензатор, користи серијско везивање. Ако имамо  $n$  серијски везаних кондензатора, сваки истог капацитета ( $C$ ), тогаш важи равенката:  $C_e = \frac{C}{n}$ .



## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

ва кондензатора су спојена серијски и прикључена на напон од 150 V. Капацитет првог кондензатора износи 6  $\mu\text{F}$ , а количина електрицитета која је складиштена на њему је 720  $\mu\text{C}$ . Одреди капацитет другог кондензатора.

**Дато:**

$$U = 150 \text{ V}, C_1 = 6 \mu\text{F},$$

$$q_1 = 720 \mu\text{C}$$

**Тражи се:**

$$C_2 = ?$$

**Решење:**

Пошто су кондензатори везани серијски, количина електрицитета на њима је иста:

$$q_1 = q_2 = q.$$

$$\text{Напон првог кондензатора } U_1 = \frac{q}{C_1} = 120 \text{ V}.$$

$$\text{Напон другог кондензатора } U_2 = U - U_1 = 150 \text{ V} - 120 \text{ V} = 30 \text{ V}.$$

$$\text{Капацитет другог кондензатора је: } C_2 = \frac{q}{U_2} = \frac{720 \mu\text{C}}{30 \text{ V}} = 24 \text{ F}.$$

## Паралелно везивање кондензатора

Код паралелног везивања кондензатора (слика 2) леве плоче сваког кондензатора су на истом потенцијалу, који је једнак потенцијалу негативног пола извора. Исто важи и за десне плоче. Из овога следи да је напон кондензатора исти и да је једнак напону који се јавља између два пола извора. Односно:

$$U_1 = U_2 = U.$$

При паралелном везивању кондензатора, укупно наелектрисање се распоређује тако да се на кондензаторима већег капацитета скупља већа количина електрицитета и обратно, на кондензаторима мањег капацитета скупља се мања количина електрицитета. Сагласно Закону одржања количине електрицитета, можемо записати:

$$q = q_1 + q_2.$$

Ако искористимо формулу  $q = C \cdot U$ , добићемо једначину:

$$C_e U = C_1 U + C_2 U.$$

Ако обе стране ове једначине поделимо напonom, добићемо:

$$C_e = C_1 + C_2.$$

У општем случају, за серијски везана два или више кондензатора, важи израз:

$$C_e = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Укупни капацитет паралелно везаних кондензатора једнак је збиру њихових појединачних капацитета. Зато се, када је потребан већи капацитет него што може обезбедити један кондензатор, користи паралелно везивање. За  $n$  паралелно везаних кондензатора који имају исти капацитет ( $C$ ) важи једначина  $C_e = nC$ .



Слика 2. Паралелно сврзани кондензатори се заменуваат со кондензатор со еквивалентен капацитет.



## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Плочасти кондензатор капацитета  $4 \mu\text{F}$  у ваздуху урања се вертикално у воду, тако да се једна четвртина површине између плоча налази у води, а преостали део је у ваздуху. Релативна диелектрична константа воде је 81. Одреди капацитет ове кондензаторске батерије.

**Дато:**

$$C = 4 \mu\text{F}$$

$$S_{\text{ваздух}} = \frac{3}{4} S$$

$$S_{\text{вода}} = \frac{1}{4} S$$

$$\varepsilon_r = 81$$

**Одредити:**

$$C_{\text{ек}} - ?$$

**Решење:**

Пошто је део кондензатора у ваздуху, а део у води, ти делови делују као

**паралелно везани кондензатори.**

$$\text{Део у ваздуху } \left(\frac{3}{4} \text{ површине}\right): C_{\text{ваздух}} = \frac{3}{4} \cdot 4 \mu\text{F} = 3 \mu\text{F}.$$

$$\text{Део у води } \left(\frac{1}{4} \text{ површине}\right): C_{\text{вода}} = \varepsilon_r \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 \mu\text{F} = 81 \cdot 1 \mu\text{F} = 81 \mu\text{F}.$$

$$\text{Укупни капацитет износи: } C_e = C_{\text{ваздух}} + C_{\text{вода}} = 3 \mu\text{F} + 81 \mu\text{F} = 84 \mu\text{F}.$$

## Улога и примена кондензатора у електричним уређајима

Пракса је показала да у одређеним случајевима кондензаторска батерија у којој је повезано више мањих кондензатора има предност у односу на један велики кондензатор који може да је замени. Мали кондензатори су лакши за производњу, флексибилнији за комбиновање и ако један откаже, не мора да значи да ће и кондензаторска батерија престати да ради. Пошто кондензаторске батерије могу брзо да складиште и брзо да ослободе енергију, оне се користе у уређајима где је потребно импулсно напјање, као што су дефибрилатори и ласери. Осим тога, постоје и друге примене, као што су филтрирање хармоника, смањење сметњи у електричним и електронским системима, пеглање (изравнавање) и стабилизација напона, за компензацију реактивне снаге у уређајима као што су електромотори, трансформатори итд.



## ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

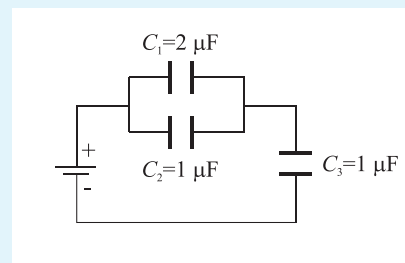
У електричним аутомобилима користи се систем назван рекуперативно кочење, при чему за време кочења електрични мотор ради као генератор и део кинетичке енергије аутомобила, у посебном уређају, претвара се у електричну енергију. Али, ова енергија настаје наједном, у веома кратком временском интервалу, а батерија не може толико брзо да је прими, јер се хемијске реакције у њој одвијају ограниченом брзином. Зато се, осим батерије, у аутомобил додају посебни кондензатори названи суперкондензатори, који се могу пунити и празнити готово тренутно. Пошто један суперкондензатор може издржати напон између плоча приближно само  $2,7 \text{ V}$ , а батеријски системи електричних возила раде са напонима од  $300 \text{ V}$ ,  $400 \text{ V}$  па чак и  $800 \text{ V}$ , велики број суперкондензатора повезује се у серију, тако да је напон батерије збир напона сваког од суперкондензатора, а укупни капацитет се смањује. Затим, да би систем могао складиштити довољно енергије и испоручивати струју веће јачине, више серијских низова повезује се паралелно, чиме се повећава укупни капацитет модула. На овај начин суперкондензатори примају велику енергију коју мотор (сада у функцији генератора) ствара при кочењу, складиште је за неколико милисекунди и затим је испоручују назад мотору при убрзавању. Овај систем повећава ефикасност аутомобила, а смањује оптерећење и трошење батерије.



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

- Објасни зашто је при серијском повезивању кондензатора укупни капацитет мањи од капацитета било ког од појединачних кондензатора?

2. Објасни зашто је при паралелном повезивању кондензатора укупни капацитет већи од сваког појединачног капацитета?
3. У којим ситуацијама у електроници је прикладно користити:  
Серијско повезивање кондензатора?  
Паралелно повезивање кондензатора?  
Наведи по један пример за сваки случај.
4. Запиши формулу за израчунавање еквивалентног капацитета кондензаторске батерије састављене од два кондензатора, при чему:
  - а) Кондензатори су везани серијски,
  - б) Кондензатори су везани паралелно.
5. На слици је приказана кондензаторска батерија:
  - а) Израчунај еквивалентни капацитет кондензаторске батерије. (Решење:  $C_e = 0,75 \mu\text{F}$ )
  - б) Одреди укупно наелектрисање кондензаторске батерије ако је напон извора  $6 \text{ V}$ . (Решење:  $q = 4,5 \mu\text{F}$ )
6. Кондензатор капацитета  $3 \mu\text{F}$  прикључен је на напон од  $90 \text{ V}$ , а други кондензатор капацитета  $6 \mu\text{F}$  прикључен је на напон од  $45 \text{ V}$ . После њиховог пуњења, а затим и искључења из извора, оба кондензатора везујемо паралелно. Колики ће бити напон овако добијене кондензаторске батерије (Решење:  $U = 60 \text{ V}$ )?
7. Кондензатор капацитета  $10 \mu\text{F}$  прикључен је на напон од  $200 \text{ V}$ . Одреди енергију складиштену у кондензатору. Колика је укупна енергија ако се овај кондензатор повеже паралелно са још једним идентичним кондензатором на истом напону (Решење:  $E_1 = 0,2 \text{ J}$ ,  $E_2 = 0,4 \text{ J}$ ) ?



## 1.12. Рад, енергија и снага електричне струје. Џул–Ленцов закон

### Рад и енергија електричне струје

Као последица разлике електричног потенцијала коју извор струје ствара на крајевима проводника, слободни електрони у проводнику крећу се усмерено, при чему кроз проводник тече електрична струја. Због ове разлике потенцијала, електрони на различитим местима у проводнику имају различиту електричну потенцијалну енергију и крећу се у смеру у којем се она смањује, а њихова кинетичка енергија повећава. Убрзани електрони, на свом путу, сударају се са честицама од којих је изграђен проводник, и део њихове кинетичке енергије преноси се на проводник, при чему се повећава његова унутрашња енергија. На овај начин, кроз усмерено кретање електрона и промену њихове потенцијалне енергије, остварује се пренос електричне енергије кроз струјно коло.

Осим проводницима у струјном колу, електрони предају ову енергију и елементима у колу, односно потрошачима. При томе, електрична енергија се претвара у друге видове енергије: топлотну, светлосну, механичку, хемијску и слично. На пример, код грејача се електрична енергија скоро потпуно претвара у топлотну, код сијалица део у светлосну, а део у топлотну, док се код електромотора највећи део енергије претвара у механичку енергију. Зато се свако електрично коло може посматрати као систем у којем се енергија преноси и претвара из једног у други вид.

Рад који врши електрична струја за преношење наелектрисања  $q$  од једног пола извора до другог под дејством разлике потенцијала  $U$  једнак је:

$$A = qU.$$

Имајући у виду да се наелектрисање које прође кроз одређени попречни пресек проводника може израчунати преко јачине струје која тече у струјном колу:

$$q = I \cdot t,$$

за рад који врши електрична струја, добија се:

$$A = U \cdot I \cdot t.$$

Према формули, рад који врши електрична струја зависи од пада напона на крајевима проводника, јачине струје која кроз њега тече и од времена течења струје. Знамо да је основна мерна јединица за рад 1 J. Из једначине следи да је 1 J = 1 VAs.

Кроз металне проводнике електрони се крећу са веома малим губитком због њиховог отпора који можемо сматрати малим, а то значи да се највећи део електричне енергије извора преноси до електричног уређаја где се претвара у користан рад. Тако извор, проводници и потрошачи заједно стварају стални циклус преноса и трансформације енергије.

### Снага електричне струје

**Снага (P) електричне струје** представља рад који врши електрична енергија у јединици времена, али може се рећи да је то и енергија коју електрична струја предаје потрошачу у јединици времена:

$$P = \frac{A}{t} = U \cdot I.$$

Снага описује брзину којом електрична струја врши рад, односно брзину претварања електричне енергије у друге видове енергије, као што су топлотна, светлосна или механичка енергија. Основна јединица за снагу је један ват (1 W). Снага потрошача је један ват када при напону од 1 V, кроз њега тече струја јачине 1 A, 1 W = 1 VA.

Често се у свакодневној комуникацији не говори директно о „раду електричне струје“, већ о „потрошеној електричној енергији“. **Електрична енергија** коју дати уређај претвара у други вид енергије једнака је раду који врши струја. Иако је основна јединица за енергију цул, у свакодневном животу и у електроенергетици веома често се користи јединица **киловат-час (kWh)**, јер је она погоднија за изражавање већих количина енергије. Веза између ових јединица је: 1 kWh = 3,6 · 10<sup>6</sup> J. Један килват-час нам говори колику количину електричне енергије ће „потрошити“ уређај снаге 1 kW ако ради непрекидно 1 сат. Потрошена електрична енергија која се читава на бро-јилу изражена је управо у овој јединици (слика 1). Она је унета у рачуне за електричну енергију. Практична употреба јединице килват-час је јаснија, на пример: ако се зна да једна просечна породица за месец дана троши око 300 kWh електричне енергије, што је тачно 1 080 000 000 J.



Слика 1. Бројило за мерење потрошене електричне енергије.



#### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Када је на крајевима једног електричног грејача укључен напон од 220 V, његова снага је 2000 W.

- Колика је јачина електричне струје која тече кроз грејач?
- Колики је отпор грејача?

Дато:

$$U = 220 \text{ V}, P = 2000 \text{ W}.$$

Тражи се:

- $I$  – ?, б)  $R$  – ?

**Решење:**

а) Да бисмо одредили јачину струје која пролази кроз грејач, користимо формулу за електричну снагу:

$$P = U \cdot I \text{ следи } I = \frac{P}{U} = \frac{2000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 9,1 \text{ A}.$$

б) Отпор грејача можемо наћи Омовим законом за део струјног кола:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{9,1 \text{ A}} = 24,2 \Omega.$$

**Коефицијент корисног дејства**

У сваком електричном уређају врши се претварање електричне енергије у друге облике енергије: светлосну, топлотну, механичку, звучну и др. Али, ниједан уређај не може целу примљену електричну енергију претворити у користан рад. У сваком уређају, део електричне енергије се губи у околину, најчешће у облику топлоте. Зато се уводи величина **коефицијент корисног дејства**, која показује колики део укупне примљене енергије се претвара у корисну енергију.

Коефицијент корисног дејства означава се са  $\eta$  (чита се: „ета“) и одређује се односом:

$$\eta = \frac{E_k}{E_{vk}}.$$

где је са  $E_k$  означена енергија претворена у користан рад или у жељени други вид енергије, а са  $E_{vk}$  укупна енергија. За сваки уређај или машину, коефицијент корисног дејства има вредност мању од јединице. Ако једначину помножимо са 100, вредност за  $\eta$  добићемо у процентима:

$$\eta = \frac{E_k}{E_{vk}} \cdot 100 \%.$$

Ако електрични уређај има коефицијент корисног дејства од 80%, то значи да се 80% уложене електричне енергије претвара у користан рад, а преосталих 20% се губи, најчешће у облику топлоте.

**Џул – Ленцов закон**

Када се слободни електрони крећу кроз проводник који има велики електрични отпор, они се чешће сударају са јонима у кристалној решетки. Са сваким сударом, део енергије електрона претвара се у унутрашњу енергију материјала, што доводи до његовог загревања. Управо на овом принципу раде електрични грејачи, сијалице са влакном, пегле, бојлери и многи други уређаји у којима се електрична енергија претвара у топлотну или светлосну енергију. Али, исте микроскопске појаве узрок су непожељних губитака: прегревања каблова, смањења ефикасности електромотора, као и топлотног губитка у трансформаторима и другим електричним уређајима. Топлотно дејство електричне струје има свој ефекат код сваког елемента струјног кола. Као мера величине тог дејства је количина топлоте која се у њему ослобађа.

Топлотни ефекат електричне струје математички се изражава преко Џул–Ленцовог закона:

$$Q = I^2 R t,$$

према којем количина топлоте  $Q$  ослобођена у проводнику или потрошачу зависи од квадрата јачине струје која тече кроз проводник/потрошач, од отпора потрошача и од времена течења струје. Горња формула може се извести под претпоставком да се рад електричне струје претвара у енергију и имајући у виду први Омов закон:



$$Q = U \cdot I \cdot t = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t .$$

Ове формуле имају велики практични значај. Њима се објашњава зашто се танке жице при истој јачини струје загревају више од дебелих, зашто се далеководи праве од материјала малог специфичног отпора и зашто су осигурачи направљени тако да се при превеликој струји прегревају и прекидају коло.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Колико топлоте ће се ослободити у проводнику отпора  $4 \, \Omega$  кроз који тече струја од  $2 \, \text{A}$  за време од  $30 \, \text{s}$ ?

**Дато:**

$R = 4 \, \Omega$ ,  $I = 2 \, \text{A}$ ,  $t = 30 \, \text{s}$

**Тражи се:**

$Q - ?$

**Решење:**

Користимо Џул–Ленцов закон  $Q = I^2 R t = 480 \, \text{J}$ .



### ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

У свакодневном животу стално користимо електричне уређаје, као што су фрижидери, машине за прање, клима-уређаји, бојлери, шпорети и осветљење. Сваки од ових уређаја ради са одређеном електричном снагом, која показује којом брзином уређај троши електричну енергију.

Што је снага уређаја већа, то се више електричне енергије користи у јединици времена. Зато уређаји велике снаге, као што су бојлери, електрични шпорети и клима-уређаји, имају знатно већу потрошњу електричне енергије у поређењу са уређајима мале снаге, као што су LED-сијалице или пуњачи за мобилне телефоне, чак и када раде при истом напону.

Осим снаге, за укупну потрошену електричну енергију важно је и време рада уређаја. Електрична енергија коју троши један уређај одређује се изразом

$$E = P \cdot t,$$

што значи да ће уређај веће снаге потрошити више енергије за исти временски интервал или исту количину енергије за краће време.

Да би се потрошачима помогло да направе економичнији избор, на већини електричних уређаја постављена је енергетска етикета. Она приказује енергетску ефикасност уређаја, односно однос између корисне енергије коју уређај даје и електричне енергије коју троши. Уређаји више енергетске класе (на пример, А или А+) троше мање електричне енергије за исту намену у поређењу са уређајима ниже енергетске класе.

Избор енергетски ефикаснијих уређаја доводи до мање потрошње електричне енергије, нижих рачуна за потрошену електричну енергију и до смањеног енергетског губитка. На тај начин, појмови електрична снага, рад и енергија добијају јасну практичну примену у свакодневном животу и доприносе одговорнијем коришћењу електричне енергије.



**Слика 2.**

Енергетске етикете електричних уређаја. Снага уређаја и време рада одређују укупну потрошену електричну енергију.



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Зашто се при течењу електричне струје кроз проводник ствара топлота?
2. Зашто се електрични грејачи (пегла, тостер, калорифер) загревају много више од обичних проводника у истом колу, иако кроз њих тече иста струја?
3. Зашто се у електричним колима где теку струје велике јачине морају користити дебели проводници, а не танке жице?
4. Објасни зашто се проводне жице пуњача за телефоне загревају више ако се телефон брзо пуни, чак и ако пуњачи користе исти напон.
5. Два отпорника отпора  $20\ \Omega$  и  $30\ \Omega$  су серијски повезана и прикључена на извор напона од  $120\text{ V}$ . Одредити:
  - а) Снагу која се развија на сваком отпорнику,
  - б) Укупну снагу кола. (Решење: а)  $115,2\text{ W}$ ,  $172,8\text{ W}$ , б)  $288\text{ W}$ )
6. Два потрошача са отпорима  $R_1 = 10\ \Omega$  и  $R_2 = 40\ \Omega$  су паралелно повезана и прикључена на извор ЕМС од  $120\text{ V}$  и занемарљивог унутрашњег отпора. Одредити:
  - а) Јачину струје кроз сваки потрошач,
  - б) Снагу која се развија на сваком потрошачу. (Решење: а)  $12\text{ A}$ ,  $3\text{ A}$  б)  $1440\text{ W}$   $360\text{ W}$ )

## 1.13. Електрична струја кроз течности и гасове

Муња представља електрично пражњење кроз ваздух. Али, како је могуће да се јави када су гасови при нормалним условима изолатори и не дозвољавају да тече електрична струја? И како у одређеним случајевима струја може тећи и кроз течности?

Електрична струја може тећи кроз различите средине, али за разлику од метала, где су носиоци електричне струје слободни електрони, у течностима и гасовима струја се преноси на другачији начин и под специфичним условима.

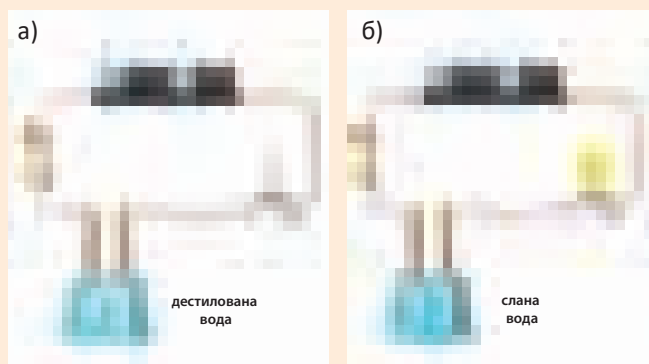
### Електрична струја кроз течности



## АКТИВНОСТ 1.

Две електроде повезане са извором струје и сијалицом урони у суд са дестилованом водом. Затвори прекидач у струјном колу. Да ли сијалица светли? Уместо сијалице, у коло можеш повезати амперметар. Затим, у суд са водом додај кухињску со. Да ли сада сијалица светли пошто затвориш прекидач?

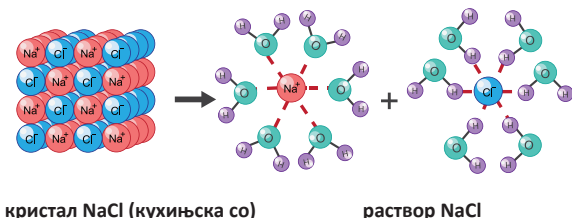
Слика 1. а) Дестилована вода не проводи струју б) Слана вода проводи струју.



У овој активности показало се да дестилована вода не проводи струју, али раствор соли у води је проводник струје (слика 1). Сијалица ће светлети или ће амперметар показивати течење струје и ако у води уместо соли раствориш базу или киселину. Значи, **раствори соли, база или киселина проводе струју**. С друге стране, ако се со дода у уље, раствор остаје изолатор. То указује да проводљивост не зависи само од присуства растворене супстанце, већ да ли у течности има покретних носилаца електричног наелектрисања.

## Електролитичка дисоцијација

Можемо претпоставити да су у раствору соли и воде настале промене које су довеле до стварања наелектрисања, преносилаца струје. Наиме, под дејством воде молекули соли се распадају на јоне. Процес раздвајања молекула растворене супстанце на јоне називамо електролитичка дисоцијација. Као резултат тог процеса, у раствору настају позитивни јони (катјони) и негативни јони (анјони). Управо су ови јони носиоци електричне струје у течностима. Вода је добар растварач јер су њени молекули поларни, односно молекули у којима електрично наелектрисање није равномерно распоређено. Један крај молекула је позитивно наелектрисан, а други негативно.



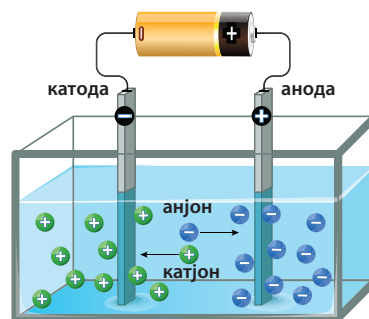
Слика 2.  
Електролитна дисоцијација  
на натријум хлорид.

Када се со стави у воду, поларни молекули воде се оријентишу тако да су њихова супротна наелектрисања усмерена ка одговарајућим јонима: негативни део молекула воде привлачи се ка  $\text{Na}^+$ , а позитивни део ка  $\text{Cl}^-$ . На тај начин молекули воде слабе везу која држи јоне у кристалној решетки и долази до стварања позитивних и негативних јона окружених молекулима воде, слика 2.

ви слободни јони могу се кретати кроз раствор. Управо њихова покретљивост омогућава течности да проводи електричну струју када се електроде укључе на извор струје, при чему се позитивни јони (катјони) крећу ка негативној електроди (катоди), а негативни јони (анјони) ка позитивној електроди (аноде). Тиме кроз раствор протиче струја. Код уља је ситуација другачија. Његови молекули су неполарни, па не могу да „раскину“ јонске везе у молекулима натријум хлорида. Зато што остаје недисоцирана, у раствору нема покретних јона, па уље не проводи електричну струју. **Течности које воде електричну струју називамо електролитима.** Због тога што струја у њима представља усмерено кретање јона, њихова проводљивост је јонска.

## Електролиза

Ако у електролиту нема електричног поља, тада је топлотно кретање јона хаотично. Али под дејством електричног поља створеног између две електроде повезане са извором једносмерне струје, јони се крећу усмерено. Негативни јони (анјони) се крећу ка позитивној електроди (аноде), а позитивни јони (катјони) крећу се ка негативној електроди (катоди). Јони стижу на електроде и тамо учествују у хемијским реакцијама, при чему анјони предају вишак електрона аноди, а катјони надокнађују недостатак електрона катоди (слика 3). **Процес при којем се под дејством електричне струје кроз електролит, на електродама издвајају или таложе супстанце из електролита или продукти секундарних хемијских реакција називамо електролиза.**



Слика 3. Движење на  
јоните во електролит.

## Фарадејеви закони електролизе

У струјном колу на слици 3, струја исте јачине тече кроз металне проводнике, кроз електроде и кроз електролит. При процесу електролизе, за исто време, анода прима онолико електрона колико их даје катода. Међутим, различити јони или честице који учествују у електролизи имају различиту масу. Мајкл Фарадеј је истраживао од чега зависи маса супстанце која се таложи на електроди или се ослобађа као гас.

Ако за дато време  $t$  кроз електролит тече струја јачине  $I$ , то значи да ће кроз њега проћи количина електрицитета  $q = I \cdot t$ . Што се више честица таложи на електроди за то време, то ће већа бити маса  $m$  супстанце која се таложи на електроди, односно  $m = m_0 \cdot N$ , где је  $m_0$  маса једне честице, а  $N$  њихов број.

Пошто количину електрицитета можемо изразити преко наелектрисања јона који преносе струју у електролиту ( $ze$ ), као:  $q = N \cdot z \cdot e$ , тада добијамо да  $N = \frac{q}{ze}$ .

Ову једначину уносимо у једначину за масу, а затим бројилац и именилац израза са десне стране množимо Авогадровим бројем ( $N_A$ ):

$$m = m_0 \cdot \frac{q}{ze} \cdot \frac{N_A}{N_A}.$$

Ако се узме у обзир да је  $m_0 \cdot N_A = M$ , а производ две константе, пак, даје константу, тј.  $e \cdot N_A = F$ , тогаши добивамо формула за масата на супстанцата на електродама:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{z} \cdot q,$$

где је  $F$  Фарадејева константа,  $M$  моларна маса (маса једног мола супстанце), а  $z$  е валентност атома, односно наелектрисање јона.

Последњом формулом математички су изражени закључци Фарадеја познати као **Фарадејеви закони**. Према **првом Фарадејевом закону**, маса издвојене супстанце на електродама право пропорционална је количини електрицитета која прође кроз електролит, тј.

$$m = k \cdot q,$$

где је  $k$  коефицијент пропорционалности који називамо електрохемијски еквивалент. Он зависи од врсте супстанце и изражава се јединицом  $\frac{\text{kg}}{\text{C}}$ . Пошто је у експерименту лакше измерити јачину струје која тече кроз електролит ( $I$ ) и време за које та струја тече ( $t$ ), Први Фарадејев закон можемо записати у практичнијем облику, односно:

$$m = k \cdot I \cdot t.$$

Према **другом Фарадејевом закону** маса супстанце која се таложи или ослобађа на електроди зависи и од врсте супстанце. Другим речима, може се исказати на следећи начин: електрохемијски еквивалент супстанце пропорционалан је њеном хемијском еквивалент  $\frac{M}{z}$ . Математички можемо то записати следећом формулом:

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{z}.$$

где је израз  $\frac{M}{z}$  хемијски еквивалент супстанце, а константа пропорционалности је реципрочна вредност Фарадејеве константе. Фарадејева константа има вредност  $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C/mol}$  и представља количину електрицитета која треба да прође кроз електролит да би се на катоди издвојио један мол једно-валенте супстанце ( $z = 1$ ).



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колку никел ќе се издвои при течење на струја со јачина од 15 А низ раствор од никелова сол за време 1 час? Електрохемијскиот еквивалент на никелот е  $3,04 \cdot 10^{-7} \text{ kg/C}$ .

**Дато:**

$$I = 15 \text{ A}, t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s},$$

$$k = 3,04 \cdot 10^{-7} \text{ kg/C}$$

**Тражи се:**

$$m - ?$$

**Решење:**

Из другог Фарадејевог закона  $m = k \cdot q$ , ако количину електрицитета изразимо преко јачине струје  $m = k \cdot I \cdot t$  и заменом бројних вредности, добијамо  $m = 16,4 \text{ g}$ .

**РЕШЕН ПРИМЕР 2.**

При електролизи растопа алуминијум оксида ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) потрошено је 50 kWh електричне енергије за добијање 0,7 kg чистог алуминијума на катоди.

а) Израчунај електрохемијски еквивалент алуминијума. Вредности за моларну масу алуминијума и за његову валентност узми из Периодног система елемената.

б) Израчунај напон између електрода у електролиту.

**Дато:**

$$E = 50 \text{ kWh} = 50 \cdot 1000 \cdot 3600 \text{ Ws} = 1,8 \cdot 10^8 \text{ J},$$

$$m = 0,7 \text{ kg}$$

**Тражи се:**

а)  $k - ?$

б)  $U - ?$

**Решење:** а) Из Другог Фарадејевог закона  $k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{z}$ , са подацима за  $M = 26,98 \text{ g/mol}$  и  $z = 3$  из Периодног система елемената, прорачун дају вредност  $k = 9,32 \cdot 10^{-8} \text{ kg/C}$ .

а) У Првом Фарадејевом закону  $m = k \cdot I \cdot t$ , израз за производ  $I \cdot t$  можемо узети из израза за енергију електричне струје  $E = U \cdot I \cdot t$ . Том заменом за напон између електрода, добијамо  $U = k \frac{E}{m}$ , а прорачун даје  $U = 24 \text{ V}$ .

**ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ**

Електролиза има велику примену у науци и технологији. На пример, електрохемија је посебна грана хемије која се бави проучавањем хемијских процеса који су на било који начин повезани са електричном струјом. У металургији, помоћу електролизе, се ра-финише (пречишћава) дати метал, с циљем да се добије чист метал без примеса. При електролитичком рафинисању бакра, катода је плоча од чистог бакра, анода сирови бакар, а као електролит користи се водени раствор бакар-сулфата. При томе, бакар који се добија на катоди је чистоће преко 99 %, а додатно се могу добити и племенити метали.

У индустријско-технолошким системима електролиза се користи за добијање метала. За неке метале чије руде, најчешће оксиди или соли метала, су веома стабилне или, пак, имају високу тачку топљења, електролиза је једини начин добијања. Такви метали су алуминијум, литијум, натријум, калијум, магнезијум и други. За добијање алуминијума из боксита, руде која садржи  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , руда се прво раствара у раствору који снижава температуру топљења и повећава њену проводљивост. Тај раствор се користи као електролит, а као електроде користе се гра-фитне шипке. Као продукт добија се чист метал отпоран на корозију.

У многим случајевима, индустрија има потребу да се неки предмети израђени од метала обложе другим металом, било због веће чврстоће, естетике, заштите од корозије, да се побо-љша изглед

(декоративно превлачење) или ради веће сјајности. Најчешће се врши превлачење бакром, цинком, никлом или хромом. Процес превлачења металних предмета танким слојем другог метала (бакром, цинком, никлом или хромом) електролизом назива се галванизација. На тај начин, у зависности од метала који се наноси, може се вршити позлаћивање, посребривање, поникловање, хромирање, поцинковање и сл. Као катода се користи метал или предмет који треба обложити, а као анода шипка од метала који се таложи, док се као електролит користи водени раствор соли метала који се наноси. Галванизација је процес који се често користи, али циљ и намена могу бити различити. Сличан принцип се користи у галванопластици, која је поступак за електролитичко добијање предмета дебелог слоја, као копија оригинала. Прво се израђује калуп од воска, гипса или пластике, који се затим премазује графитним прахом да би површина била проводна за струју. Затим, на исти начин описан горе, калуп се ставља у електролит и наноси се метал, чиме се израђују рељефне копије предмета за индустрију, за комерцијалне сврхе, у спорту, уметности и другим областима.

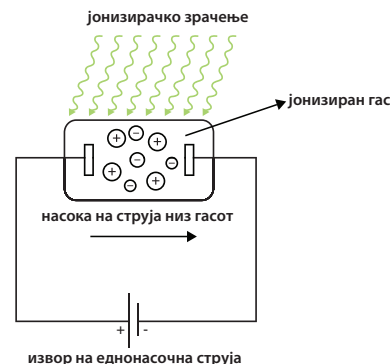
## Електрична струја кроз гасове

Гасови су изграђени од неутралних атома и молекула и при нормалним условима они су електрични изолатори. Али, под одређеним условима, гасови могу постати проводници. Ако се на неки начин у њима створе електрони и јони, те честице могу бити носиоци електричне струје. Процес одвајања електрона од неутралних атома или молекула назива се јонизација. На тај начин у гасу настају позитивни јони и електрони. У гасу могу настати и негативни јони када се уз неутрални атом или молекул веже слободан електрон. Спољашње дејство које је узрок процеса јонизације гаса називамо јонизатор, а то може бити висока температура, затим излагање гаса јонизујућем зрачењу (ултраљубичастом, рендгенском или гама-зрачењу), јако електрично поље и судар са брзим честицама. Да би почео процес јонизације гасова, треба довести довољно енергије градивној честици гаса, што се назива енергија јонизације.

## Несамостално и самостално пражњење

Када се две електроде укључе на извор струје, у простору између њих ствара се електрично поље. Ако је напон између електрода мали, поље је такође слабо и кроз гас не тече струја, иако у гасу увек има мали број електрона и јона који су настали услед природног космичког зрачења или ретких судара између молекула. Док је поље слабо, не може се регистровати течење струје кроз гас. Ако се помоћу јонизатора (пламен свеће, радиоактивни извор гама-зрачења) гас јонизује, тј. повећа број електрона и позитивних јона у њему, чак и при слабом спољашњем пољу, долази до течења струје. Процес протикања струје кроз гас назива се електрично пражњење. Течење струје које настаје и одржава се под дејством спољашњег јонизатора називамо несамостално гасно пражњење, слика 4.

Ако се напон између електрода знатно повећа, електрично поље постаје довољно јако и убрзава слободне електроне који постоје у гасу. Убрзани електрони добијају већу кинетичку енергију и при судару са неутралним молекулом гаса, могу од њега одвојити један електрон. Када се то деси, молекул гаса постаје позитивно наелектрисан. Нови слободни електрон добија кинетичку енергију и наставља да се креће кроз гас. Сваки нови електрон може ослободити још један електрон, сударајући се са неутралним молекулом на свом путу, па се тако број електрона и позитивних јона повећава многоструко, као што је приказано на слици 5. Овај процес се назива сударна јонизација. Једини узрок јонизације је кинетичка енергија коју електрони добијају од великог електричног поља. Ако је напон између плоча довољно велики, тада сударна јонизација постаје самоодржива, односно стално одвија. При довољно великој јачини поља,



Слика 4.

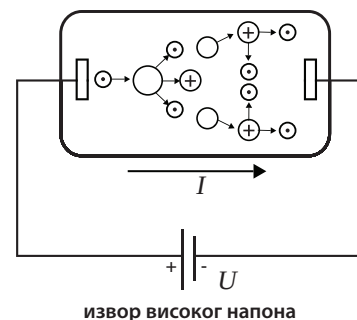
Несамостојно гасно пражњење.



гас прелази у стање у којем сам ствара нове јоне и електроне, без потребе за спољашњим јонизујућим утицајем. Тада кажемо да се јавља самостално пражњење гаса.

То пражњење може бити краткотрајно, као искра, или дуготрајније, као електрични лук. У природи, исти механизам постоји код муње. Она представља електрично пражњење између облака и земље (или између облака и облака), при чему настаје веома јако електрично поље које јонизује ваздух и ствара канал кроз који тече веома јака струја.

За практичну примену, важно је контролисано електрично пражњење, при чему се гас затвара у суд и смањује се притисак гаса. Тиме се постиже изоловање гаса и може се контролисати дужина пута између два судара честица гаса (средњи слободни пут) и лако управљати јачином електричног поља. Овакво пражњење гаса примењује се у лабораторијским и научним истраживањима, код гасних ласера, катодних цеви, затим код неонских лампи за осветљење, код светлећих цеви са разређеним гасовима, као што су аргон, криптон итд.

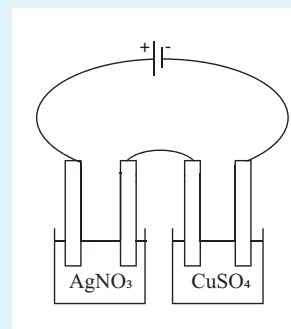


Слика 5.  
Самостално гасно пражњење.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Које честице су носиоци електричне струје у електролитима, а које у гасовима?
2. Објасни зашто је маса метала који се таложи на катоди право пропорционална јачини струје која пролази кроз електролит.
3. Објасни процес галванизације.
4. Какву улогу има електрично поље у процесу сударне јонизације?
5. Објасни разлику између несамосталног и самосталног пражњења кроз гас.
6. При електролизи  $\text{CuSO}_4$ , кроз електролит протиче струја јачине од 4 А. Израчунај масу бакра која се таложи на катоди ако струја кроз електролит тече 12 сати. (Решење: 57 g)
7. У два суда истовремено се одвија електролиза соли бакра и сребра, као што је приказано на слици. Колика је маса издвојеног сребра ако је маса издвојеног бакра 100 g? На слици обележи на којој електроди ће се издвојити бакар, а на којој сребро. (Решење:  $m_{\text{Ag}} = 399 \text{ g}$ )



## 1.14. Магнетно поље

Магнетизам је физичка појава позната још од древних цивилизација, које су приметиле да природни минерал магнетит може привлачити ситне предмете од гвожђа. Према историјским изворима, назив магнет и магнетизам потичу из античке области Магнезије, у Турској, где су пронађене ове руде. Неки материјали имају природно својство да привлаче предмете од гвожђа и такве материјале називамо магнетним материјалима. Они имају магнетна својства, узајамно делују са магнетним пољем, могу се намагнетисати и узајамно деловати са природним магнетима. У групу материјала који имају магнетна својства спадају гвожђе, никл, кобалт, челик и неке друге легуре, као што су  $\text{AlNiCo}$  и  $\text{NdFeB}$  (неодимијумски магнети).

До почетка 17. века природна особина неких руда да привлаче гвоздене предмете није имала научно објашњење. То је било само необично својство неког камења. У то време, Вилијам Гилберт, енглески научник и лекар, издао је књигу „О магнетима“. После дугогодишњих истраживања и експе-



римената, објавио је научна сазнања која су, из данашње перспективе, фасцинантна за време у којем је живео. Према њему, Земља представља огроман магнет са сопственим магнетним половима. Гилберт је срушио мит о великом магнетном острву на Северном полу Земље и о моћи Северњаче, указујући да компас не „гледа ка звезди“, већ узајамно делује са магнетним пољем Земље.

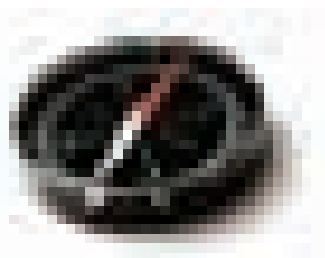
## Магнет и магнетни полови

Сваки магнет има два пола: северни и јужни. При сваком ломљењу или раздвајању магнета, добијају се нови магнети са по два пола, слика 1. Многи физичари су покушавали да добију магнет са једним полом (магнетни монопол), али су сви покушаји били неуспешни. Никада није откривен изолован магнетни пол. Не постоји магнет са једним полом, јер магнетизам у материји произлази из унутрашње грађе материјала, као резултат диполних (са два пола) структура.

Посебно важан уређај који је произашао из сазнања о својствима природних магнета је **компас**. Једноставно, то је штапни магнет чије функционисање се заснива на постојању магнетног поља Земље. Компас се састоји од магнетне игле која може слободно да ротира око свог тежишта. Игла је постављена у кућиште од немагнетног материјала, као што су алуминијум, пластика и стакло. По договору, крај игле, који се усмерава ка северном географском полу Земље, називамо **северни магнетни пол** (и означава се са N), а крај игле који је усмерен ка јужном географском полу Земље је **јужни магнетни пол** (и означава се са S). За оријентацију у простору и за одређивање смера географског северног пола, компас се поставља у хоризонтални положај, чека се да се казаљка смири и тада северни магнетни пол игле показује ка северу (слика 2).



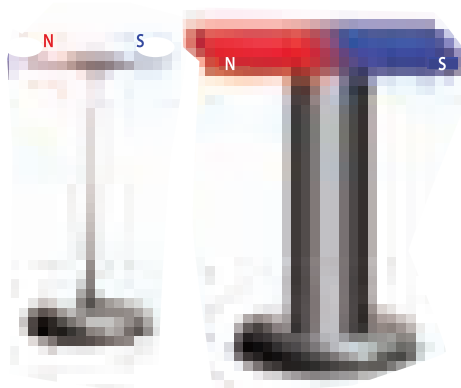
Слика 1.  
Сваки магнет  
има два пола.



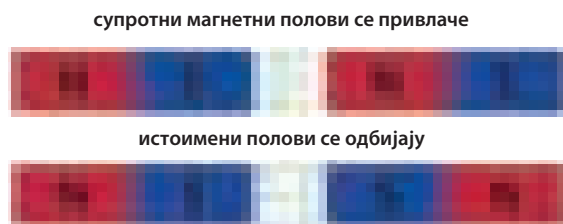
Слика 2.  
Компас.

Узајамно дејство два магнета може се лако демонстрирати магнетном иглом. Ако се магнетна игла, која слободно може да ротира око свог тежишта, приближи северном магнетном полу штапног магнета, игла ће се поставити тако да се супротни магнетни полови привлаче, а истоимени одбијају (слика 3а). Исти закључак важи и за узајамно дејство два штапна магнета: супротни полови (N–S или S–N) се привлаче, а истоимени полови (N–N или S–S) се одбијају (слика 3б).

а)



б)



Слика 3. а) Узајамно дејство магнетне игле и штапног магнета.  
б) Узајамно дејство два штапна магнета

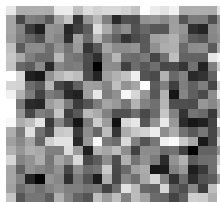


### АКТИВНОСТ 1.

Узми штапни магнет и магнетну иглу постављену на постоље или компас. Магнет постави на немагнетни материјал. Полако приближавај иглу једном полу магнета, као што је приказано на слици 3а, и посматрај њено понашање. Сада, покушај да приближиш иглу другом полу магнета. Шта примећујеш? У ком случају је сила привлачна, а у ком одбојна. У свесци нацртај скицу и означи силе којима узајамно делују магнет и магнетна игла.

Напомена: за ову активност можеш користити и симулацију:

Магнет и компас (Magnet and Compass), коју можеш пронаћи на следећој интернет-страници: <https://phet.colorado.edu/mk/simulations/magnet-and-compass>.



## Магнетно поље и линије силе магнетног поља

Сваки магнет мења простор у својој близини, а та промена се остварује стварањем **магнетног поља**. Као што око сваког наелектрисања постоји електрично поље, тако око сваког магнета постоји магнетно поље. Преко магнетног поља остварује се узајамно дејство магнета са другим магнетом или са проводником кроз који тече струја. За визуелизацију и прегледно графичко приказивање магнетног поља у простору, користимо **линије силе магнетног поља**. Оне су само модел, односно корисна алатка за лакше разумевање својстава магнетног поља. Линије силе магнетног поља су замишљене линије које у стварности или у материјалном смислу не постоје.



### АКТИВНОСТ 2.

На радни сто постави штапни магнет или потковичасти магнет, а на њега постави танку плочу од плексигласа или пластике. На плочу посипи ситне струготине гвозђа. Направи неколико нежних куцања прстима по плочи са струготинама. Посматрај распоред гвоздених струготина (слика 4). Дискутуј о њиховом распореду и густини.

а)



б)

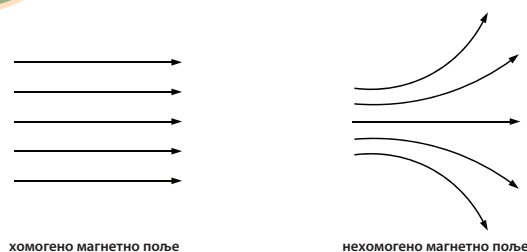


**Слика 4.**  
Демонстрација линија  
силе магнетног  
поља са гвозденим  
струготинама:  
а) Штапни магнет.  
б) Потковичасти магнет.

Смер линија силе магнетног поља у датој тачки одређује се смером који заузима северни пол магнетне игле у тој тачки. Према овом договору, ван магнета, линије силе магнетног поља излазе из северног магнетног пола, а улазе у јужни магнетни пол (слика 5). Оне се нигде не секу и прате карактеристични облик поља око магнета. Линије силе магнетног поља су затворене линије, а то је још један доказ да изолован магнетни пол не постоји. Густина линија силе магнетног поља, која представља број линија које пролазе кроз јединицу површине, је мера за величину магнетног поља. На слици 5 може се приметити да је густина линија



**Слика 5.** Линије силе магнетног поља штапног магнета.



Слика 6.

Хомогено и нехомогено магнетно поље.

силе магнетног поља највећа близу полова штапног магнета. Ако су линије паралелне и једнако удаљене једна од друге, кажемо да је поље хомогено, а у супротном случају, имамо нехомогено магнетно поље (слика 6). За доследно приказивање просторног распореда магнетног поља и његовог смера у две димензије, користимо договорене ознаке. Ако су линије поља нормалне на раван хартије или табле и улазе у њу, користимо ознаку  $\otimes$ , а ако излазе из ње, тада користимо ознаку  $\odot$ .

## Магнетно поље Земље

Познато је да се игла компаса, као мали штапни магнет, оријентише приближно у смеру југ-север. Оријентација магнетне игле указује на то да се Земља понаша као огроман штапни магнет. Пошто је, по договору, узето да крај магнетне игле који се оријентише ка северу треба бити северни магнетни пол игле, тада се северни магнетни пол Земље налази близу јужног географског пола, а јужни магнетни пол Земље близу северног географског пола (слика 7).

Узрок овог магнетног поља налази се дубоко у унутрашњости Земље. У централном делу Земља има унутрашње језгро које је у чврстом агрегатном стању и око њега спољашње језгро које је у течном агрегатном стању. Спољашње језгро састављено је од гвожђа и никла, који су електрично проводни. Услед топлотних струјања и додатно услед ротације Земље око своје осе, настаје кретање проводне течности, односно кретање наелектрисања. Овакво кретање, односно струјање наелектрисања ствара магнетно поље које се даље самоодржава, појава позната као геодинамо.



Слика 7.

Магнетно поље Земље.

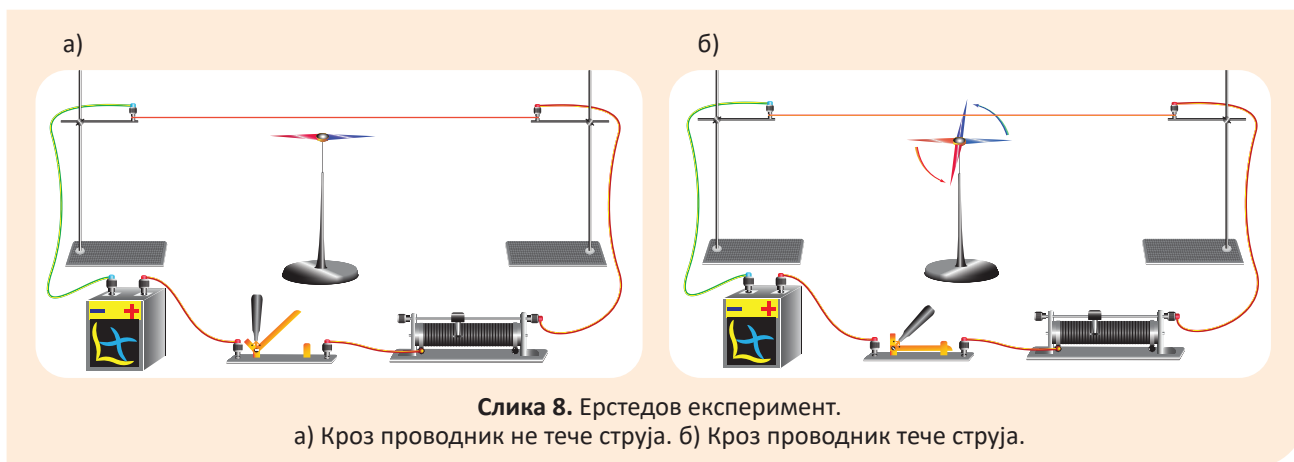
## Магнетно поље створено електричном струјом

Ако разумемо магнетно поље Земље, моћи ћемо да разумемо и историјско откриће Ханса Кристијана Ерстеда. Године 1820, он је приметио да се игла компаса отклања када је изнад ње постављен прав проводник, оријентисан у правцу север-југ, кроз који тече електрична струја (слика 8). Магнетно поље струје било је довољно јако да измени магнетно поље Земље у његовој непосредној близини. Ово је био први јасан доказ да се око проводника кроз који тече струја ствара магнетно поље и да електричне и магнетне појаве нису изоловане, већ су међусобно повезане.



### АКТИВНОСТ 3.

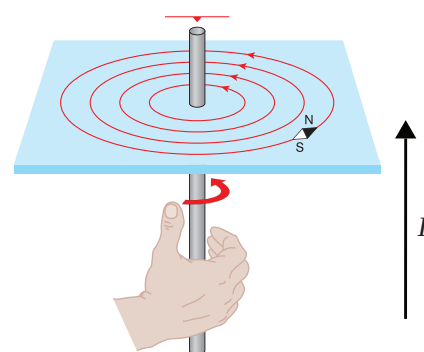
Во општ случај, магнетно поле се создава од полнежи кои се движат, а тоа значи и околу спроводник низ кој тече струја. Дека навистина постои магнетно поле околу спроводник низ кој тече струја, може да се покаже со едноставна демонстрација слична на она што го направил Ерстед. Поврзи струјно коло со извор на струја, прекинувач, реостат и спроводни жици. Дел од спроводникот е поставен во права линија точно во правец север-југ и под него е поставена магнетна игла. Кога низ спроводникот не тече струја, магнетната игла е поставена во правецот север-југ, како што е прикажано на слика 8а. Кога ќе го затвориме колото, магнетната игла се отклонува од првобитната положба, прикажано на слика 8б.



Слика 8. Ерстедов експеримент.

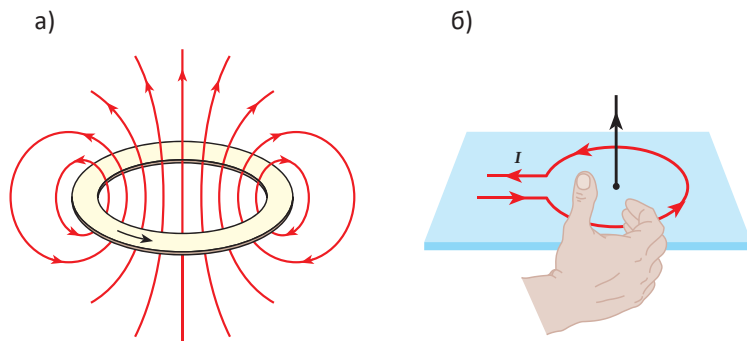
а) Кроз проводник не тече струја. б) Кроз проводник тече струја.

Ако магнетну иглу померамо у простору где постоји праволинијски проводник кроз који тече једносмерна струја, њен положај ће бити такав да ће у свакој тачки показивати смер магнетног поља у тој тачки. Ако се нацртају линије које пролазе кроз различите положаје игле, добиће се концентричне кружнице као на слици 9. Значи, линије силе магнетног поља праволинијског проводника су концентричне кружнице. Смер линија силе магнетног поља око праволинијског проводника одређује се правилом десне руке. Ако обухватимо проводник десном руком тако да палац показује смер струје, тада савијени прсти показују линије силе магнетног поља.

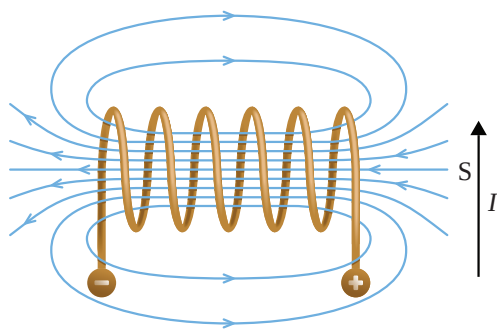


Слика 9. Магнетно поље на праволинијском спроводнику кроз који тече струја.

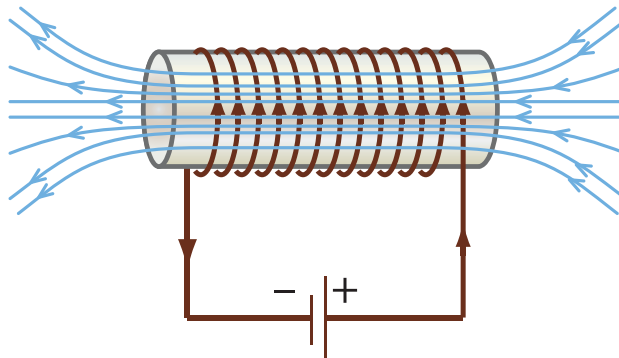
Сада, уместо праволинијског проводника да размотримо струју кроз проводник савијен у облику кружнице. Овакву кружну струјну контуру називамо магнетни лист. Густина линија силе магнетног поља је највећа у центру кружнице, јер сви сегменти проводника (мали делови проводника) стварају поље у истом смеру у унутрашњости кружнице, као што је приказано на слици 10. Ово се може видети једноставном демонстрацијом: ако кружни проводник пролази кроз картон на који су посуте гвоздене струготине, оне ће се распоредити тако да буду најгушће у централном делу. Густина струготина приказује величину поља, при чему већа густина значи јаче магнетно поље. За смер линија силе магнетног поља и овде важи правило десне руке. Ако савијени прсти десне руке показују смер струје кроз кружни проводник, тада палац показује северни пол магнета.

Слика 10. а) Магнетно поље кружне струје  
б) Смер магнетног поља кружне струје.

Ако је дуг проводник савијен у више намотаја један до другог, слично цилиндру, тада имамо калем или соленоид. Ако поново, кроз соленоид провучемо картон на који су посуте струготине, приметимо да се оне унутра распоређују у паралелне линије једнаке густине. Ово указује на то да магнетно поље не само што је много јаче од поља једне кружне контуре, већ је у унутрашњости соленоида оно хомогено, односно има исти правац, смер и величину у свакој тачки, приказано на слици 11.



Слика 11.  
Магнетно поље соланоида



Слика 12.  
Електромагнет

Смер поља у соланоиду, слично као код магнетног листа, одређује се правилом десне руке: када се прсти савију у смеру тока струје у намотајима, палац показује северни магнетни пол соланоида. Соланоид кроз који тече стална струја се понаша као штапни магнет. При томе, смер линија силе магнетног поља ван соланоида је од северног магнетног пола ка јужном магнетном полу, а унутар соланоида од јужног ка северном магнетном полу, слично линијама силе магнетног поља код штапног магнета.

Ако у соланоид ставимо гвоздено језгро, тада се магнетно поље струје још више појачава и такав магнет називамо **електромагнет**. У поређењу са магнетним пољем сталног магнета, магнетно поље електромагнета може се контролисати укључивањем, искључивањем и мењањем јачине и смера струје (слика 12).



### ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

Стални магнети и данас имају широку примену у једноставним уређајима, али је права револуција почела открићем да се магнетно поље може створити и око проводника кроз који тече електрична струја, односно при кретању електричних наелектрисања. Ово је довело до развоја електромагнета, тј. магнета код којих се магнетно поље може укључити, искључити или појачати по потреби, што их чини веома употребљивим у савременој техници. Изучавање магнетних појава и магнетних поља отворило је нове изазове у производњи нових вештачких магнетних материјала. Данас су вештачки магнети саставни део технологије за складиштење и обраду података, електро-технике и енергетике, саобраћаја и транспорта, у медицинској дијагностици, квантним технологијама и у свим областима где се тражи већа прецизност, мање димензије или боља контрола и већа ефикасност при коришћењу енергије.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Шта је компас?
2. Објасни шта представљају линије силе магнетног поља.
3. Опиши како се помоћу гвоздених струготина могу визуализовати линије силе магнетног поља.
4. Како се понаша магнетни лист, а како соланоид кроз који тече струја?
5. Које предности има електромагнет у односу на сталне магнете?
6. Изабери једну од ових тема: вештачки магнети, складиштење и обрада података, медицинска дијагностика, електротехника и енергетика, саобраћај и транспорт и сл. и истражи примену магнета и магнетног поља у тој области.

## 1.15. Магнетне силе

Око сваког магнета постоји магнетно поље. Ерстедов експеримент показао је да и око проводника кроз који тече електрична струја постоји магнетно поље. Привлачење и одбијање два магнета, заокре-тање магнетне игле у близини штапног магнета или померање магнетне игле у близини проводника кроз који тече струја примери су узајамног дејства, а величина као мера тог узајамног дејства је сила. Узајамно дејство које настаје услед присуства магнетног поља називамо **магнетно узајамно дејство**. Сходно томе, силе које карактеришу магнетно узајамно дејство називамо **магнетне силе**. Те силе, исто као и електричне силе, могу бити привлачне и одбојне.

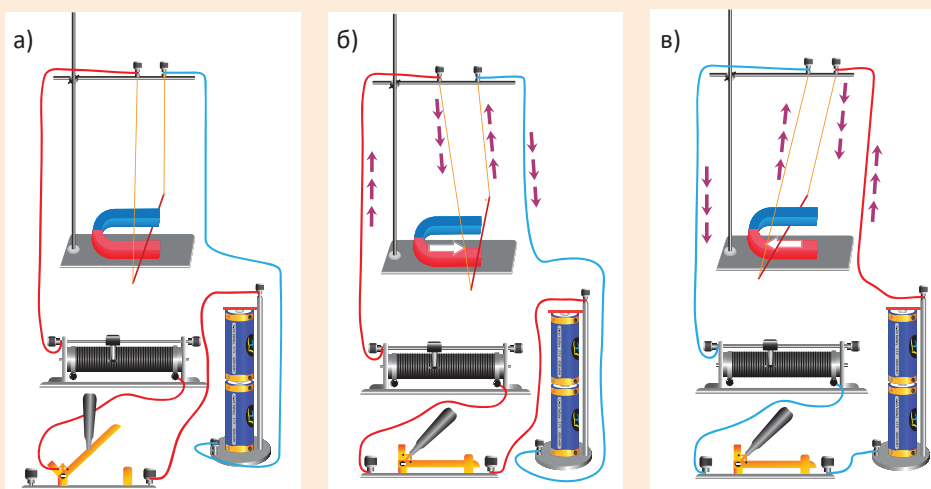
### Амперова сила

а) Сила која делује на проводник кроз који тече струја, постављен у магнетно поље, назива се **Ампе-рова сила**. Амперова сила настаје као резултат узајамног дејства магнетног поља са наелектрисањима која се усмерено крећу у проводнику.



#### АКТИВНОСТ 1.

Праволинијски проводник који је део струјног кола постави између полова потковичастог магнета тако да је проводник постављен нормално на линије силе магнетног поља. Проводник је обешен у простору између полова магнета да би ефекат био видљив. Ако кроз проводник не тече струја, тада проводник мирује, слика 1а. Када кроз проводник тече струја, он се помера у одређеном смеру. Ако променимо смер течења струје кроз проводник, тада се он помера у супротном смеру.



**Слика 1.**  
Амперова сила:  
а) Кроз проводник не тече струја  
б) Струја кроз проводник тече у једном смеру  
в) Струја кроз проводник тече у супротном смеру

Чињеница да региструјемо померање проводника указује на то да на њега делује сила. Експериментално је утврђено да сила која делује на проводник зависи директно пропорционално од јачине струје која тече кроз проводник и од дужине проводника која се налази у магнетном пољу, али и од величине карактеристичне за магнетно поље. Константа пропорционалности је карактеристика магнетног поља и уобичајено се означава са  $B$ . Интензитет Амперове силе у случају када магнетно поље захвата прав угао са проводником је:

$$F_A = B \cdot I \cdot l,$$

где је  $I$  јачина струје кроз проводник, а  $l$  дужина дела проводника који се налази у простору где постоји магнетно поље.

Физичка величина  $B$  назива се **магнетна индукција** и она је карактеристика магнетног поља. То је векторска величина, што значи да има интензитет, правац и смер. У општем случају, правац вектора



$\vec{B}$  је по тангенти на линије силе магнетног поља у датој тачки, а смер је исти са смером линија силе магнетног поља. Величину магнетне индукције можемо одредити посредно, тј. преко величине Амперове силе, којом магнетно поље делује на проводник кроз који тече струја, постављен нормално на линије силе магнетног поља. Полазећи од једначине за Амперову силу:

$$B = \frac{F_A}{I \cdot l},$$

можемо закључити да је величина магнетне индукције бројно једнака величини Амперове силе која делује на проводник дужине  $l = 1\text{ m}$  кроз који тече струја јачине  $1\text{ A}$ , односно  $I = 1\text{ A}$ , ако је проводник постављен нормално на линије силе магнетног поља. Јединица којом се изражава магнетна индукција је **тесла (Т)**, названа према великом научнику Николи Тесли.

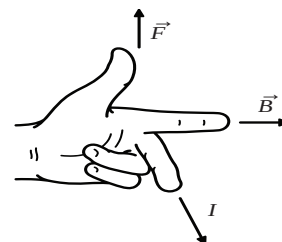
Из горње формуле можемо закључити да је  $1\text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$ .

Ако проводник није постављен нормално на магнетну индукцију, већ захвата угао  $\alpha$  у односу на линије силе магнетног поља, тада допринос има само компонента  $\vec{B}$  која је нормална на проводник, а она је  $B_{\perp} = B \cdot \sin \alpha$ . У том случају, Амперова сила се израчунава формулом:

$$F_A = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

што је општија формула за израчунавање Амперове силе. Из ове формуле следи  $F_A = B \cdot I \cdot l$ , ако се узме да је проводник постављен под правим углом у односу на правац вектора магнетне индукције ( $\alpha = 90^\circ$ ). Ако је, пак, проводник паралелан са вектором магнетне индукције ( $\alpha = 0^\circ$ ), на проводник не делује Амперова сила.

Амперова сила увек је нормална, и на проводник и на вектор магнетне индукције. Смер Амперове силе одређује се **Флеминговим правилом леве руке**: Ако три прста леве руке поставимо нормално један на други тако да кажипрст показује смер магнетне индукције, средњи прст показује смер течења струје, тада ће палац показивати смер Амперове силе, слика 2.



Слика 2.

Флемингово правило леве руке



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Проводник кроз који тече струја јачине  $2,8\text{ A}$  постављен је делом у магнетно поље индукције од  $0,5\text{ T}$ , као што је приказано на слици. Праволинијски део проводника (део од А до В), који је у простору где постоји магнетно поље, има дужину од  $12\text{ cm}$ . Израчунај интензитет Амперове силе која делује на проводник и одреди њен правац и смер.

Дато:

$$I = 2,8\text{ A}, \quad B = 0,5\text{ T}, \\ l = 12\text{ cm} = 0,12\text{ m}$$



Тражи се:

$$F - ? \text{ правац и смер силе}$$

Решење:

Према цртежу, вектор магнетне индукције је нормалан на проводник, а ознака  $\otimes$  показује да је смер  $\vec{B}$  од нас ка листу. Даље се са цртежа види да је смер струје кроз проводник од А ка В. Према Амперовом закону,  $F = B \cdot I \cdot l$ , за вредност интензитета силе добија се  $F = 0,17\text{ N}$ .

Знамо да вектор силе  $\vec{F}$  треба да биде нормалан и на векторот  $\vec{B}$  треба да буде нормалан и на вектор В и на проводник АВ. Сагласно Флеминговом правилу леве руке, сила ће деловати у равни листа усмерена нагоре.



## Магнетни флуks

У свакој тачки простора, магнетна индукција  $\vec{B}$  има одређену величину, правац и смер. У неким случајевима, уместо вредности магнетне индукције у делу простора, важнији је број линија силе магнетног поља које пролазе кроз одређену површину, као што су правоугаони оквир, намотај или магнетни лист. Из тих разлога, уведена је величина **магнетни флуks**. Ако је дата површина постављена нормално на вектор магнетне индукције, као што је приказано на слици 3а, тада се магнетни флуks израчунава формулом:

$$\Phi = B \cdot S,$$

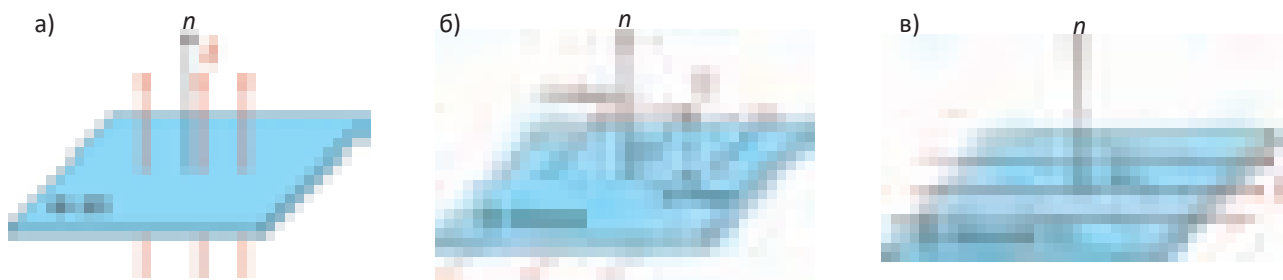
где је  $\vec{B}$  магнетна индукција, а  $S$  површина дате површи (слика 3а). У општем случају, када вектор  $\vec{B}$  и нормала површи  $n$  захватају угао  $\alpha$ , можемо сматрати да магнетна индукција има две компоненте. Прва компонента је компонента магнетне индукције која је нормална на површ (или паралелна са нормалом површи) и означавамо је са  $B_n$ , док је друга компонента паралелна са површи кроз коју одређујемо флуks (или нормална на нормалу равни) и означавамо је са  $B_p$  (слика 3б). Величина ових компоненти је:

$$B_n = B \cdot \cos \alpha \text{ и } B_p = B \cdot \sin \alpha.$$

Удео у магнетном флуксу има само компонента  $B$  која је нормална на површ (паралелна са нормалом површи), односно  $B_n = B \cdot \cos \alpha$ . У случају када магнетна индукција захвата одређени угао са нормалом, магнетни флуks се израчунава формулом:

$$\Phi = B_n \cdot S = B \cdot S \cdot \cos \alpha.$$

Ако је раван постављена паралелно са вектором магнетне индукције, ниједна линија не сече површ и  $\Phi = 0$  (слика 3в).



Слика 3. Магнетни флуks: а)  $\alpha = 0^\circ$ , б)  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ , в)  $\alpha = 90^\circ$ .

Основна јединица за магнетни флуks је један **вебер (1 Wb)** и она се изводи из формуле за магнетни флуks, при чему се добија  $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2$ . Магнетни флуks кроз дату површ је 1 Wb када магнетне линије силе магнетног поља индукције 1 T пролазе кроз површину од  $1 \text{ m}^2$  постављену нормално на вектор магнетне индукције.

## Амперова сила између два паралелна проводника

Магнетно поље око праволинијског проводника кроз који тече струја је нехомогено. Са удаљавањем од проводника, магнетна индукција се смањује. Формула за величину магнетне индукције у тачки која је на растојању  $r$  од бесконачно дугог праволинијског проводника кроз који тече струја јачине  $I$  је:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

где константа пропорционалности  $\mu_0$ , названа **магнетна пермеабилност вакуума**, има вредност:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}},$$

Ако проводник кроз који тече струја ствара магнетно поље, тада се логично поставља питање: Шта се дешава ако се два праволинијска проводника кроз која тече струја поставе паралелно један до другог?

Досадашње знање указује на то да ће се појавити узајамно дејство међу њима, а сагласно Трећем Њутновом закону, на сваки од њих ће деловати магнетна сила.

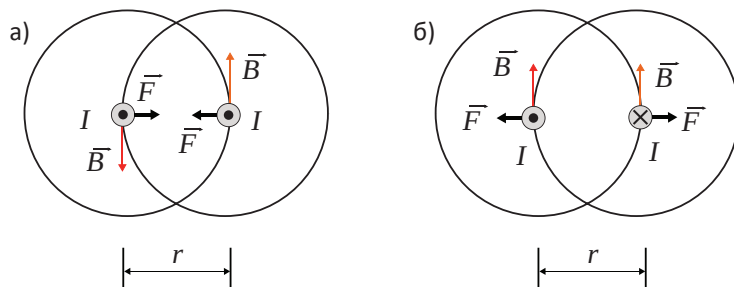
Размотримо два дуга праволинијска проводника постављена паралелно један до другог на растојању  $r$ . На слици 4 они су постављени нормално на раван листа. Разматрамо два случаја, када кроз њих тече струја у истом смеру (од листа ка нама), слика 4а и када кроз њих теку струје у супротним смеровима, слика 4б.

Сваки проводник се налази у магнетном пољу створеном другим проводником. Линије силе магнетног поља у близини првог проводника су концентричне кружнице и секу други проводник под правим углом. Помоћу Флеминговог правила леве руке, можемо одредити смер Амперове силе која делује на оба проводника, у оба случаја. Кроз анализу слике 4, може се утврдити да се два паралелна проводника кроз која тече струја истог смера привлаче, а два паралелна проводника кроз која тече струја супротног смера одбијају.

Заменом израза за магнетну индукцију праволинијског проводника у формулу за Амперову силу, добијамо:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

Ово је формула за силу којом узајамно делују два праволинијска проводника дужине  $l$  кроз које теку струје јачине  $I_1$  и  $I_2$  респективно, а постављени су на растојању  $r$  један од другог у вакууму.



Слика 4. Два паралелна спроводника:

а) Струјата тече во иста насока

б) Струјата тече во спротивна насока



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Два дуга паралелна праволинијска проводника постављена су на растојању од 30 cm.

Кроз први проводник тече струја која је три пута већа од струје кроз други проводник. На јединицу дужине, на проводнике делује Амперова сила интензитета  $1,5 \cdot 10^{-7}$  N. Одреди јачину струја које теку кроз оба проводника ако се они налазе у вакууму.

|                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дато:</b><br>$r = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m},$<br>$\frac{F}{l} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ N/m},$<br>$I_1 = 3I_2$ | <b>Решење:</b><br>За два дуга паралелна проводника важи:<br>$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$ Одавде: $I_1 I_2 = \frac{2\pi r F}{\mu_0 l} = \frac{2\pi \cdot 0,30}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} = 0,225 \text{ A}^2$<br>Пошто је $I_1 = 3I_2$ :<br>$I_1 I_2 = 3I_2^2 = 0,225 \Rightarrow I_2^2 = 0,075 \Rightarrow I_2 = 0,274 \text{ A}$<br>$I_1 = 3I_2 = 3 \cdot 0,274 = 0,822 \text{ A}.$ |
| <b>Тражи се:</b><br>$I_1 - ?, \quad I_2 - ?$                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

### Лоренцова сила

Електрична струја у металном проводнику представља усмерено кретање слободних електрона кроз њега. Ако се проводник кроз који не тече струја постави у магнетно поље, на њега не делује

Амперова сила, иако у њему постоје слободни електрони који се хаотично крећу. Ово упућује на закључак да постојање Амперове силе не потиче од присуства проводника, већ од усмереног кретања електрона у њему. Другим речима, то значи да се око сваког наелектрисања које се усмерено креће ствара магнетно поље. Магнетна сила којом магнетно поље делује на наелектрисање које се креће у њему назива се **Лоренцова сила**.

Заправо, Амперова сила којом магнетно поље делује на проводник је збир сила којима магнетно поље делује на сваки електрон који се креће кроз проводник. Сила којом магнетно поље делује на наелектрисања која се крећу назива се Лоренцова сила. Формула којом се може израчунати интензитет Лоренцове силе ( $F_L$ ) може се извести из формуле за Амперову силу.

У формули за Амперову силу  $F_A = B \cdot I \cdot l$  јачину струје изражавамо преко укупног броја слободних електрона у проводнику  $N$ , односно:

$$I = \frac{Ne}{t}.$$

Електрони, крећући се брзином  $v$  и за време  $t$  нека пређу пут  $l$  једнак дужини проводника који се налази у магнетном пољу.

У том случају важи  $t = \frac{l}{v}$ , па добијамо да

$$F_A = NevB.$$

Последња формула показује да ће на један електрон наелектрисања  $e$  који се креће брзином  $v$  у пољу магнетне индукције  $B$  деловати сила

$$F_L = Bev.$$

Ако честица која се креће у магнетном пољу има наелектрисање  $q$  и креће се брзином  $v$  која је нормална на магнетну индукцију, тада ће на њу деловати Лоренцова сила:

$$F_L = qvB.$$

У општем случају, када правац брзине наелектрисане честице са магнетном индукцијом захвата угао  $\alpha$ , интензитет Лоренцове силе биће:

$$F_L = qvB \cdot \sin \alpha.$$

Смер Лоренцове силе одређује се Флеминговим правилом леве руке. Ако три прста леве руке поставимо нормално један на други тако да кажипрст показује смер магнетне индукције, средњи прст показује смер брзине позитивно наелектрисане честице, тада ће палац показивати смер **Лоренцове силе**. За негативно наелектрисану честицу користимо исто правило, с тим што ће смер силе бити супротан од смера палца.

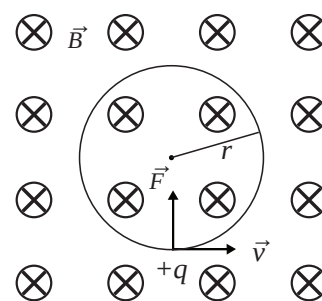
Лоренцова сила увек је нормална на вектор брзине и на магнетну индукцију поља. Пошто је Лоренцова сила истовремено нормална намагнетно поље и на брзину наелектрисане честице, сила ће стално закривљивати путању честице, па ће се она кретати по кружници.

У том случају, честица се креће са центрипеталним убрзањем, а Лоренцова сила је узрок појаве центрипеталног убрзања. Према томе, можемо записати:

$$qvB = \frac{mv^2}{r}.$$

одакле се може добити израз за полупречник кружнице по којој ће се кретати честица:

$$r = \frac{mv}{qB}.$$



Слика 5. Лоренцова сила

Ако искористимо везу између линијске и угаоне брзине, за период обиласка честице добија се:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$



## РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Јон деутеријума убрзава се напонам од 600 V. Маса јона је  $3,34 \cdot 10^{-27}$  kg. Затим деутеријум улази нормално на линије силе у хомогено магнетно поље магнетне индукције 0,40 Т. Одреди полупречник кружнице по којој се креће у магнетном пољу. Наелектрисање деутеријума је:  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  C.

## Дато:

$$U = 600 \text{ V},$$

$$B = 0,40 \text{ T},$$

$$m = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

## Тражи се:

$$r - ?$$

## Решење:

Јон се убрзава напонам, па добија кинетичку енергију

$$qU = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

У хомогеном магнетном пољу (улази нормално), креће се по кружници  $r = \frac{mv}{qB}$ .

При чему се за полупречник кружнице добија:

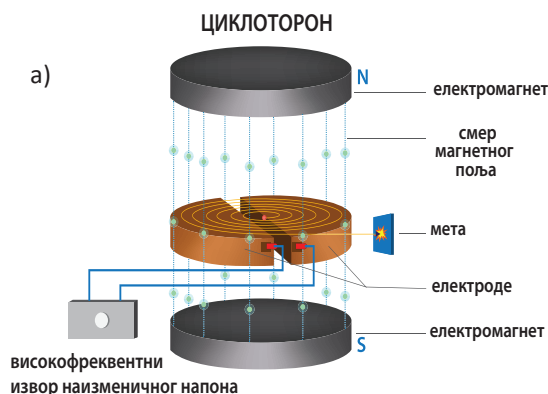
$$r = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}} = 1,25 \text{ cm}.$$

## Примена магнетних сила

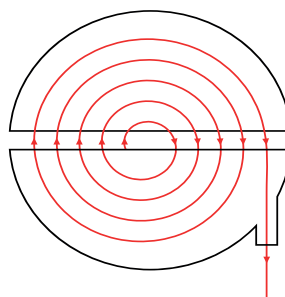
Открића и истраживања магнетних сила довела су до тога да магнетно поље од апстрактне физичке реалности недоступне нашим чулима добије практичну примену и постане део наше свакодневице. Принцип рада многих уређаја заснива се на дејству магнетних сила. Такви уређаји су: електрични мотор, генератор, катодна цев и осцилоскоп, убрзивачи честица (акцелератори), масени спектрометри, микрофони и звучници, уређаји за медицинску дијагностику, за складиштење и читање података и други..

## Циклотрон као убрзивач честица

Циклотрон је тип **убрзивача**, уређај за убрзавање наелектрисаних честица коришћењем хомогеног магнетног поља и променљивог електричног поља. Он се састоји од две шупље полукружне електроде у облику слова D, постављене у вакууму и повезане са извором високофреквентног наизменичног напона.



б)



струје. Цео систем се налази у хомогеном магнетном пољу јаког електромагнета. Правец магнетне индукције је нормалан на раван електрода.

Улога магнетног поља које ствара електромагнет је само промена правца брзине наелектрисане честице услед дејства Лорен-

Слика 6. а) Шематски приказана конструкција циклотрона.  
б) путања убрзане честице у циклотрону.

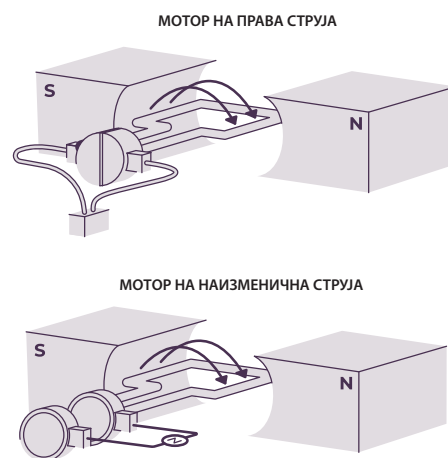
цове силе. Убрзавање честице настаје само у процепу између полукружних електрода под дејством електричног поља, чији смер периодично мења високофреквентни извор наизменичне струје. Унутар шупљина електрода нема електричног поља, зато брзина честице остаје константна док се креће у унутрашњости сваке од електрода. Фреквенција наизменичног напона таква је да при сваком уласку честице у процеп између електрода, електрично поље мења смер. Са сваким проласком кроз процеп, честица добија додатну кинетичку енергију.

Како расте брзина, тако се повећава и полупречник кружнице по којој се креће честица  $r = \frac{mv}{Bq}$ , а трајекторија се постепено шири формирајући спиралу. Када честица достигне довољно велику енергију и полупречник трајекторије, усмерава се ван циклотрона.

## Електромотор

Сви електрични апарати у дому, електрични алати, индустријске машине, лифтове, пумпе, електрична и хибридна возила, вентилаторе и дискове у рачунару покреће електрични мотор или **електромотор**. У њему се електрична енергија претвара у користан механички рад. Основни принцип рада је дејство магнетне силе на оквир, односно калем кроз који тече струја, слика 7. Без обзира на то да ли мотор ради на праву или наизменичну струју, принцип је исти.

Сваки мотор састоји се од непокретног система (статор) који чине стални магнети, кућиште и четкице и покретног дела (ротор) састављеног од калема и осовине која преноси ротацију. Непокретни магнети стварају магнетно поље. На калем кроз који тече струја делује Амперова сила, при чему се јавља спрег сила који ствара обртни момент. Калем ротира и то кретање се преко осовине мотора преноси на уређај. Код мотора на праву струју постоји и комутатор, који мења смер струје при свакој полуротацији калема.



Слика 7. Шематски приказ електромотора на праву и на наизменичну струју



### НАУЧИ ВИШЕ

#### 1. Магнетна индукција магнетног листа и соленоида

Када је електрични проводник савијен у облику кружнице и кроз њега тече електрична струја, ствара се магнетно поље које је симетрично у односу на кружницу. Овакву кружну струјну контуру називамо магнетни лист. У центру кружнице магнетна индукција има највећу вредност, јер су доприноси свих делова проводника истог смера. Магнетна индукција у центру магнетног листа полупречника  $R$ , кроз који тече струја јачине  $I$ , одређена је изразом:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Ако се кружни проводник продужи у велики број навоја постављених један до другог, добија се соленоид. У унутрашњости дугог соленоида магнетно поље је приближно хомогено, па магнетна индукција има исти правац, смер и величину у свакој тачки. Магнетна индукција у унутрашњости идеалног дугог соленоида одређује се формулом:

$$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I,$$

где је  $N$  укупан број навоја,  $l$  дужина соленоида, а  $n$  број навоја по јединици дужине. Ван соленоида магнетна индукција је веома мала и најчешће се занемарује. Соленоид кроз који тече стална струја, према свом дејству понаша се слично штапном магнету.

## 2. Индукована електромоторна сила

Индукована електромоторна сила појављује се у затвореној контури од проводника када се мења магнетни флуks. Ову појаву открио је Мајкл Фарадеј и позната је као електромагнетна индукција. Промена магнетног флуksа може настати ако се магнет креће у односу на затворену контуру, ако се контура креће у магнетном пољу или ако се мења јачина магнетног поља. Као последица тога, у колу се појављује индукована електромоторна сила, која може да се израчуна једначином:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS \cos\alpha)}{\Delta t}.$$

Величина индуковане електромоторне силе зависи од тога колико брзо се мења магнетни флуks. Што је промена бржа, то је већа индукована ЕМС. Смер индуковане струје је такав да се она супротставља узроку који је изазвао промену магнетног флуksа, што је познато као Ленцово правило. На пример, ако се магнет приближава контури, тада се кроз контуру повећава флуks. Струја која ће се индуковати у оквиру имаће такав смер да поље које она ствара тежи да смањи повећање флуksа.

Индукована електромоторна сила има огроман практични значај, јер је она основа за рад генератора електричне енергије, трансформатора и многих других електричних уређаја. Захваљујући електромагнетној индукцији, механичка енергија може да се претвори у електричну, што ову појаву чини кључном за савремену технику и за свакодневни живот.



### ПОЗНАТИ НАУЧНИК

Никола Тесла (1856–1943) један је од најзначајнијих проналазача и научника у историји електротехнике и физике. Рођен је у Смиљану, у тадашњој Аустријској Империји, данашњој Хрватској, у српској породици, а образовање је стекао у Европи пре него што се преселио у Сједињене Америчке Државе. Рано је показао изузетан таленат за математику, физику и инжењерство, као и необичну способност визуелизације сложених техничких идеја, што му је омогућавало да пројектује уређаје без класичних цртежа.

Највећи допринос Николе Тесле је у развоју наизменичне струје и у полифазним електроенергетским системима који данас представљају основу савремене производње и преноса електричне енергије. Он је открио принципотирајућег магнетног поља, конструисао индукциони мотор и дао кључни допринос у развоју трансформатора, генератора и далековада. Његова решења омогућила су ефикасан пренос електричне енергије на велика растојања и превазишла техничка ограничења једносмерних система.

Осим електроенергетиком, Тесла се бавио и бежичном комуникацијом, радиотехником, високофреквентним струјама и експериментима са електромагнетним таласима. Током живота није увек био довољно признат, његове идеје су присвајали други научници и често се суочавао са финансијским тешкоћама. Његово дело имало је огроман утицај на развој модерне технологије. Данас се Никола Тесла сматра визионаром који је својим идејама трасирао пут савремене цивилизације.





## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Како магнетно поље може да се открије експериментално и без употребе магнетне игле или гвоздених струготина?
2. Зашто се праволинијски проводник постављен паралелно са линијама силе магнетног поља не помера, иако кроз њега тече струја?
3. По чему ће се разликовати путања електрона и протона који улазе истом брзином у исто магнетно поље?
4. Кроз два дуга паралелна праволинијска проводника, постављена на растојању од 0,60 m, теку електричне струје једнаке јачине од по 8 A, али у супротним смеровима. Одреди магнетну индукцију у тачки која се налази тачно на средини између два проводника.  
(Решење: 1,07·10<sup>-5</sup>T)
6. На хоризонталним металним шинама удаљеним 25 cm лежи метални проводник масе 0,60 kg. Шине се налазе у вертикалном хомогеном магнетном пољу магнетне индукције 0,40 T. Колика струја треба да се пропусти кроз проводник да би он почео да се креће, ако је коефицијент трења између проводника и шина 0,12? (Решење: 7, 1A)
7. Електрон улази у хомогено магнетно поље нормално на линије силе магнетног поља. Брзина електрона при уласку у поље је  $2,0 \cdot 10^6$  m/s. Магнетна индукција поља:  $1,6 \cdot 10^{-3}$  T Одреди:
  - а) Облик путање електрона и полупречник те путање;
  - б) време које електрон проведе у магнетном пољу;
  - в) да ли се мењају брзина и кинетичка енергија електрона при кретању кроз магнетно поље? Одговор образложи.
11. Маса електрона је  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg, а његово електрично наелектрисање је  $1,60 \cdot 10^{-19}$  C.  
(Решење: 7,1 mm; 2,23·10<sup>-8</sup>s)

## 1.16. Магнетна својства материјала

Свака супстанца има своју карактеристичну микроструктуру. Њена магнетна својства, осим од састава и микроструктуре, зависе и од спољашњих услова, као што су температура, обрада материјала, механичка напрезања и деформације и магнетна историја, тј. да ли је претходно био изложен магнетном пољу. Још пре око двеста година, Мајкл Фарадеј је открио да сви материјали показују магнетна својства. То магнетно понашање испољавају на различит начин и са различитим интензитетом узајамног дејства са пољем у које су унети. Магнетна својства материјала одређују како ће се он понашати ако је у магнетном пољу или када га донесемо у близину магнета. Ова својства су од великог значаја у физици, техници и у свакодневном животу, јер од њих зависи да ли ће материјал бити привучен, одбијен или готово уопште неће узајамно деловати са магнетним пољем.

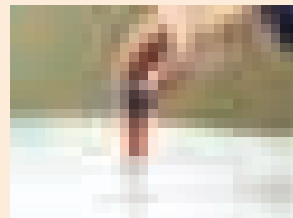
Најједноставније речено, магнетна својства датог материјала описују како магнетно поље продире кроз материјал и како тај материјал га мења, тј. појачава, слаби или не мења магнетно поље. Ако се неки материјал налази у магнетном пољу, у њему може настати магнетизација, појава при којој материјал показује магнетно понашање, које може бити привремено или трајно. Стање кроз које пролази материјал при уношењу у магнетно поље називамо магнетисање.





## АКТИВНОСТ 1.

Узми десетак спајалица за папир и провери да се оне међусобно не одбијају нити привлаче. Уместо спајалица, можеш користити и гвоздене клинове. Узми магнет, било штапни или потковичасти магнет, или електромагнет. Један пол магнета полако приближавај спајалицама, а да их не додирнеш. Шта примећујеш? Да ли је узајамно дејство привлачно или одбојно? Да ли је узајамно дејство контактано или бесконтактано? Сада, узми друге спајалице (или гвоздене клинове) и понови поступак приближавањем другог пола магнета. Да ли је у овом случају сила привлачна или одбојна?



Слика 1.  
Магнетисање предмета

Магнетно поље датог магнета може да мења стање неких материјала који су у његовој близини, или кажемо, може да их магнетише. Када предмету направљеном од магнетног материјала приближимо магнет, предмет се магнетише, исто као спајалице или клинови направљени од гвожђа. На тај начин и предмет постаје магнет са супротним полом од магнетног пола ближег краја магнета, што резултира привлачењем. Без обзира на то који пол магнета приближавамо предмету, после магнетисања предмета, магнетна сила међу њима је привлачна.

### Узроци магнетних својстава материјала

Иако се магнетизам као појава примећује на макроскопском нивоу, као сила узајамног дејства, узроке магнетних својстава материјала треба тражити на микроскопском, односно на атомском нивоу. Магнетна својства потичу од микроскопске структуре материјала, тачније од понашања електрона у атомима и међусобне интеракције међу атомима. Кроз истраживање узрока магнетних својстава материјала, научници су могли да објасне зашто су неки материјали снажно магнетни, други слабо реагују на магнетно поље, а трећи уопште не показују приметне магнетне ефекте.

Још пре него што је откривен електрон и пре него што су дате идеје о моделима атома, Ампер је претпоставио да на микроскопском нивоу постоје елементарне струје или „молекуларне струје“. Према њему, то су затворене струје, слично струји кроз магнетни лист, које стварају магнетно поље. Хипотеза о тим струјама повезана је са чињеницом да око сваког проводника кроз који тече струја постоји магнетно поље.

Са данашњег становишта, сваки атом је састављен од језгра и од електрона који се крећу око њега. Електрон који се креће по кружној путањи представља магнетни дипол, исто као и сваки магнет са два пола, северним и јужним. Пример дипола је и магнетни лист (кружни проводник кроз који тече струја). Сваки дипол ствара своје магнетно поље. Својства дипола описују се преко векторске величине магнетни момент:

$$\vec{P} = I \cdot \vec{S},$$

производ јачине струје ( $I$ ) и површине површи по којој струја обилази ( $S$ ). Сваки атом, због кретања електрона око језгра, представља мали дипол са магнетним моментом који називамо орбитални магнетни момент. Додатно, електрон има спин, тј. својство које, исто као маса и електрично наелектрисање, представља његову унутрашњу карактеристику. Спин можемо замислити као ротацију честице око сопствене осе. Због спина, електрон има и спински магнетни момент. Атом као целина има магнетни момент у који допринос дају и орбитални и спински магнетни момент. Магнетни момент атома ствара магнетно поље и зато можемо сматрати да се он понаша као елементарни магнет (мали магнет). Начин на који су ти мали магнети међусобно оријентисани, као и њихово подређивање у спољашњем магнетном пољу, одређује магнетну природу материјала.

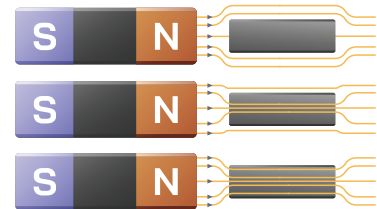
## Релативна магнетна пермеабилност

Видели смо да су магнетна индукција и магнетни флуks величине које описују поље у простору. Када је магнетно поље створено у вакууму и када магнетну индукцију тог поља у вакууму означимо са  $B_0$ . Ако је на исти начин исто то поље створено у некој другој материјалној средини, магнетна индукција у материјалу имаће другачију вредност од оне у вакууму. Магнетну индукцију поља у материјалу означимо са  $B$ . Пошто материјална средина мења поље у простору, она има магнетно својство карактеристично за њу. За описивање тог својства, уводимо физичку величину **релативна магнетна пермеабилност**  $\mu_r$ , а дефинишемо је као количник магнетне индукције поља у материјалу и магнетне индукције тог поља у вакууму:

$$\mu_r = \frac{B}{B_0},$$

при чему се из формуле види да је то бездимензионална величина. Релативна магнетна пермеабилност је карактеристика датог материјала и она говори како се мења магнетна индукција поља у том материјалу у односу на магнетну индукцију поља у вакууму. На основу вредности  $\mu_r$ , материјали се према својим магнетним својствима деле на: дијамагнетне, парамагнетне и феромагнетне материјале, или дијамагнетике, парамагнетике и феромагнетике.

Реч „пермеабилност“ значи пропустљивост, а у контексту магнетних својстава указује на способност материјала да пропушта магнетно поље кроз себе. Што га више пропушта кроз себе, то више појачава поље у материјалу, као што је приказано на слици 2. Отуда, види се да феромагнетици најбоље пропуштају магнетно поље, а то значи да имају највећу вредност за релативну магнетну пермеабилност.

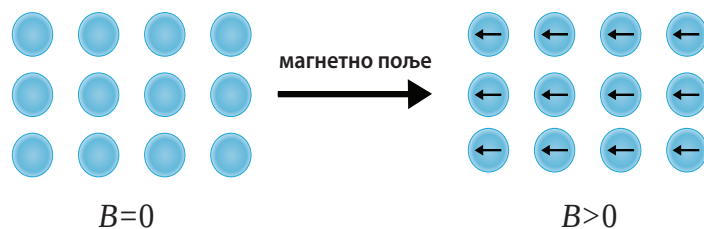


Слика 2. Пермеабилност магнетних материјала

## Дијамагнетици

Кај дијамагнетиците релативната магнетна пермеабилност е малку помала од еден ( $\mu_r < 1$ ) и тие го ослабуваат магнетното поле. Во отсуство на надворешно поле, вкупниот магнетен момент кај овие материјали е нула, бидејќи орбиталниот и спинскиот магнетен момент се ориентирани во спротивни насоки. Ако дијамагнетен материјал се внесе во магнетно поле, магнетните диполи се ориентираат во насока спротивна од насоката на магнетното поле, слика 3. Материјали што покажуваат вакви магнетни својства се: вода, сребро, бакар, бизмут, готварска сол, повеќето гасовите и други. Тие го ослабуваат надворешното магнетно поле и затоа „бегаат“ од полето, слика 2.

дијамагнетни материјал

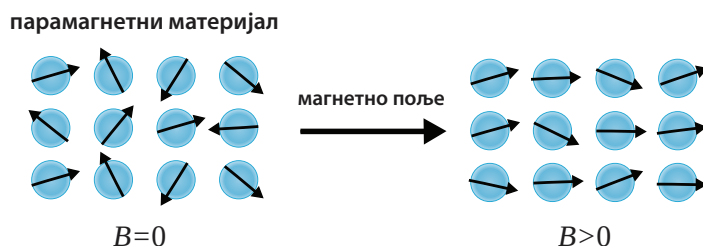


Слика 3. Дијамагнетни материјал

## Парамагнетици

Код дијамагнетика релативна магнетна пермеабилност је мало мања од један ( $\mu_r > 1$ ). Код нѝх доминира орбитално магнетно поље, односно атоми имају орбитални магнетни момент различит од нуле. У одсуству магнетног поља, укупни магнетни момент тела или материјала који добијаме као векторски збир магнетних момената свих атома једнак је нули. Магнетни моменти су оријентисани у свим правцима без неког реда и магнетни ефекти се поништавају. Зато такви материјали не покажују приметна магнетна својства. Када се парамагнетик унесе у спољашње магнетно поље, део маг-

нетнихмомената се подређује у смеру поља, слика 4. Због овог делимичног подређивања, магнетна индукција у његовој унутрашњости се повећава. Овај ефекат је релативно слаб јер је усклађивање елементарних магнета само делимично, што је приказано и на слици, где је оријентација магнетних момената само делимично усмерена у правцу спољашњег поља. После уклањања магнетног поља, парамагнетици се брзо враћају у хаотичну оријентацију и потпуно губе индуковани магнетни момент. Типични примери парамагнетика су алуминијум, натријум, калијум, волфрам, платина и кисеоник.



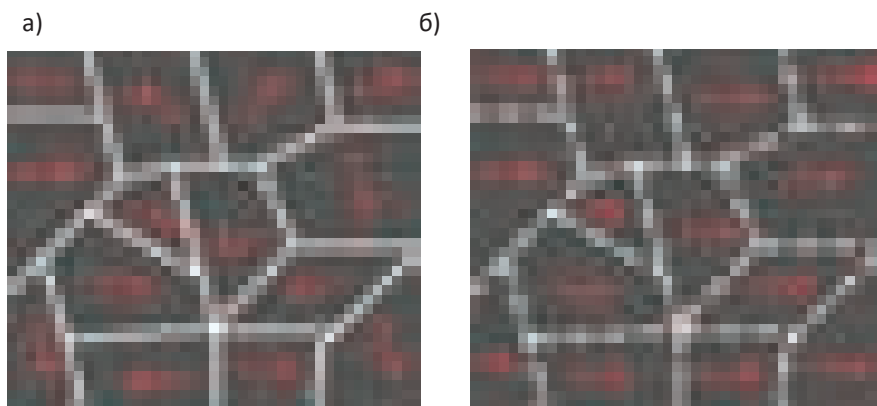
Слика 4. Парамагнетни материјал

Феромагнетици се брзо враћају у хаотичну оријентацију и потпуно губе индуковани магнетни момент. Типични примери парамагнетика су алуминијум, натријум, калијум, волфрам, платина и кисеоник.

## Феромагнетици

Ови материјали имају изразито снажна магнетна својства, а то се дугује више спинском магнетном моменту него укупном моменту атома као целине. Они могу снажно да се магнетишу. Феромагнетици имају веома велику релативну магнетну пермеабилност. Она је много већа од јединице ( $\mu_r \gg 1$ ), од неколико десетина хиљада до милион, што значи, они веома засићују спољашње магнетно поље. Феромагнетна својства показују гвожђе, кобалт, никл и њихове легуре.

У овим материјалима постоји снажно узајамно дејство међу магнетним моментима суседних атома, па велике групе атома чији су спинови у истом смеру, формирају регионе који се називају магнетни домени. У њима постоји спонтана самоорганизација и када феромагнетик није у спољашњем магнетном пољу. Величина домена најчешће може бити скоро од  $10^{-3}$  mm до 1 mm. У немагнетисаном материјалу, домени су безредно оријентисани, као што је приказано на слици 5а. Када се феромагнетик постави у магнетно поље, оријентација магнетних поља у сваком домену ће се променити тако да ће се они поставити у смеру спољашњег поља, слика 5б. Ово подређивање појачава дејство спољашњег магнетног поља. Овакво понашање омогућава неким материјалима, на пример, немагнетисаном гвожђу,



Слика 5. Магнетни домени у феромагнетику

а) у одсуству спољашњег магнетног поља, б) у магнетном пољу.

да се намагнетишу када се нађу у близини јаког магнета или када се протрљају сталним магнетом. Постепено подређивање домена доводи до тога да гвожђе постане привремено или трајно намагнетисано.

За разлику од дијамагнетика и парамагнетика, само материјали са кристалном структуром могу имати феромагнетна својства. Ако феромагнетик пређе у течну или у гасовито стање, тада

се он понаша као парамагнетик. То указује да су њихова магнетна својства одређена и кристалном структуром. На пример, феромагнетни материјал може да изгуби магнетна својства и да пређе у парамагнетик загревањем. Температура на којој феромагнетик губи феромагнетна својства и прелази у парамагнетик назива се Киријева температура. За гвожђе она је  $770^\circ\text{C}$ , а за никл је много нижа и износи  $360^\circ\text{C}$ . Феромагнетик може изгубити магнетна својства и постављањем у променљиво магнетно поље, а такође и при наглим и снажним механичким напрезањима. На пример, ударањем, домени се размештају, при чему се нарушава њихова подређеност, а тиме материјал губи магнетна својства.



### ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

Познавање магнетних својстава материјала, осим теоријског значаја, представља основу за развој бројних технолошких уређаја, као што су електромотори, генератори, меморијски уређаји и сензори, апарати за медицинску дијагностику, који су незаменљив део савременог живота.

Од дијамагнетика се израђују одређени делови прецизних инструмената и сензора у којима не сме бити магнетних сметњи. Такође, дијамагнетна својства воде и органских ткива важна су за принцип рада уређаја за магнетну резонанцу. На пример, користе се парамагнетици као контрастна средства. Неки сензори користе својство кисеоника као парамагнетне супстанце за његово детектовање.

Од феромагнетика се праве перманентни магнети, језгра електромотора, генератора и трансформатора, потом се користе код уређаја за складиштење информација, магнетних брава, звучника, микрофона итд. Разумевање магнетних својстава омогућава правилан избор материјала и оптимално коришћење магнетних појава у техници и у науци. Неки од њих се користе као трајни магнети, а други као меки магнетни материјали код којих се магнетизација лако мења.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Од чега зависе магнетна својства материјала?
2. Како дефинишемо релативну магнетну пермеабилност?
3. Шта је карактеристично за дијамагнетике?
4. Које су сличности и разлике између парамагнетика и феромагнетика?
5. Шта је Киријева температура?

## Тема 1: ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Наелектрисана метална сфера додирује се са неутралном металном сфером истог полупречника, а затим се раздвајају. Како ће се распоредити наелектрисање при додиру сфера? Објасни свој одговор. Како ће се распоредити наелектрисање ако једна сфера има два пута већи полупречник од друге?
2. Два наелектрисања су постављена тако да је у једној тачки електрично поље нула. Да ли у тој тачки мора бити нула и електрични потенцијал? Образложи.
3. Ако знамо да је брзина усмереног кретања електрона кроз метални проводник веома мала, зашто онда сијалица засветли одмах по укључењу прекидача?
4. Објасни одакле произлази потреба да мерни инструмент за мерење јачине струје (амперметар) има веома мали унутрашњи отпор? Како треба да се повеже амперметар са потрошачем у струјном колу?
5. У струјном колу паралелно су везане две исте сијалице. Ако једна од сијалица прегори, како ће та промена у колу утицати на јачину струје кроз другу сијалицу?
6. Два отпорника истих димензија и направљена од истог материјала, у струјном колу, серијски су везана. Ако се електромоторна сила у колу нагло повећа, шта ће се десити са ослобођеном топлотом у сваком отпорнику? Објасни.
7. У струјно коло са сталним напоном везан је отпорник. Ако се у коло дода још један исти отпорник серијски везан са првим, тада како ће се променити:
  - а) Јачина струје у колу?
  - б) Укупна снага у колу?

У оба случаја у коло је везан исти извор електромоторне силе са занемарљивим унутрашњим отпором. Одговор образложи квалитативно, без рачунања.
8. Праволинијски проводник кроз који тече струја постављен је у хомогено магнетно поље нормално на линије силе магнетне индукције. Шта ће се десити са Амперовом силом која делује на проводник ако га поставимо паралелно са линијама силе магнетне индукције?
9. Кроз бакарну опругу тече електрична струја. Како ће се понашати опруга док кроз њу тече струја?
10. Електрон и протон крећу се у хомогеном магнетном пољу истом брзином, тако да њихове кружне путање имају различит полупречник. Објасни од чега зависи та разлика. Која честица ће имати путању већег полупречника?
11. Два тачкаста наелектрисања величине  $+5 \text{ pC}$  и  $+2 \text{ pC}$  налазе се у вакууму, на међусобном растојању од  $30 \text{ cm}$ . Одреди јачину електричног поља у тачки која се налази између наелектрисања, на растојању од  $10 \text{ cm}$  од првог наелектрисања. (Решење:  $E = 4,1 \text{ N/C}$ )
12. Током лета, метална површина авиона може да се наелектрише услед трења са ваздухом до електричног потенцијала од  $200 \text{ kV}$ . При томе, укупни капацитет авиона је  $1 \text{ nF}$ .
  - а) Колика електрична енергија је складиштена у авиону?
  - б) Зашто ово не представља опасност за путнике у кабини? (Решење:  $E = 20 \text{ J}$ )
13. Кондензатор се пуни до напона од  $200 \text{ V}$  и затим се искључује из извора. Сада, ако се између плоча кондензатора унесе диелектрик, који има релативну диелектричну константу  $4$ , тада:
  - а) Како ће се променити напон на крајевима кондензатора?
  - б) Како ће се променити јачина поља између плоча?
  - в) Како ће се променити енергија кондензатора? (Решење: а)  $U_1 = U/4$ , б)  $E_1 = E/4$ , в)  $E_{c1} = E_c/4$ )

14. Дефибрилатор користи кондензатор од  $150 \mu\text{F}$  напуњен до напона од  $1800 \text{ V}$ .

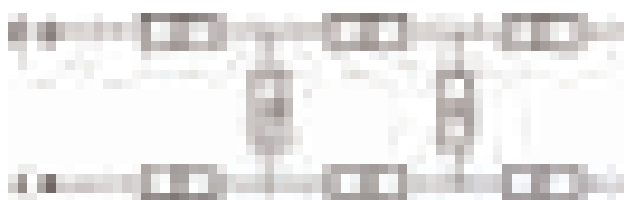
- а) Одреди складиштену енергију.  
 б) Ако пражњење кондензатора траје  $5 \text{ ms}$ , одреди снагу дефибрилатора.  
 в) Како ће се променити складиштена енергија ако се напон смањи два пута, а капацитет остане исти?  
 (Решење а)  $E = 243 \text{ J}$ , б)  $P = 49 \text{ kW}$ , в)  $E_1 = E/4$ )

15. Одреди јачину струје кроз три гране струјног кола приказаног на слици:

(Решење:  $0,91 \text{ A}$ ,  $0,18 \text{ A}$ ,  $0,73 \text{ A}$ )

- а) Колики је еквивалентни отпор комбиновано везаних отпорника ако се извор електромоторне силе повезује између тачака А и В, ако сви отпорници имају исту вредност отпора  $R$ ?

(Решење:  $R_e = \frac{30}{11} R$ )



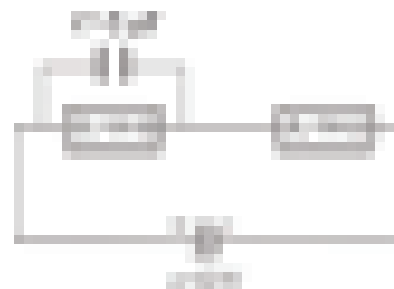
- б) Израчунај еквивалентни капацитет кондензаторске батерије, приказане на слици, ако је капацитет сваког од кондензатора  $C$ .

(Решење:  $C_e = \frac{4}{7} C$ )



16. Одреди напон на крајевима кондензатора у струјном колу датом на слици. Која количина електрицитета ће се акумулирати на његовим плочама?

(Решење:  $3 \text{ V}$ ,  $6 \mu\text{C}$ )



17. Две сијалице снаге  $60 \text{ W}$  и  $100 \text{ W}$ , које су прикључене на напон од  $220 \text{ V}$ , у колу се повезују:

- а) серијски и  
 б) паралелно.

У оба случаја одреди која ће сијалица светлети јаче

- а) она снаге  $60 \text{ W}$ ,  
 б) она снаге  $100 \text{ W}$ .

18. Два дуга паралелна проводника постављена су у вакууму на растојању од  $6 \text{ cm}$  један од другог у вертикалној равни. Кроз први проводник тече струја јачине  $10 \text{ A}$ , а други има масу од  $0,04 \text{ kg}$  по метру дужине и може слободно да се креће у вертикалној равни.

- а) У ком смеру треба да тече струја кроз други проводник да би он лебдео изнад првог проводника?

- б) Колика треба да буде јачина струје кроз други проводник? (Решење б) б)  $I_2 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ A}$ )

19. Наелектрисана честица улази у област где истовремено постоје електрично поље  $E$  и магнетно поље  $B$ , међусобно нормални. Честица се креће по правој линији. Овакав систем делује као филтер или као селектор брзина.

- а) Изрази везу између  $E$ ,  $B$  и брзине честице.

- б) Објасни под којим условима и зашто ће честица која улази у тај простор наставити да се креће у истом правцу.

- в) Наведи бар једну практичну примену оваког селектора брзина.

(Решење: а)  $E = v B$ )





# ТЕМА 2:

## Механичке осцилације и таласи

У природи и у свакодневном животу често се срећу појаве које се понављају у времену или се преносе кроз простор, као што су кретање клатна, треперење струне, ширење звука или таласање водене површине. Иако на први поглед различите, ове појаве имају заједничке физичке карактеристике и описују се истим основним законима.

Грана физике која проучава периодична механичка кретања назива се механика осцилација, а преношење осцилација кроз средину описује се таласима. У овој теми упознаћеш се са механичким осцилацијама и механичким таласима, њиховим основним својствима и међусобном повезаношћу.

Проучаваћеш хармонијско осцилаторно кретање, математичко клатно и еластични осцилатор, као и појмове период, фреквенција, амплитуда и енергија. Даље, разматраће се механички таласи, њихов настанак и ширење, као и појаве одбијања, преламања и слагања таласа.

Закони које ћеш изучавати у теми осцилације и таласи имају широку примену: у музици и акустици, преко ултразвука, до савремених комуникационих технологија. Знања која ћеш стећи омогућиће ти да боље разумеш многе појаве које свакодневно посматраш.

### Резултати од учења

**Ученик/ученица ће бити способан/способна да:**

1. објашњава и упоређује различите врсте механичких осцилација и таласа, препо-знајући њихове примере у природи и техници;
2. анализира карактеристике хармонијског осцилаторног кретања, математичког клатна и еластичног осцилатора, и да примењује једначине за израчунавање периода и фреквенције;
3. одређује, експериментално, зависности код осцилаторних кретања и тумачи резултате, упоређујући их са теоријским предвиђањима;
4. примењује Закон одржања енергије код осцилаторних и таласних појава и да објасни трансформације енергије у тим процесима;
5. разликује и објашњава врсте механичких таласа (лонгитудинални, трансверзални, раван, сферни) и да примењује једначину таласа при решавању задатака;
6. анализира појаве одбијања, преламања и слагања таласа кроз графичке и експерименталне примере, изводи закључке о њиховом ширењу кроз различите средине;
7. објашњава настанак и ширење звука, да разликује тон, шум и буку и да примењује мере заштите од штетног дејства буке;
8. истражује и примењује примере инфразвука, ултразвука и еха у технологији, медицини и у свакодневном животу;
9. објашњава појаве у астрономији и медицини повезане са појавом Доплеровог ефекта.

## 2.1. Механичке осцилације и хармонијски осцилатор

У првој години учили сте о различитим врстама кретања. Код неких од њих кретање се понавља за одређени временски интервал по истој путањи. Оваква кретања, која се понављају у једнаким временским интервалима, називају се **периодична кретања**.

Периодично кретање може да се одвија по различитим путањама. Један чест пример је кретање по кружници. На пример, кретање гондоле панорамског точка. Гондола се креће по кружној путањи и после одређеног временског интервала поново се враћа у почетни положај. Због редовног понављања, овакво кретање је периодично кретање. Сличан пример је и кретање секундне казаљке на сату, која се после истог временског интервала увек враћа у почетни положај.

Најмањи временски интервал после којег се понавља периодично кретање назива се **период** и означава се са  $T$ . Код секундне казаљке сата период износи 60 s, јер се после 60 секунди она поново враћа у исти почетни положај. Код панорамског точка, период зависи од брзине кретања: што се брже креће, то је период краћи. Ово су примери периодичних кретања по кружној путањи.



**Слика 1.** Две љуљашке, једна, са дететом, која изводи периодично кретање и једна у равнотежном положају

Ипак, постоје и периодична кретања која се не одвијају по кружној путањи. Код њих тело не кружи, већ при кретању пролази кроз један посебан положај, назван равнотежни положај. Равнотежни положај је положај у којем је резултантна сила која делује на тело једнака нули. На пример, код љуљашке у парку, равнотежни положај је најнижи положај у односу на површину Земље, односно положај у којем се љуљашка налази када мирује (слика 1).

Механичко **осцилаторно кретање** је периодично механичко кретање при којем се материјална тачка или тело креће око стабилног равнотежног положаја, под дејством **повратне силе**, чији је смер увек ка равнотежном положају и чија вели-

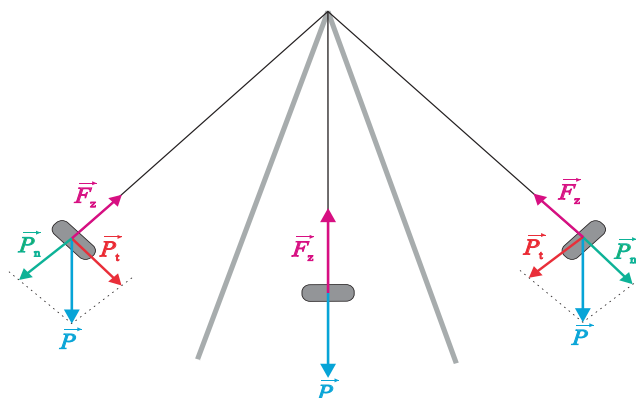
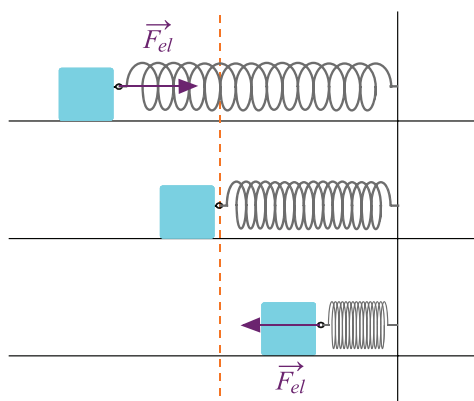
чина зависи од величине помераја тела од равнотежног положаја. Тело које изводи овакво кретање назива се **осцилатор**. Кретање клатна, кретање жице гитаре или кретање тега закаченог на опругу примери су осцилаторног кретања, а клатно, жица или тег су осцилатори. **Сва осцилаторна кретања су периодична кретања, али није свако периодично кретање осцилаторно.** Пример периодичног, али неосцилаторног кретања је кретање по кружници.

Свако осцилаторно кретање одвија се између два **крајња положаја**, у којима тело за тренутак застаје, па мења смер кретања. Осцилација је један потпун циклус осцилаторног кретања, после којег се кретање понавља на исти начин. Код клатна, једна пуна осцилација је кретање од једног крајњег положаја (тачка А на слици 2), преко равнотежног положаја (тачка Б), до другог крајњег положаја (В) и поново назад до првог положаја (А).

Да би настало осцилаторно кретање, морају бити испуњена два услова:

Први услов је да тело поседује енергију. Под дејством силе, када се врши рад над телом оно добија енергију. На пример, када гурнемо љуљашку, она почиње да осцилује. Такође, ако повучемо љуљашку из равнотежног положаја на неку висину и пустимо је, она ће почети да осцилује.

Други услов је да на тело делује сила која га стално враћа ка равнотежном положају. Код тела закаченог на опругу и помереног из равнотежног положаја, то је еластична сила опруге (слика 3, лево). Код клатна то је компонента Земљине теже усмерена ка равнотежном положају (слика 3, десно).

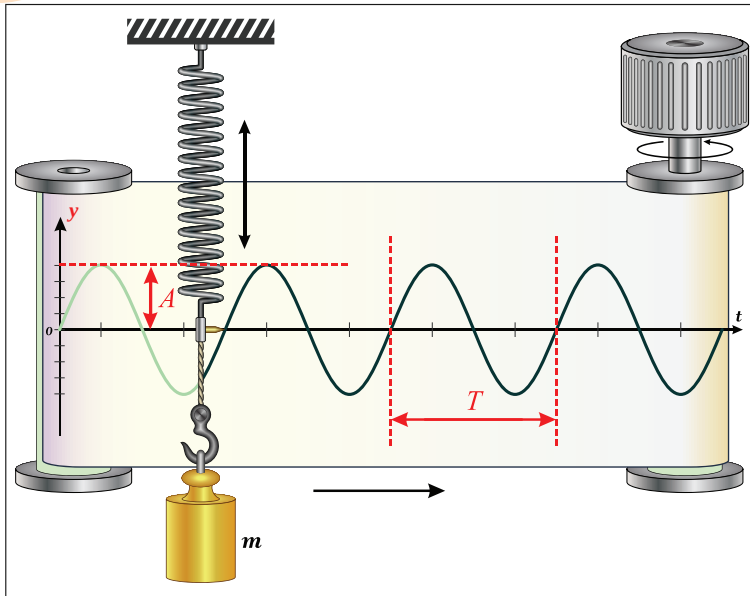


**Слика 3.** Силе код тела закаченог на опругу (лево) и код клатна (десно) које су узрок осцилација. Код опруге нема трења између тела и подлоге..

Осцилатор после одређеног времена престаје да осцилује зато што на њега делују силе трења и отпора, као што су трење у лежиштима, отпор ваздуха или унутрашње трење у материјалу. Ове силе врше негативан рад над осцилатором, при чему се његова механичка енергија стално смањује. У наредним лекцијама, ради поједностављења, сматраћемо да код свих осцилаторних кретања силе трења и отпора ваздуха могу да се занемаре, а касније ћемо размотрити и њихово дејство.

Размотримо тело масе  $m$  закачено на опругу. На тело је причвршћена оловка, а иза њега се поставља трака хартије која се креће у хоризонталном правцу константном брзином (слика 4). Када тело мирује, опруга се налази у равнотежном положају. У том случају, оловка оставља праву линију на хартији, јер се њен положај не мења са временом.

Када се тело помери из равнотежног положаја и пусти, оно почиње да осцилује горе-доле око равнотежног положаја. Истовремено, хартија се креће у хоризонталном правцу. Траг који оловка оставља на хартији приказује померај тела од равнотежног положаја у зависности од времена. Преко овог трага могу да се уведу неколико важних физичких величина које описују осцилаторно кретање.



Слика 4. Исцртавање осцилација код тега закаченог на опругу

Померај тела од равнотежног положаја у датом тренутку времена назива се **елонгација**. У зависности од правца осциловања тела, елонгацију можемо означавати са  $x$  (ако тело осцилује у хоризонталном правцу) или са  $y$  (ако тело осцилује у вертикалном правцу). Максимални померај (или највећа елонгација) тела од равнотежног положаја назива се амплитуда. Амплитуда се означава са  $A$ . Период је време потребно телу да изврши једну пуну осцилацију. На пример, ако осцилатору треба 2 s за једну целу осцилацију, тада је његов период  $T = 2\text{ s}$ .

**Фреквенција** је број осцилација у једној секунди и означава се са  $f$ . Јединица за фреквенцију је секунда на минус први степен ( $\text{s}^{-1}$ ) или херц

(Hz), при чему важи  $1\text{ s}^{-1} = 1\text{ Hz}$ . Ако осцилатор изврши једну осцилацију за 2 s, тада је његова фреквенција  $f = 0,5\text{ s}^{-1} = 0,5\text{ Hz}$ . Фреквенција осцилаторног кретања и период су повезани преко следеће једноставне зависности:

$$f = \frac{1}{T}.$$

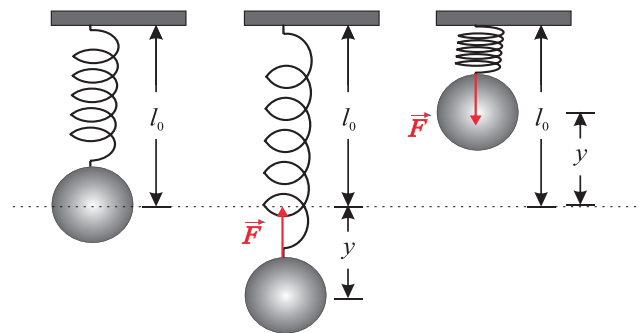
## Хармонијски осцилатор

**Хармонијски осцилатор** је модел којим се приказује осциловање физичког система код којег се осцилаторно кретање изводи под дејством силе која је пропорционална померају од равнотежног положаја и увек је усмерена ка равнотежном положају. У овом моделу нису узете у обзир неке физичке величине, као што су димензије тела, отпор средине и трење, ради једноставнијег проучавања осцилаторног кретања. Пример хармонијског осцилатора је тело закачено на еластичну опругу, приказано на слици 5. У равнотежном положају дужина опруге је  $l_0$ .

Ако се опруга издужи и тело пусти, оно ће почети да осцилује. Према Хуковом закону, на тело увек делује сила која је пропорционална промени дужине опруге. Сила под чијим дејством се врше осцилације код тела закаченог на опругу, можемо да запишемо као:

$$F = -ky,$$

где је  $y$  померај тела од равнотежног положаја, односно елонгација, а  $k$  је коефицијент еластичности опруге. Знак минус у једначини указује на то да је сила увек усмерена супротно од помераја тела, односно она је увек усмерена ка равнотежном положају.



Слика 5. Тело закачено на опругу изводи хармонијско осцилаторно кретање

Кретање оваквог система назива се **хармонијско осциловање**. Код хармонијског осциловања, елонгација се мења током времена на периодичан начин, а њена зависност од времена има облик синусне или косинусне функције (слика 5).



**Слика 6.** График синусне и косинусне функције



### АКТИВНОСТ 1.

Отвори онлајн графички калкулатор „Desmos – Graphing Calculator“ на следећем линку: <https://www.desmos.com/calculator>

1. Нацртај следеће функције у истом координатном систему:

$$y = \sin t \text{ и } y = \cos t.$$

Добићеш графике приказане на слици 6.

2. На новом графику нацртај следећу функцију:

$$y = A \cos t.$$

За коефицијент  $A$  изабери опцију „додај клизач“ (add slider). Појавиће се клизач који ће омогућити мењање вредности  $A$ . Мењај вредност  $A$  и запази шта се дешава са графиком. Посебно обрати пажњу на следеће случајеве:

$$y = 2 \cos t \text{ и } y = 0,5 \cos t.$$

- Шта се променило на графику када си мењао вредност  $A$ ?

- Како смо назвали физичку величину која се мењала?

3. Нацртај следећу функцију:

$$y = A \cos(nt).$$

Додај коефицијент  $n$  опцијом „add slider“ и поставите  $A = 1$ . Мењај вредност на  $n$  и запази шта се дешава са графиком. Посебно обрати пажњу на следеће случајеве:

$$y = \cos(2t)$$

$$y = \cos(0,5t).$$

- Шта се променило код графика када си мењао вредност  $n$ ?

- Како се променио број осцилација у истом интервалу  $t$ ?

- Како називамо физичку величину која се мења?

4. Нацртај следећу функцију  $y = A \cos(nt + p)$ .

Додај коефицијент  $p$  опцијом „add slider“, а за друге коефицијенте задајте вредности  $A = 1$  и  $n = 1$ . Мењај вредност  $p$  и посматрајте шта се дешава са графиком.

- Како се мења график?

- Да ли се мењају амплитуда и број осцилација?

5. Користећи графички калкулатор, нацртај график са следећим карактеристикама:

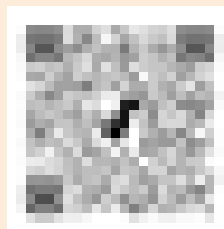
а) Максималната вредност на функцијата да биде 2,

б) Двоструко веће растојање између два суседна максимума у поређењу са графиком  $y = A \cos t$ ,

в) Почетна тачка се налази у нули.

Запиши једначину функције и нацртај одговарајући график.

**Забелешка:** Активност може да се уради и на графичком калкулатору, али ће бити потребно да се вредности коефицијената мењају ручно.



У Активности 1 графици функција које сте нацртали нису само математичке криве. Они имају исти облик који се добија при одређивању елонгације (помераја) тела које осцилује. Такав облик зависности добија се, на пример, при осцилацијама код:

- Тела закаченог на опругу
- Математичког клатна

Отуда следи да параметри који су истражени у активности имају јасно физичко значење при опису хармонијског осцилаторног кретања. Коефицијент  $A$  одређује максималну и минималну вредност коју достиже функција. Код хармонијског осцилатора, уколико на вертикалној оси прикажемо елонгацију, овај коефицијент представља максимални померај од равнотежног положаја, односно **амплитуду**.

Коефицијент  $n$  утиче на дужину интервала после којег се функција понавља, односно на растојање између два суседна потпуна понављања графика. У физичком смислу, ова промена је повезана са бројем осцилација у јединици времена, односно са **фреквенцијом** осциловања. У математичком опису хармонијског осцилаторног кретања, уместо фреквенције, најчешће се користи **кружна (угаона) фреквенција**, која се означава са  $\omega$  (чита се „омега“). Веза између фреквенције и кружне фреквенције, као и веза између периода и кружне фреквенције, дата је формулама:

$$\omega = 2\pi f, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Кружна фреквенција изражава се јединицом радијан у секунди (rad/s).

Последњи параметар  $p$  изазива промену вредности коју график има у почетном тренутку. Код осцилаторног кретања, ова величина се назива **почетна фаза**. Почетна фаза одређује положај и смер кретања осцилатора у тренутку  $t = 0$  и означава се са  $\varphi_0$  (чита се „фи“).

Израз  $(\omega t + \varphi_0)$ , који представља аргумент синусне или косинусне функције, одређује положај осцилатора у сваком тренутку времена. Овај израз назива се **фаза осцилације** и изражава се у радијанима.

Ако се обједине сви елементи, добија се **једначина хармонијског осцилаторног кретања**:

$$y = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

којом може да се одреди елонгација тела које осцилује, у било ком тренутку времена.

Равноправно, исто кретање може да се опише и синусном функцијом, при чему ће почетна фаза  $\varphi_0$  имати другу вредност, али физичко значење кретања остаје исто. На пример, ако је једначина којом се описује осцилаторно кретање  $y = A \cos(2t - \frac{\pi}{4})$ , иста једначина може да се запише и као

$$y = A \sin(2t + \frac{\pi}{4}).$$

Из једначине хармонијског осцилаторног кретања, употребом математике на нивоу који се не изучава у другој години средњег образовања, следе једначине за брзину и убрзање хармонијског осцилаторног кретања. Због тога ће оне само бити дате као готове.

Код хармонијског осцилаторног кретања, тело се не креће истом брзином током једне осцилације. Када се тело налази у равнотежном положају, оно се креће најбрже, а када стигне до амплитудних положаја, за тренутак заостаје и мења смер кретања. Брзина хармонијског осцилатора мења се периодично са временом, исто као и елонгација, али не достиже максимум у истим тренуцима. Једначином, то се записује на следећи начин:

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = -v_{\max} \sin(\omega t + \varphi),$$

где је са  $v_{\max}$  е означена највећа вредност брзине коју осцилатор може да има у процесу осциловања.

Иако је брзина тела нула у амплитудним положајима, то не значи да тело тамо нема убрзање. Напротив, управо у тим положајима тело мења смер кретања, што је могуће само ако постоји убрзање. Код хармонијског осцилаторног кретања, убрзање је увек усмерено ка равнотежном положају, а вели-

чина убрзања зависи од тога колико је тело које осцилује удаљено од равнотежног положаја. Што је већа елонгација, то је веће и убрзање. У равнотежном положају, убрзање је једнако нули. Једначина за убрзање код хармонијског осцилаторног кретања је:

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -a_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$$

где је са  $a_{\max}$  е означена највећа вредност убрзања коју осцилатор може да има у процесу осциловања. Последња једначина може да се запише и као:

$$a = -\omega^2 y,$$

што је доказ да је убрзање пропорционално елонгацији осцилатора, али је увек усмерено у супротном смеру.

За свако хармонијско осцилаторно кретање, ако убрзање тела које осцилује може да се прикаже преко елонгације, као у случају горње једначине. Тада је множилац испред елонгације једнак квадрату кружне фреквенције тог осцилаторног кретања.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Хармонијски осцилатор осцилује угаоном фреквенцијом од  $0,5 \text{ rad/s}$ . Амплитуда осцилације је  $0,08 \text{ m}$ . Напишите једначину зависности елонгације од времена, ако се у почетном тренутку тело налази у амплитудном положају.

#### Решење:

Једначина хармонијског осцилаторног кретања је:

$$y = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Пошто у почетном тренутку  $t = 0$  тело се налази у амплитудном положају, његова елонгација у том тренутку је  $y(0) = A$ . Значи,

$$A = A \cos(\omega \cdot 0 + \varphi_0),$$

$$\cos \varphi_0 = 1.$$

Косинусна функција има вредност 1 за угао од 0 степени. Значи, почетна фаза је  $\varphi_0 = 0$ .

Заменом датих вредности

$$A = 0,08 \text{ m}, \quad \omega = 0,5 \text{ rad/s},$$

добива се једначина:

$$y = 0,08 \text{ m} \cdot \cos\left(0,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right).$$



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Наведи три примера периодичног кретања и три примера осцилаторног кретања. Зашто је осцилаторно кретање периодично, али није свако периодично кретање осцилаторно?
2. Које физичке величине карактеришу осцилаторно кретање?
3. Шта је хармонијски осцилатор?
4. Зашто вертикално осцилаторно кретање тела закаченог на опругу може да се опише истом једначином као и хоризонтално осцилаторно кретање?
5. Једначина осцилатора дата је изразом  $y = 0,04 \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)$ , где је амплитудадата у метрима, а



време у секундама. Одреди амплитуду, кружну фреквенцију, период и почетну фазу. (Решење:  $0,04 \text{ m}$ ,  $\frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$ ,  $8 \text{ s}$ ,  $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ )

6. Једначина осцилатора дата је изразом  $y = 0,02 \sin \frac{\pi}{4}(2t + 1)$ , где је амплитуда дата у метрима, а време у секундама. Одреди амплитуду, кружну фреквенцију, период и почетну фазу. (Решење:  $0,02 \text{ m}$ ,  $\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$ ,  $4 \text{ s}$ ,  $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ )

7. Амплитуда хармонијског осцилаторног кретања је  $24 \text{ cm}$ , а период је  $3 \text{ s}$ . У почетном тренутку елонгација је нула и тело се креће у смеру  $+y$ . Одреди елонгацију, брзину и убрзање у тренутку  $T/8$ . (Решение:  $17 \text{ cm}$ ,  $35,5 \text{ cm/s}$ ,  $-74,5 \text{ cm/s}^2$ )

## 2.2. Примери хармонијских осцилатора: еластични осцилатор и математичко клатно

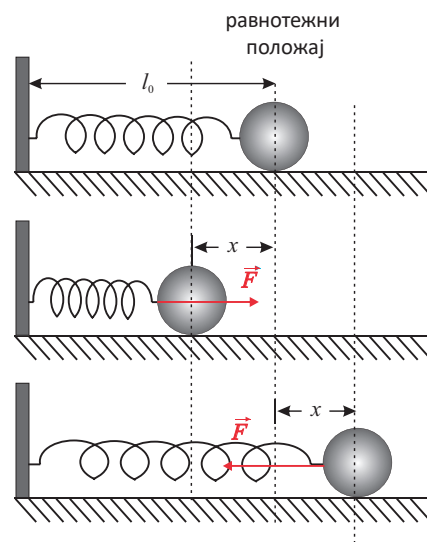
### Еластични осцилатор

Нека је тело масе  $m$ , прикачено на еластичну опругу коефицијента  $k$ , постављено на идеално глатку хоризонталну површину (силе трења се занемарују). Ако се тело помери из равнотежног положаја и затим пусти, због дејства еластичне силе тело почиње да осцилује, при чему се добија једноставан **еластични осцилатор**.

Период осциловања овог осцилатора одређује се према формули:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Према формули, период осциловања еластичног осцилатора зависи од масе тела и од еластичних својстава опруге. Период осциловања не зависи од амплитуде осциловања. Осциловање еластичног осцилатора приказано је на слици 1.



Слика 1. Еластични осцилатор. Сила која делује на тело увек је усмерена у смеру супротном од елонгације



#### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Применом Хуковог закона и Другог Њутновог закона, одреди једначину за период осциловања еластичног осцилатора састављеног од тела закаченог на идеалну опругу.

#### Решење:

Нека  $x$  је елонгација, односно померај тела, који се мери у односу на равнотежни положај. Према Хуковом закону, еластична сила којом опруга делује на тело је  $F = -kx$ . Пошто је ова сила увек усмерена ка равнотежном положају, она је повратна сила и записује се са знаком минус.

Примењујући Други Њутнов закон  $F = ma$ , за осцилаторно кретање добија се:

$$ma = -kx \Rightarrow a = -\frac{k}{m}x.$$

Убрзање је пропорционално елонгацији и има супротан смер, што значи, множилац испред елонгације једнак је квадрату кружне фреквенције осцилаторног кретања (подсети се на објашњење у последњем пасусу претходне лекције). Према општој једначини  $a = -\omega^2 x$ , за кружну фреквенцију еластичног осцилатора добијамо:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$



### АКТИВНОСТ 1.

**Активност 1:** Спровести истраживање којим ће се одредити од чега зависи период  $T$  осцилатора састављеног од опруге и тела које осцилује у вертикалној равни. Истраживање изводити у три серије мерења:

Истражувањето да се изведе во три серије на мерења:

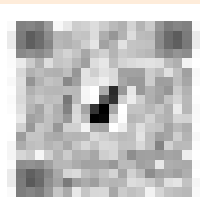
Зависност  $T$  од масе  $m$  (са истом опругом).

Зависност  $T$  од коефицијента еластичности  $k$  (са истом масом, различите опруге). Зависност периода осцилатора од амплитуде осциловања.

Резултате прикажи табеларно и графички и објасни поступак рада. Направи процену грешке.

Напомена: За истраживање се може користити и PhET симулација Тегови и опруге (Masses and Springs), коју можеш наћи на следећој интернет страници:

<https://phet.colorado.edu/mk/simulations/masses-and-springs>



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

На две једнаке опруге закачена су тела различитих маса, чији је однос маса  $4 : 1$ .

Какав је однос периода осциловања тих тела?

Дато:  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{4}{1}$

Тражи се:  $\frac{T_1}{T_2} = ?$

**Решење:** Период хармонијског осциловања тела закаченог на опругу је:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Пошто су опруге једнаке, вредност  $k$  иста је за обе опруге, замењујемо:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{4}{1}} = 2.$$

## Математичко клатно

Ако закачиш два тега, један са много већом масом од другог, на коначу исте дужине и пустиш их да осцилују из исте почетне тачке, шта мислиш, који ће се њихати брже? Да би дала одговор на ово питање, физика користи идеализовани модел назван математичко клатно. Свако тело које може да се њише, односно да осцилује око непокретне тачке која се не поклапа са његовим центром масе, назива се клатно. **Математичко клатно** је модел најједноставнијег клатна. За математичко клатно може да се сматра сваки систем тела занемарљивих димензија, закаченог на коначу који не може да се издуже.

Један крај конца причвршћен је непокретно у тачки, након чега математичко клатно може да осцилује у вертикалној равни

Да бисмо описали осцилаторно кретање код математичког клатна, размотрићемо тег масе  $m$ , чије се димензије могу занемарити, закачен на нерастегљив конач дужине  $l$ . Ако се тег помери за мали угао  $\alpha$  од равнотежног положаја и затим пусти, он почиње да осцилује око равнотежног положаја. Осциловање се одвија у вертикалној равни под дејством Земљине теже.

Размотримо силе које делују на тег у два положаја приказана на слици 2. Када је конач у равнотежном положају, на тег делују Земљина тежа  $P$  и сила затезања конца,  $F_z$  (слика 2, лево).

У овом, резултантна сила је нула, па математичко клатно мирује. Када се тег извади из равнотежног положаја (слика 2, десно), на тело поново делују исте две силе, али је њихов збир различит од нуле.

Када се тег налази у положају А, Земљина тежа може да се разложи на две компоненте:

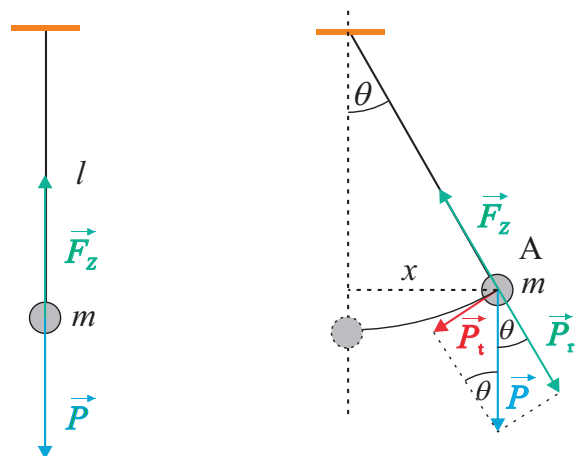
- Радијална компонента ( $P_r$ ), усмерена дуж конца и
- Тангенцијална компонента ( $P_t$ ), усмерена нормално на конач.

Тег се креће убрзано ка равнотежном положају због тангенцијалне компоненте Земљине теже. Сила затезања конца и радијална компонента Земљине теже су нормалне на смер кретања и доприносе само томе да се кретање одвија по кружном луку.

Из експеримената са клатном може да се примети да период  $T$  не зависи од масе тела, већ од дужине конца и од гравитационог убрзања. За мале углове помераја (до  $10^\circ$ ), математичко клатно изводи хармоничко осцилаторно кретање, при чему је период осциловања одређен формулом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

где је  $l$  дужина клатна, а  $g$  Земљино гравитационо убрзање. У овом тренутку долазимо и до одговора на питање постављено на почетку. Ако су два тега различитих маса закачена на нерастегљиве конце исте дужине и померена из равнотежног положаја за мале углове, када их пустимо да осцилују, оба тега ће осциловати једнаким периодима, јер период математичког клатна не зависи од масе тега закаченог на конач.



Слика 2. Два положаја тега закаченог на конач



### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Анализом сила које делују на математичко клатно, одреди од чега зависи период математичког клатна.

#### Решење:

Према слици 2 (десно) тег се креће убрзано ка равнотежном положају због тангенцијалне компоненте Земљине теже која је једнака:

$P_t = mg \sin \theta$ , где је  $\sin \theta = \frac{x}{l}$ . Тако се за повратну силу, која је увек усмерена ка равнотежном положају, добија једначина:  $P_t = -mg \frac{x}{l}$ .

Према другом Њутновом закону  $F = ma$ , односно  $ma = -mg \frac{x}{l}$ .

Тада се за убрзање тела добија  $a = -g \frac{x}{l}$ .

Овај израз показује да је убрзање пропорционално елонгацији, што је карактеристично за хармонијско осцилаторно кретање. Општа формула за убрзање код хармонијског осцилаторног кретања је  $a = -\omega^2 x$ . Со споредба на овие две релације, се добива:

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Бидејќи  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , за период осциловања математичког клатна добија се

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Овој резултат покажува дека периодот на математичкото нишало зависи само од должината на конецот и од Земјиното забрзување, а не зависи од масата на топчето. Доколку станува збор за мали агли, како во случајов, периодот на осцилирање не зависи ниту од амплитудата на осцилирање.



#### РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Математичко нишало со должина од 2 m осцилира со мали агли. На Монт Еверест гравитационото забрзување е приближно  $9,76 \text{ m/s}^2$ , а на Јужниот Пол е  $9,83 \text{ m/s}^2$ . За колико процената је период клатна постављеног на Еверест већи (или мањи) од периода клатна постављеног на половима? Занемарити отпор ваздуха.

**Дато:**  $g_E = 9,76 \text{ m/s}^2$ ,  $g_P = 9,83 \text{ m/s}^2$

**Тражи се:**  $\Delta T\% - ?$

#### Решење:

Период на Јужном полу и на Монт Евересту запишујемо као  $T_P = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_P}}$  и  $T_E = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_E}}$ . За поређење уживамо однос периода:

$$\frac{T_E}{T_P} = \sqrt{\frac{g_P}{g_E}} = \sqrt{\frac{9,83}{9,76}} \approx 1,0036 \Rightarrow \Delta T = 0,36\%.$$

Период клатна постављеног на Еверест је за 0,36 % већи у односу на период када је клатно постављено на Јужном полу.

Помоћу мерења периода математичког клатна и дужине клатна, може експериментално да се одреди вредност гравитационог убрзања.



#### АКТИВНОСТ 2.

Користећи научни метод, осмисли и изведи експеримент којим ћеш одредити вредност Земљиног убрзања у месту у којем живиш.

**Корак 1:** Помоћу потребног материјала, осмисли експеримент. Потребан материјал: конач, мали метални тег (или навртка, тег), држач (статив), метарска трака, штоперица (или мобилни телефон), калкулатор.

**Корак 2:** Одреди независне, зависне и контролне променљиве.

**Корак 3:** Постави хипотезу.

**Корак 4:** Изведи експеримент. Направи табелу и резултате унеси у табелу. Обрати пажњу на следеће:

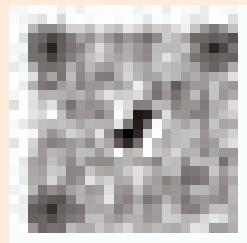
- Клатно се помера за мале углове (мање од  $10^\circ$ ),
- Мери се време за 20 пуних осцилација,
- Мерење се понавља неколико пута за различите дужине клатна.

Зашто је боље мерити време за више осцилација и зашто мерење треба поновити неколико пута?

**Корак 5:** Одреди период осциловања. Нацртај график како се мења  $T^2$  у зависности од  $l$ . Из графика, одреди нагиб праве и израчунај вредност  $g$ . Упореди добијену вредност са табеларном вредношћу и провери тачност постављене хипотезе.

Напомена: За истраживање се може користити и PhET симулација: Лабораторија за клатно (Pendulum Lab) на следећој интернет страници:

<https://phet.colorado.edu/mk/simulations/pendulum-lab>



Иако и математичко клатно и еластични осцилатор изводе просто хармонијско осцилаторно кретање, период и фреквенција њиховог осциловања не описују се истом формулом. Разлог за то је што код ова два система повратна сила има различиту природу, па период зависи од различитих физичких величина.



### ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

Принцип математичког клатна има значајну примену у сеизмологији, науци која проучава земљотресе и унутрашњу структуру Земље. Код основних модела сеизмоме-тара, масивно тело је закачено на механизам који му омогућава да остане приближно у равнотежном положају док подлога (површина Земље) осцилује за време земљотреса. Због инерције, тело не прати одмах кретање подлоге, већ заостаје, при чему се региструје релативно кретање између тела и Земље.

Ово понашање је аналогно математичком клатну, при чему масивно тело може да се сматра концентрисаном масом. Осцилације које се јављају резултат су повратних сила и могу да се анализирају истим физичким законима као и осцилације математичког клатна. Мерењем периода, амплитуде и трајања осцилација, добијају се информације о јачини земљотреса и о својствима средине кроз коју се шире сеизмички таласи.

Осим тога, математичко клатно има значајну историјску улогу и у мерењу гравитационог убрзања. Пошто период клатна зависи од  $g$ , мерење периода за тачно познату дужину омогућава да се одреди локална вредност Земљиног гравитационог убрзања. Ова мерења су показала да  $g$  није исто на свим местима на Земљи, што је повезано са обликом Земље и са њеном неравномерном унутрашњом структуром.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Како ће се променити период математичког клатна ако се исто клатно пренесе са Земље на Месец, где је гравитационо убрзање приближно шест пута мање? Колики ће бити период клатна ако се нађе у бестежинском стању? (Решење: 2,45 пута већи од периода на Земљи).
2. Шта ће се десити са периодом математичког клатна ако се дужина конца на који је закачен тег смањи на једну четвртину почетне, а све друго остане исто?
3. Зашто код еластичног осцилатора период зависи од масе тела, за разлику од математичког клатна?

4. Како ће се променити период осциловања еластичног осцилатора ако се употреби опруга са већим коефицијентом еластичности?
5. На којој висини изнад површине Земље период осциловања математичког клатна ће се повећати два пута? За полупречник Земље узми да је 6400 km. (Решење: 6400 km)
6. Два математичка клатна осцилују малим угловима. Прво клатно изврши 48 осцилација у минути и има дужину 0,8 m. За колико треба да се разликује дужина другог клатна у односу на прво, да би друго клатно извршило 36 осцилација у минути? (Решење: 0,62 m)
7. Опрuga на коју је закачено тело осцилује тако да изврши 60 осцилација у минути. Како и колико пута треба да се промени маса тела да би систем осциловао са 40 осцилација у минути? (Решење:  $m_2 = 2,25m_1$ )

## 2.3. Енергија осцилаторног кретања

Осцилаторно кретање повезано је са сталном променом потенцијалне и кинетичке енергије, при чему укупна механичка енергија система остаје константна. Да би осциловање почело, систем мора да буде изведен из равнотежног положаја, односно мора му се предати енергија. Када тело које може да осцилује померимо из равнотежног положаја и доведемо у почетни (амплитудни) положај, вршимо рад над системом. Тим радом систему предајемо механичку енергију, која се у том положају складишти у облику потенцијалне енергије, а кинетичка енергија је једнака нули. Извршени рад при премештању тела из равнотежног у амплитудни положај једнак је повећању потенцијалне енергије система, односно важи:

$$A = \Delta E_p.$$

Код еластичног хармонијског осцилатора, о којем сте учили у првој години, потенцијална енергија деформисане опруге зависи од њеног помераја из равнотежног положаја. Ако осцилатор померимо из равнотежног положаја за  $A$ , тада можемо сматрати да је његова потенцијална енергија у амплитудном положају:

$$E_{p,\max} = \frac{kA^2}{2}.$$

Ова енергија је укупна механичка енергија која је предата еластичном хармонијском осцилатору.

Након што се тело пусти, под дејством повратне силе, оно почиње да се креће ка равнотежном положају, при чему се успоставља осцилаторно кретање. Енергија која је предата систему се не губи, већ се током осциловања непрекидно претвара из потенцијалне у кинетичку енергију и обратно. При приближавању равнотежном положају, тело се креће све већом брзином, па се кинетичка енергија повећава на рачун смањења потенцијалне енергије. Када тело прође кроз равнотежни положај и под дејством инерције настави да се удаљава од равнотежног положаја, при чему се брзина тела смањује, а кинетичка енергија претвара у потенцијалну.

У произвољном тренутку током осцилаторног кретања, систем има одређену кинетичку енергију  $E_k$ , што зависи од брзината на телото, и потенцијална енергија  $E_p$ , одређену његовим положајем у односу на равнотежни положај, односно одређену величином елонгације. Укупна механичка енергија система једнака је збиру ове две енергије и записује се као:

$$E = E_k + E_p.$$

Ако силе трења, отпор ваздуха или друге силе које изазивају губитак енергије можемо да занемаримо, важи Закон одржања механичке енергије, према којем укупна енергија  $E$  остаје константна током осциловања. Иако се кинетичка и потенцијална енергија мењају током времена, њихов збир има сталну вредност.

Када тело прође кроз равнотежни положај, потенцијална енергија је минимална, а кинетичка енергија достиже своју највећу вредност. Кинетичка енергија тела тада износи:

$$E_{k,\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где је  $m$  маса тела, а  $v_{\max}$  брзина којом систем пролази кроз равнотежни положај.

Како се тело удаљава од равнотежног положаја, тако се његова брзина смањује, а кинетичка енергија претвара у потенцијалну енергију. Потенцијална енергија еластичног осцилатора једнака је еластичној потенцијалној енергији опруге и дата је изразом:

$$E_p = \frac{kx^2}{2},$$

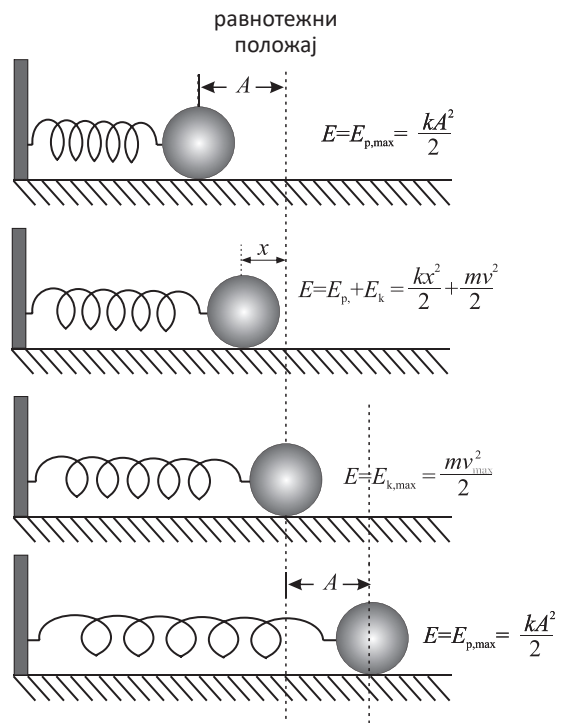
где је  $k$  коефицијент еластичности опруге, а  $x$  елонгација. У амплитудном положају елонгација има максималну вредност, односно  $x = \pm A$ , а брзина тела је нула. Зато је кинетичка енергија нула, а цела механичка енергија система је потенцијална. У том положају, потенцијална енергија има своју максималну вредност:

$$E_{p,\max} = \frac{kA^2}{2}.$$

Пошто је укупна енергија система иста у свим положајима, укупна енергија осцилаторног кретања може да се изрази преко максималне потенцијалне енергије и може да се запише као:

$$E = E_k + E_p = \frac{kA^2}{2}.$$

Овај израз јасно показује да је укупна енергија осцилатора у било којој тачки и у било ком тренутку времена пропорционална квадрату амплитуде и да не зависи од времена.



Слика 1. Енергија еластичног осцилатора у 4 различита положаја



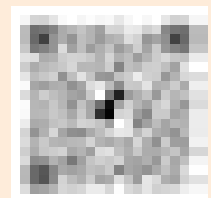
## АКТИВНОСТ 2.

### Закон одржања енергије код хармонијског осцилатора

Помоћу интерактивне рачунарске симулације, испитати како се мењају кинетичка и потенцијална енергија код хармонијског осцилатора и проверити Закон одржања механичке енергије у идеалном случају.

#### Поступак

- Отвори PhET симулацију Тегови и опруге („Masses and Springs“) и изабери део Енергија („Energy“) на следећој интернет страници: [https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs\\_all.html?utm\\_source=chatgpt.com](https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_all.html?utm_source=chatgpt.com)
- Постави осцилатор тако да:  
Нема трења (damping = 0).  
Тело је закачено на опругу у вертикалном положају.
- Повуци тело надоле из равнотежног положаја и доведи га у амплитудни положај.





- Пусти тело и посматрај његово осцилаторно кретање.
- Прати приказане енергије:
  - Кинетичка енергија  $E_k$ .
  - Потенцијална (еластична) енергија  $E_p$ .
  - Укупна механичка енергија  $E$ .
- Запиши вредности енергија:
  - Када тело пролази кроз равнотежни положај.
  - Када се налази у амплитудном положају.
- Понови поступак са већом амплитудом и упореди укупну механичку енергију у оба случаја.
- Затим укључи трење ( $damping \neq 0$ ) и посматрај како се мења механичка енергија током времена.

### Питања за размишљање и закључивање

- У ком положају кинетичка енергија има максималну вредност?
- У којим положајима је потенцијална енергија највећа?
- Да ли се укупна механичка енергија мења када нема трења? Објасни.
- Како повећање амплитуде утиче на укупну механичку енергију?
- Шта се дешава са механичком енергијом када у систему постоји трење?
- Где „нестаје“ део механичке енергије када постоји трење при осцилаторном кретању?



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

На растојању 2 cm од равнотежног положаја, кинетичка и потенцијална енергија хармонијског осцилатора су једнаке. Одреди амплитуду осцилатора.

**Решење:** Код хармонијског осцилатора укупна механичка енергија је:

$$E = \frac{1}{2}kA^2,$$

а потенцијална енергија на удаљености  $y$  од равнотежног положаја:  $E_p = \frac{1}{2}ky^2$ .

Тада је кинетичка енергија:  $E_k = E - E_p = \frac{1}{2}k(A^2 - y^2)$ . Из услова задатка  $E_k = E_p$ , па имамо:  $\frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - y^2)$ . Скраћивањем заједничког множиоца  $\frac{1}{2}k$ , добијамо:

$y^2 = A^2 - y^2$ , одакле:  $A^2 = 2y^2$ , односно  $A = \pm y\sqrt{2}$ . За  $y = \pm 2\text{ cm}$ , добија се

$$A = 2\sqrt{2}\text{ cm} \approx 2,83\text{ cm}.$$

Одговори на питања 5 и 6 из Активности 2 показују да у присуству сила трења или отпора средине, укупна механичка енергија осцилатора више не остаје константна. У реалним условима, осцилаторни системи су увек изложени силама као што су трење и отпор средине. Због њих, део механичке енергије система претвара се у унутрашњу енергију (топлоту), а укупна механичка енергија се временом смањује. Као последица тога, максимална потенцијална енергија  $\frac{kA^2}{2}$  се смањује, а тиме

и амплитуда  $A$  постепено се смањује. Ово осцилаторно кретање, чија се амплитуда смањује током времена, назива се **пригушено осцилаторно кретање**. Код пригушеног осцилаторног кретања, однос амплитуда две узастопне осцилације на истој страни равнотежног положаја остаје постојан и може да останува постојан и може да се запише једначином:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_{n-1}}{A_n} = \beta.$$

Из последње једначине лако може да се покаже да:

$$\frac{A_0}{A_n} = \beta^n,$$

односно

$$A_n = A_0 \beta^{-n}.$$

За време  $t = nT$  направљено је  $n$  осцилација, зато  $n = \frac{t}{T}$ , па једначина за амплитуду  $n$ -те осцилација је:

$$A_n = A_0 \beta^{-\frac{t}{T}}.$$

Константа  $\beta$  назива се **фактор пригушења** и зависи од сила трења. Што  $\beta$  има већу вредност, то се брже смањује амплитуда са сваком осцилацијом.

Код пригушених осцилаторних кретања, после довољно дугог времена осцилације потпуно престају. При томе, амплитуда осцилација се смањује брже уколико су губици енергије већи, односно уколико систем предаје већу количину енергије околини при свакој осцилацији. Међутим, ако на такав систем делује периодична **спољашња сила**, део енергије коју систем губи се надокнађује. На тај начин се спречава потпуно гашење осцилација. У оваквим условима, кретање система није одређено само његовим сопственим својствима (маса осцилатора, константа еластичности опруге и слично), већ и карактеристикама спољашње силе. Систем наставља да осцилује под дејством ове силе, при чему се осцилације одржавају захваљујући сталном довођењу енергије кроз рад који врши спољашња сила. Оваква осцилаторна кретања називају се **принудне осцилације**.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Тег закачен на опругу осцилује у средини са отпором, па се амплитуда смањује током времена. У почетном тренутку амплитуда је 12 cm. После 5 потпуних осцилација, амплитуда се смањила на 7,5 cm. Период осциловања је 0,80 s.

а) Одреди фактор пригушења.

б) Одреди после колико осцилација и после ког времена ће амплитуда постати мања од 3,0 cm.

**Дато:**  $A_0 = 12 \text{ cm}$ ,  $A_5 = 7,5 \text{ cm}$ ,  $T = 0,80 \text{ s}$

**Тражи се:** а)  $\beta$  – ? б)  $n$  – ? ,  $t$  – ?

#### Решење:

а) За време  $t = 5T$  направљено је  $n = 5$  осцилација.

Једначина за амплитуду  $n$ -те осцилације гласи:  $A_n = A_0 \beta^{-n}$ .

За  $n = 5$ :  $A_5 = A_0 \beta^{-5}$ . Одавде:  $\beta^5 = \frac{A_0}{A_5} = 1,6 \Rightarrow \beta = \sqrt[5]{1,6} = 1,1$ .

б) Тражимо број осцилација  $n$  за које важи:  $A_n < 3,0 \text{ cm}$ .

$$\text{Користимо: } \ln A_n = \ln A_0 - n \ln \beta \Rightarrow n = \frac{1}{\ln \beta} \ln \frac{A_0}{A_n} = 14,5.$$

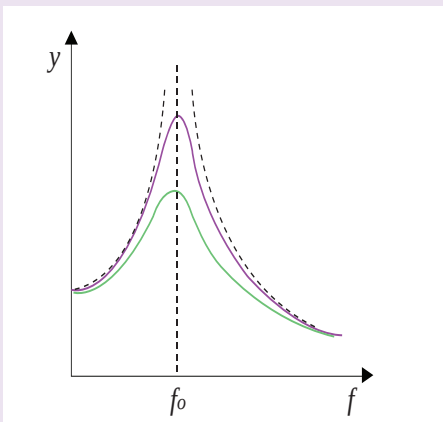
Пошто број осцилација мора бити цео број:  $n = 15$  осцилација. Потребно време за то смањење је  $t = nT = 15 \cdot 0,80 \text{ s} = 12 \text{ s}$ .



### НАУЧИ ВИШЕ

Размотримо два математичка клатна закачена један до другог на еластичном носачу. Дужина клатана може да се мења. Када се једно клатно помери из равнотежног положаја и пусти, оно почиње да осцилује. После кратког времена, преко заједничког носача, део енергије његовог осциловања преноси се и на друго клатно које, такође, почиње да осцилује. Мењањем дужине клатана, примећује се да друго клатно осцилује највећом амплитудом онда када оба клатна имају једнаку дужину, односно исту сопствену фреквенцију.

Ова демонстрација показује да је размена енергије између осцилаторних система најефикаснија када су њихове сопствене фреквенције једнаке. Појава при којој осцилатор прима највећу количину енергије од спољашњег извора који осцилује истом фреквенцијом назива се **резонанца**. Систем који предаје енергију назива се побудни осцилатор, а систем који прима енергију назива се резонатор.



Када на осцилатор делује периодична спољашња сила, амплитуда његовог осциловања зависи од фреквенције те силе. Највећа амплитуда се добија онда када је фреквенција спољашњег дејства једнака сопственој фреквенцији осцилатора. Ова фреквенција се назива резонантна фреквенција. У идеалним условима, без пригушења, амплитуда при резонанци ће расти без ограничења. Међутим, у реалним случајевима, увек постоје силе трења и отпора средине, па се део механичке енергије губи. Зато максимална амплитуда при резонанци има коначну вредност.

Што је пригушење израженије, то је амплитуда при резонанци мања, а резонантна крива шири. При томе, резонантна фреквенција се помера ка нижим вредностима у односу на сопствену фреквенцију осцилатора, а ово је приказано на графику лево.

Резонанца може да има и штетне последице. Ако на неки систем делује сила фреквенције једнаке или веома блиске његовој сопственој фреквенцији,

амплитуда осциловања се постепено повећава. Ако ово повећање постане довољно велико, систем може да се оштети или потпуно да се сруши.

Такав пример је мост Такома у САД, код којег је дејство ветра умерене јачине изазвало појаву резонантних осцилација. Због континуираног дејства силе фреквенције блиске сопственој фреквенцији моста, амплитуда његовог осциловања брзо се повећала, што је довело до његовог рушења за кратко време.





## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Како ће изгледати претварање енергије ако се осцилатор пусти да осцилује из равнотежног положаја почетном брзином?
2. Како присуство већег трења утиче на брзину губљења енергије осцилатора?
3. Тело закачено на опругу изводи принудне осцилације под дејством периодичне спољашње силе. Објасни зашто код принудних осцилација укупна механичка енергија осцилатора се не повећава са временом, иако спољашња сила стално врши рад.
4. Тело масе  $m$  хармонијски осцилује амплитудом  $A$ . Када се амплитуда осциловања тела повећа два пута, шта се дешава са укупном енергијом осциловања система?
5. Хармонијски осцилатор осцилује фреквенцијом од  $4 \text{ Hz}$ . У почетном тренутку, тело се налази у амплитудном положају. После колико времена ће кинетичка енергија осцилатора бити једнака једној трећини укупне механичке енергије система? (Решење:  $0,024 \text{ s}$ )
6. Амплитуда пригушеног осцилатора се смањује за  $5,0 \%$  при свакој осцилацији. Колики проценат механичке енергије осцилатора се губи при свакој осцилацији? (Решење:  $9,75 \%$ )
7. Тело закачено на опругу изводи пригушене осцилације због отпора средине. У почетном тренутку, механичка енергија осцилатора износи  $2 \text{ J}$ . После пуних 4 осцилације, амплитуда осцилатора се смањила на половину почетне вредности.
  - а) Колика је механичка енергија осцилатора после 4 осцилације?
  - б) Колики проценат почетне енергије прешао је у други вид енергије у том временском интервалу? (Решење:  $0,5 \text{ J}$ ,  $75 \%$ )

## 2.4. Механички таласи

Ако у мирну воду бацимо камичак, на површини се појављују кружни таласи који се шире од места удара (слика 1). Таласи се удаљавају од извора и шире се у свим радијалним правцима. Ако на површини воде има лист или неко друго лако тело, приметимо да се оно помера горе и доле, али се не помера заједно са таласом у смеру његовог ширења. После проласка таласа, лист остаје на истом месту где је био и раније.

Из овог примера може се закључити да се при таласном кретању **не преноси материја**, већ се **преноси осциловање**, односно побуда, кроз средину.

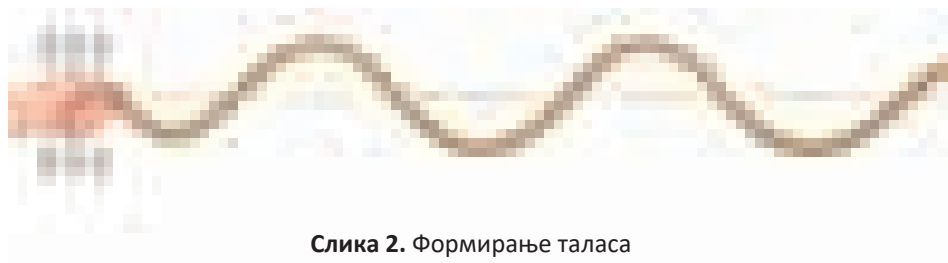
Да бисмо боље разумели како настаје талас и како се преноси ово осциловање, размотримо процес његовог настанка на једном једноставнијем примеру. Узмимо дуже уже и један његов крај покрећемо руком горе-доле (слика 2).

Рука у овом случају представља **осцилатор**, односно тело које осцилује око свог равнотежног положаја. Честице ужета које су у непосредном контакту са руком, под дејством еластичних сила међу молекулима ужета почињу да осцилују. Оне, пак, преко истих еластичних сила присиљавају суседне честице да осцилују. На тај начин осцилација се постепено преноси са једне честице на другу дуж дужине ужета.



Слика 1. Таласи на површини воде

Овај начин преношења осцилаторног кретања кроз еластичну средину назива се **механички талас**. Код механичких таласа, свака честица средине осцилује око свог равнотежног положаја и предаје енергију суседној честици, а да се притом транслаторно не помера. Укратко, механички талас може да се схвати као **преношење осцилација кроз низ међусобно спрегнутих осцилатора**.



Слика 2. Формирање таласа

Тело које покреће осциловање средине, у овом примеру рука, назива се **извор таласа**. Побуда (осцилација) се преноси дуж целог ужета, али честице не „путују“ заједно са таласом; оне само осцилују око својих равнотежних положаја. Рука (извор таласа) предаје део своје енергије првој честици, она следећој и тако даље.

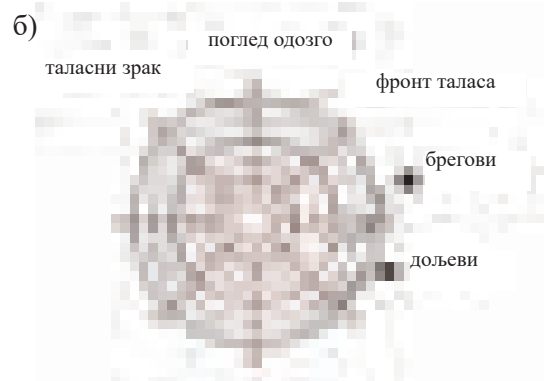
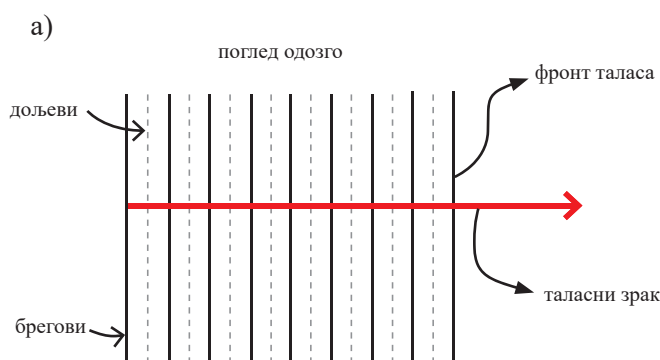
Из горе реченог, произлази да је за ширење механичког таласа неопходно постојање **материјалне (еластичне) средине**. Пошто у вакууму нема честица које могу да осцилују и преносе енергију, механички таласи не могу да се шире кроз вакуум.

За даљу анализу таласног кретања, потребно је увести појмове којима ће се гео-метријски описати ширење таласа у простору. Вратимо се поново таласима који настају при удару камичка о мирну водену површину. У тренутку када камичак удари слободну површину воде, настаје локална побуда и честице у тој тачки почињу да осцилују. **Геометријско место честица средине до којих је у датом тренутку стигао талас назива се фронт таласа**. Фронт таласа представља границу између дела средине у којем су честице већ осциловале и дела средине у којем честице још нису почеле да осцилују. Током времена, фронт таласа се помера у простору.

**Таласна површ** је геометријско место свих тачака средине које у датом тренутку осцилују на исти начин, односно имају исту елонгацију и крећу се у истом правцу. Може се рећи да је таласна површ геометријско место тачака које током таласног процеса осцилују једнаким фазама. То значи да се све честице једне исте таласне површи у истом тренутку или подижу или спуштају. Фронт таласа представља посебан случај таласне површи.

У зависности од облика таласног фронта, механички таласи могу да се поделе на неколико врста. Најчешће се разматрају:

- **раван талас** (слика 3а), код којег је таласни фронт раван; овакви таласи се добијају када је извор, на пример, права шипка која осцилује делимично уроњена у слој воде.



Слика 3. Фронт и зрак таласа гледани одозго: а) Раван талас б) Сферни талас

- **сферни талас** (слика 3б), код којег је таласни фронт сфера са центром у извору; овакви таласи настају при осциловању тачкастог извора, као што су таласи звучног извора у ваздуху.

Смер у којем се шири талас приказује се замишљеном линијом названом **таласни зрак**. Таласни зрак је линија нормална на таласни фронт и показује смер преношења енергије таласа. Код равних таласа таласни зраци су паралелне праве линије, а код сферних таласа то су радијалне линије које излазе из извора.

## Трансверзални и лонгитудинални таласи

Према смеру осциловања честица у односу на таласни зрак, постоје:

- **Трансверзални таласи** (слика 4а) су таласи код којих честице средине осцилују **нормално** на правац ширења таласа.

- **Лонгитудинални таласи** (слика 4б) су таласи код којих честице средине осцилују у **правцу** ширења таласа.



Слика 4. Трансверзални и лонгитудинални талас на дугој играчки-опрузи (слинки)

## Трансверзални таласи

Код трансверзалних механичких таласа честице средине осцилују **нормално на смер ширења таласа**. Због оваквог осциловања, у датом тренутку средина добија таласаст облик, при чему могу да се разликују **брегови и долине** (слика 5а).

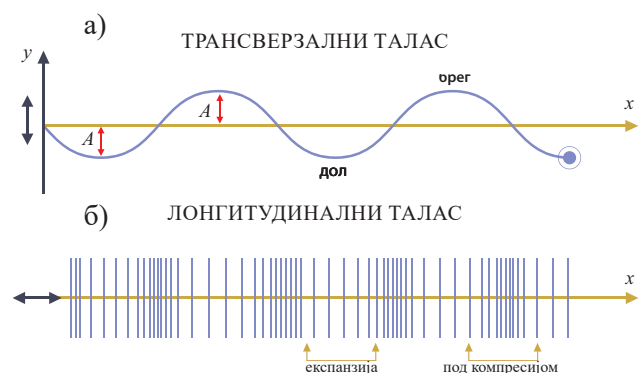
**Брег таласа** је положај у којем честица има највеће одступање **изнад** равнотежног положаја, а **долина таласа** је положај у којем честица има највеће одступање **испод** равнотежног положаја. Ови појмови описују **тренутно стање осциловања честица**, а не њихово кретање дуж таласа. Појмови брег и долина повезани су са таласастим обликом који добија средина као целина у датом тренутку. Један појединачни осцилатор сам по себи не може имати облик таласа.

Пошто свака честица изводи хармонијско осцилаторно кретање, њено осциловање карактерише се **амплитудом**. Код трансверзалних таласа, амплитуда је једнака растојању од равнотежног положаја до положаја брега или долине таласа.

При ширењу трансверзалног таласа мења се облик средине, а после престанка таласања, средина враћа свој првобитни облик. Пример трансверзалног механичког таласа је таласање затегнуте жице, мембране бубња и таласи на површини воде.

## Лонгитудинални таласи

Код лонгитудиналних механичких таласа честице средине осцилују у **смеру ширења таласа**. При томе се појављују делови средине у којима су честице густо распоређене и делови у којима су ређе распоређене (слика 4б). На тим местима средина настаје **компресија (сабијање)** и **експанзија (разређивање)**. У овом случају, не мења се облик средине, већ се мења њена густина.



Слика 5. Шематски приказ трансверзалног и лонгитудиналног таласа

Пошто овакве промене густине могу да се јаве у гасовима, течностима и у чврстим телима, лонгитудинални механички таласи могу да се шире кроз све средине. Најпознатији пример лонгитудиналног механичког таласа је **звук**.

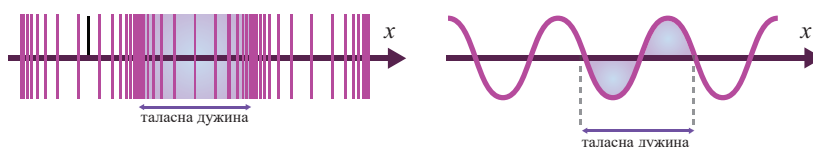
## Основне величине таласног кретања

Иако честице почињу да осцилују у различитим тренуцима, све осцилују истом фреквенцијом  $f$ , која је једнака фреквенцији осциловања извора таласа. Фреквенција је повезана са периодом осциловања  $T$  релацијом:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Разлика између осцилација појединачних честица кроз које се преноси таласно кретање је у **фази осцилације**. Фаза нам говори где се честица налази у свом осцилаторном циклусу у датом тренутку, односно одређује њен положај и смер кретања. Она зависи од растојања до извора и од времена потребног да талас стигне до дате честице.

Друга важна физичка величина којом се описује таласно кретање је **таласна дужина  $\lambda$** . Она представља растојање између две суседне честице које осцилују истом фазом (слика 6).



Слика 6. Таласна дужина код лонгитудиналног и трансверзалног таласа

**Брзина таласа  $v$**  представља **брзину преношења осцилације** кроз средину и она се разликује од брзине којом осцилују честице. Брзина таласа зависи од **физичких (еластичних) својстава средине** и од врсте таласа (трансверзални или лонгитудинални).

Ако је средина хомогена, брзина таласа је константна. За време једнако периоду  $T$  једне осцилације извора, талас пређе растојање једнако таласној дужини  $\lambda$ , па је зато:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

При премину на бранот од една во друга средина се менуваат неговата брзина и бранова дужина, а фреквенција остане иста, бидејќи таа е определена од фреквенцијата на изворот.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Кроз неку средину шири се талас фреквенције 120 Hz и амплитуде 4 mm. Таласна дужина тог таласа је 20 cm. Упореди брзину таласа са максималном брзином осциловања једне честице.

Дато:

$$f = 120 \text{ Hz}, A = 4 \text{ mm} = 0,004 \text{ m}, \lambda = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

Тражи се:  $\frac{v}{v_{\max}} - ?$

**Решење:** Брзина таласа је  $v = \lambda f$ , односно  $v = 0,20 \cdot 120 = 24 \text{ m/s}$ .  
За хармонијско осциловање, максимална брзина осциловања једне честице је  $v_{\max} = \omega A$   
где  $\omega = 2\pi f$ . Значи,  $\omega = 2\pi \cdot 120 = 240\pi \text{ rad/s}$  и  $v_{\max} = 240\pi \cdot 0,004 = 0,96\pi \approx 3,02 \text{ m/s}$ .

$$\text{Одавде следи: } \frac{v}{v_{\max}} = \frac{24}{3,02} \approx 8.$$



## Једначина таласа

Једначина таласа описује осциловање сваке тачке средине кроз коју се шири талас у било ком тренутку времена. У својој суштини, она представља једначину хармонијског осцилатора, која се понавља у свакој тачки средине, али са различитом фазом. Пошто честице у средини осцилују током времена, елонгација мора да зависи од времена  $t$ . Истовремено, пошто се талас простире у простору, осциловање честица зависи и од њиховог растојања  $x$  од извора таласа. Зато је елонгација честица при таласном кретању функција две променљиве: положаја и времена.

**Претпоставимо да се талас шири у позитивном смеру  $x$  - осе.** Тада, за хармонијски талас, зависност елонгације може да се запише једначином:

$$y = A \cos(\omega t - kx),$$

где је  $y$  елонгација честице,  $A$  амплитуда таласа,  $\omega$  угаона фреквенција, а  $k$  таласни број који је повезан са таласном дужином изразом  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Таласни број се изражава у  $\text{rad/m}$ . Знак „ $-$ “ испред члана  $kx$  указује да се талас шири у позитивном смеру  $x$  осе.

Ако се талас шири у супротном смеру, једначина ће гласити:

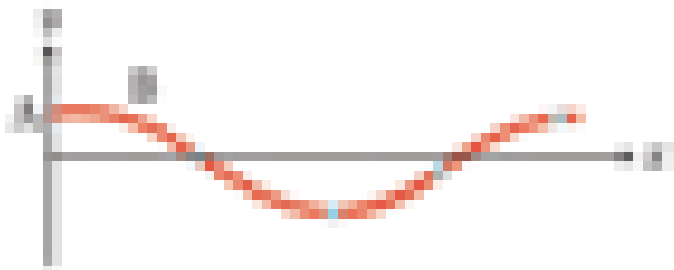
$$y = A \cos(\omega t + kx).$$

Ова једначина не може у потпуности да се прикаже у правоуглом Декартовом координатном систему, пошто елонгација зависи од две независне променљиве. Зато је најпогоднији начин њеног приказивања анимацијом, при чему може да се прати како свака честица осцилује током времена.

Оно што се најчешће приказује на графику је слика таласа у датом тренутку времена, односно изглед таласа у одређеном тренутку. Управо то је приказано на сликама 5 и 6.

Косинусна функција је погодна за опис таласног кретања јер се и хармонијско осциловање честица описује истом врстом функције. Ако за положај честице која осцилује узмемо, на пример,  $x = 0$ , једначина таласа прелази у једначину хармонијског осцилатора.

Члан  $kx$  описује просторну периодичност таласа, односно чињеницу да се осциловање честица понавља на свакој таласној дужини. Зато се преко таласне дужине  $\lambda$  уводи таласни број  $k = 2\pi / \lambda$ .



**Слика 7.** Графички приказ таласа. Пази: осе су  $y$  и  $x$ , што значи, ово је „фотографија таласа“, односно талас у датом тренутку времена  $t = t_1$ . Код хармонијског осцилатора графици су имали  $x$ - и  $t$ -осе и показивали временску зависност промене положаја.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Почевши од једначине за хармонијски осцилатор, изведи једначину раван хармонијски талас који се шири у позитивном смеру  $x$ -осе кроз идеалну еластичну средину.

#### Решење:

Осциловање извора таласа (слика 7, тачка А) описујемо једначином  $y = A \cos(\omega t)$ , где је  $A$  амплитуда, а  $\omega$  угаона фреквенција осцилације.

Пошто се талас шири **коначном брзином**  $v$ , честице средине не почињу да осцилују истовремено. Честица која се налази на растојању  $x$  од извора (слика 7, тачка В) не почиње одмах да осцилује. Она почиње да осцилује са **временским кашњењем**  $\tau$ , које је једнако времену потребном да талас пређе растојање  $x$  је  $\tau = \frac{x}{v}$ . Одавде следи да честица на растојању  $x$  од извора осциловаће према закону:

$$y = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right).$$

Користећи релације  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  и  $v = \frac{\lambda}{T}$ , добија се:

$$\omega \frac{x}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} x.$$

Ако уведемо таласни број  $k = 2\pi / \lambda$  за раван хармонијски талас који се шири у позитивном смеру  $x$ -осе, добијамо једначину:

$$y = A \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \Rightarrow y = A \cos(\omega t - kx).$$



### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Неки талас се описује једначином:  $y = 0,5 \cos \pi (0,25t - x)$ . Све величине су изражене у основним јединицама. Одреди амплитуду, фреквенцију и брзину таласа.

#### Решење:

Општа једначина хармонијског таласа  $y = A \cos(\omega t - kx)$ .

Поређењем са датом једначином:  $y = 0,5 \cos(\pi \cdot 0,25t - \pi x)$ , добијамо тражене величине:

- Амплитуда је коефицијент испред косинуса:  $A = 0,5 \text{ m}$ .
- Коефицијент испред времена  $t$  у аргументу је кружна фреквенција:  
 $\omega = \pi \cdot 0,25 = 0,25\pi \text{ rad/s}$ , а фреквенција је:  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0,25\pi}{2\pi} = 0,125 \text{ Hz}$ .
- Коефицијент испред  $x$  је таласна константа:  $k = \pi \text{ rad/m}$ .
- Брзина таласа је:  $v = \frac{\omega}{k} = \frac{0,25\pi}{\pi} = 0,25 \text{ m/s}$ .

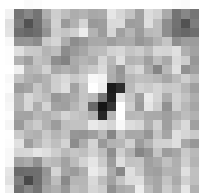


### АКТИВНОСТ 1.

Испитај зависност енергије од амплитуде и од фреквенције

#### Поступак

1. Отвори PhET симулацију Талас кроз затегнуту жицу (Wave on a String) на следећој интернет страници: [https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string\\_all.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_all.html)



## 2. Постави:

- Пригушење (Damping = None), да не би било губитка енергије таласа
- Крај (End = No End) (да не би било одбијеног таласа)
- Затегнутост жице да буде константна (Tension = Constant)

## 3. Изабери (Oscillate) као извор таласа.

## 4. Постави почетну амплитуду и фреквенцију и посматрај енергију таласа.

## 5. Повећај фреквенцију 2 пута, а да не мењаш амплитуду.

## 6. Посматрај како се мења енергија коју талас преноси за време од једног периода.

## 7. Врати почетну фреквенцију и смањи амплитуду 2 пута.

## 8. Одговори на следећа питања:

- Како се мења енергија при повећању фреквенције?
- Како се мења енергија при смањењу амплитуде?

## Енергија и интензитет таласа

Механичким таласом преноси се **механичка енергија** од једне до друге тачке средине кроз коју се шири талас. При томе, честице средине се не преносе заједно са таласом, већ осцилују око свог равнотежног положаја. Енергија се преноси од честице до честице.

Механичка енергија механичког таласа представља **збир кинетичке и потенцијалне енергије** честица које осцилују у датом делу средине:

$$E = E_k + E_p.$$

Из претходног знамо да је **укупна механичка енергија једног хармонијског осцилатора** е константна и може да се изрази преко потенцијалне енергије у амплитудном положају, када честица тренутно мирује. Код механичког таласа **не осцилује једна честица**, већ **много честица средине**, распоређених у простору. Свака од њих осцилује истом кружном фреквенцијом  $\omega$  и истом амплитудом  $A$ , али различитом фазом.

Ако размотримо мали део средине запремине  $\Delta V$  Ако размотримо мали део средине запремине  $\rho$ , у њему се налази велики број честица које осцилују. Пошто је енергија сваке честице-осцилатора пропорционална  $A^2$  и  $\omega^2$ , укупна енергија таласа зависиће од ових величина. Укупна енергија таласа у том делу средине је збир енергија свих тих осцилатора. За хармонијски механички талас, овај збир може да се запише изразом:

$$E = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \Delta V.$$

Једначина нам говори да количина енергије коју преноси талас зависи од амплитуде осциловања, својстава средине и од фреквенције таласа. Види се да је **енергија механичког таласа пропорционална квадрату амплитуде**. То значи да ако се амплитуда таласа повећа два пута, пренесена енергија се повећава четири пута.

**Интензитет (јачина) таласа** је енергија коју талас преноси за **јединицу времена** кроз **јединичну површину**, постављену нормално на правац ширења таласа. Интензитет се дефинише са изразом:

$$I = \frac{E}{S \Delta t} = \frac{P}{S},$$

где је  $P$  снага таласа. Јединица за интензитет таласа је ват по квадратном метру,  $W/m^2$ .



### РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Талас се шири кроз хомогену средину константном брзином. Шта ће се десити са енергијом коју талас преноси за време једног периода ако:

- а) Фреквенција таласа се повећа 2 пута (амплитуда се не мења)?  
 б) Амплитуда таласа се смањи 2 пута (фреквенција се не мења)?

**Решење:**

Енергија механичког таласа у датом делу средине пропорционална је квадрату амплитуде и квадрату угаоне фреквенције:  $E \sim A^2 \omega^2$ .

За време једног периода  $T$ , талас напредује за једну таласну дужину, па кроз сваку нормалну површину прође енергија коју носи тај „део“ таласа. Пошто је брзина таласа константна, важи да је енергија пренесена за један период пропорционална:

$$E_T \sim A^2 \omega^2 T. \text{ А пошто: } \omega = 2\pi f \text{ и } T = \frac{1}{f}, \text{ добија се: } E_T \sim A^2 f.$$

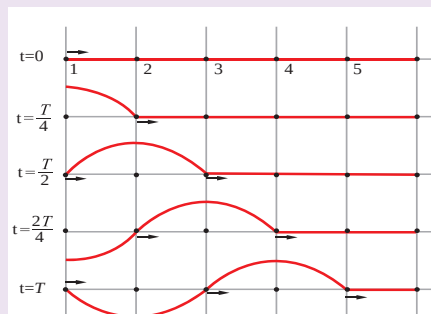
а) Ако:  $f' = 2f$ , а амплитуда остаје иста, тада:  $E_T' \sim A^2 2f = 2E_T$ .

б) Ако:  $A' = \frac{A}{2}$ , а фреквенција остаје иста, тада:  $E_T' \sim \left(\frac{A}{2}\right)^2 f = \frac{1}{4} E_T$ .

**НАУЧИ ВИШЕ**

Размотримо настанак и ширење трансверзалног таласа кроз уже. На слици 7 је приказано како се преноси осцилација кроз уже (или кроз другу еластичну средину) у току једног периода  $T$  (временски интервал за који извор изврши једну осцилацију).

У тренутку  $t = 0$  све честице ужета су у равнотежном положају. Прва честица, која представља извор таласа, добија импулс нагоре и почиње да осцилује. Током времена, због еластичних сила у ужету, осцилација се постепено преноси са једне честице на другу. На тај начин, свака честица почиње да осцилује на исти начин као извор, али са одређеним временским кашњењем (слика 8).



Слика 8. Ширење трансверзалног таласа

По истекот на времето  $t = T$ , изворот извршио една целосна осцилација, а осцилацијата стигнала до петтата честица, која осцилира во иста фаза како првата. Ова показува дека при брановомо движење се пренесува осцилацијата низ средината, додека честичките осцилираат околу своите рамнотежни положби.

Механичка енергија код механичких таласа је збир кинетичке и потенцијалне енергије свих честица које осцилују у делу средине запремине  $\Delta V$ . Односно:

$$E = E_k + E_p.$$

Ако је механичка енергија једне честице масе  $m_0$  дата једначином за енергију хармонијског осцилатора

$$E_1 = \frac{1}{2} m_0 \omega^2 A^2,$$

за укупну механичку енергију таласа која захвата запремину  $\Delta V$  добија се:

$$E = NE_1 = N \frac{1}{2} m_0 \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2,$$

где је  $m = Nm_0$ .

Пошто је  $m = \rho \Delta V$ , добија се:

$$E = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \Delta V.$$

Енергија дела таласа у некој средини пропорционална је квадрату амплитуде осциловања.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

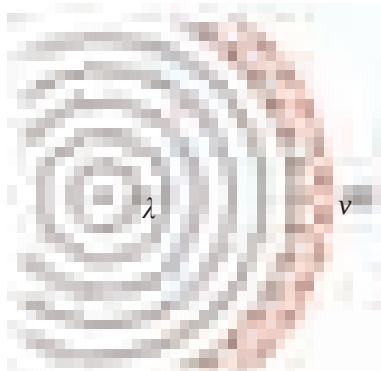
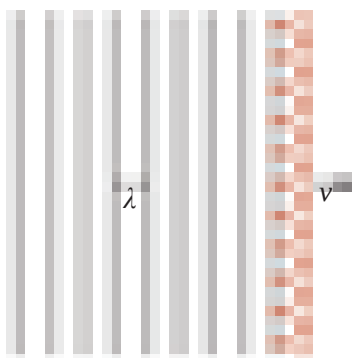
1. Наведи разлике између трансверзалних и лонгитудиналних таласа.
2. Од чега зависи брзина таласа који се шири у хомогеној средини?
3. Како се мења интензитет таласа који се шири у датој средини ако се фреквенција извора повећава, а амплитуда остаје иста?
4. Да ли две тачке које у истом тренутку имају једнаку елонгацију у морају да осцилују у фази? Објасни.
5. Талас је описан једначином:  $y = 0,05 \sin 2\pi (0,2t - 4x)$ . Све величине су изражене у основним јединицама. Одреди амплитуду, фреквенцију и брзину таласа. (Решење: 0,05 m; 0,2 Hz; 0,05 m/s)
6. По истој затегнутој жици шире се два трансверзална таласа са различитим амплитудама и фреквенцијама. Прво се креће талас амплитуде 1 cm и фреквенције 12 Hz, а затим талас амплитуде 2 cm и фреквенције 6 Hz. Одреди однос енергија два таласа и однос интензитета два таласа. (Решење:  $E_1 / E_2 = 1$ ,  $I_1 / I_2 = 1$ )

## 2.5. Одбијање и преламање таласа

### Хајгенс-Френелов принцип

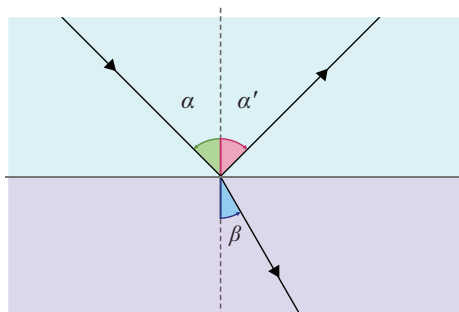
Да би талас настао и да би се ширио, мора да постоји извор. Сваки талас поседује таласни фронт, који представља простор који раздваја честице које осцилују од честица које још нису почеле да осцилују. При ширењу таласа, таласни фронт се удаљава од извора, при чему постепено све више честица средине почиње да осцилује.

Настанак новог таласног фронта у тренутку  $t + \Delta t$  произлази из положаја таласног фронта у тренутку  $t$  и може да се опише на следећи начин:



Слика 1 . Добијање равнoг (лево) и сферног таласа (десно)

1. Сваки таласни фронт може да се сматра унијом многих тачака.
2. Свака тачка таласног фронта понаша се као **секундарни извор**, који ствара **секундарне таласе** (мале сферне таласе).
3. После одређеног времена, сваки секундарни талас има **свој мали таласни фронт**.
4. Нови таласни фронт добија се као заједничка обвојница свих секундарних таласа.



Слика 2. Одбијање и преламање таласа, приказано преко њихових зракова

Ако је средина **изотропна** (има иста физичка својства у свим правцима), тада таласни фронт задржава свој облик, односно раван талас остаје раван, а сферни остаје сферан (слика 1). Овај начин описивања ширења таласа назива се **Хајгенс-Френелов принцип**.

Када талас наиђе на граничну површину између две еластичне средине са различитим својствима, он се делимично одбија и делимично прелама при чему мења правац ширења. На слици 2 приказани су зраци упадног, одбијеног и преломљеног таласа, а углови  $\alpha$ ,  $\alpha'$  и  $\beta$  су редом упадни, одбијени и угао преламања мерени у односу на нормалу граничне површине.

## Одбијање таласа

Када бацимо гумену лопту према поду вертикално надолу, она се после удара враћа назад без промене правца кретања, већ мења само смер. Ако се лопта баци на под под неким углом у односу на нормалу повучену у тачки удара лопте о под, она ће се одбити од пода и променити правац простирања. Угао под којим лопта удара у подлогу једнак је углу под којим се она одбија од пода. На сличан начин понашају се и таласи. Када раван талас стигне до граничне површине две средине, одбиће се, при чему ће и одбијени талас, такође, бити раван талас. При одбијању таласа важи: **упадни талас, нормала граничне површине и одбијени талас леже у истој равни и угао одбијања једнак је упадном углу, односно:**

$$\alpha = \alpha'.$$



### АКТИВНОСТ 1.

Испитај одбијање таласа на површини воде и утврди да је угао одбијања једнак углу упадања.

#### Потребен материјал:

- Плитка посуда са водом
- Летвица или лењир којим ће се побуђивати таласи
- Плочица, дрвена летвица или пластична препрека

#### Поступак:

1. Напуни плитку посуду водом. Вода треба да има дубину мању од 1 cm.
2. Урони равну летвицу или лењир у воду и изазови равномерне осцилације лењира. Тиме ће се створити равни таласи који се шире у води.
3. Постави раван препреку у посуду под углом од 45° у односу на смер ширења таласа.
4. Посматрај шта се дешава када таласи наиђу на препреку.
5. Направи фотографију или видео и измери упадни угао и угао одбијања.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

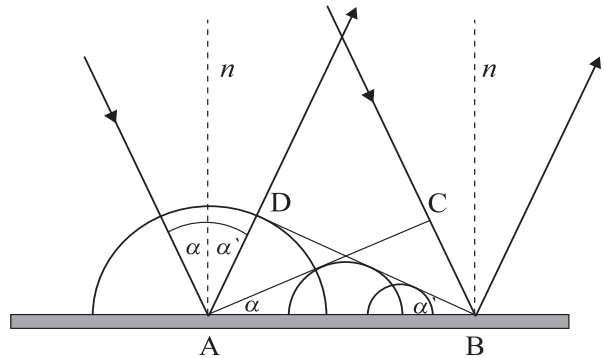
Објасни одбијање таласа Хајгенс-Френеловим принципом.

**Решење:** На слици 3 приказан је раван талас чији таласни фронт наилази на раван препреку под неким углом. Таласни фронт упадног таласа означен је са АС. Пошто таласни фронт удара у препреку под одређеним углом, различити делови таласног фронта не додирују препреку у истом тренутку. Тачка А је додирне прва, а тачка В додирне препреку са закашњењем.

Према Хајгенс-Френеловом принципу, свака тачка таласног фронта која додирне препреку постаје извор секундарног таласа. Тако, у тренутку када талас додирне препреку у тачки А, из те тачке почиње да се шири секундарни талас. Док талас стигне и до тачке В, секундарни талас из А се већ проширио. Нови положај таласног фронта добија се као линија која додирује секундарне таласе у истом тренутку. Та линија представља таласни фронт одбијеног таласа DB.

Из геометрије слике следи да је угао под којим талас упада на препреку једнак углу под којим се одбија, односно важи закон:

$$\alpha = \alpha'.$$



Слика 3. Објашњење појаве одбијања таласа Хајгенс-Френеловим принципом

## Брзина таласа кроз различите средине

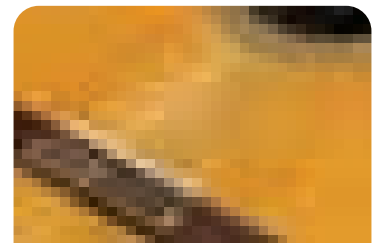
### Брзина таласа кроз затегнуту жицу

Жице гитаре имају исту дужину и побуђују се на сличан начин, али не звуче исто (слика 4). Разлог за то није у начину њиховог побуђивања, већ у својствима самих жица. Неке жице су тање, друге дебље, а могу бити и различито затегнуте. Код тање или више затегнуте жице, осцилације честица се лакше преносе, па се талас шири брже. Код дебље или мање затегнуте жице, преношење почетне осцилације је спорије. Зато, иако побуђивање жица може бити исто, брзина простирања таласа је различита, што доводи до различите фреквенције осциловања и до различите висине звука.

Брзина трансверзалног таласа који се шири кроз затегнуту жицу или конач је:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

где је  $F$  сила којом је затегнута жица, односно конач, а  $\mu$  е линијска густина жице или конач (линијска густина је маса жице подељена њеном дужином  $\mu = \frac{m}{l}$ ).



Слика 4. Жице различитог пречника попречног пресека и затегнутости – иста побуца, различита брзина таласа

## Брзина лонгитудиналних таласа кроз чврсте супстанце

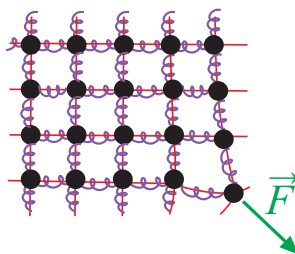
Чврсте супстанце могу да се замисле као низ честица повезаних еластичним везама, сличне малим опругама (слика 5). Када се једна честица помери из равнотежног положаја, она деформише везе са суседним честицама и осциловање се преноси кроз средину. Брзина овог преношења зависи од: еластичних својстава супстанце и од њене густине. Брзина којом се шире таласи може да се израчуна једначином:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где је  $E$  Јангов модул еластичности, који је карактеристична величина за чврста тела и показује ко-



лико се материјал може издужити под дејством одређене силе, а  $\rho$  је густина супстанце.



Слика 5. Ако се побуди једна честица неком силом  $F$ , талас ће се ширити због еластичних сила међу честицама

## Брзина лонгитудиналног таласа кроз течности

Кај течностите, лонгитудиналните бранови се шират во вид на периодични компресији и експанзији на честицките од средината. Брзината со која се шири ваквиот бран зависи од механичките својства на течнота, односно од тоа колку таа се компресира и од нејзината густина. Брзината на ширење  $v$  на лонгитудиналните бранови во течност се изразува со формулата:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}},$$

где је  $B$  коефицијент запреминског ширења течности, који покажује колико се течност супротставља компресији, а  $\rho$  је густина течности.

## Брзина лонгитудиналног таласа кроз гасове

Код гасова честице нису повезане трајним еластичним везама, али лонгитудинални таласи се шире као и код течности, преко компресија и експанзија. Брзина лонгитудиналног таласа зависи од: притиска гаса ( $p$ ) и од његове густине ( $\rho$ ). Брзина лонгитудиналних таласа у идеалном гасу може да се изразува формулом:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}},$$

где је  $\gamma$  адијабатски коефицијент (Поасонова константа), при чему бројна вредност зависи од броја атома у градивној честици гаса. За једноатомски гас, она износи 1,67; за двоатомски 1,40; а за троатомски и вишеатомске гасове адијабатски коефицијент је 1,33. Користећи једначину за идеалан гас, брзина може да се запише и као:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}},$$

при чему је са  $R$  означена Универзална гасна константа,  $R = 8,31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ ,  $M$  је моларна маса, а  $T$  температура гаса.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Трансверзални талас се шири дуж жице која је затегнута силом од 30 N. Један метар жице има масу 5 g. Растојање између две суседне честице, које се у истом тренутку налазе у равнотежном положају, износи 0,5 m. Одреди брзину и таласну дужину таласа.

Дато:  $F = 30 \text{ N}$ ,  $\mu = 5 \text{ g/m} = 0,005 \text{ kg/m}$ ,  $d = 0,5 \text{ m}$

Тражи се:  $v$ ?,  $\lambda$ ?

#### Решење:

За трансверзални талас на затегнутој жици, брзина таласа је:  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 77,46 \text{ m/s}$ .

Код синусног таласа честице су у равнотежном положају  $y = 0$ , а то се дешава када је сваких  $\lambda/2$  дуж жице.

Зато:  $d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2d = 2 \cdot 0,5 = 1,0 \text{ m}$ .

## Преламање таласа

Када се аутомобил креће асфалтним путем и једним предњим точком уђе на песковиту под-логу, тај точак почиње да се креће мањом брзином, а други наставља да се креће по асфалту већом брзином. Због разлике у брзини два точка, аутомобил мења правац кретања и скреће ка страни где је кретање спорије.

На сличан начин понашају се и таласи. Када таласни фронт упада под неким углом на граничну површину између две средине у којима се талас шири различитим брзинама, различити делови таласног фронта почињу да се крећу различитом брзином. Као последица тога, талас мења правац свог простирања. Ова појава, при којој талас мења правац ширења при преласку из једне средине у другу, назива се **преламање (рефракција) таласа** (види слику 2).



### АКТИВНОСТ 2.

Испитати преламање таласа на површини воде и утврдити зависност између брзине и таласне дужине таласа при преласку из дубље у плитку воду.

#### Потребан материјал:

- Плитка посуда са водом
- Летвица или лењир којим се побуђују таласи
- Стаклена плочица мале висине (за стварање плитког дела суда)

#### Поступак

1. Напуни суд водом. Површина воде треба да буде мирна.
2. У једном делу суда постави стаклену плочицу мале висине, тако да у том делу вода буде плића, а други део остане дубљи.
3. Летвицом или лењиром који осцилује у води, створи равне таласе. Таласи треба да се побуђују истом фреквенцијом.
4. Посматрај шта се дешава када таласи наиђу на граничну површину између дубљег и плићег дела воде.
5. Забележи промену смера ширења таласа и упореди таласну дужину у дубљем и у плићем делу суда.

#### Одговори на следећа питања:

1. Шта се дешава са правцем ширења таласа када прелазе из дубље у плићу воду?
2. Како се мења таласна дужина таласа у плићој води у поређењу са дубљом?
3. Ако је фреквенција таласа одређена извором таласа и остаје иста, а таласна дужина се смањује, шта може да се закључи о брзини таласа у плићој води?

Посматрања показују да се при преласку таласа из дубље у плићу воду мењају правац његовог ширења и његова таласна дужина. Фреквенцију таласа одређује извор таласа и она остаје иста при преласку из једне средине у другу. Пошто између брзине  $v$ , фреквенције  $f$  и таласне дужине  $\lambda$  важи релација  $v = \lambda f$ , при промени таласне дужине при истој фреквенцији, значи мења се и брзина ширења таласа.

При преласку у другу средину, различити делови таласног фронта не улазе истовремено потпуно у ту средину, па почињу да се шире различитом брзином. Управо ова неједнакост брзина доводи до промене правца ширења таласа, односно до појаве која се назива преламање таласа.

При преламању таласа важи следеће:

- Упадни талас, нормала граничне површине и преломљени талас леже у истој равни;

Однос синуса упадног угла и угла преламања једнак је односу брзина таласа у две средине:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Овај израз представља математичку формулу Закона преламања таласа.



### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Изведи Закон преламања таласа, полазећи од Хајгенс-Френеловог принципа.

**Решење:** На слици 6 приказано је преламање равног таласа при преласку из једне средине у другу, у којима се талас шири различитом брзином  $v_1$  и  $v_2$ . Таласни фронт упадног таласа приказан је дужи АС, која је нормална на упадне зраке. Талас упада под одређеним углом на граничну површину, па различити делови таласног фронта стижу на граничну површину у различито време. Први зрак додирује граничну површину у тачки А, док се други зрак у истом тренутку налази у тачки С и наставља да се креће ка тачки В.

За време  $t$ , док зрак из С пређе растојање СВ у првој средини брзином  $v_1$ , тачка А постаје извор секундарног таласа, који се у другој средини шири брзином  $v_2$  и прелази растојање АД. Пошто су брзине ширења таласа у две средине различите, за исто време важи  $СВ \neq АД$ . Нови таласни фронт добија се као заједничка додирна линија секундарних таласа и означен је са BD. Он представља таласни фронт преломљеног таласа.

Из геометрије слике примећују се два правоугла троугла, ABC и BAD, који имају заједничку хипотенузу АВ. За њих важи:

$$\sin \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}, \quad \sin \beta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}.$$

Пошто је  $\overline{BC} = v_1 t$  и  $\overline{AD} = v_2 t$ , дељењем два израза добија се:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$ , што представља Закон преламања таласа.



Слика 6. Објашњење појаве преламања таласа Хајгенс-Френеловим



### РЕШЕН ПРИМЕР 4.

У дубљој води водени талас има таласну дужину 2,4 m и брзину 1,2 m/s. Талас улази у плитку воду где је брзина 0,75 m/s. Упадни угао је  $30^\circ$ .

а) Одреди фреквенцију таласа.

б) Одреди таласну дужину таласа у плиткој води. в) Одреди угао преламања.

**Дато:**  $\lambda = 2,4 \text{ m}$ ,  $v_1 = 1,2 \text{ m/s}$  (подлабока вода),  
 $v_2 = 0,75 \text{ m/s}$  (плитка вода),  $\alpha = 30^\circ$

**Тражи се:** а)  $f$  – ? б)  $\lambda_2$  – ? в)  $\beta$  – ?

**Решење:**

а) Фреквенција таласа је  $v = f \lambda \Rightarrow f = \frac{v_1}{\lambda_1} = 0,5 \text{ Hz}$ .

б) Фреквенција се не мења при преласку, па је таласна дужина у плиткој води:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = 1,5 \text{ m}.$$

в) За преламање таласа важи:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \sin \beta = \sin \alpha \cdot \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \beta = \arcsin(0,3125) \approx 18,2^\circ.$$

### Апсолутни и релативни индекс преламања

За појаву преламања таласа корисно је увести и појмове апсолутни индекс преламања и релативни индекс преламања, који омогућавају поређење брзине таласа у различитим срединама.

**Апсолутни индекс преламања** неке средине дефинише се као однос брзине таласа у референтној средини и брзине таласа у датој средини. Код механичких таласа, као што су таласи на води или звучни таласи, као референтна средина најчешће се узима средина у којој се талас шири највећом брзином. Апсолутни индекс преламања дат је изразом

$$n = \frac{v}{v_0},$$

где је  $v_0$  брзина таласа у референтној средини, а  $v$  брзина таласа у разматраној средини.

У практичним ситуацијама код механичких таласа чешће се користи **релативни индекс преламања**, који пореди ширење таласа у две конкретне средине. Релативни индекс преламања средине 2 у односу на средину 1 дефинисан је као однос брзине таласа у тим срединама:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Ако талас прелази из средине у којој се шири већом брзином у средину у којој се шири мањом брзином ( $v_2 < v_1$ ), тада је релативни индекс преламања већи од 1 и талас се прелама ка нормали. Ако, пак, талас прелази из средине са мањом брзином ширења у средину где је његова брзина ширења већа, он се прелама од нормале. Увођењем релативног индекса преламања, Закон преламања таласа, при преласку из једне у другу средину, може да се запише и формулом:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21},$$

што јасно показује да је преламање таласа директна последица различите брзине њиховог ширења у различитим срединама.



#### НАУЧИ ВИШЕ

Цунами-таласи су дуги водени таласи који настају као последица наглих вертикалних помераја великих водених маса, најчешће изазваних подводним земљотресима, вулканским ерупцијама или одроњавањем морског дна. За разлику од обичних морских таласа, који настају под дејством ветра и ограничени су на површински слој, цунами-таласи захватају цео водени стуб, односно од морског дна до површине.

У дубокој води, цунами-таласи имају изузетно велику таласну дужину и веома малу амплитуду, па најчешће остају незапажени. Они се шире великом брзином, која зависи од дубине воде, па у дубокој води може да достигне стотине километара на час. Због њихове велике таласне дужине, цунами-таласи губе веома мало енергије при ширењу и могу да пређу велика растојања.

При приближавању обали и уласку у плитку воду, брзина цунами-таласа значајно се смањује. Пошто је фреквенција таласа одређена извором и не мења се при преласку из једне средине у

другу, смањење брзине доводи до смањења таласне дужине. Истовремено, укупна енергија таласа приближно се одржава, па се она распоређује на мањем простору, што изазива нагло повећање амплитуде (слика 7).

Због овог разлога, цунами-таласи представљају једну од најразорнијих природних појава на обалама, иако је у дубоком мору њихово присуство готово незапажено.

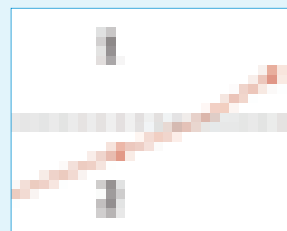


Слика 7. Промена таласне дужине и амплитуде цунами-таласа



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Шта би се десило са правцем ширења таласа ако би брзина ширења у другој средини била иста као у првој? Да ли би било преламања?
2. Зашто се фреквенција таласа не мења при преласку из једне средине у другу, а таласна дужина и брзина таласа се мењају?
3. Од чега зависи брзина таласа? И како?
4. На слици десно приказано је кретање таласа. У којој средини се талас креће већом брзином? Објасни.
5. На једном крају челичне шипке дужине 400 m ствара се звучни сигнал ударом чекића. Јангов модул еластичности челика је  $2,0 \cdot 10^{11}$  Pa, а његова густина  $7800 \text{ kg/m}^3$ . Брзина звука у ваздуху је 340 m/s. Одреди брзину звука кроз челичну шипку. Кроз коју средину ће звук стићи брже и за колико времена? (Решење: челик; 1,1 s)
6. Звучни талас таласне дужине 85 cm шири се кроз ваздух и прелази у морску воду:
  - а) Одреди таласну дужину звука у води.
  - б) Ако талас упада на површину воде под углом од  $3^\circ$ , колики је угао преламања? За брзину звука узми: у ваздуху: 340 m/s, у води: 1480 m/s. (Решење:  $3,7^\circ$ ;  $13,2^\circ$ )



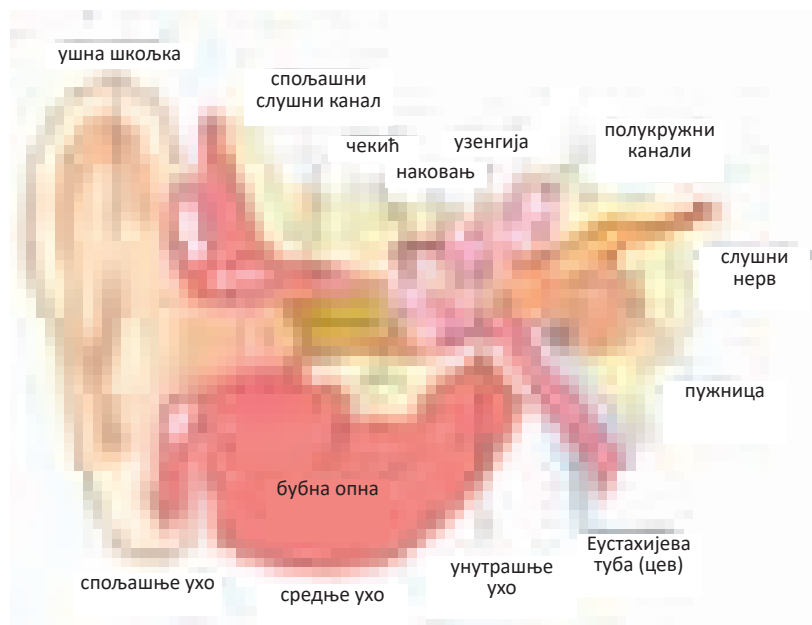
## 2.6. Звук и карактеристике звука

У свакодневном животу стално смо изложени различитим звуковима: разговору са пријатељима, музици коју слушамо, буци саобраћаја или изненадним гласним треском. Људски глас настаје због треперења гласних жица фреквенцијама од неколико десетина до неколико хиљада херца. Звучник ствара звук осцилацијама мембране која покреће честице ваздуха. Саобраћајна бука потиче од осцилација различитих делова возила, при чему су истовремено присутне многе различите фреквенције.

Сваки звук настаје као резултат осцилација неког тела, што се назива **извор звука**. Осцилације извора преносе се на честице околне еластичне средине и стварају механички талас. Да би се произведени талас дефинисао као **звук** који може да региструје људско уво, фреквенција осцилација извора мора да буде у интервалу од 20 Hz до 20 kHz. Осцилације изазване извором фреквенције мање од 20 Hz стварају **инфразвук**, а са фреквенцијом већом од 20 kHz, **ултразвук**, и они нису чујни за људско уво.

Звук представља лонгитудинални механички талас који се шири кроз материјалну средину (гас, течност или чврсто тело) и може да буде регистрован људским увом. Пошто је звук механички талас, он не може да се шири у вакууму. При ширењу звучног таласа, честице средине осцилују око свог равнотежног положаја, при чему се преноси енергија, али се не преноси супстанца заједно са таласом.

## Како чујемо?



Слика 1. Пресек ува и његови саставни делови

Цртеж пресека ува приказан је на слици 1.

Када неки извор ствара звук, у околном ваздуху шире се звучни таласи, односно наизменичне компресије и експанзије ваздуха. Ови звучни таласи прво улазе у спољашње ухо, чија је улога да их сакупи и усмери ка унутрашњости ува. Затим таласи стижу до бубне опне, која почиње да осцилује истом фреквенцијом као звучни талас.

Осцилације бубне опне преносе се кроз средње ухо, које садржи три мале кости: чекић, наковањ и узенгију. Ове кости функционишу као полуга, при чему појачавају механичку осцилацију и преносе је даље ка унутрашњем уху.

Појачане осцилације стижу до пужнице (кохлеје) која се налази у унутрашњем уху и испуњена је течностима. У пужници се налази базиларна мембрана, на којој има велики број еластичних влакана различите дужине, од око 0,04 mm на улазу у пужницу приближно до 0,5 mm на њеном крају. Због различите дужине и еластичности, свако влакно има сопствену фреквенцију осциловања. Када звучни талас изазове осциловање течности у пужници, осцилације прихватају само она влакна чија је сопствена фреквенција једнака фреквенцији звука. На тај начин, различите фреквенције се детектују на различитим местима дуж базиларне мембране.

До сваког од ових влакана допиру завршци слушног нерва. Када затрепери влаканца, она стимулишу нервне завршетке и стварају се електрични импулси. Ови импулси се преносе кроз слушни нерв до центра за слух у можданој кори, где се обрађују и ствара се осећај за звук.

## Тонови

**Тонови** могу бити чисти или сложени тонови. **Чист тон** или само **тон** је звук који ствара извор који врши хармонијске осцилације, као, на пример, звучна виљушка (слика 2). Основна карактеристика чистих тонова је то што имају само једну фреквенцију.

**Слика 2.** Звучна виљушка. Уређај који при удару почиње да осцилује и ствара чист тон тачно одређене фреквенције. Најчешће се користи за штимовање музичких инструмената и за демонстрације у акустици.



Чист тон се описује синусном (или косинусном) функцијом:

$$y = A \sin(\omega t + kx).$$

На слици 3а приказан је график ове функције у одређеном тренутку. Звукови које стварају музички инструменти су сложени тонови. Сложени тон је тон који се добија као резултат са-бирања више чистих тонова различите фреквенције, односно је збир више синусних функција:

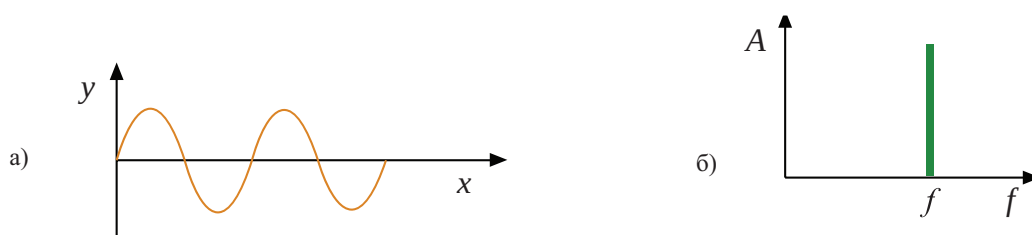
$$y = \sum_{n=1}^N A_n \sin(\omega_n t + k_n x),$$

где је са  $A_n$  означена амплитуда  $n$ -тог чистог тона,  $\omega_n$  кружна фреквенција  $n$ -тог чистог тона, а  $k_n$  таласни број  $n$ -тог чистог тона.

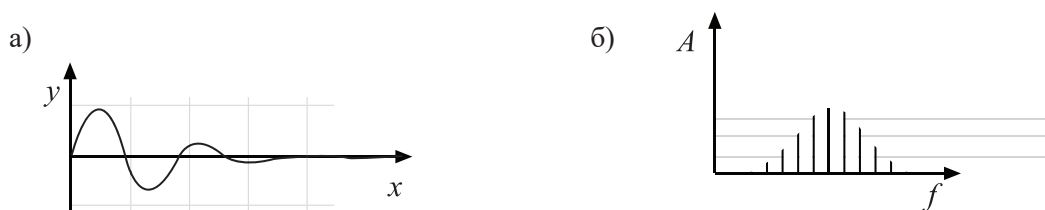
Сложени тон (слика 4а) може да се разложи на чисте тонове. Најмања фреквенција  $f_1$  при таквом разлагању одговара основном тону, а остали тонови имају већу фреквенцију. Они се називају виши хармонијски тонови, односно обертонови. Код виших хармонијских тонова фреквенције су цео број пута веће од фреквенције основног тона:

$$f_n = n f_1 \quad (n = 2, 3, 4, \dots).$$

Распоред фреквенција са њиховим одговарајућим амплитудама, од којих је састављен један тон, назива се **спектар тона**. На сликама 3б и 4б приказани су спектри чистог и сложеног тона.



Слика 3. а) Графички приказ чистог тона б) Спектар чистог тона



Слика 4. а) Графички приказ сложеног тона б) Спектар сложеног тона



### АКТИВНОСТ 1.

#### Чист и сложен тон – суперпозиција на хармоници

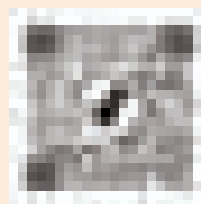
Потребан материјал:

- Рачунар, таблет или паметни телефон

PhET симулација Фуријеова анализа: Стварање таласа (Fourier: Making Waves), коју можеш наћи на следећој интернет страници: <https://phet.colorado.edu/mk/simulation/fourier-making-waves>

#### Део 1: Чист тон

1. Отвори симулацију и изабери режим Дискретан (Discrete).
2. Активирај само један хармоник (основни), тако да само вредност прве амплитуде буде  $A_1 = 1$ , а све остале нуле.





3. Посматрај облик сигнала. Примети да су два графика, означена са Хармоници (Harmonics) и са Збир (Sum), иста.

**Део 2:** Сложени тон

1. Постепено додај други, трећи и четврти хармоник, тако што ћеш повећавати вредности амплитуда  $A_2, A_3, A_4, \dots$ .
2. Прати промену сигнала и звука.
3. Примети да се, иако се облик сигнала мења, период остаје исти.

**Питања:**

- Да ли је период сложеног тона исти као код чистог тона? Објасни зашто.
- Која фреквенција одређује висину звука?
- Зашто сложени тон није синусоида?
- Шта се мења у звуку када се додају виши хармоници, а шта остаје исто?
- Шта мислиш, које је објашњење зашто различити инструменти звуче различито?

Тон има **висину** и **боју**. **Висина тона** одређена је основном фреквенцијом  $f_1$ . **Боја тона** одређена је вишим хармоникима и њиховим амплитудама.

Захваљујући различитој боји тона, може да се разликује музички инструмент или ко од људи говори. Тон основне фреквенције 440 Hz (нота „ла“) произведен на виолини и на клавиру има исту висину, али различиту боју, јер су њихови спектри хармоника различити (слика 5).



Слика 5. Тон А4 (440 Hz) одсвиран на клавиру (горе лево) и на виолини (доле лево) и одговарајући спектри (горе и доле десно)

## Шум, тресак и бука

Осим тонова, који су углавном пријатни за слушање, постоје и други видови звукова који могу бити пријатни или непријатни. **Шум** је резултат многих сложених, непериодичних осцилација различитих амплитуда и фреквенција. Он не може да се разложи на просте хармонијске осцилације са тачно

одређеним фреквенцијама. **Тресак** је јак, краткотрајан и изненадан шум. **Бука** је збир великог броја различитих шума, најчешће великог интензитета, који су непријатни или штетни за човека.

## Интензитет звука

Звучни талас преноси енергију. **Интензитет звука** (или јачина звучног таласа) је енергија коју талас преноси у јединици времена кроз јединичну површину постављену нормално на правац његовог ширења. Пошто се снага дефинише као енергија пренесена у јединици времена, интензитет звучног таласа може да се запише као:

$$I = \frac{P}{S}.$$

где је  $P$  снага звучног извора, а  $S$  површина кроз коју се преноси енергија. Јединица интензитета

$$\text{ласа је: } \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Различити извори звука стварају звукове различитог интензитета. На пример, тихи разговор карактерише мали интензитет, саобраћај ствара звук средњег интензитета, док млазни авион при полетању представља извор звука веома великог интензитета, који може да изазове бол у ушима.

Најмањи интензитет звука који нормално људско ухо може да региструје износи  $I_{\min} = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  и назива се **праг чујности**. Интензитет  $I_{\max} = 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  је највећи интензитет звука који људско ухо може да региструје и назива се **праг бола**.

## Гласност

За разлику од интензитета звука, који је апсолутна физичка величина, гласност звука је субјективна величина, јер зависи од начина на који људско ухо доживљава звук. Она не зависи само од интензитета, већ и од фреквенције звука и од осетљивости чула за слух. Људско ухо не доживљава јачину звука линеарно. Ако се интензитет звука повећа неколико пута, осећај за гласност се не повећава исто толико пута. Експериментално је утврђено да осећај за звук расте логаритамски са интензитетом. Зато, да би се звук доживео као два пута гласнији, интензитет мора да се повећа 10 пута.

Због ове особине слуха, у акустику се уводи величина **гласност**, означена са  $L$ . Она се дефинише у односу на праг чујности и израчунава се једначином:

$$L = \log_{10} \frac{I}{I_{\min}}.$$

Гласност звука изражава се у белима (B), а у практичној примени најчешће у децибелима (dB), при чему важи  $1 \text{ B} = 10 \text{ dB}$ . У децибелима, израз за гласност звука записује се као:

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_{\min}}.$$

Неке вредности гласности звука дате су у табели 1.

| Звук / средина    | Гласност $L$ (dB) | Интензитет $I$ ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) |
|-------------------|-------------------|------------------------------------------|
| Праг чујности     | 0                 | $10^{-12}$                               |
| Тиха просторија   | $\approx 30$      | $10^{-9}$                                |
| Нормалан разговор | $\approx 60$      | $10^{-6}$                                |
| Рок-концерт       | $\approx 110$     | $10^{-1}$                                |
| Бол у уху         | $\geq 120$        | $\geq 1$                                 |



## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Праг чујности је 0 dB, а праг бола 120 dB.

Колико пута је већи интензитет звука на прагу бола од прага чујности?

Дато:  $L_{\min} = 0 \text{ dB}$ ,  $L_{\max} = 120 \text{ dB}$

Тражи се:  $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} - ?$

**Решење:** За два звука, разлика гласности је:  $L_2 - L_1 = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{I_2}{I_1} \right)$ , а у нашем случају:

$$120 = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{I_{\max}}{I_{\min}} \right).$$

Ако изразимо однос интензитета, добија се:  $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 10^{12}$ .

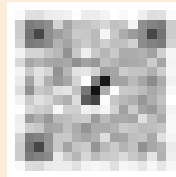
Интензитет звука на прагу бола је  $10^{12}$  пута већи од интензитета звука на прагу чујности. Овај резултат показује колико је велик динамички опсег људског слуха и зашто се гласност мери логаритамском скалом.



## АКТИВНОСТ 2.

Помоћу PhET симулације Звучни таласи (Sound Waves), која се налази на интернет-страници:

<https://phet.colorado.edu/en/simulations/sound-waves/about>, испитај својства звучних таласа. Упореди добијене резултате са општим својствима таласа која си изучавао/-ла раније (таласна дужина, фреквенција, брзина ширења, амплитуда).



## Ехо

Као и остали механички таласи, и звук може да се одбија од површина. Када звучни талас наиђе на удаљену препреку, као што су стена, зид или зграда, он се одбија и може поново да стигне до слушаоца. **Ехо** је појава при којој одбијени звучни талас после одређеног времена поново стигне до слушаоца, тако да се чује као понављање првобитног звука. Пошто се звук шири коначном брзином, из времена између звука и еха може да се одреди растојање до препреке од које се одбио звук. Да би се ехо чуло као јасно одвојен звук, потребно је да одбијени звук стигне најмање после приближно 0,10 s од емитовања звука. Ако је време краће, одбијени звук се спаја са првобитним и доживљава се као наставак звука. Такође, ехо се често не чује зато што је одбијени звук ослабљен услед апсорпције од околних предмета и површина.



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Ученик стоји на растојању  $x$  од вертикалне стене. Он плесне рукама и измери да се ехо чује после 0,84 s од тренутка плескања. Израчунај растојање од ученика до стене. Брзина звука у ваздуху је 340 m/s. Да ли ће се у овом случају ехо чути као јасно одвојен звук?

Дато:  $t = 0,84 \text{ s}$ ,  $v = 340 \text{ m/s}$

Тражи се:  $x - ?$

**Решење:**

Ехо се враћа до ученика пошто звук пређе пут до стене и назад, значи укупни пут је  $s = 2x$ . Из де-

финиције брзине  $s = vt$ , пут који пређе звучни талас је  $2x = vt = 340 \cdot 0,84 = 285,6 \text{ m}$ . Значи, кстена је удаљена од ученика  $x = 142,8 \text{ m}$ .

За да се слушне ехото како јасно одделен звук, одбиениот звук треба да пристигне најмалку по 0,10 s. Бидејќи во овој случај времето е 0,84 s, ехото ќе се слушне како јасно одделен звук.

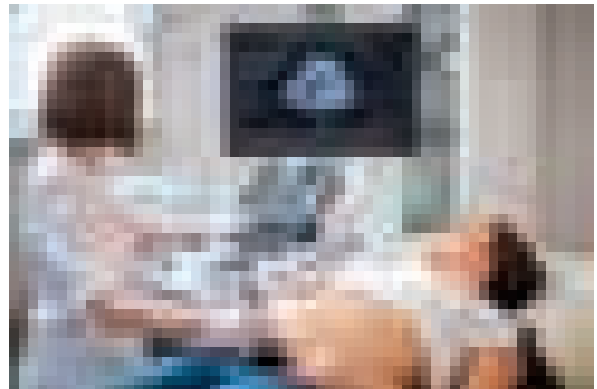
## Инфразвук и ултразвук и њихова примена

**Инфразвук** су звучни таласи фреквенције мање од 20 Hz, који не могу да се региструју људским умом, али имају значајну примену у науци и техници. Инфразвук настаје при природним појавама, као што су земљотреси, вулканске ерупције, снажни морски таласи и експлозије. Због мале фреквенције и велике таласне дужине, инфразвучни таласи могу да се шире на веома велика растојања уз релативно мало слабљење интензитета. Зато се користе за рано откривање и праћење земљотреса и вулканске активности, као и за проучавање атмосферских и океанских појава. Инфразвук стварају и неке животиње, на пример слонове, који га користе за комуникацију на великим растојањима.

**Ултразвук** су звучни таласи фреквенције веће од 20 kHz. Због високе фреквенције, ултразвучни таласи имају малу таласну дужину, што омогућава њихово прецизно усмеравање и јасно одбијање од малих објеката и граница између различитих средина. Најпозната примена ултразвука је у медицинској дијагностици, где се користи за недеструктивно испитивање унутрашњих органа. Ултразвучни преглед, назван ехографија, заснива се на одбијању ултразвучних таласа од ткива и органа у телу. Одбијени таласи (ехо) региструју се и помоћу компјутерске обраде ствара се слика унутрашње структуре. Ултразвуком се прати развој фетуса и процењује проток крви у крвним судовима (слика 6).

У техници се ултразвук примењује у сонарним системима, где се, такође, користи принцип одбијања звука за мерење дубине и за откривање објеката под водом. Додатно, ултразвук се користи у индустрији за ултразвучно чишћење финих и тешко доступних делова, као и за откривање пукотина и дефеката у металним конструкцијама.

Слика 6. Преглед у трудноћи ултразвуком



### НАУЧИ ВИШЕ

#### Гласност звука у фонима

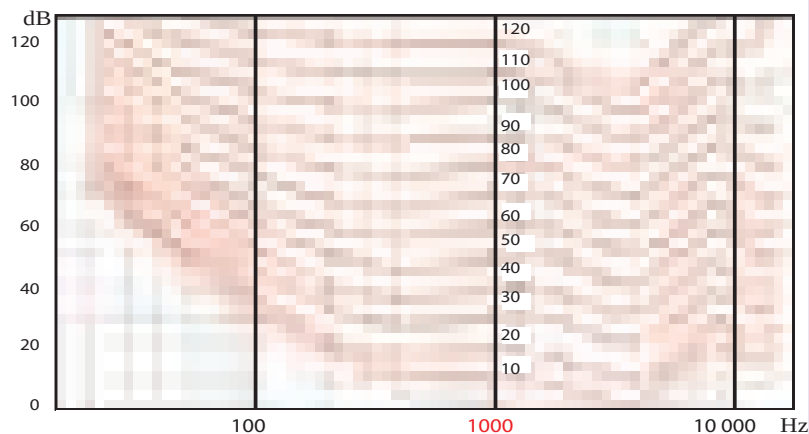
Гласност звука не зависи само од тога колико је звук јак (интензитет), већ и од његове фреквенције. Људско ухо није подједнако осетљиво на све фреквенције. Ова зависност приказана је кривама једнаке гласности (Вебер-Фехнерове криве) на слици 7. Свака крива повезује све звукове које човек доживљава као подједнако гласне, иако имају различите фреквенције и интензитете.

Фони показују колико гласно човек чује звук. Број фона одређује се поређењем са тоном од 1 kHz, при чему је бројна вредност у фонима једнака гласности тог референтног тона изражене у децибелима. На пример:

- Тон од 1000 Hz јачине 40 dB има гласност од 40 ph;

- Звук ниже фреквенције, на пример 100 Hz, мора да има већу гласност (око 50 dB) да би се доживео подједнако гласним, односно као звук од 40 ph.

Ово показује да је људско ухо мање осетљиво на ниске фреквенције, па је за те звукове потребан већи интензитет да би се чули подједнако гласно као и звукови средње фреквенције.



Слика 7. Криве једнаке гласности



### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Звук фреквенције 1 kHz и гласности 40 dB, има гласност од 40 ph. Са графика кривих једнаке гласности види се да ће звук фреквенције 100 Hz имати исту гласност у фонима, као претходни звук при 50 dB. Колико пута је већи интензитет другог звука?

**Дато:**  $L_1 = 40 \text{ dB}$  (1 kHz),  $L_2 = 50 \text{ dB}$  (100 Hz)

**Тражи се:**  $\frac{I_2}{I_1} - ?$

#### Решење:

Релација између гласности (у dB) и интензитета звука је  $\Delta L = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1}$ .

Разлика гласности износи  $\Delta L = 50 - 40 = 10 \text{ dB}$ , па следи:

$$10 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10.$$

Интензитет звука фреквенције 100 Hz је 10 пута већи од интензитета звука фреквенције 1 kHz, да би се доживели истом гласношћу.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

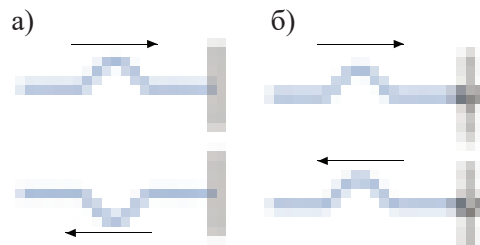
1. Зашто звук може да буде само лонгитудинални талас?
2. Како ће промена средине (ваздух, вода) утицати на брзину, таласну дужину и на фреквенцију звука?
3. Зашто повећање амплитуде осцилација мења гласност звука, али не и његову висину?
4. Ехолокација код слепих мишева заснива се на емитовању и пријему ултразвучних таласа. Одбијени звучни таласи омогућавају слепом мишу да одреди положај, величину и облик инсеката док лети ноћу. Слепи миш користи ехолокацију да открије инсекта величине 5 mm. Он може да емитује ултразвучне таласе фреквенција од 10 kHz до 80 kHz (неке врсте слепих мишева могу да емитују и до 200 kHz). Брзина звука у ваздуху је 340 m/s.
  - а) Пресметај ја брановата дужина на звучниот бран за две фреквенции.

- б) Објасни која фреквенција е посоодветна за ехолокација и зошто (спореди со 5 mm).  
(Решение: 3,4 cm; 4,25 mm)
4. Еден звучник произведува звук со моќност од 0,15 W. Звукот се шири рамномерно во сите правци, па може да се смета дека звучните бранови се сферни.
- а) Пресметај го интензитетот на звукот на растојание од 2,5 m од изворот.
- б) Објасни како се менува интензитетот со зголемување на растојанието од изворот.
- (Решение: а)  $1,9 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$  б)  $I \sim \frac{1}{r^2}$ )
5. Во еден кафе-бар гласноста на звукот во попладневните часови, кога има мал број гости и тивка музика, изнесува 55 dB. Навечер, кога барот е полн и музиката е значително погласна, гласноста на звукот се зголемува на 85 dB. Пресметај за колку пати е поголем интензитетот на звукот навечер во споредба со попладнето. (Решение: 1000 пати)

## 2.7. Слагање таласа. Стојећи таласи

Таласни импулс је талас кој настане када се једном кратко помери рука којом се држи крај затегнутог ужета у смеру горе-доле. Када такав таласни импулс, кој се шири дуж затегнутог ужета, наиђе на границу где је уже причвршћено за непокретен зид, он се одбија (рефлектује) и шири назад дуж ужета. У тренутку када таласни импулс стигне до зида, уже делује на зид силом усмереном вертикално нагоре, а истовремено зид делује на крај ужета једнаком силом по величини, али супротно усмереном (важи Трећи Њутнов закон), и та сила мења смер деформације/елонгације, при чему долази до промене фазе таласа за  $\pi$  (слика 1а).

Ако крај ужета није причвршћен, већ је слободан да се креће (на пример, везан за прстен кој може да клизи дуж вертикалног стуба), гранични услови су сасвим другачији. Када таласни импулс стигне до слободног краја, он се одбија назад, али не долази до промене фазе таласа (слика 1б).

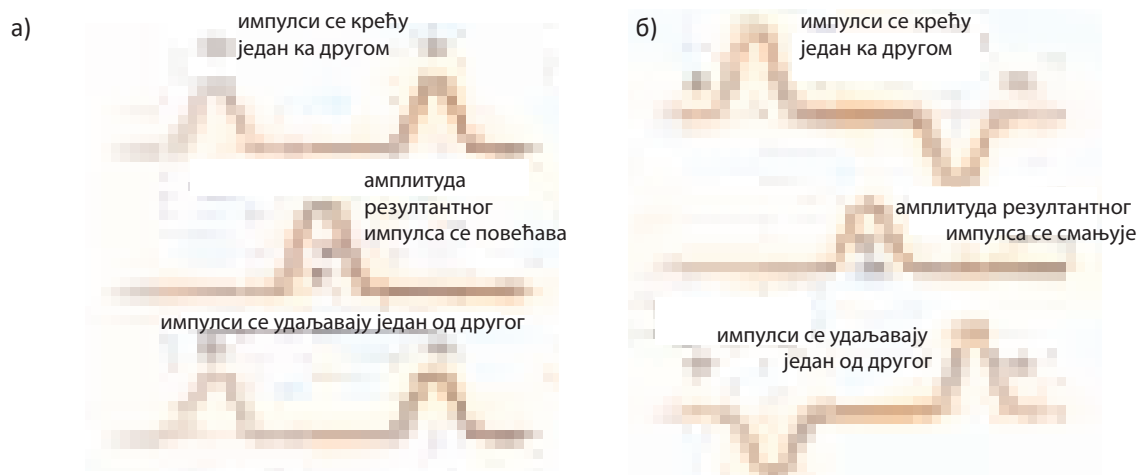


Слика 1. Одбијање таласног импулса од  
а) Чврсте средине б) Слободног краја

### Слагање (суперпозиција) таласа

На истом затегнутом ужету направимо два таласна импулса са супротних крајева ужета, тако да се крећу један ка другом. Док су два импулса удаљена, сваки од њих се шири независно и изазива осциловање честица ужета. Али, у тренутку када се они сретну, примећује се да када се два импулса преклопе, тада деформација ужета постаје већа или мања, у зависности од оријентације таласних импулса.

Ако два импулса имају амплитуду истог знака, на месту где ће се срести добија се импулс чија је амплитуда збир амплитуда два импулса (слика 2а). Ако импулси имају различиту амплитуду по знаку, на месту где ће се срести, може да се добије импулс чија је амплитуда разлика амплитуда појединачних импулса (слика 2б). Ако два импулса имају једнаке амплитуде, али различитог знака, резултантни импулс ће имати амплитуду нула. После тренутка проласка кроз тачку где су се срела два импулса, сваки таласни импулс наставља да се креће даље непромењен, као да до сусрета није ни дошло.



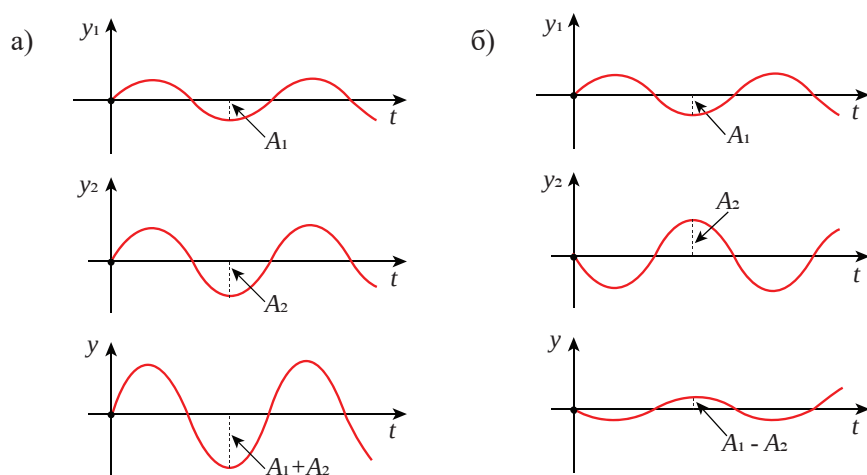
Слика 2. Слагање таласних импулса а) У истом смеру б) У супротном смеру

Иако смо до сада разматрали шта се дешава код појединачних импулса, исти принципи важе и за хармонијске таласе. Када се два или више хармонијских таласа истовремено шире кроз исту материјалну средину, они могу да се прекlope, при чему њихово узајамно дејство доводи до повећања или смањења амплитуде којом осцилују честице средине.

Посебно је важан случај када се кроз исту средину истовремено шире два или више хармонијских таласа исте фреквенције и са сталном фазном разликом. Тада долази до **интерференције таласа**. Сваки талас појединачно изазива осциловање честица средине око њиховог равнотежног положаја. Када два или више таласа стигну у исту тачку средине у истом тренутку, честице у тој тачки су под истовременим дејством свих таласа. У том случају важи **Принцип суперпозиције таласа**, према којем је резултантни талас једнак алгебарском збиру појединачних таласа. Односно, записано формулом:

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n.$$

Ако су таласи **у фази**, амплитуда осциловања честица у средини се повећава. Ова појава назива се конструктивна интерференција (слика 3а). Ако су таласи **у противфази**, амплитуда осциловања честица у средини се смањује. У посебном случају, при ширењу два таласа једнаких амплитуда који су у противфази, амплитуда осциловања честица где се шире таласи биће нула, односно нема осциловања. Ова појава назива се деструктивна интерференција (слика 3б).



Слика 3.  
Сложување  
(суперпозиција)  
на бранови са иста  
фреквенција кога:  
а) Брановите се во фаза  
б) Брановите се во  
противфаза

Овај принцип важи за механичке таласе и представља основу за добијање **стојећих таласа**.





## АКТИВНОСТ 1.

Таласи са играчком-опругом (слинки)

Потребна опрема: слинки опруге (слика 4) и статив на који ће моћи да се причврсте опруге. Ако су слинки опруге металне, експеримент може да се понови за већи опсег фреквенција и издужења.

### Део 1: Таласни импулс (пулс)

1. Постави опругу на под или на већи радни сто.
2. Један крај опруге причврсти за статив.
3. Други крај држи руком и лагано затегни опругу.
4. Кратким и брзим покретом руке лево-десно, направи један таласни импулс. Рука треба стално да буде у висини стола.
5. Посматрај како се таласни импулс креће дуж опруге и шта се дешава када стигне до причвршћеног краја. Направи два импулса, брзо, један за другим, и покушај да уочиш појаву интерференције.



Слика 4. Слинки опруге

### Питања за посматрање:

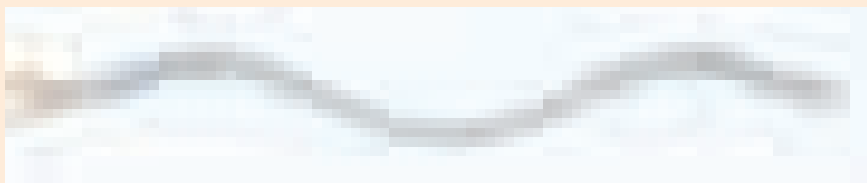
- Шта се дешава са таласним импулсом? Да ли се креће или остаје на једном месту?
- Шта се дешава са таласним импулсом при одбијању од краја?
- Да ли честице опруге путују заједно са импулсом?

### Део 2: Таласи различитих фреквенција

1. Ритмичким покретом руке, стварај периодичне осцилације сталне фреквенције.
2. Посматрај облик таласа који се шири дуж опруге.
3. Настави са истом фреквенцијом и посматрај да ли се облик таласа мења током времена.
4. Повећај или смањи фреквенцију покрета руке, без значајне промене затегнутости опруге.

### Питања:

- Какав талас настаје када је покрет периодичан?
- Да ли растојање између суседних сабијања/навоја остаје исто?
- Шта се преноси дуж опруге: честице или осцилације?
- Како се мења таласна дужина таласа када се фреквенција повећава?
- Шта остаје исто, а шта се мења при промени фреквенције?



### Део 3: Промена затегнутости

1. Повећај затегнутост опруге. То уради тако што ћеш је, уместо за последњи навој, ухватити за више навоја одједном. Тако ће опруга имати исту дужину, али ће се простор између навоја променити.
2. Понови експеримент из дела 2, за различите фреквенције покрета руке.
3. Понови га и са више различитих затегнутости.

**Питања:**

- Када мењаш фреквенцију покрета руке, да ли су промене у таласу исте као у Делу 2 или се разликују? Објасни.
- Шта се дешава са обликом таласа када је фреквенција иста, а затегнутост различита?
- А када је затегнутост иста, а фреквенција различита?
- Који фактори одређују изглед таласа који се шири дуж опруге: покрет руке или стање опруге?

**Стојећи таласи**

У претходној активности, помоћу слинки опруге, посматрано је ширење таласног импулса и хармонијских таласа. Опругу смо користили као модел затегнуте жице. При периодичном побуђивању и у жици се ствара талас који се шири дуж жице и по стизању до причвршћеног краја одбија се назад. Пошто је крај жице фиксиран, одбијени талас се враћа са **променом фазе за  $\pi$** . Тако се у жици истовремено шире два таласа: талас који се креће од извора ка непокретном крају жице и одбијени талас који се креће у супротном смеру.

Ова два таласа имају исту фреквенцију и исту амплитуду, а њихова суперпозиција доводи до појаве стојећег таласа. Овакав талас има карактеристичан облик и изгледа као да „стоји“ на истом месту. Стојећи талас не представља посебну врсту таласа, већ резултат суперпозиције два таласа који се крећу у супротним смеровима. Стојећи талас не преноси енергију, јер је састављен од два таласа који преносе енергију у супротним смеровима. Када настане стојећи талас, на жици постоје места која се називају чворови и која уопште не осцилују. Истовремено, постоје места на жици која осцилују максималном амплитудом. Ова места се називају трбуси. Број чворова и трбуха зависи од фреквенције побуђивања и од дужине и затегнутости жице. Код жице причвршћене на оба краја, крајеви жице увек су чворови. Растојање између два суседна чвора (или два суседна трбуха) је:

$$\frac{\lambda}{2}.$$

Пошто је жица причвршћена на оба краја, могу да се формирају стојећи таласи само ако је дужина жице  $L$  цео број половина таласних дужина, односно:

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

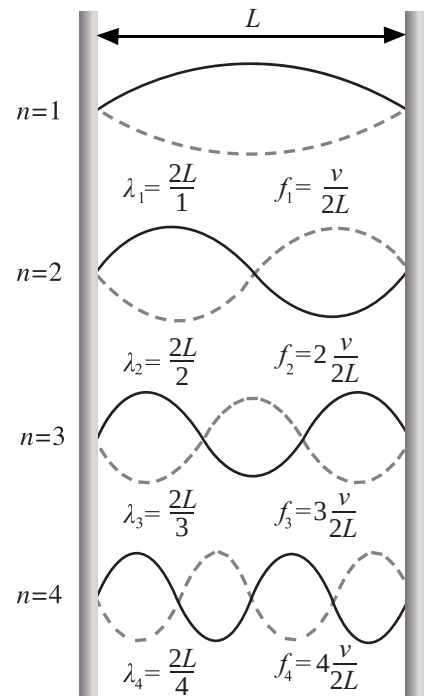
Највећа таласна дужина ( $n = 1$ ) одговара првом хармонику када жица има један трбух између два чвора. Са повећањем редног оја  $n$ , појављује се све више трбухова, а таласна дужина стојећег таласа на жици се смањује (слика 5). Таласна дужина произвољног хармоника из горње једначине може да се израчуна као:

$$\lambda = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Фреквенција  $f$  стојећег таласа може да се израчуна преко брзине таласа који се шири у жици и преко таласне дужине:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

Овом формулом објашњава се зашто код жичаних музичких инструмената висина тона зависи од више фактора. Дужина жице одређује таласну дужину стојећег таласа, тако да краће жице



**Слика 5.** Стојећи талас на жици - основни хармоник ( $n = 1$ ) и виши хармоници ( $n > 1$ )

дају више тонове, а дуже ниже. Сила затезања жице утиче на брзину ширења таласа по њој, при чему већа сила затезања значи већу брзину, а тиме и већу фреквенцију осциловања. Линеарна густина жице, такође, има значајну улогу: жице веће линеарне густине осцилују спорије и стварају ниже тонове, а жице мање линеарне густине стварају више тонове.



## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Жица линеарне густине  $0,005 \text{ kg/m}$  затегнута је тегом масе  $2 \text{ kg}$ . Дужина жице је  $1 \text{ m}$ .

а) Одреди брзину којом се таласи шире дуж жице.

в) Колики тег треба закачити на крај жице да би се видело 5 трбуха при фреквенцији од  $50 \text{ Hz}$ ?

Дато:  $\mu = 0,005 \text{ kg/m}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ,  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Тражи се:  $v_1 - ?$ ,  $f_1 - ?$ ,  $m - ?$

## Решење:

а) Користећи једначину за брзину таласа, добија се:  $v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{\mu}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{\mu}} = 62,6 \text{ m/s}$ .

б) За жицу са фиксираним крајевима:  $\lambda = 2L$ , па је основна фреквенција:  $f_1 = \frac{v_1}{2L} = 31,3 \text{ Hz}$ .

в)  $n = 5$ . За стојни бранови:  $f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow v = \frac{2Lf}{n}$ . Од  $v = \sqrt{F/\mu}$  следува:  $F = \mu v^2$ . Коначно, за масу тегу имамо:  $m = \frac{\mu v^2}{g} = 0,2 \text{ kg}$ .

## Стојни бранови во воздушен столб (цевки)

Код дувачких музичких инструмената не осцилује жица, већ ваздух у цеви. Честице ваздуха осцилују напред-назад око равнотежног положаја, у правцу ширења таласа, при чему настају лонгитудинални таласи. Као и код жице, таласи се одбијају од крајева цеви и, због суперпозиције упадних и одбијених таласа, могу да настану стојећи таласи. Код цеви отворене на оба краја, ваздух на крајевима може слободно да осцилује. Зато се на оба краја појављују трбуси. Између два последња трбуха може да стане цео број половина таласне дужине (слика 6). Ово је супротно од стојећих таласа код жице, где су на крајевима били чворови.

Услов за појаву стојећег таласа и у овом случају, као и код формирања стојећих таласа код жице затегнуте на оба краја, је:

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

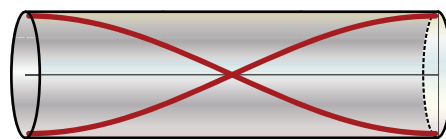
одакле следи:

$$f = \frac{nv}{2L}.$$

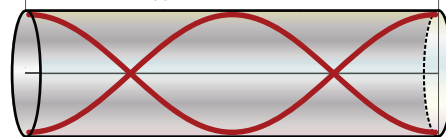
Овај тип стојећих таласа настаје код инструмената као што је флаута и код свих других музичких инструмената са отвореним цевима.

## ЦЕВ ОТВОРЕНА НА ОБА КРАЈА

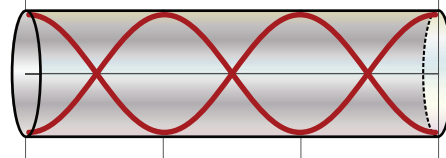
ПРВИ ХАРМОНИК



ДРУГИ ХАРМОНИК



ТРЕЋИ ХАРМОНИК



Слика 6. Стојећи талас у ваздушном стубу отвореном са обе стране - основни и виши хармоници.

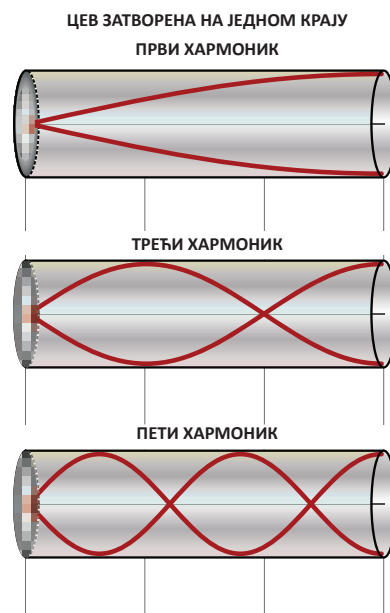
Код цеви затворене на једном крају, ваздух на затвореном крају не може да осцилује, па се тамо појављује чвор. На отвореном крају, ваздух може слободно да осцилује и тамо се појављује трбух (слика 7). Због овог распореда, између крајева може да стане само непаран број четвртина таласне дужине.

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

При томе, следи:

$$\lambda = \frac{4L}{(2n - 1)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{и} \quad f = (2n - 1) \frac{v}{4L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Значи, код цеви затворене на једном крају, постоје само непарни хармоници. Ово објашњава карактеристичан звук дувачких инструмената са писком, код којих не постоје парни хармоници.



Слика 7. Стојећи талас у ваздушном стубу, затвореном са једне стране - основни и виши хармоници



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Отворена цевка од двата краја има должина од 0,75 m. Брзината на звукот е 340 m/s.

а) Одреди ја основната фреквенција.

б) Одреди ја фреквенцијата на вториот хармоник.

в) Одреди ја брановата должина што одговара на вториот хармоник и прикажи го распоредот на јазлите и на мевовите во цевката.

Дадено:  $L = 0,75 \text{ m}$ ,  $v = 340 \text{ m/s}$

Тражи се:  $f_1 - ?$ ,  $f_2 - ?$ ,  $\lambda_2 - ?$

#### Решење:

Цев је отворена на оба краја, односно на крајевима су трбуси. За отворену цев важи:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

а) Основна фреквенција ( $n = 1$ ):  $f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{340}{2 \cdot 0,75} = \frac{340}{1,5} = 226,7 \text{ Hz}.$

б) Други хармоник ( $n = 2$ ):  $f_2 = \frac{2v}{2L} = \frac{v}{L} = 453,3 \text{ Hz}.$

в) Таласна дужина за други хармоник:  $\lambda_2 = \frac{2L}{2} = L = 0,75 \text{ m}.$

За  $n = 2$ : трбуси су на  $0$ ,  $L/2$  и  $L$ ; чворови су на  $L/4$  и  $3L/4$ .



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. По чему се разликује рефлексија таласа од фиксираниог краја и од слободног краја жице (у односу на фазу и амплитуду)?
2. У којим срединама најчешће настају стојећи таласи?
3. Каква је веза између стојећих таласа и музичких инструмената?

4. Објасни зашто се при промени фреквенције извора, положај чворова и трбухова код стојећих таласа мења.
5. Затегнута жица која је причвршћена на оба краја има дужину 5,0 m. Таласни импулс путује од једног краја до другог и враћа се назад за укупно 3,0 s.
  - а) Одреди брзину таласа.
  - б) На истој жици настаје стојећи талас са 4 трбуха и са 5 чворова. Којом фреквенцијом осцилује жица? (Решење: 3,33 m/s; 1,33 Hz)
6. Жица дужине 1,8 m причвршћена је на оба краја. Брзина таласа дуж жице је 60 m/s. Одреди таласну дужину и фреквенцију за први, други и за трећи хармоник. (Решење:  $\lambda_1 = 3,6$  m,  $f_2 \approx 16,7$  Hz;  $\lambda_2 = 1,8$  m,  $f_2 \approx 33,3$  Hz;  $\lambda_3 = 1,2$  m,  $f_3 = 50$  Hz)
7. Звучна виљушка фреквенције 256 Hz постављена је изнад цеви затворене на једном крају (нпр., водом). Дужина водног стуба може да се мења. Која је најмања дужина ваздушног стуба при којој ће се чути најјачи звук? (Решење: 0,33 m)

## 2.8. Доплеров ефекат

Када стојиш на улици док амбулантно возило са укљученом сиреном пролази поред тебе, приметићеш да се висина тона сирене мења. Она је већа док се амбулантно возило приближава, а мања када се удаљава. Висина звука зависи од његове фреквенције, коју одређује извор звука. Фреквенција сирене амбулантног возила се не мења. Онда, како може да се објасни ова промена висине тона која може јасно да се чује?

Када амбулантно возило мирује, посматрач који стоји на улици чује исту фреквенцију као и возач. Међутим, када се возило креће, посматрач региструје промену висине тона: тон је виши док се возило приближава, а нижи када се удаљава. Ова промена не потиче од промене фреквенције звука који емитује сирена, већ од релативног кретања између извора звука и посматрача.



### АКТИВНОСТ 1.

#### Истраживање Доплеровог ефекта симулацијом

Отвори симулацију за Доплеров ефекат (Physics: The Doppler Effect with Sound – GeoGebra) на следећој интернет страници: <https://www.geogebra.org/m/ffscYCRM>

#### Подготовка:

Активирај звук (Sound On).

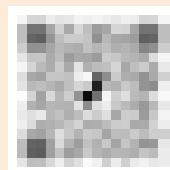
Покрени симулацију са извором и посматрачем који мирују (подеси Source Velocity = 0 m/s и Observer Velocity = 0 m/s).

- Запиши фреквенцију извора (Source Frequency)
- Запиши фреквенцију коју чује посматрач (Perceived Frequency)
- Опиши таласне фронтове око извора (да ли су подједнако удаљени))

#### Случај 1: Извор се креће, посматрач мирује

##### Подеси:

- Брзина посматрача (Observer Velocity) 0 m/s
- Извор да се приближава брзином (Source Velocity) +30 m/s, +60 m/s, +90 m/s
- Извор да се удаљава брзином (Source Velocity) -30 m/s, -60 m/s, -90 m/s



За сваку вредност:

- Забележи растојање између таласних фронтова око извора
- Запиши фреквенцију коју чује посматрач (Perceived Frequency)

### Случај 2: Посматрач се креће, извор мирује

Подеси:

- Брзина извора звука (Source Velocity) 0 m/s
- Посматрач да се приближава брзином (Observer Velocity) +30 m/s, +60 m/s, +90 m/s
- Посматрач да се удаљава брзином (Observer Velocity) -30 m/s, -60 m/s, -90 m/s

ност:

- Забележи растојање између таласних фронтова
- Запиши фреквенцију коју чује посматрач (Perceived Frequency)

### Случај 3: Крећу се и извор и посматрач

Подеси више комбинација где:

- Посматрач се креће различитом брзином (Observer Velocity)  $\pm 30$  m/s,  $\pm 60$  m/s,  $\pm 90$  m/s
- Извор се креће различитом брзином (Source Velocity)  $\pm 30$  m/s,  $\pm 60$  m/s,  $\pm 90$  m/s

вредност:

- Забележи растојање између таласних фронтова испред извора
- Запиши фреквенцију коју чује посматрач (Perceived Frequency)

Питања:

- Како се мења растојање између таласа када се извор **приближава** посматрачу?
- Како се мења растојање између таласа када се извор **удаљава** од посматрача?
- Да ли се фреквенција звука коју чује посматрач мења када се извор креће?
- Наведи конкретне бројеве за сваки случај који си истраживао/-ла.
- Шта примећујеш ако повећаш брзину извора? Како то утиче на фреквенцију звука коју чује посматрач?
- Да ли примећујеш разлику у фреквенцији када посматрач стоји на истом месту, а извор се креће, и када се посматрач креће, а извор мирује?
- Шта се дешава када се и посматрач и извор крећу? Од чега зависи да ли ће регистрована фреквенција бити већа или мања од емитоване?

У претходној активности, помоћу симулације, посматрали смо промене у распореду фронтова звучних таласа и у фреквенцији звука коју региструје посматрач при различитим ситуацијама кретања. Из посматрања може да се закључи да фреквенција звука коју чује посматрач не зависи само од фреквенције звука коју емитује извор, већ и од релативног кретања између извора и посматрача. Промене се примећују када:

1. Креће се само извор у односу на посматрача
2. Креће се само посматрач у односу на извор и
3. Крећу се и извор и посматрач

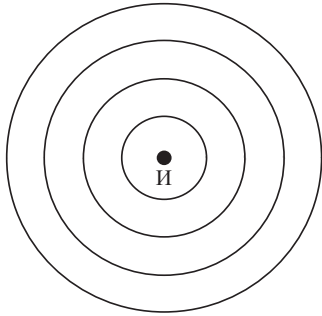
Појава при којој се регистрована фреквенција мења услед релативног кретања између извора и пријемника назива се **Доплеров ефекат**. Она се не јавља само код звучних таласа, већ и код свих других врста таласа, укључујући и електромагнетне таласе, као што је светлост. У наставку ћемо размотрити ова три случаја релативног кретања посебно.

## 1. Извор мирује, посматрач се креће

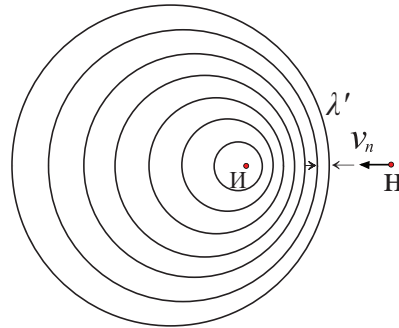
Размотримо тачкасти извор који мирује и који емитује звучне таласе фреквенције  $f$  и таласне дужине  $\lambda$ . Таласни фронтови се шире равномерно брзином  $v$ . На слици 1 приказани су као концентричне кружнице које се шире од тачкастог извора који мирује.

Ако мирује и посматрач, он региструје фреквенцију извора:

$$f = \frac{v}{\lambda}.$$



Слика 1. Извор и посматрач мирују



Слика 2. Посматрач се креће ка извору, а извор таласа мирује

Ако се посматрач креће ка извору (слика 2) брзином  $v_n$ , тада таласи стижу релативном брзином  $v + v_n$ . Фреквенција коју региструје посматрач је:

$$f' = \frac{v + v_n}{\lambda}.$$

Пошто извор мирује и важи:  $f = \frac{v}{\lambda}$ , следи:

$$f' = f \frac{v + v_n}{v}.$$

Ако се посматрач удаљава од извора, релативна брзина се смањује и израз постаје:

$$f' = f \frac{v - v_n}{v}.$$

## 2. Посматрач мирује, извор се креће

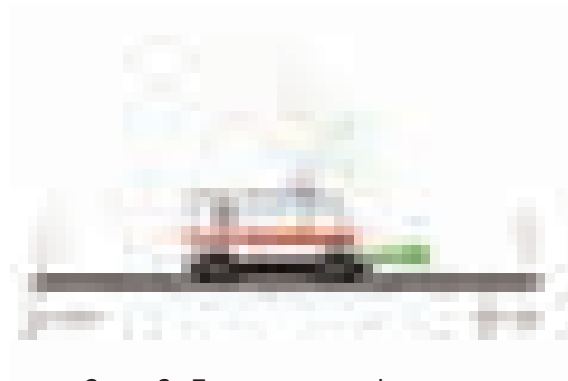
Када се извор креће, таласи се не емитују из исте тачке у простору, па таласни фронтови нису концентричне кружнице. У смеру кретања извора, таласна дужина се смањује, а у супротном смеру се повећава.

Пошто је брзина звука у датој средини иста, промена таласне дужине доводи до промене фреквенције, јер важи:  $v = \lambda f$ . Ако се извор креће ка посматрачу брзином  $v_i$  за време једног периода  $T$ , он ће прећи растојање  $v_i T$ . Зато је таласна дужина испред извора  $\lambda' = \lambda - v_i T$ , или изражено преко фреквенција:

$$\frac{v}{f'} = \frac{v}{f_i} - \frac{v_i}{f_i}.$$

Ако изразимо фреквенцију  $f'$  у случају када се извор приближава посматрачу и у случају када се извор удаљава од посматрача добијају се изрази који једном једначином могу да се запишу као:

$$f' = f_i \frac{v}{v \mp v_i}$$



Слика 3. Посматрач мирује, а извор таласа се креће ка њему



где је:

- „-“ се користи када се извор приближава
- „+“ када се извор удаљава



## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Полицијско возило креће се правом линијом брзином од 90 km/h и има сирену која емитује звук фреквенције 750 Hz. Брзина звука је 340 m/s. Бициклиста стоји на месту поред пута.

- Коликом фреквенцијом ће чути бициклиста док се возило приближава?
- Коликом фреквенцијом ће чути пошто возило прође и удаљи се?

Дато:  $v_i = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ ,  $f_i = 750 \text{ Hz}$ ,  $v = 340 \text{ m/s}$ ,  $v_n = 0$

Тражи се:  $f' - ?$

**Решење:**

а) Извор се приближава:

$$f' = f_i \frac{v}{v - v_i} = 809 \text{ Hz}.$$

б) Извор се удаљава:

$$f' = f_i \frac{v}{v + v_i} = 699 \text{ Hz}.$$

## 3. И извор и посматрач се крећу

У најопштијем случају, када се и извор и посматрач крећу, ефекти њиховог кретања се комбинују. У том случају, фреквенција коју региструје посматрач добија се обједињавањем израза из претходна два случаја и дата је са:

$$f' = f \frac{v \pm v_n}{v \mp v_i}.$$

У бројиоцу се узима:

- „+“ ако се посматрач креће ка извору
- „-“ ако се удаљава од извора

У имениоцу се узима:

- „-“ ако се извор креће ка посматрачу
- „+“ ако се удаљава од посматрача



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Два чамца крећу се један ка другом правом линијом. Чамац А креће се брзином 8 m/s и има звучник који емитује звук фреквенције 600 Hz. Чамац В креће се брзином 5 m/s и има звучник који емитује звук фреквенције 900 Hz. Брзина звука у ваздуху над језером је 340 m/s.

- Коју фреквенцију звучника чамца А чује путник на чамцу В?
- Коју фреквенцију звучника чамца В чује путник на чамцу А?

Дато:

Брзина звука:  $v = 340 \text{ m/s}$ , Чамац А:  $v_A = 8 \text{ m/s}$ ,  $f_A = 600 \text{ Hz}$ ,  
Чамац В:  $v_B = 5 \text{ m/s}$ ,  $f_B = 900 \text{ Hz}$   
Чамци се крећу један ка другом.

Тражи се:

$$f'_{A \rightarrow B} - ?,$$

$$f'_{B \rightarrow A} - ?$$

**Решење:**

Општа формула када се и извор и пријемник крећу један ка другом:  $f' = f_i \frac{v + v_n}{v - v_i}$ .

а) Фреквенција звучника А коју чује путник на В:

$$f_i = f_A = 600 \text{ Hz}, v_i = v_A = 8 \text{ m/s}, v_n = v_B = 5 \text{ m/s} \Rightarrow f_{A \rightarrow B}' = 623,5 \text{ Hz}.$$

б) Фреквенција звучника В коју чује путник на А:

$$f_i = f_B = 900 \text{ Hz}, v_i = v_B = 5 \text{ m/s}, v_n = v_A = 8 \text{ m/s} \Rightarrow f_{B \rightarrow A}' \approx 934,9 \text{ Hz}.$$

Примећујемо да оба путника чују вишу фреквенцију од емитоване, јер се извор и пријемник крећу један ка другом.

## Доплеров ефекат у астрономији

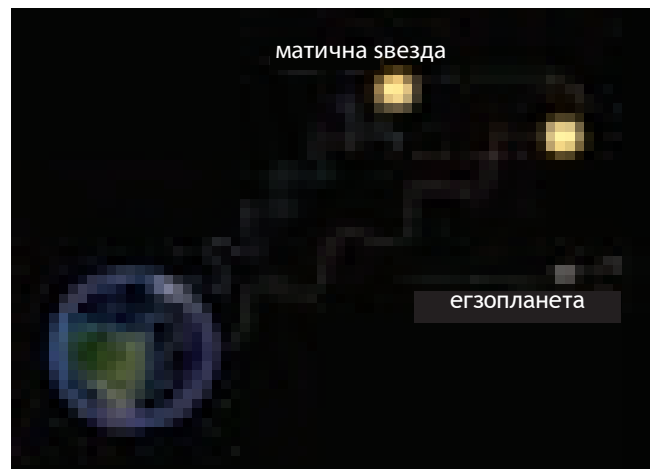
Доплеров ефекат важи за све врсте таласа, укључујући и електромагнетне. Ово је од посебног значаја за астрономију, јер скоро све информације које добијамо о небеским телима стижу до нас у облику електромагнетног зрачења (светлости).

Применом Доплеровог ефекта, у астрономији се одређују брзине кретања небеских тела. На пример, може да се утврди да ли се нека звезда приближава или удаљава од Земље, као и којом брзином. Ово је могуће зато што је спектар светлости коју емитује једна звезда добро познат. Звезде истог типа имају врло сличан спектар, па поређењем посматраног спектра са лабораторијским спектром може да се измери померање спектралних линија. Ако је спектар померен ка плавом делу спектра (плаво померање), звезда се креће ка нама, а ако је померен ка црвеном делу (црвено померање), звезда се удаљава од нас.

У последњим деценијама, Доплеров ефекат има кључну улогу и у проналажењу егзопланета. Присуство планете изазива мало периодично кретање звезде око заједничког центра масе. Као последица овог кретања, спектар звезде показује мала, периодична Доплерова померања, што представља један од најефикаснијих метода за откривање егзопланета (слика 4).

Осим класичног Доплеровог ефекта, у астрономији се среће и космолошко црвено померање. Ову појаву је први приметио Едвин Хабл, који је утврдио да су спектри далеких галаксија систематски померени ка црвеном делу спектра. То указује да се далеке галаксије удаљавају од нас.

Данас је познато да ово црвено померање није последица класичног кретања кроз простор, већ ширења Универзума као целине. Како се Универзум шири, заједно с њим се „растежу“ и таласне дужине светлости која путује кроз простор. Што је извор удаљенији, то је светлост дуже путовала кроз Универзум који се шири, и то је веће космолошко црвено померање (слика 5).



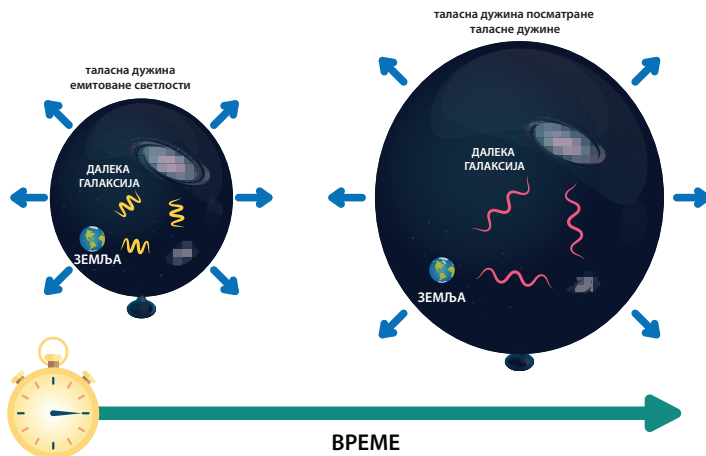
**Слика 4. Периодично кретање звезде под дејством планете изазива периодична Доплерова померања**

(Слика: European Southern Observatory - European Southern Observatory, CC BY 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5168982>)

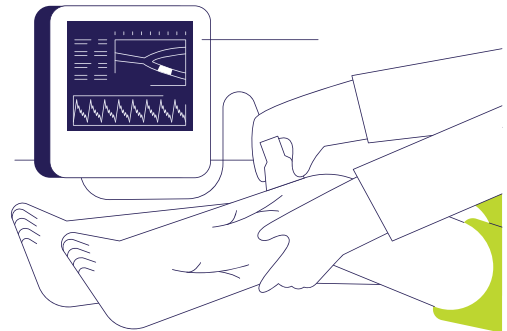
## Доплеров ефекат у медицини

Применом ултразвучног Доплеровог ефекта, може да се одреди брзина протока крви у крвним судовима. Ултразвучни таласи које емитује сонда одбијају се од црвених крвних зрнаца, која се крећу заједно са крвљу. Због њиховог кретања, фреквенција одбијеног ултразвучног таласа разликује се од фреквенције емитованог таласа.

Сонда истовремено емитује и прима ултразвучне таласе, па разлика између фреквенције емитованог и одбијеног таласа може директно да се измери. Ова разлика у фреквенцијама последица је Доплеровог ефекта и садржи информацију о брзини протока крви. Што је већа разлика у фреквенцији, то је већа и брзина крви.



Слика 5. Космичко Доплерово померање



Слика 6. Ултразвучни Доплеров ефекат у медицини



### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

У васкуларној амбуланти врши се Доплер-ултразвучно мерење брзине протока крви у абдоминалној аорти. Због различите телесне грађе и дубине крвног суда, код два пацијента се користе различите фреквенције ултразвучне сонде: Пацијент 1: сонда фреквенције од 3,5 MHz. Пацијент 2: сонда фреквенције 5 MHz. У оба случаја, ултразвучни зрак је усмерен дуж правца протока крви, а апарат региструје исто Доплерово померање од 2 kHz. Брзина звука у крви је 1540 m/s.

- Израчунај брзину протока крви код Пацијента 1.
- Израчунај брзину протока крви код Пацијента 2.
- Објасни зашто, и поред истог Доплеровог померања, добијене брзине нису једнаке.

Дато:

$$f_u = 2 \text{ kHz} = 2 \cdot 10^3 \text{ Hz}, v_z = 1540 \text{ m/s}, \text{ а)}$$

$$f = 3,5 \text{ MHz} = 3,5 \cdot 10^6 \text{ Hz}, \text{ б)} f = 5 \text{ MHz} = 5 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

Тражи се:

$$v - ?$$

Решење:

Прва Доплерова промена (еритроцит као посматрач):  $f' = f \frac{v_z - v}{v_z}$ .

Друга Доплерова промена (еритроцит као извор, сонда као посматрач):

$$f'' = f' \frac{v_z}{v_z + v}.$$

Заменајујемо:  $f'' = f \frac{v_z - v}{v_z} \cdot \frac{v_z}{v_z + v} = f \frac{v_z - v}{v_z + v}$ .

Доплерово померање:  $f_u = f - f'' \Rightarrow f_u = f - f \frac{v_z - v}{v_z + v} \Rightarrow v = \frac{f_u}{2f - f_u} v_z$ .

а) Пацијент 1:  $f = 3,5 \text{ MHz} = 3,5 \cdot 10^6 \text{ Hz} \Rightarrow v_1 = 0,44 \text{ m/s}$ .

б) Пацијент 2:  $f = 5 \text{ MHz} = 5 \cdot 10^6 \text{ Hz} \Rightarrow v_2 = 0,31 \text{ m/s}$ .

в) Из формуле  $v = \frac{f_u}{2f - f_u} v_z$  се види да при истом  $f_u$  и истом  $v_z$ , брзина  $v$  зависи фреквенција сонде  $f$ . Када је  $f$  веће, израз  $(2f - f_u)$  је већи, па је добијена брзина  $v$  мања. Зато, иако је Доплерово померање исто (2 kHz), различите фреквенције сонде дају различите брзине.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Зашто се код звучних таласа брзина звука у средини не мења иако се мења регистрована фреквенција?
2. Како се мења Доплерово померање ако се повећа фреквенција извора, а сви остали услови остану исти?
3. Да ли се Доплеров ефекат може регистровати ако се и извор и пријемник крећу истом брзином и у истом правцу? Образложи свој одговор.
4. Може ли се Доплеров ефекат користити како би се одредио правац кретања извора? Објасни како.
5. Извор звука мирује и емитује тон фреквенције 1000 Hz. Посматрач А се креће ка извору брзином 10 m/s, а посматрач В се удаљава брзином 10 m/s.
6. Израчунај фреквенције које чују оба посматрача А и В. (Решење: 1029 Hz и 971 Hz)
7. Извор емитује звук фреквенције 500 Hz и креће се ка посматрачу брзином 15 m/s. У исто време, пријемник се креће ка извору брзином 5 m/s. Колику фреквенцију региструје пријемник? (Решење: 531 Hz).
8. Радар шаље електромагнетни талас фреквенције 10 GHz и региструје Доплерово померање од 1,2 kHz после одбијања од аутомобила. Израчунај брзину аутомобила. (Решење: 65 km/h)

## Тема 2

### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Два хармонијска осцилатора осцилују истим периодом, али други има два пута већу амплитуду од првог. Упореди њихове:
  - а) Максималне брзине.
  - б) Максималне кинетичке енергије.
2. Два тела осцилују истом фреквенцијом, при чему друго тело има два пута већу амплитуду од првог. Како се односе њихови периоди осциловања? Образложи одговор.
3. Да ли у условима на Земљи два математичка клатна која имају различите дужине могу осциловати истим периодом? Образложи одговор.
4. Код пригушеног осцилаторног кретања, амплитуда се током времена смањује. Да ли се при томе мора променити и фреквенција осцилатора? Објасни.
5. Објасни зашто се таласним кретањем преноси енергија, а не материја.
6. Два таласа се шире кроз исту средину. Први талас има два пута већу фреквенцију, а други има два пута већу амплитуду.  
Упореди таласе у погледу:
  - а) Њихове брзине.
  - б) Енергије коју преноси сваки од њих.
7. Талас прелази из ређе у гушћу средину. Да ли се преламање таласа мора неизбежно догодити? Образложи одговор.
8. Две тачке датог таласа су удаљене једна од друге на растојању  $\lambda/4$ . Да ли су ове две тачке:
  - а) у фази?
  - б) могу ли у исто време проћи кроз равнотежни положај?
9. У фиксираној жици на оба краја се ствара стојећи талас са чворовима на крајевима. Ако се повећа фреквенција осциловања извора, шта мора да се промени да би се добио нов стојећи талас? Објасни.
10. Посматрач и звучни извор се крећу један ка другом. Помоћу формула за Доплеров ефекат, објасни од чега зависи фреквенција звука коју региструје посматрач при њиховом релативном кретању.
11. Ученик одређује период математичког клатна дужине 1,00 m и за период добија резултат 1,8 s.
  - а) Колики је период математичког клатна израчунат по формули?
  - б) Наведи бар два разлога за одступање измерене од израчунате вредности.
  - в) Предложи начин како се може побољшати мерење и како да ученик добије тачнији резултат.  
(Решење:  $T = 2,0$  s)
12. Тело масе 0,50 kg је окачено на опругу која има период осциловања 1,0 s. Када тело пролази кроз равнотежни положај, његова брзина је 0,80 m/s.
  - в) Колика је механичка енергија еластичног осцилатора?  
(Решење:  $k = 20$  N/m,  $A = 0,13$  m,  $E = 0,16$  J)

13. Тело осцилује хармонијски. Када је његова елонгација 3,0 cm, његова брзина је 40 cm/s, а када је елонгација 5,0 cm, брзина износи 20 cm/s.
- Одреди амплитуду осцилација.
  - Одреди кружну фреквенцију.
  - Одреди период осциловања.
- (Решење:  $A = 5,5 \text{ cm}$ ,  $\omega = 8,7 \text{ s}$ ,  $T = 0,72 \text{ s}$ )
14. Хармонијски осцилатор има амплитуду  $A$ . У тренутку када је елонгација  $A/2$ , одреди колики део укупне механичке енергије је потенцијална?
- (Решење: 25%)
15. Еластични осцилатор осцилује периодом 0,50 s и исти је повезан дугим затегнутим конопцем. Ако је брзина таласа дуж конопца 25 m/s, одреди:
- Таласну дужину таласа.
  - Фазну разлику између две тачке које су међусобно удаљене 3,0 m.
  - Да ли те две тачке осцилују у истој или у супротној фази?
- (Решење:  $\lambda = 12,5 \text{ m}$ ,  $\Delta \varphi = 1,5 \text{ rad/s}$ )
16. Талас се шири у истој средини и у датом тренутку извор таласа му повећава фреквенцију два пута.
- Шта се дешава са таласном дужином таласа?
  - Шта се дешава са брзином таласа?
- (Решење:  $\lambda_2 = \lambda_1 / 2$ ,  $v_2 = v_1$ )
17. У тренутку  $t = 0$ , извор почиње да осцилује фреквенцијом 6 Hz. Брзина таласа је 15 m/s. После колико секунди од почетка осцилација ће две тачке, удаљене 100 Hz, осциловати у фази? (Решење  $t = 6, 67 \text{ s}$ )
18. Жица је затегнута тако да је основни тон фреквенције 100 Hz. На њу је прикачен осцилатор који осцилује фреквенцијом од 100 Hz и амплитудом 3 cm.
- Да ли ће се у жици формирати стојећи талас?
  - Ако силу затезања жице повећамо четири пута, шта се дешава са таласом и како ће се променити његова брзина? (Решење: а) да; б)  $v_2 = 2v_1$ )
19. Амплитуда осцилатора се смањује од 6,0 cm на 3,0 cm за 5 осцилација.
- Одреди фактор пригушења.
  - После колико осцилација ће амплитуда бити 1,0 cm?
- (Решење:  $\beta = 1,15$ ; 13 осцилација)
20. Извор звука фреквенције 500 Hz креће се ка посматрачу брзином 10 m/s, док се пак посматрач креће ка извору брзином 5 m/s. Израчунај фреквенцију звука коју региструје посматрач.
- (Решење:  $f' = 523 \text{ Hz}$ )





# ТЕМА 3:

## Геометријска оптика

Светлост је једна од најважнијих појава у природи, јер преко ње видимо свет око нас. Она нам омогућава да уочимо предмете, њихов облик, боју и положај у простору, а њено понашање се може прецизно описати физичким законима.

Грана физике која проучава законе простирања светлости и њено узајамно дејство са физичким телима и оптичким срединама назива се оптика. У овој теми ћемо разматрати геометријску оптику која је део оптике у којем се светлост описује идеализованим моделом светлосних зрака, што омогућава једноставно и јасно објашњење оптичких појава.

У геометријској оптици проучавају се одбијање и преламање светлости, као и формирање ликова код огледала и сочива, који су основа за разумевање рада бројних оптичких уређаја. Изучавањем геометријске оптике, стећи ћеш знања о понашању светлости и њене примене у свакодневном животу, науци и техници.

### Исходи учења

Ученик/ученица ће бити способан/способна да:

1. објашњава и упоређује различите теорије о природи светлости и примењује једначину за брзину светлости у различитим оптичким срединама;
2. објашњава одбијање светлости, формулише закон одбијања и конструише лик предмета помоћу равног огледала, описујући његове карактеристике;
3. разликује врсте огледала, идентификује њихове елементе, конструише ликове и примењује једначину за сферно огледало;
4. објашњава и графички приказује преламање светлости кроз различите средине и примењује једначину за преламање светлости при решавању задатака;
5. објашњава појаву тоталне рефлексије, примењује једначину за гранични угао и наводи примере њене примене у природи и технологији;
6. разликује сабирна и расипна сочива, идентификује њихове елементе, конструише ликове и примењује једначину за танко сочиво;
7. објашњава стварање лика у људском оку, повезује корекције дефеката ока са оптичким сочивом и описује стварање ликова помоћу микроскопа и телескопа;
8. објашњава и демонстрира дисперзију светлости, анализира једначину за угао девијације код призме и разликује монохроматску и полихроматску светлост.

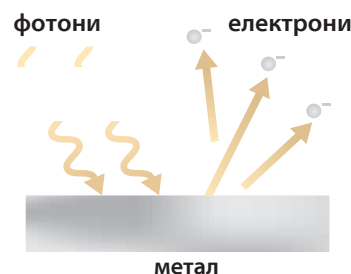
## 3.1. Теорије о природи светлости.

### Брзина светлости

Шта је светлост? Ово питање су људи постављали вековима, а одговор до данас није једноставан.

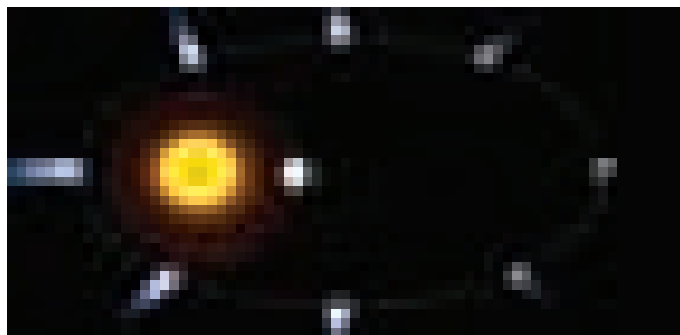
Кроз историју, научници су покушавали да објасне светлост на различите начине, развијајући моделе који описују њено понашање. Две од ових теорија могу успешно да објасне одређене појаве повезане са светлошћу, али ниједна од њих, самостално, није довољна да објасни сва њена својства. У овој лекцији ћемо размотрити како су експерименти показали да је за потпуно разумевање светлости потребно више од једне идеје и зашто се њена природа не може описати једним јединственим моделом.

Пример који указује на честичну природу светлости је фотоелектрични ефекат, са којим ћемо се подробније упознати у наредној теми. Фотоелектрични ефекат (слика 1) показује да светлост може да се понаша као честица. Када светлост са довољно великом фреквенцијом падне на површину материјала, из њега избијају електрони. Овај ефекат зависи од фреквенције светлости, а не од њеног интензитета и не може се објаснити ако се светлост посматра као талас.



Слика 1. Фотоелектрични ефекат

Други пример који указује на честичну природу светлости су комете. Када се комета приближава Сунцу, она развија реп који је увек усмерен супротно од Сунца, без обзира на правац њеног кретања (слика 2). Ово показује да на материју комете делује сила која је гура ка споља. У стварности, ова појава је резултат два фактора: сунчевог ветра, састављеног од наелектрисаних честица које емитује Сунце и који делује на јонизоване гасове комете при чему се формира јонски реп, и притиска зрачења, односно дејства светлости на наелектрисане честице. При судару са честицама, светлост им преноси импулс и ствара прашњав реп. Овај ефекат, познат као притисак зрачења, представља доказ да се светлост може понашати као честица.

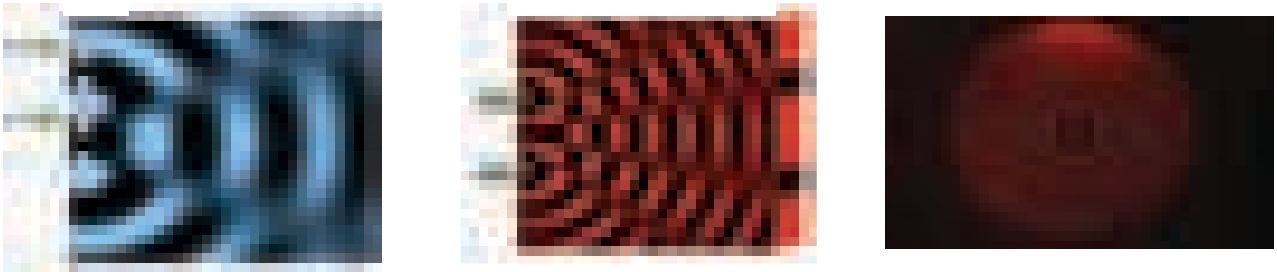


Слика 2. Комета у различитим положајима своје орбите око Сунца

Теорија према којој се светлост састоји од честица назива се корпускуларна теорија. Ове честице се називају фотони. Фотони имају енергију и импулс, али немају масу.

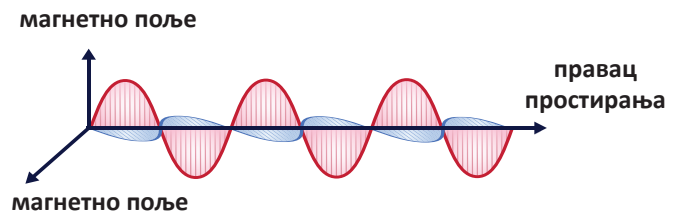
Ипак, постоје и експерименти који се не могу објаснити корпускуларном теоријом. Они показују да се светлост понаша као талас. У претходном поглављу смо учили о принципу суперпозиције таласа, према којем се таласи могу сабирати односно интерферисати. Када светлост до-

лази од кохерентних извора (извора који генеришу таласе са истом амплитудом и кружном фреквенцијом, и чија је разлика у фазама стална, светлосни таласи интерферирају и на екрану се формира карактеристична шема од светлих и тамних пруга (слика 3). Ове пруге настају као резултат узајамног појачавања и слабљења таласа из различитих извора. Оваква појава се не може објаснити моделом у коме се светлост посматра као честица.



Слика 3. Интерференција таласа на води (лево) упоређена са светлосним таласима (середина) и интерференентна шема светлости добијена на екрану (фотографија десно)

Светлосни таласи припадају групи **електромагнетних таласа**. За разлику од механичких таласа, код којих осцилују честице средине, код електромагнетних таласа осцилује електрично и магнетно поље. Ове две међусобно повезане осцилације се преносе кроз простор и ствара се електромагнетни талас (слика 4). Електромагнетни таласи су трансверзални и за разлику од механичких таласа, могу се преносити и кроз вакуум. Као и сви таласи, њихове карактеристике се описују амплитудом, фреквенцијом, периодом, таласном дужином и брзином простирања.



Слика 4. Електромагнетни талас

Према **Таласној теорији**, светлост се понаша као електромагнетни талас, чиме се успешно објашњавају појаве као што су интерференција, дифракција и поларизација. Пошто експерименти потврђују и таласну и корпускуларну природу светлости, каже се да светлост има двојну природу, што се описује **Корпускуларно-таласном теоријом**.

## Брзина светлости

Пошто смо размотрили природу светлости, поставља се питање како се она простира кроз простор. Као и сваки талас, светлост се простира одређеном брзином, а њена највећа вредност се постиже при простирању у вакууму.

**Брзина светлости** у вакууму  $c$ , је константна и износи тачно  $299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Ова тачна вредност се користи при дефинисању метра, а у прорачунима се најчешће користи приближна вредност:  $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Пошто светлост има таласну природу, за њу важе и једначине које смо користили за таласне појаве. Тако, и за светлост важи једначина за брзину таласа, изражена преко величина које описују талас, односно фреквенције ( $f$ ) и таласне дужине

$$c = \lambda f$$



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Зелена светлост има таласну дужину од 550 nm. Колика је њена фреквенција?

|                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дато је:</b><br>$\lambda = 550 \text{ nm} = 550 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ ,<br>$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ | <b>Решење:</b><br>Користимо једначину за брзину светлости. Преко ње изражавамо фреквенцију:<br>$c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$<br>Са заменом бројних вредности добија се:<br>$f = 545 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1} = 545 \text{ THz}$ |
| <b>Тражи се:</b> $f - ?$                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                         |

Брзина светлости при простирању кроз материјалну средину је мања него у вакууму, због њеног узајамног дејства са атомима материјала. Она зависи од електричних и магнетних својстава средине, што је описано Максвеловом теоријом. У складу са том теоријом, брзина светлости у датој материјалној средини може се израчунати формулом:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}},$$

где је  $\epsilon_r$  релативна диелектрична константа средине,  $\mu_r$  релативна магнетна пермеабилност средине.



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Светлост се користи за преношење информација у савременим телекомуникационим системима, нарочито преко оптичких влакана. Светлосни сигнал треба да се пренесе на растојање од 20 km.

Брзина светлости у вакууму износи  $3 \cdot 10^8$  m/s, а у оптичком влакну се креће брзином од  $2 \cdot 10^8$  m/s.

Одредити:

а) Колико је кашњење сигнала у оптичком влакну у односу на вакуум.

б) Релативну диелектричну константу материјала од којег је направљено оптичко влакно, ако се претпостави да је релативна магнетна пермеабилност 1.

|                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Дато је:</b></p> <p><math>L = 20 \text{ km} = 2,0 \cdot 10^4 \text{ m},</math></p> <p><math>c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s},</math></p> <p><math>v = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \mu_r = 1</math></p> | <p><b>Решење:</b></p> <p>а) Време потребно да сигнал да пређе растојање у вакууму је:</p> $t_0 = \frac{L}{c} = 6,67 \cdot 10^{-5} \text{ s}.$ <p>Време потребно да сигнал пређе исто растојање у оптичком влакну је:</p> $t = \frac{L}{v} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}.$ <p>Кашњење сигнала у оптичком влакну у односу на вакуум је:</p> $\Delta t = t - t_0 = 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ s}.$ <p>б) Према Максвеловој релацији за брзину електромагнетних таласа:</p> $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}.$ <p>Одакле :</p> $\epsilon_r = \frac{1}{\mu_r} \left( \frac{c}{v} \right)^2 = 2,25.$ |
| <p><b>Тражи се:</b></p> <p><math>\Delta t = ?</math></p> <p><math>\epsilon_r = ?</math></p>                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |



## НАУЧИ ВИШЕ

Електромагнетни таласи могу имати различите фреквенције, а самим тим и различита својства. Зато, разликујемо радио-таласе, микроталасно зрачење, инфрацрвено зрачење, видљиву светлост, ултраљубичасто зрачење, рендгенско зрачење и гама-зрачење. Све ове појаве представљају електромагнетне таласе, који се међусобно разликују по својој фреквенцији. Ако посматрамо све електромагнетне таласе поређане према фреквенцији, од најмање до највеће, добијамо спектар електромагнетног зрачења (слика 5).



Слика 5. Спектар електромагнетних таласа и уређаја у којима се примењује

**РЕШЕН ПРИМЕР 3.**

Радио-уређаји раде на фреквенцији од неколико стотина мегахерца. Колика је таласна дужина ових таласа?

**Решение:** Пошто тачна вредност радио таласа није дата, узећемо две вредности да бисмо истражили опсег. Узмимо најмању као  $f_1 = 100 \text{ MHz}$ , највећу као  $f_2 = 300 \text{ MHz}$ . Одговарајуће таласне дужине су:

$$\lambda_{1,2} = \frac{c}{f_{1,2}},$$

$$\lambda_1 = 3 \text{ m} \quad \text{и} \quad \lambda_2 = 1 \text{ m}.$$

Може да заклучимо дека радиобрановите имаат бранова дужина од неколку метри. Затоа приемници на ваквите бранови имаат дужина од истиот ред на големина, најчесто неколку десетици сантиметри до неколку метри.

**ПИТАЊА И ЗАДАЦИ**

- Ако се фреквенција електромагнетног таласа који се простире у датој средини повећа, шта се дешава са његовом таласном дужином?
- Ако се електромагнетни таласи простиру кроз вакуум, шта тачно осцилује у том случају? Зашто ово није проблем за таласну природу светлости?
- Два електромагнетна таласа имају исту фреквенцију, али различиту таласну дужину. Да ли је ово могуће у вакууму? Објасни зашто.
- Где у свакодневном животу можеш да препознаш да светлост преноси енергију?
- Два електромагнетна таласа се простиру у вакууму. Који од њих се креће брже: онај са већом или онај са мањом фреквенцијом?
- Светлост фреквенције  $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  се простире у вакууму. Колика је њена таласна дужина? (Решење:  $600 \text{ nm}$ )
- Ако антена једног радио-пријемника има дужину скоро од  $75 \text{ cm}$ , колики је ред величине таласне дужине на којој ради тај пријемник? (Решење:  $1 \text{ m}$ )

## 3.2. Одбијање светлости. Равно огледало

Сунчеви зраци, видљиви међу облацима на слици 1, показују да се светлост простира праволинијски. Да бисмо описали својства светлости, користимо идеализовани модел светлосног зрака. Светлосни зрак је замишљена права линија која

показује правац простирања светлости. Више зрака који потичу из истог извора и простиру се у истом правцу и смеру формирају **светлосни сноп**.

У контексту дуалне природе светлости:

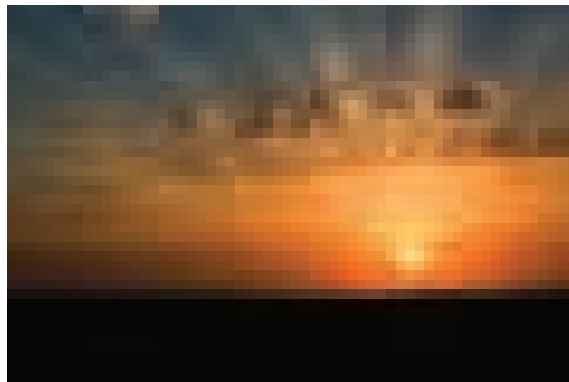
- У улози честице, зрак описује трајекторију честице;
- У улози таласа, зрак показује правац простирања таласа.

У наредним лекцијама размотрићемо како се понашају светлосни зраци када им се мења правац простирања, али ћемо најпре увести појам паралелан сноп зрака.

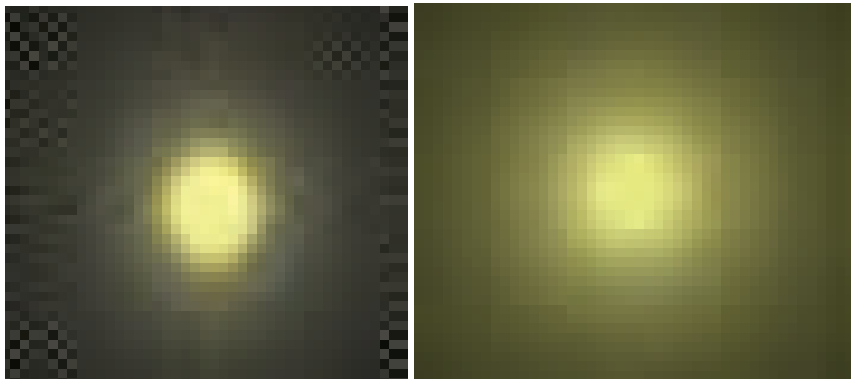
Тачкасти извор светлости, као далека звезда или сијалица, емитује светлосне зраке у свим правцима. Светлосни зрак је замишљена линија која показује правац простирања светлости, па из једног извора излази безброј

зрака у различитим правцима (слика 2).

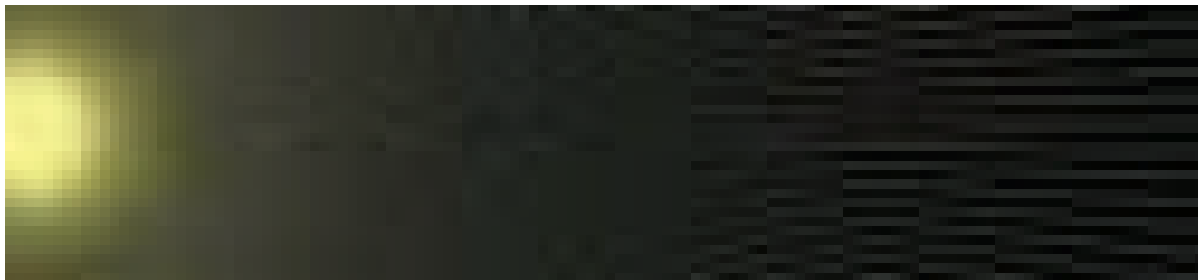
Повећањем растојања од светлосног извора, правци светлосних зрака се све више приближавају, па на довољно великом растојању они изгледају паралелни (слика 3). У том случају се каже да је формиран паралелан сноп светлосних зрака.



Слика 1. Сунчеви зраци се простиру праволинијски



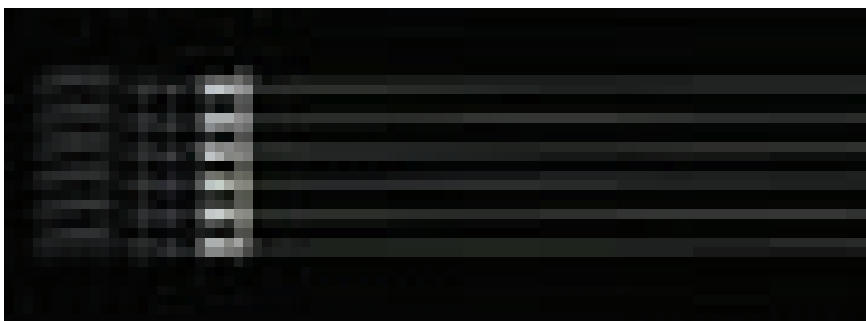
Слика 2. Тачкасти извор светлости који емитује зраке у свим правцима. Лево је приказан само део зрака, а десно гушћи приказ који је ближи стварности, пошто се из једног извора емитује бесконачно много зрака.



Слика 3. Зраци емитовани из извора који се налази на великом растојању су скоро паралелни

У реалним условима, зраци Сунца могу се сматрати паралелним при њиховом упадању на површину Земље, због великог растојања до Сунца. Паралелни снопови светлости могу се добити и помоћу ласера или помоћу оптичких уређаја који мењају правац простирања светлости (слика 4).

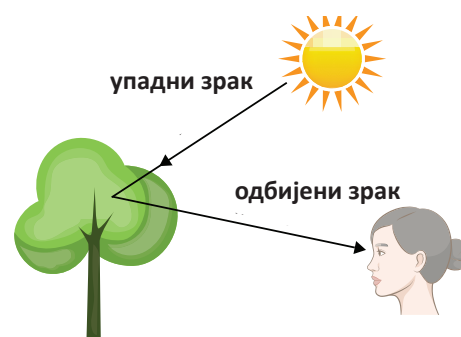
Када светлост прелази из једне у другу средину, она може да се одбије, да се преломи у другој средини или да се апсорбује. Ове појаве понекад се јављају и истовремено. Одбијање светлости се назива рефлексија, на којој ћемо се задржати у овој лекцији. Захваљујући рефлексији, предмети постају видљиви (слика 5).



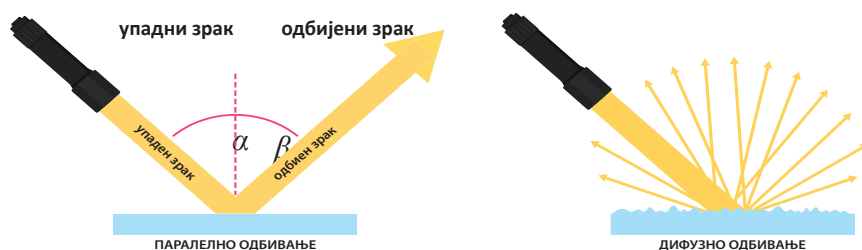
Слика 4. Паралелан сноп зрака добијен из више ласера

Када светлост падне на хрпау површину, одбијени зраци се расипају у различитим правцима, при чему правац одбијања зависи од локалног облика површине. Ова врста одбијања назива се дифузно одбијање. У пракси, највећи део површина одбија светлост дифузно.

За разлику од оваквог одбијања, код глатких површина, сноп паралелних зрака после одбијања остаје паралелан. Ова врста одбијања се назива огледално (паралелно) одбијање. Разлика између дифузног и огледалног одбијања приказана је на слици 6.



Слика 5. Сунчеви зраци се одбијају од дрвета и упадају у очи ученици која гледа дрво



Слика 6. Паралелно (лево) и дифузно (десно) одбијање светлости

Равна и глатка површина од које сноп паралелних светлосних зрака након одбијања остаје паралелан назива се равно огледало. Равна огледала се срећу у свакодневном животу, како у огледалима у домовима, тако и код неких стаклених, техничких и декоративно-рефлексивних површина (слика 7).



Слика 7. Лик у равном огледалу

Да бисмо описали одбијање светлости од равнoг огледала, довољно је размотрити понашање једног светлосног зрака у тачки упадања. У тој тачки се повлачи нормала, права која је постављена нормално на површину на коју зрак упада. Светлосни зрак који долази од светлосног извора до огледала назива се упадни зрак, а зрак који је променио правац простирања после одбијања од огледала назива се одбијени зрак или рефлектовани зрак (слика 8). Ради лакше оријентације на сликама, задња страна огледала на скицама се обично означава шрафирањем.



Угао који захвата упадни зрак са нормалом назива се упадни угао, а угао који захвата одбијени зрак са нормалом назива се угао одбијања.

## Закон рефлексије



### АКТИВНОСТ 1.

#### Одбијање светлости од равног огледала

Циљ: одредити зависност између упадног угла и угла одбијања при одбијању светлости од равног огледала.

Апаратура: светлосни извор са линеарним снопом (или ласер), равно огледало са равном доњом ивицом, угломер, лењир, оловка, лист папира.

Поступак:

1. На папиру се исцртава права линија која представља површину огледала. У једној тачки на тој линији се повлачи нормала, односно права која је нормална на површину огледала.

2. Доња ивица огледала се поставља тачно дужином линије која представља површину. Ласерски зрак се усмерава под одређеним углом у односу на нормалу ка тачки у којој нормала сече површину огледала.

3. На листу папира се обележавају по две тачке на упадном и на одбијеном зраку. Потом се извор искључује и помоћу лењира исцртавају се упадни и одбијени зрак. Зраци из различитих мерења се означавају, на пример, са 1 и 1', 2 и 2' итд.

4. Поступак се понавља најмање за пет различитих вредности упадног угла, при чему се упадни угао мења померањем извора.

5. Угломером се мере упадни угао  $\alpha$  и угао одбијања  $\beta$ .

Измерене вредности се уписују у табелу са следећим колонама:

6. Израчунава се однос  $\alpha / \beta$  за свако мерење и доноси се закључак на основу резултата.

| N   | $\alpha(^{\circ})$ | $\beta(^{\circ})$ | $\frac{\alpha}{\beta}$ |
|-----|--------------------|-------------------|------------------------|
| 1   |                    |                   |                        |
| 2   |                    |                   |                        |
| ... |                    |                   |                        |

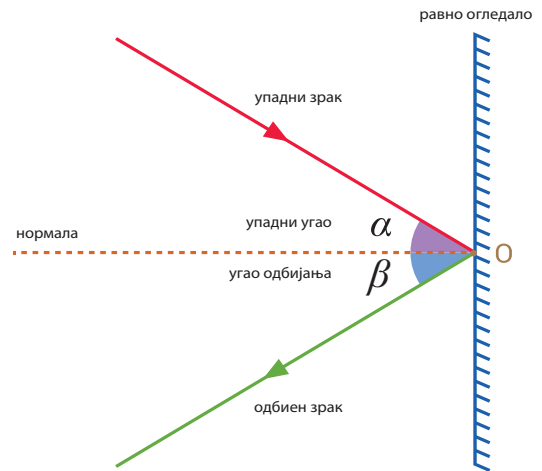
Из резултата експеримента се примећује да је однос између упадног угла и угла одбијања у свим мерењима приближно једнак 1. То значи да упадни угао и угао одбијања имају једнаке вредности.

Ова зависност је позната као закон о рефлексији светлости и гласи: **упадни угао је једнак углу одбијања, притом упадни зрак, нормала и рефлектовани зрак леже у истој равни.**

Закон се може записати и математички, ознакама приказаним на слици 8, као:

$$\alpha = \beta.$$

Закон рефлексије представља основу за даљу анализу одбијања светлости и омогућава да се предвиди положај lika предмета који се налази испред равног огледала.



Слика 8. Одбијање светлосног зрака од равног огледала са обележеним елементима

## Формирање ликова код равног огледала

Када се предмет налази испред равног огледала, светлосни зраци који излазе или се рефлектују од њега падају на огледалску површину и одбијају се према закону рефлексије. При посматрању у огледалу, предмет се види као да се налази иза огледалске површине, иако тамо он у ствари не постоји.

У оптици, лик предмета назива се тачка или скуп тачака у којима изгледа да се предмет налази после одбијања или преламања светлости на оптичког елемента.

На пример можемо да размотримо добијање лика биљке у равном огледалу. Ради поједностављивања, размотрићемо две карактеристичне тачке, на пример врх и најнижу тачку биљке. Зраци који излазе из тих тачака простиру се у свим правцима, при чему део пада на огледало и одбија се према закону рефлексије (слика 9). На скици је приказано само неколико зрака, иако је у стварности њихов број бесконачан.

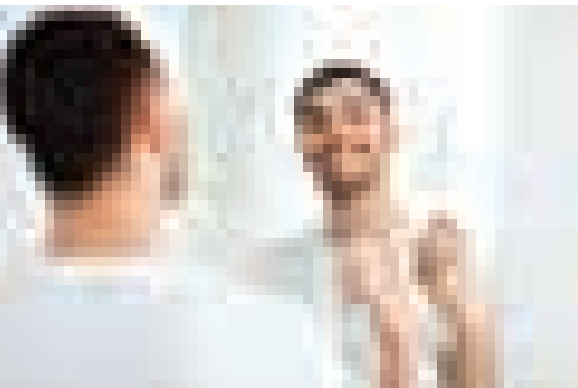
После одбијања од равног огледала, одбијени зраци који потичу из сваке од разматраних тачака предмета настављају да се удаљавају и не секу се у простору испред огледала. Међутим, ако се продужци рефлектованих зрака повуку иза огледалске површине, они се секу у истој тачки за сваки појединачни део предмета. У тим тачкама се налазе ликови одговарајућих тачака предмета. Њиховим спајањем добија се лик предмета.

Пошто се лик добија од продужетака одбијених зрака, он се налази иза огледала и не може да се пројектује на екран, па се назива **имагинарни лик**.

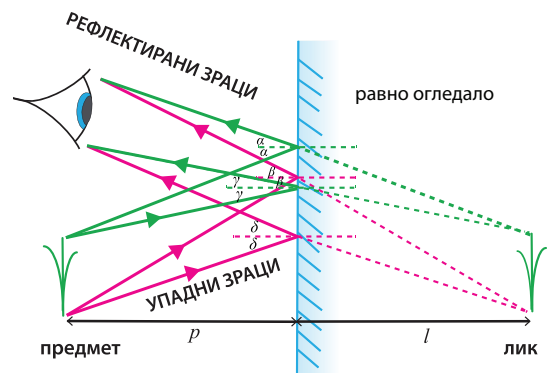
Из геометрије зрака може се приметити да је **растојање од предмета до огледала једнако растојању од огледала до лика**. За равно огледало важи једначина равног огледала: једначина равног огледала:

$$p = l,$$

где  $p$  означава растојање од предмета до огледала, а  $l$  означава растојање од лика до огледала. Притом, може се приметити да је оријентација лика иста као оријентација предмета, односно лик је усправан.



Слика 10. Огледална симетрија код равног огледала



Слика 9. Шематски приказ формирања лика предмета код равног огледала

Код равног огледала, лева страна предмета лика се појављује као десна, а десна као лева. Ово својство се назива **огледална симетрија**. Због тога, је лик у равном огледалу огледално симетричан у односу на предмет и огледалну површину (слика 10).

Лик који се формира код равног огледала има следеће три основне карактеристике:

Величина: лик је једнак по величини са предметом.

Оријентација: лик је усправан.

Тип лика: лик је имагинаран.



## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Оловка дужине 15 cm постављена је испред огледала на растојању 0,5 m од огледала. Одреди-ти на ком растојању ће бити лик, одредити његове карактеристике и нацртати скицу предмета, огледала и лика са карактеристичним зрацима.

Дато је:

$$h_p = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$p = 0,5 \text{ m}$$

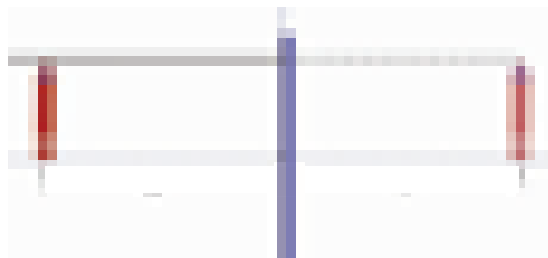
Решење:

Према једначини за равно огледало, предмет ће се налазити на растојању од огледала:

$$p = l$$

$$l = 0,5 \text{ m}.$$

Лик ће бити једнак по величини као предмет, усправан са огледалном симетријом и имагинаран.



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Зашто је код равног огледала лик увек имагинаран? Објасни, користећи понашање зрака.
2. Како ће изгледати лик ако је огледало веома мало? Шта ће се променити, а шта не?
3. Два предмета се налазе на различитим растојањима од равног огледала. Да ли њихови ликови могу да се преклопе? Под којим условима?
4. Ако гледаш одраз аналогног часовника, као на слици испод, у ком смеру се окрећу казаљке?
5. Ласерски сноп пада на равно огледало под углом од  $30^\circ$  у односу на нормалу. Огледало се затим окреће за угао  $\theta$ , при чему правац упадног зрака остаје исти. Како се мења угао одбијања после ротације огледала? Изрази угао одбијања као функцију од  $\theta$ . (Решење  $2\theta$ )
6. Предмет је постављен на 1,5 m од равног огледала. а) Колика је удаљеност лика од предмета?  
б) Ако предмет приближимо за 0,3 m ка огледалу, израчунај колико ће бити растојање између предмета и лика? (Решење: 3m; 2,4m)



## 3.3. Сферна огледала

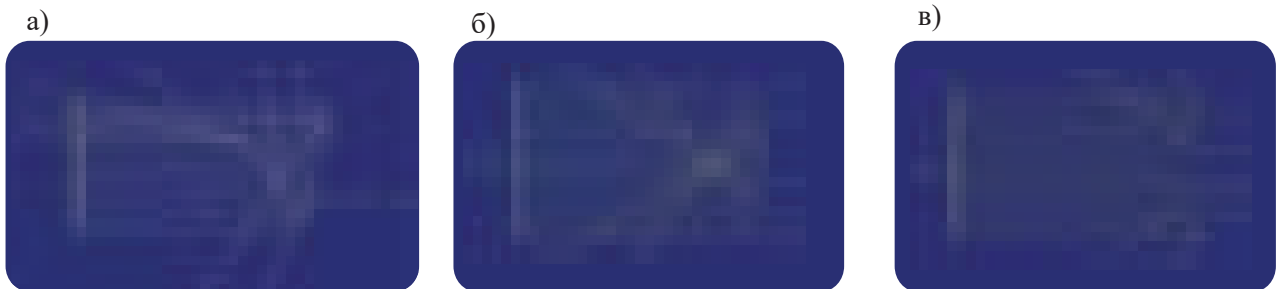
У претходној лекцији видели смо како се светлосни зраци одбијају од равног огледала према закону одбијања и како се помоћу одбијених зрака одређује положај лика.

Да размотримо сада случај када се паралелан светлосни сноп одбија од више малих равних огледала приказаних на слици 1а. Иако је на скици приказано само неколико зрака, у стварности њихов број је бесконачан. Закон одбијања важи за свако огледало, али пошто су она постављена под различитим угловима, одбијени зраци се усмеравају у различитим правцима. Ова појава се назива **дифузно одбијање**.

Ако се мала равна огледала поставе тако да леже по тангентима на једну кружницу (слика 1б и 1в), повећањем њиховог броја и смањењем њихове величине, њихова заједничка површина све више

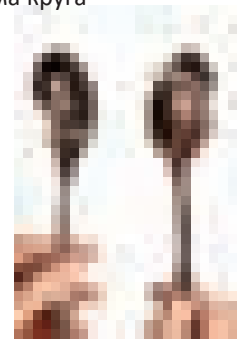
личи на глатку закривљену површину. У граничном случају, када број огледала постане веома велик, а њихова величина веома мала, добија се непрекидна закривљена површина.

Пошто разматрање вршимо у равни, на сликама се приказују делови кружнице. У простору, оваква закривљена површина представља део сфере. Огледало чија је површина део сфере назива се **сферно огледало**.



**Слика 1.** Паралелан споп зрака, одбијен од више малих равних огледала постављених у различитим конфигурацијама: а) Случајно постављена, б) и в) Поређана по тангентима круга

У зависности од тога која страна сферне површине одбија светлост, сферна огледала могу бити **конвексна (испупчена)** или **конкавна (удубљена)**. Ако је огледална површина на спољашњој страни сфере, огледало је конвексно, а ако је на унутрашњој страни, то је конкавно. Наравно, један исти део сфере може да има огледалну површину на обе стране. Овакав пример су обичне кухињске металне кашике (слика 2).



**Слика 2.** Огледање у кашици са једне и са друге стране

## Главни елементи сферних огледала

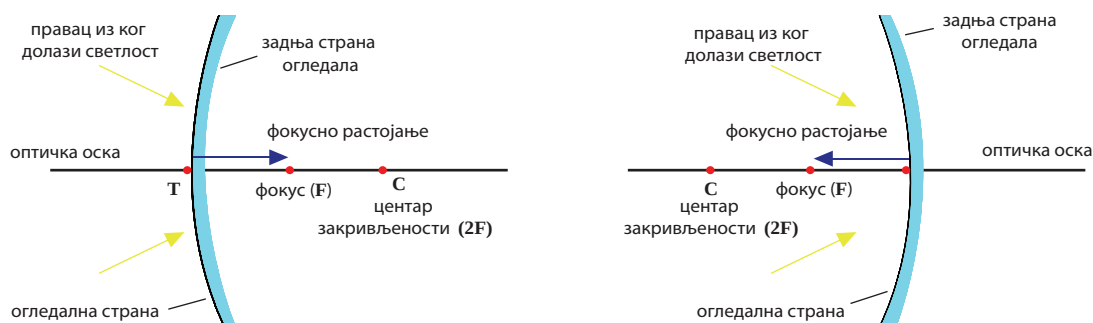
Да бисмо описали настанак слика код сферних огледала, најпре да уведемо њихове главне елементе. Подсети се из математике: нормала на кружницу или на сферу у свакој тачки увек пролази кроз њен центар.

**Центар закривљености  $C$**  је центар сфере од које је огледало један њен део.

**Полупречник закривљености  $R$**  је растојање од центра закривљености до површине огледала, односно то је полупречник сфере од које је добијено огледало.

**Теме  $T$**  је „најиспупченија“ тачка површини код конвексног огледала, односно „најудубљенија“ тачка на површини код конкавног огледала.

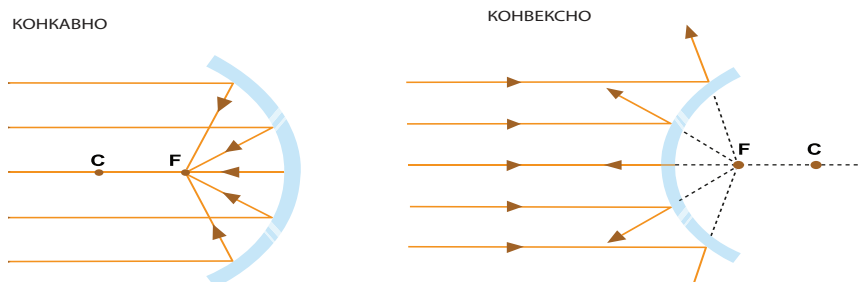
**Главна оптичка оса** је права повучена кроз теме огледала, а пролази и кроз центар закривљености. Сви елементи сферних огледала приказани су на слици 3.



**Слика 3.** Главни елементи сферних огледала: главна оптичка оса,  $C$  - Центар закривљености,  $F$  - Фокус и  $T$  - Теме

## Одбијање светлости код сферних огледала

Како би се одредио положај лика код сферних огледала, довољно је да се примени закон рефлексије. Размотримо паралелан светлосни сноп зрака који упада на конкавно сферно огледало. Сноп зрака је паралелан и са главном оптичком осом (слика 4, лево). Може се приметити да се сви зраци при одбијању секу у једној тачки која се налази са исте стране као огледална површина. Сличан поступак може се поновити и код конвексног огледала. Овог пута, зраци се после одбијања од огледала расипају у различитим правцима. Али, ако размотримо продужетке одбијених зрака, они се секу у једној тачки, односно изгледа као да потичу од једне тачке иза огледалне површине (слика 4, десно).



Слика 4. Одбијање паралелног снопа зрака код конкавног (лево) и конвексног (десно) огледала

Тачка у којој се секу одбијени зраци светлосног снопа који пада на конкавно огледало, паралелно са главном оптичком осом, или тачка у којој се секу продужеци

одбијених зрака код конвексног огледала, назива се фокус сферног огледала. За фокус конкавног огледала кажемо да је реалан, док, је пак, фокус конвексног огледала имагинаран. Растојање од фокуса до огледала назива се фокусно растојање. Запамтите, фокус је тачка, означава се великим словом  $F$  (слика 3) а фокусно растојање је растојање и означава се малим словом  $f$ .

Код сферних огледала фокусно растојање је половина полупречника кривине. :

Зато важи:

$$f = \frac{R}{2}.$$

Да бисмо одредили положај и карактеристике лика који се ствара код сферног огледала, користе се два од следећа три **карактеристична зрака** (слика 5):

### Зрак 1

- Код конкавног огледала: зрак који упада паралелно са главном оптичком осом, после одбијања пролази кроз фокус.
- Код конвексног огледала: исти зрак се после одбијања расипа, као да потиче из имагинарног фокуса.

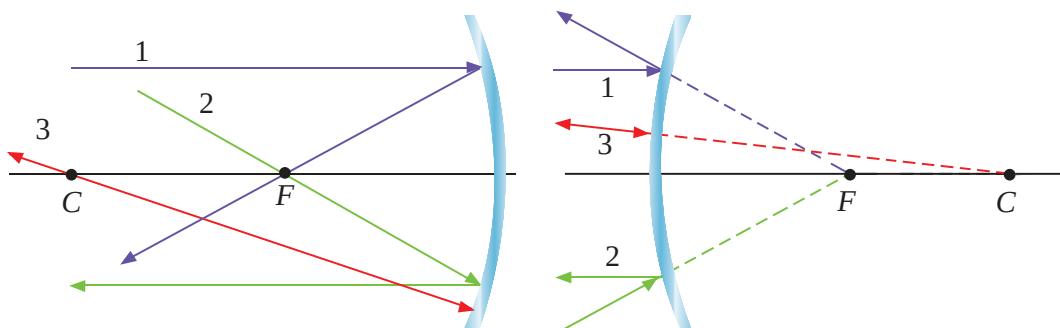
### Зрак 2

- Код конкавног огледала: зрак који упада кроз фокус, после одбијања наставља паралелно са оптичком осом.
- Код конвексног огледала: зрак који упада ка имагинарном фокусу, после одбијања наставља паралелно са главном оптичком осом.

### Зрак 3

- Код оба огледала: зрак који упада кроз центар закривљености одбија се по истој правој. Ови

карактеристични зраци произилазе из закона одбијања светлости. Код конвексног сферног огледала, одбијени зраци се расипају. Зато се при конструкцији лика користе продужеци одбијених зрака, који се секу иза огледала.



Слика 5. Карактеристични зраци код сферних огледала: конкавно (лево) и конвексно (десно).

## Конструкција lika код сферних огледала

Помоћу карактеристичних зрака конструисаћемо лик предмета код сферних огледала.

Предмет приказујемо стрелицом нормалном на оптичку осу.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Конструисати лик предмета приказаног стрелицом који се налази испред конкавног сферног огледала, између фокуса F и центра закривљености C.

#### Решение:

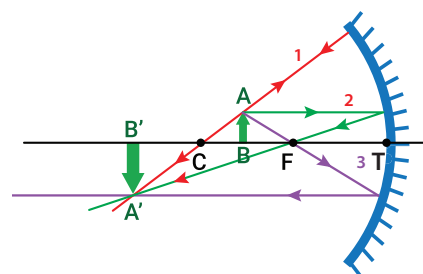
Најпре се цртају оптичка оса и огледало и означавају се теме T, фокус F и центар закривљености C. Предмет се приказује стрелицом нормалном на оптичку осу, постављеном између тачака F и C. Лик врха стрелице A се конструира помоћу два карактеристична зрака:

- зрак паралелан са главном оптичком осом, који после одбијања пролази кроз фокус (2) и
- зрак који пролази кроз фокус, који се после одбијања креће паралелно са главном оптичком осом (3).

Пресек одбијених зрака одређује тачку A'. Пошто је тачка B на оптичкој осу, и њен лик B' се налази на оптичкој осу. Повезивањем A' и B' добија се лик A'B'.

Из добијене конструкције се види да се лик образује испред огледала, на истој страни на којој се налази и предмет, при чему:

- се налази даље од центра закривљености;
- обрнут је у односу на предмет;
- већи је од предмета.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Конструисати лик предмета приказаног стрелицом, који се налази испред конвексног сферног огледала.

#### Решење:

Најпре се црта главна оптичка оса и означавају се теме T, фокус F и центар закривљености C, који се код конвексног огледала налазе иза огледала. Предмет се приказује стрелицом нормалном на главну оптичку осу, са основом на осу.

Лик врха стрелице B се конструира помоћу два карактеристична зрака:

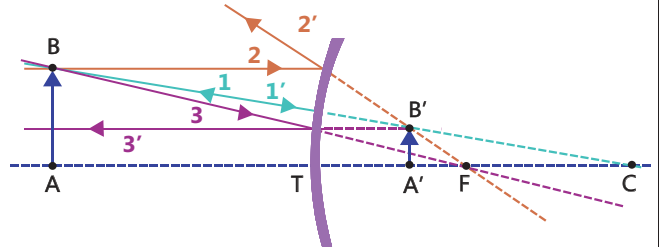
- зрак паралелан са главном оптичком осом (2), који се после одбијања расипа, при чему његов продужетак иза огледала пролази кроз фокус и
- зрак усмерен ка фокусу (3), који се после одбијања простира паралелно са главном оптичком осом.

Пошто се одбијени зраци не секу испред огледала, они се продужавају иза огледала, а пресек њихових продужетака одређује положај lika  $B'$ . По потреби, конструкција се може проверити трећим карактеристичним зраком усмереним ка центру кривине.

На слици су приказана сва три карактеристична зрака.

Из добијене конструкције се види да се лик образује иза огледала, при чему:

- се налази између темена и фокуса;
- усправан је у односу на предмет;
- мањи је од предмета.



При конструкцији ликова помоћу сферних огледала, одбијени зраци се у неким случајевима секу, а у другим се секу само њихови продужци иза огледала. Ова разлика је физички значајна, јер од ње зависи да ли се лик може пројектовати на екран. Зато разликујемо реалан и имагинаран лик. Реалан лик се формира у пресеку одбијених зрака и може се пројектовати на екран, док се имагинарни лик формира у пресеку њихових продужетака иза огледала и не може се пројектовати на екран.

За потпун опис lika разматрамо следеће карактеристике:

- да ли је лик реалан или имагинаран;
- његов положај у односу на огледало, фокус и центар закривљености;
- величину у поређењу са предметом;
- оријентацију (усправан или изврнут).



### АКТИВНОСТ 1.

Конструиши ликове предмета постављеног испред конкавног сферног огледала као и предмета постављеног испред конвексног сферног огледала и одреди његове карактеристике ако је предмет :

- Даље од центра закривљености;
- У центру закривљености;
- У фокусу огледала
- Између фокуса и темена огледала

За проверу резултата добијених геометријском конструкцијом, користи интерактивну симулацију Геометријска оптика (Geometric Optics) са платформе PhET.

Симулација је доступна на следећем линку: [https://phet.colorado.edu/sims/html/geometric-optics/latest/geometric-optics\\_all.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/geometric-optics/latest/geometric-optics_all.html)

#### Упутство за коришћење симулације

- После отварања симулације, изабери режим Огледало (Mirror).
- Од понуђених опција, изабери Конкавно огледало (Concave Mirror) или Конвексно огледало (Convex Mirror).
- Укључи опцију за приказивање :





- а) Фокуса,  
 б) Лика (Virtual image),  
 в) Светлосних зрака (Rays > Principal).
4. Предмет може да буде стрелица или друге форме. Помоћу миша, помери предмет дуж оптичке осе и посматрај како се мењају:
- а) Положај лика  
 б) Његова величина  
 в) Оријентација  
 г) Да ли је лик реалан или имагинаран
- Провери своје конструкције задате на почетку ове активности.

На основу конструкција које смо разматрали у примерима и у Активности 1, можемо да поређамо карактеристике ликова добијених помоћу сферних огледала. У табели 1 приказане су основне карактеристике лика за различите положаје предмета за оба типа сферних огледала.

Табела 1. Карактеристике лика код сферних огледала

| Тип огледала | Положај предмета | Тип лика   | Положај лика      | Величина лика  | Оријентација |
|--------------|------------------|------------|-------------------|----------------|--------------|
| Конкавно     | Даље од фокуса F | Реалан     | Испред огледала   | Мањи или већи* | Обрнут       |
| Конкавно     | У фокусу F       | —          | Лик се не формира | —              | —            |
| Конкавно     | Између F и T     | Имагинаран | Иза огледала      | Већи           | Усправан     |
| Конвексно    | Сваки положај    | Имагинаран | Иза огледала      | Мањи           | Усправан     |

\*Величина зависи од положаја предмета у односу на центар закривљености.

## Једначина сферног огледала

До сада смо положај и својства лика одређивали геометријском конструкцијом, користећи карактеристичне зраке. Иако овај приступ даје јасну слику о лику, у многим практичним ситуацијама је погодније његов положај и величину одредити рачунским путем. Посебно растојање лика од огледала.

Експериментима је утврђено да између растојања предмета од огледала  $p$ , растојања лика од огледала  $l$  и фокусног (жижног) растојања  $f$  постоји следећа веза:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

Ова једначина, названа једначина сферног огледала, важи за сва сферна огледала.

Код конкавног огледала фокусно растојање је позитивно, а код конвексног огледала фокус је имагинаран и фокусно растојање се узима као негативно. Растојање до лика  $l$  се узима као позитивно ако се лик формира испред огледала (реалан лик), а као негативно ако се лик формира иза огледала (имагинаран лик).

Поред положаја лика, важна карактеристика је и колика је величина лика у поређењу с предметом. Однос који показује колико пута је лик увећан или умањен у односу на предмет назива се увећање.

Увећање огледала  $U$  се дефинише као однос између висине лика  $h_l$  и висине предмета  $h_p$ :

$$U = \frac{h_l}{h_p}$$

Код сферних огледала, увећање се може изразити и преко односа растојања до лика и до предмета:

$$U = \frac{|l|}{p},$$

где је  $p$  растојање од предмета до огледала, а  $l$  растојање од огледала до лика.



## РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Предмет висине 2 cm постављен је на растојању од 12 cm од конкавног сферног огледала са фокусним растојањем од 6 cm. Одредити:

- Растојање лика од огледала  $l$ .
- Увећање  $U$ .
- Величину и оријентацију лика.

| Дато је:             | Решење:                                                                                                      |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f = 6 \text{ cm},$  | а) Растојање лика се одређује помоћу једначине за сферно огледало: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ |
| $p = 12 \text{ cm},$ | Из ове једначине, за растојање лика $l$ добијамо: $\frac{1}{l} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p},$                 |
| $h = 2 \text{ cm}.$  | односно $l = \frac{fp}{p-f} = 12 \text{ cm}.$                                                                |
|                      | б) Увећање лика се одређује као: $U = \frac{l}{p} = \frac{12 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} = 1.$                |
|                      | в) Увећање лика се одређује као: $h_l = Uh_p = 2 \text{ cm}.$                                                |



## РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Предмет висине 3 cm постављен је на растојању од 24 cm од конвексног сферног огледала. Увећање лика је 0,4. Одредити:

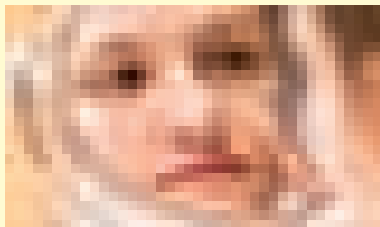
- Растојање лика од огледала;
- Фокусно растојање;
- Висину лика.

| Дато је:              | Решење:                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $h_p = 3 \text{ cm},$ | а) Увећање код сферних огледала је дато са: $U = \frac{ l }{p}.$                                                                                                                                                                |
| $p = 24 \text{ cm},$  | Из овога следи: $ l  = U \cdot p,$                                                                                                                                                                                              |
| $U = 0,40$            | $ l  = 0,4 \cdot 24 \text{ cm} = 9,6 \text{ cm}.$                                                                                                                                                                               |
|                       | Али, пошто је код конвексног огледала лик имагинаран и формира се иза огледала, растојање до лика је негативно, па: $l = -9,6 \text{ cm}.$                                                                                      |
| Тражи се:             | б) Једначина за сферно огледало је: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$                                                                                                                                                  |
| $l - ?$               | односно: $f = \frac{pl}{p+l} = -16 \text{ cm}.$                                                                                                                                                                                 |
| $f - ?$               | в) Увећање је дефинисано као однос висина $U = \frac{h_l}{h_p},$                                                                                                                                                                |
| $h_l - ?$             | одакле је: $h_l = Uh_p = 1,2 \text{ cm}.$                                                                                                                                                                                       |
|                       | Лик се налази на растојању од 9,6 cm од огледала, има висину од 1,2 cm и мањи је од предмета. Негативна вредност фокусног растојања потврђује да је огледало конвексно, а да је лик имагинаран и да се формира се иза огледала. |

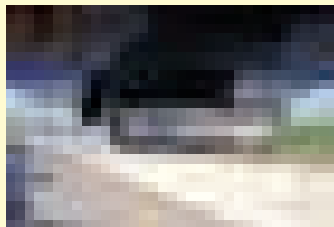


## ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

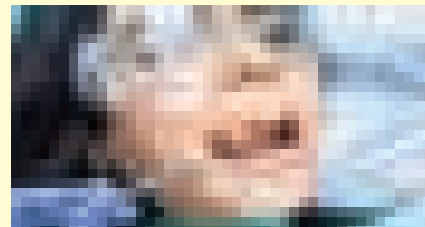
Сферна огледала су много чешћа у свакодневном животу него што се чини на први поглед. Типичан пример су козметичка огледала, која су с једне стране равна, а с друге имају сферно конкавно огледало. Када се лице налази близу таквог огледала, добија се усправан, увећан и имагинаран лик, што је посебно корисно при шминкању или бријању (слика 6).



Слика 6. Одроз у козметичком огледалу



Слика 7. Поглед у ретровизору

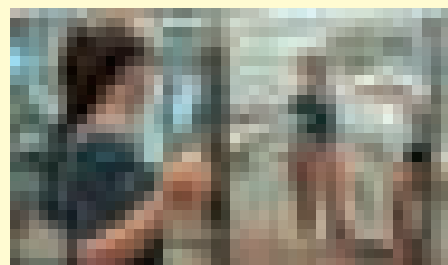


Слика 8. Конкавно огледало код стоматолога

Конвексна сферна огледала користе се код ретровизора на аутомобилима, где је главни циљ да се добије шире видно поље. Иако је лик у таквим огледалима је умањен и имагинаран, возач може да примети више објеката иза себе, што повећава безбедност у саобраћају (слика 7).

У медицини, стоматолози користе мала конкавна огледала да би добили увећан лик тешко доступних површина на зубима (слика 8).

Разна сферна огледала се срећу и у забавним парковима, у такзваним „собама са магичним огледалима“, где се намерно стварају деформисани ликови за визуелни ефекат и забаву (слика 9).



Слика 9. Деформисан лик у „соби са магичним огледалима“;



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

- Колики је полупречник закривљености код равног огледала? Колико је његово фокусно растојање? Објасни.
- Држиш сјајну супену кашику испруженом руком и гледаш у задњу страну кашике. Да ли је слика коју гледаш усправна или обрнута? Да ли је слика увећана или умањена? Да ли је слика реална или имагинарна?
- Предмет се налази на растојању од 30 cm од конкавног сферног огледала са фокусним растојањем од 15 cm. Одреди растојање лика, да ли је лик реалан или имагинаран. (Решење: 30 cm, лик је реалан)
- Предмет са висином од 4 cm се налази на растојању од 20 cm од конвексног огледала са фокусним растојањем -10 cm.
  - Одреди растојање до лика.
  - Одреди висину лика.
  - Какав је лик по типу, величини и оријентацији? (Решење: 6,67 cm; 1,33 cm; лик је имагинаран, умањен и усправан)
- Предмет се приближава конкавном огледалу, крећући се од положаја далеко од центра закривљености ка темену. Опиши како се мењају положај, величина и тип лика.
- Дато је сферно огледало код кога је фокусно растојање по апсолутној вредности двоструко мање од растојања предмета.
  - Изрази увећање преко односа  $p/f$ .
  - Размотри посебно случајеве код конкавног и конвексног огледала.
  - Да ли је могуће да у оба случаја увећање има исту апсолутну вредност?

### 3.4. Преламање светлости

Када сунчева светлост падне на чисту воду, можемо да видимо дно, али ако је вода мутна, светлост тешко пролази кроз њу и дно није видљиво.

Средине кроз које светлост може да се простира називамо **провидним** или **прозирним срединама**. Супротно од њих, средине које не пропуштају светлост, него је апсорбују или је одбијају, називају се **непровидним** или **непрозирним срединама**. Многи од материјала нису ни потпуно провидни ни потпуно непровидни. Они најчешће пропуштају само део упадне светлости. Колико светлости пролази кроз неку средину описујемо њеном **транспарентношћу** или **пропустљивошћу светлости** ( $T$ ), која се дефинише као однос између интензитета пропуштене ( $I$ ) и упадне светлости ( $I_0$ ):

$$T = \frac{I}{I_0}.$$

За потпуно транспарентну средину, овај однос је 1, док је, пак, за средину која не пропушта светлост, овај однос 0. Средину са одређеном транспарентношћу за светлост, у којој ћемо разматрати простирање светлости, називамо **оптичка средина**.

Занимљива појава је када светлост пређе из једне провидне средине у другу. Када смо изучавали таласе, видели смо да при преласку из једне средине у другу мења се брзина таласног простирања. Исто важи и за светлост. Ваздух, стакло, вода и дијаманти су примери за **провидне средине** кроз које светлост може да се креће.

Када светлост пређе из једне провидне средине у другу, њена брзина простирања се мења. Као последица ове промене брзине, светлост мења и правац свог простирања, при чему настаје појава **преламање (рефракција) светлости**. Колико пута је брзина светлости у некој средини мања од брзине светлости у вакууму описује се физичком величином **апсолутни индекс преламања**. Апсолутни индекс преламања се дефинише као однос брзине светлости у вакууму и њене брзине у датој средини:

$$n = \frac{c}{v}.$$

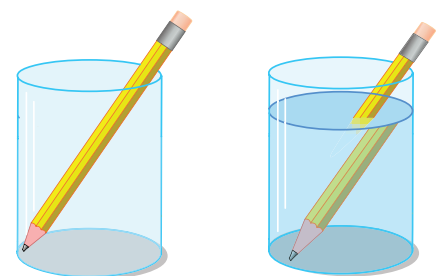
Неке вредности апсолутног индекса преламања (који ћемо у даљем тексту називати само индекс преламања) приказане су у табели 1.

Као што је приказано на слици 1, светлосни зраци који потичу од оловке потопљене у воду, при преласку из воде у ваздух се преламају и мењају правац простирања. Због ове промене, продужетак преломљених зрака у ваздуху ствара утисак да је оловка „сломљена“ или померена на граничној површини између воде и ваздуха.

Да бисмо испитали зависност између упадног угла и угла преламања при преласку светлости из једне у другу средину, размотрићемо један експеримент, али пре тога ћемо дефинисати неколико појмова. Светлосни зрак који упада на граничну површину између две провидне средине назива се **упадни зрак**. Светлосни зрак који наставља да се простира у другој средини после проласка кроз граничну површину назива се **преломљени зрак**. Угао између упадног зрака и нормале на граничну површину повучене у тачки упада, назива се **упадни угао**, а угао између преломљеног зрака и нормале **угао преламања**.

Табела 1. Индекс преламања неких материјала

| Материјал | Индекс преламања |
|-----------|------------------|
| Ваздух    | 1,003            |
| Вода      | 1,33             |
| Стакло    | 1,5              |
| Дијамант  | 2,4              |



Слика 1. Ефекат преламања светлости при преласку из воде у ваздух.



### АКТИВНОСТ 1.

Испитати зависност угла преламања  $\beta$  од упадног угла  $\alpha$  при преласку светлости из ваздуха у воду.

Опрема: ласер, провидан суд са равним зидовима (акваријум или провидна кутија), кружни угломер (или два обична угломера), вода, мало „замућивача“ (нпр. кап млека или мало детерџента), селотејп, лист папира/подлога.

**Напомена:** „Замућивач“ омогућава само да светлосни зрак постане видљив у води.

Вода треба да остане готово провидна

#### Поступак:

- Напуни суд водом (приближно до  $2/3$ ). Додај врло малу количину „замућивача“ и лагано промешај. Води рачуна да нема мехурића на површини воде.
- Причврсти кружни угломер на спољашњу страну суда (селотејпом), тако да:
- центар угломера буде на нивоу где ће ласерски сноп упасти на површину.
- хоризонтална линија ( $0^\circ - 180^\circ$ ) треба да се поклопи са површином воде.
- вертикална линија представља нормалу на површину.
- Усмери ласер из ваздуха ка површини воде тако да зрак упада што је могуће ближе центру угломера (слика 2).
- За свако мерење:
- Измери упадни угао  $\alpha$  (између упадног зрака и нормале у ваздуху).
- Измери угао преламања  $\beta$  (између преломљеног зрака и нормале у води).
- Понови мерење за више вредности  $\alpha$ , на пример  $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, \dots 70^\circ$ .



упада што је могуће ближе центру угломера (слика 2).

#### Резултати:

- Запиши резултате у табелу. Затим израчунај вредности  $\sin \alpha$ ,  $\sin \beta$  и однос  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

| N   | $\alpha(^{\circ})$ | $\beta(^{\circ})$ | $\sin \alpha$ | $\sin \beta$ | $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ |
|-----|--------------------|-------------------|---------------|--------------|----------------------------------|
| 1   | 20                 |                   |               |              |                                  |
| 2   | 30                 |                   |               |              |                                  |
| ... |                    |                   |               |              |                                  |

#### Питања:

- Да ли је угао преламања  $\beta$  већи или мањи од упадног угла  $\alpha$  када светлост прелази из ваздуха у воду?
- Да ли је однос  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$  приближно константан за сва мерења?
- приближно константан за сва мерења?

При преласку светлости из ваздуха у воду, светлосни зрак се прелама тако да је угао преламања мањи од упадног угла. Ово указује да је брзина светлости у води мања него у ваздуху. Везу између апсолутних индекса преламања обеју средина, упадног угла и угла преламања описује законом **преламања светлости**:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta.$$

Имајући у виду да је апсолутни индекс преламања повезан са брзином простирања светлости у датој оптичкој средини, односно,  $n_1 = c/v_1$  и  $n_2 = c/v_2$ , закон преламања светлости можемо записати као:

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} = \frac{\sin \beta}{v_2}.$$

Графички, преламање светлосног зрака при преласку из једне у другу провидну средину приказује се као на слици 3.

Шта се дешава ако светлосни зрак упада из средине са већим индексом преламања ка средини са мањим индексом? Као пример, можемо да поновимо експеримент, али овог пута ћемо ласер усмерити из воде ка ваздуху. Приметићемо да геометријска слика преламања остаје иста као на слици 3 и да закон преламања и даље важи, с том разликом што сада угао  $\beta$  има улогу упадног угла, а угао  $\alpha$  – угла преламања.

У практичним ситуацијама, често се дешава да светлост пролази кроз више различитих средина једном за другим. У таквим случајевима, закон преламања се примењује посебно за сваки прелаз, при чему важи релација

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_3 \sin \alpha_3 = \dots$$

Ова једначина омогућава праћење промена правца светлости при сваком преласку из једне оптичке средине у другу.

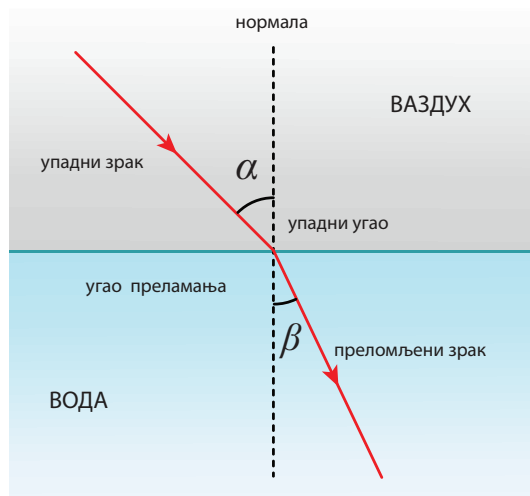
### ■ Планпаралелна плоча

Планпаралелна плоча је оптички елемент са две међусобно паралелне равне граничне површине, израђен од материјала чији се индекс преламања разликује од индекса преламања околне средине.

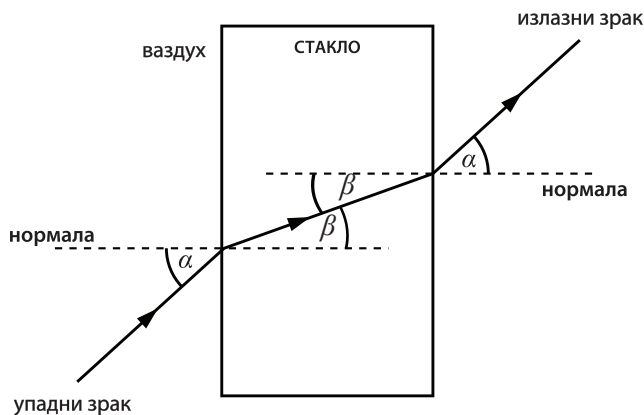
При проласку светлосног зрака кроз планпаралелну плочу, долази до два преламања:

- Прво при преласку из ваздуха у материјал плоче.
- Друго при преласку из материјала поново у ваздух.

При првом преламању, зрак мења правац простирања у складу са законом преламања. При другом преламању, правац простирања зрака поново се мења, тако да излазни зрак бива паралелан са упадним зраком (слика 4).



Слика 3. Шематски приказ преламања светлости, са означеним главним елементима



Слика 4: Шематски приказ преламања светлости код планпаралелне плоче

**РЕШЕН ПРИМЕР 1.**

Колики је угао преламања на последњој граничној површини планпаралелне плоче ако је индекс преламања плоче 1,5 а упадни угао на првој површини је  $\alpha = 30^\circ$ ? Плоча се налази у ваздуху

**Дато:**  $n_{\text{плочка}} = 1,5$ , а плоча у ваздуху је ( $n_{\text{воздух}} \approx 1$ ).

**Тражи се**  $\gamma$  – ?

**Решење:**

Прва гранична површина (ваздух  $\rightarrow$  стакло)  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ .

$$1 \cdot \sin 30^\circ = 1,5 \cdot \sin \beta; \quad \sin 30^\circ = 0,5 \Rightarrow \sin \beta = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3}; \quad \beta = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) \approx 19,47^\circ.$$

Друга гранична површина (стакло  $\rightarrow$  ваздух).

Код планпаралелне плоче обе површине су паралелне, па је унутрашњи упадни угао на другој површини исти:

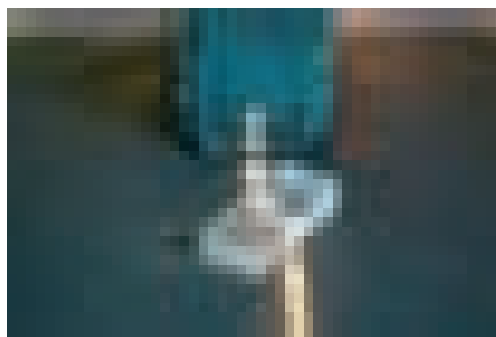
$$\alpha_2 = \beta \approx 19,47^\circ; \quad n_{\text{плочка}} \sin \alpha_2 = n_{\text{воздух}} \sin \gamma; \quad \sin \gamma = \frac{1,5 \cdot \sin 19,47^\circ}{1} = 0,5.$$

За угао преламања на граничној површини стакло - ваздух добија се  $\gamma = \arcsin(0,5) = 30^\circ$ , односно излазни зрак је паралелан упадном, само је померен.

Код планпаралелне плоче постоји још један важан ефекат: померање светлосног зрака. Иако је излазни зрак паралелан са упадним, он се не налази на истој правој (слика 5). Величина овог померања зависи од:

- Дебљине планпаралелне плоче.
- Индекса преламања материјала од којег је направљена планпаралелна плоча.
- Упадног угла светлости на првој граничној површини.

Ако је дебљина плоче позната, померање се може се израчунати помоћу тригонометрије у правоуглом троуглу.



**Слика 5.** Преламање светлости код планпаралелне плоче

**РЕШЕН ПРИМЕР 2.**

За колико ће се померити ласерски сноп светлости, у претходном примеру, ако је дебљина планпаралелне плоче 10 cm?

**Дато је:**

$$d = 10 \text{ cm}$$

$$n = 1,5$$

$$n_1 \approx 1$$

$$\alpha = 30^\circ$$

**Тражи се:**

$\delta$  – ?

У претходном задатку добили смо да:  
 $\beta \approx 19,47^\circ$ .

Померање  $\delta$  светлосног зрака је једнако

:  $\delta = \overline{AB} \cdot \sin(\alpha - \beta)$ , где је:

$$\overline{AB} = \frac{d}{\cos \beta}.$$

Коначно, за померање зрака добија се

$$\delta = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = 1,94 \text{ cm}$$



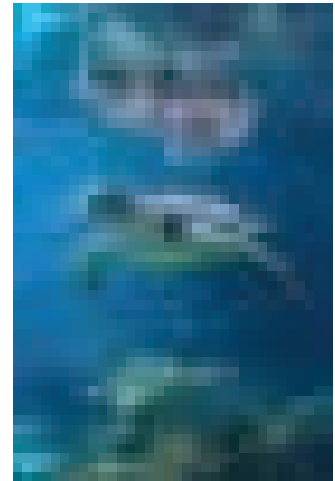


## Тотална рефлексција

Размотримо прелаз светлости из средине са већим индексом преламања ка средини са мањим индексом, на пример, из воде у ваздух. Ако упадни угао постепено повећавамо, угао преламања расте све до тренутка када ће достићи  $90^\circ$ . Упадни угао, при коме је угао преламања једнак  $90^\circ$ , назива се **гранични угао**.

Ако се упадни угао повећа још више светлост се потпуно одбија од граничне површине (слика 6).

**Тотална рефлексција** је појава при којој се светлост потпуно одбија од граничне површине када упада из средине са већим индексом преламања ка средини са мањим индексом, под углом већим од граничног.



Слика 6. Тотална рефлексција



### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Израчунати вредност граничног угла између воде и ваздуха.

Дато је:  $n_1 = 1,33$ ,  $n_2 = 1$

Дато је:  $\alpha_g$  – ?

#### Решење:

Према дефиницији, при граничном углу упада светлости, гранични угао преламања је:  $\beta = 90^\circ$ . Записујемо закон преламања светлости  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ .

Замењујемо  $\beta = 90^\circ$  и  $\sin 90^\circ = 1$ , па упадни угао постаје гранични угао  $\alpha = \alpha_g$ :

$$\text{Одавде: } \sin \alpha_g = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1,33} = 0,75.$$

$$n_1 \sin \alpha_g = n_2$$

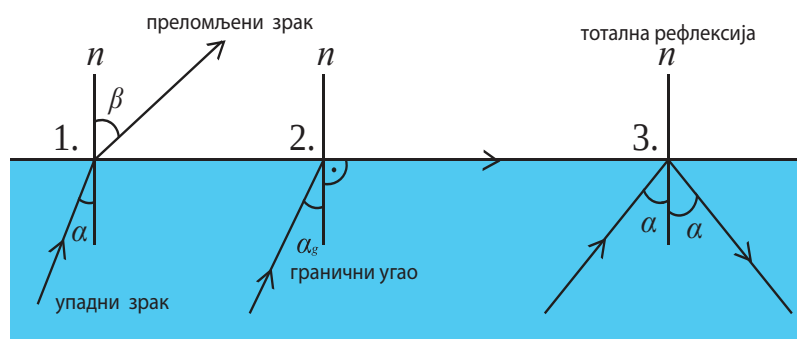
Гранични угао износи:  $\alpha_g = 48,8^\circ$ .

При преласку светлости из воде у ваздух, гранични угао износи  $48,8^\circ$ . За упадне углове веће од ове вредности, преломљени зрак више не постоји и настаје тотална рефлексција.

У општем случају, за прелаз из средине са већим индексом преламања  $n_1$  у односу на средину са мањим индексом преламања  $n_2$ , гранични угао одређује се једначином:

$$\sin \alpha_g = \frac{n_2}{n_1}.$$

На слици 7 приказани су случајеви преласка светлости из средине са већим индексом преламања у средину са мањим индексом преламања (1). На истој слици је приказано преламање светлости која на граничну површину пада под граничним углом (2), као и случај када светлост пада на граничну површину под углом већим од граничног угла, односно појава тоталне рефлексije (3).



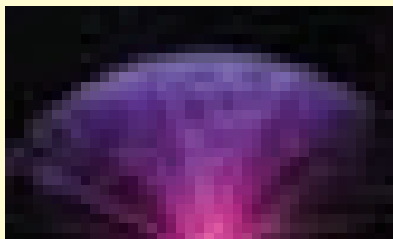
Слика 7. Прелаз из средине са већим индексом преламања ка средини са мањим. При граничном углу, преломљени зрак се шири дуж граничне површине.



## ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

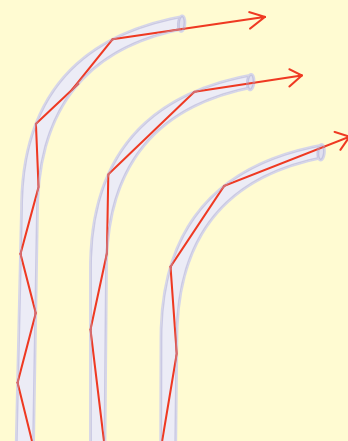
### Оптичка влакна – примена тоталне рефлексije

Једна од најважнијих савремених примена појаве тоталне рефлексije су **оптичка влакна**. Она се израђују од стакла или од пластике (језгро влакна), чији је индекс преламања већи од омотача влакна. Када светлосни зрак путује кроз оптичко влакно и падне на граничну површину између језгра и омотача под углом већим од граничног, уместо да изађе из влакна, он се потпуно одбија назад. Ова појава се понавља дуж целе дужине влакна, тако да светлост остаје заробљена у њему (слика 8).



Слика 9. Осветљена оптичка влакна која преносе светлост до њихових врхова

Због понављања тоталне рефлексije, светлост може да се преноси кроз оптичко влакно чак и када је оно савијено, при чему губи врло мали део своје енергије. Захваљујући овом својству, оптичка влакна имају широку примену у телекомуникацијама, медицини и у савременим компјутерским мрежама (слика 9).



Слика 8. Тотална рефлексija код оптичког влакна савијеног под различитим угловима



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

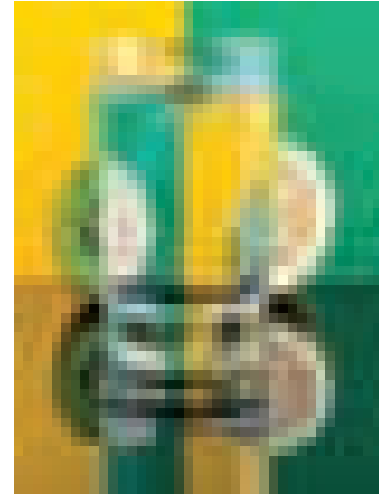
1. Зашто преламање светлости не зависи од дебљине средине, него само од њеног индекса преламања?
2. Две средине имају индексе преламања  $n_1$  и  $n_2$ , при чему  $n_1 > n_2$ . Како се мења гранични угао ако се разлика међу индексима повећава?
3. Брзина светлости у вакууму је  $3,0 \cdot 10^8$  m/s. Ако је брзина светлости у некој провидној средини  $2,0 \cdot 10^8$  m/s, израчунај индекс преламања те средине. (Решење: 1,5)
4. Светлосни зрак пролази кроз планпаралелну стаклену плочу са индексом преламања 1,4 и дебљином 2 mm. Упадни угао је  $45^\circ$ .
  - а) Израчунај угао преламања у плочи.
  - б) Израчунај угао излазног зрака из плоче.
  - в) За колико ће бити бочно померен зрак при излажењу из плоче?  
(Решење: а)  $30^\circ$  б)  $45^\circ$  в) 5,9 mm)
5. Ронилац се налази на дну језера на дубини од 20 m. Индекс преламања воде је 1,33.
  - а) Израчунај гранични угао за прелаз вода–ваздух.
  - б) Под којим највећим углом у односу на вертикалу ронилац може да гледа навише и да још увек види изван воде (без тоталне рефлексije)? (Решење: а)  $48,8^\circ$  б)  $48,8^\circ$  в) 22,8 m)
  - в) Колики је радијус „светлог круга“ на површини коју гледа ронилац?
6. Ронилац се налази на дну језера и гледа навише. Под углом од  $50^\circ$  у односу на нормалу примећује слику шкољке која се налази испод површине воде. Ако је дубина језера 15 m, на ком хоризонталном растојању од рониоца се налази шкољка? (Решење: 18 m)

### 3.5. Оптичка сочива

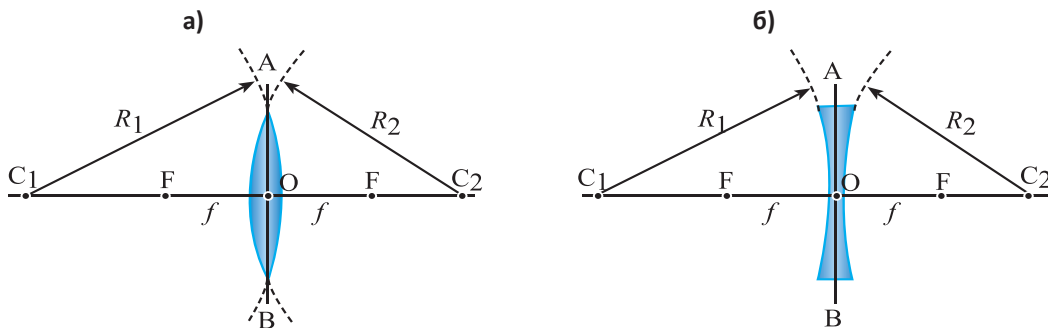
У претходној лекцији видели смо шта се дешава када светлост прелази из једне оптичке средине у другу. Као интересантан пример размотрили смо планпаралелну плочу, коју срећемо код свих равних стакала око нас. Али, шта ако плоча нема равне стране, него

закривљене? На пример, ако погледамо кроз цилиндричну чашу напуњену водом (слика 1), приметићемо да се ликови предмета који се налазе иза чаше појављују изобличени и померени у односу на њихов прави положај. Ово је пример оптичког **сочива**.

**Оптичко сочиво** је провидно тело са индексом преламања различитим од оног код околине и са најмање једном закривљеном граничном површином. Када светлост пролази кроз сочиво, она се прелама при уласку и при изласку из њега, слично као код планпаралелне плоче. Међутим, за разлику од ње, код сочива граничне површине нису паралелне, па излазни зраци могу да се скупљају или да се расипају. И код сочива разликујемо неколико карактеристичних елемената: **оптичку осу, оптички центар, главну раван и фокус**.



Слика 1. Преламање светлости кроз чашу са водом



Слика 2. Сочива која су ограничена са две сферне површине са различитим радијусима.

**Оптичка (или главна) оса** представља замишљену праву која пролази кроз центре кривине сферних површина које чине сочиво. На слици 2 она је приказана као права која повезује тачке  $C_1$  и  $C_2$ .

Сочиво може да се замисли пресечено са равни постављеном нормално на оптичку осу, тако да пролази кроз ивице сочива. Ова раван се назива главна оптичка раван и код сочива на слици 2 пролази кроз тачке А и В.

Тачка у којој главна оптичка раван сече оптичку осу назива се **оптички центар** сочива и обично се означава са О.

При пролажењу кроз сочиво, светлост се прелама на обе његове граничне површине. Ипак, при разматрању **танких сочива**, ова два преламања могу да се замене једним преламањем, што се сматра да се дешава на главној оптичкој равни.

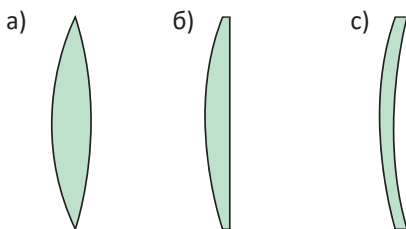
#### Сабирна и расипна сочива

Према облику постоје две главне врсте сочива: **сабирна (конвексна)** и **расипна (конкавна)**.

**Сабирна сочива**, која се често називају и испупчена сочива, карактеришу се тиме што им је дебљина највећа у средишњем делу, и постепено се смањује ка ивицама. Неколико типичних примера сабирних сочива приказано је на слици 3. У зависности од облика њихових површина, сабирна сочива се деле на: биконвексна, односно двоструко испупчена сочива (слика 3а), план-конвексна, односно равно–испупчена сочива (слика 3б), као и конвексно-конкавна, односно испупчено-удубљена сочива (слика 3в).

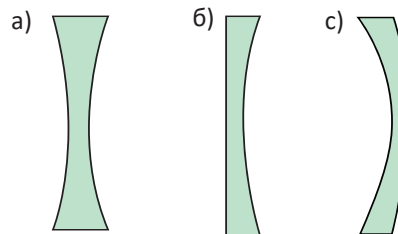
Основна и најважнија оптичка особина сабирних сочива је њихова способност да сакупљају светлосне зраке. **Сабирно сочиво** је сочиво кроз које се, после пролажења паралелног снопа зрака, зраци сакупљају у једној тачки названој **фокус сабирног сочива** (слика 5а).

**Расипна сочива**, за разлику од сабирних, имају најмању дебљину у средини, док су им ивице дебље. Примери расипних сочива приказани су на слици 4. Она се као и сабирна сочива, срећу у различитим облицима: биконкавна или двоструко удубљена сочива (слика 4а), план-конкавна или равно-удубљена сочива (слика 4б), конкавно-конвексна или удубљено–испупчена сочива (слика 4в).



**Слика 3.** Различити облици сабирних сочива

а) двоструко-испупчено сочиво, б) равно-испупчено сочиво в) испупчено-удубљено сочиво.

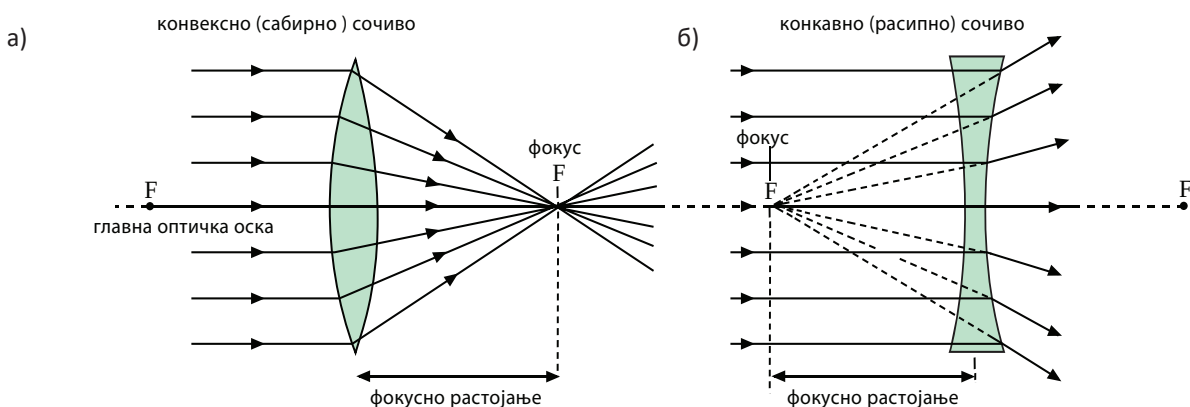


**Слика 4.** Различити облици расипних сочива

а) двоструко-удубљено сочиво, б) равно-удубљено сочиво, в) удубљено-испупчено сочиво

Кључна особина расипних сочива је то што она не сакупљају, него расипају светлосне зраке. **Расипно сочиво** је сочиво кроз које се, после пролажења паралелног снопа зрака, зраци расипају тако да се продужеци преломљених зрака секу у једној тачки која се назива **фокус расипног сочива**.

Ово је јасно приказано на слици 5б.



**Слика 5** а) Сабирно сочиво б) Расипно сочиво

Да ли ће се једно сочиво понашати као сабирно или расипно није одређено искључиво његовим обликом. Важну улогу има и индекс преламања материјала од којег је сочиво израђено, као и индекс преламања средине у којој се оно налази. Тако, сочиво које се у ваздуху понаша као сабирно, може да постане расипно ако се потопи у течност са већим индексом преламања од индекса преламања материјала од којег је сочиво направљено..

## Фокус и фокусно растојање код сочива

Када паралелан сноп светлосних зрака пролази кроз оптичко сочиво, његово даље простирање зависи од типа сочива. Код сабирног сочива, паралелни сноп зрака после пролажења кроз сочиво се сакупља у једну тачку. Та тачка се назива **фокус** и представља реалну тачку у простору у којој се светлост заиста сакупља. Зато кажемо и да је фокус код сабирног сочива **реалан**.

Код расипног сочива паралелни сноп зрака се после пролажења кроз сочиво расипа. У овом случају, фокус није тачка у којој се светлост заиста сакупља, већ геометријска тачка од које изгледа као да потичу преломљени зраци. Зато, је фокус код расипног сочива имагинаран и служи као помоћна тачка при описивању простирања светлости после њеног преламања кроз сочиво.

Фокус се обично означава са  $F$ . Растојање између фокуса и оптичког центра сочива назива се **фокусно растојање** и означава се са  $f$ .

Код сабирних сочива фокусно растојање има позитивну вредност, јер је фокус реалан. Код расипних сочива фокусно растојање има негативну вредност, јер је фокус имагинаран. Колико је фокусно растојање мање, толико сочиво више мења правац преломљених светлосних зрака. Фокусно растојање код танких сочива може да се одреди помоћу једначине:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

где је  $n$  преламања материјала од којег је направљено сочиво,  $n_0$  је индекс преламања оптичке средине у којој је постављено сочиво (на пример ваздух или вода), а  $R_1$  и  $R_2$  су полупречници кривине сферних површина.

У медицини и оптици најчешће се користи физичка величина јачина сочива, која карактерише способност сочива да фокусира светлосни сноп.

Јачина сочива је дефинисана као реципрочна вредност фокусног растојања и израчунава се помоћу релације.

$$J = \frac{1}{f},$$

где је фокусно растојање  $f$  у метрима. С обзиром на то што фокусно растојање може да има позитивну или негативну вредност, јачина сочива је позитивна код сабирних сочива, а негативна код расипних сочива. Јачина сочива се изражава  $\text{m}^{-1}$  оили у диоптријама ( $D$ ). Из формуле изнад, произлази да  $1 D = 1 \text{m}^{-1}$ . Сочиво са јачином 1 диоптрија има фокусно растојање од 1 m, сочиво са јачином 2 диоптрије има фокусно растојање од 0,5 m и тако даље. Пошто диоптрија није SI-јединица, за њено означавање не постоји јединствена стандардна ознака и у литератури се може срести као d, diop, D и слично.



### АКТИВНОСТ 1.

#### Одређивање фокусног растојања сабирног сочива

**Потребна апаратура:** сабирно сочиво (на пример, лупа или наочаре „за близину“), удаљен извор светлости (на пример, прозор или лампа на плафону), екран (на пример, бели лист папира).

#### Поступак:

1. Постави сочиво тако да буде окренуто ка извору светлости, при чему његова оптичка оса треба да буде усмерена ка извору.
2. Држећи сочиво непокретно, постави екран са супротне стране сочива, односно са стране где нема извора светлости.
3. Приближавај или удаљавај екран док на њему не добијеш јасну и оштру слику светлосног извора.

**Анализа експеримента:**

- а) Какав је добијени лик? Опиши га тако што ћеш користити исте карактеристике као и код огледала (усправан или обрнут, увећан или умањен, реалан или имагинаран).
- б) Колико износи растојање од сочива до екрана када је слика најјаснија? Како се назива ово растојање код сабирног сочива?

**Карактеристични зраци код сочива**

При цртању ликова предмета које даје сочиво користе се карактеристични зраци. Карактеристични зраци су зраци за које унапред знамо како ће се преломити при пролажењу кроз сочиво. За конструкцију лика, довољно је користити два од следећа три зрака приказана на слици 6.

**1. Зрак паралелан са главном оптичком осом**

Сабирно сочиво: Ако је упадни зрак паралелан са оптичком осом, после преламања кроз сочиво, он пролази кроз други фокус сочива (на другој страни сочива).

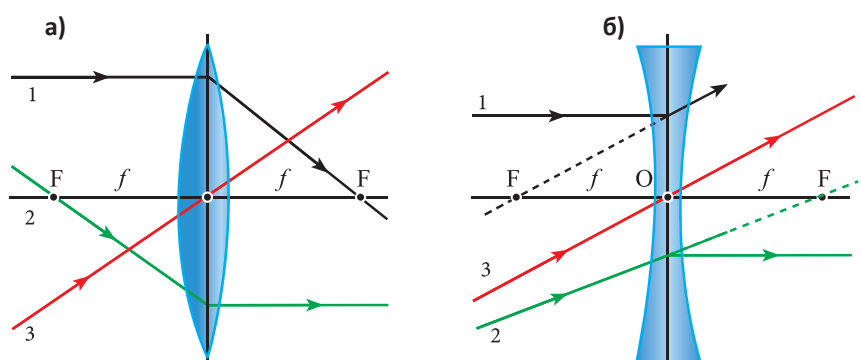
Расипно сочиво: Ако је упадни зрак паралелан са оптичком осом, после пролажења кроз сочиво, он се расипа тако да продужетак преломљеног зрака пролази кроз први фокус сочива.

**2. Зрак који пролази кроз фокус**

Сабирно сочиво: Ако упадни зрак пролази кроз фокус, после преламања кроз сочиво, он се простира паралелно са главном оптичком осом.

Расипно сочиво: Ако је упадни зрак усмерен ка другом фокусу сочива (на другој страни сочива), после преламања кроз сочиво, он се простира паралелно са главном оптичком осом.

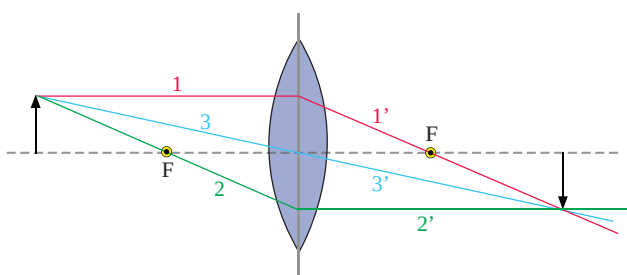
**3. Упадни зрак који пролази кроз оптички центар** после пролажења кроз оптички центар не мења правац простирања.



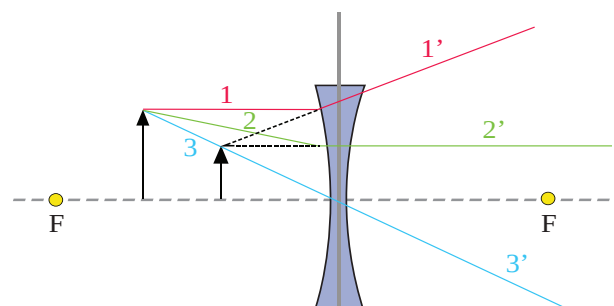
Слика 6 а) Карактеристични зраци код сабирног сочива  
б) Карактеристични зраци код расипног сочива

**Конструкција ликова код сочива**

Пресеком преломљених зрака (или њихових продужетака) одређује се положај лика посматране тачке предмета. На сликама 7 и 8 приказана је конструкција лика уз коришћење карактеристичних зрака код сабирног и код расипног сочива.



Слика 7. Конструкција лика код сабирног сочива  
Слика 8. Конструкција лика код расипног сочива



Слика 8. Конструкција лика код расипног сочива



## АКТИВНОСТ 2.

Конструиши лик предмета постављеног испред сабирног сочива у:

- Двоструком фокусном растојању;
- Фокусу;
- Између фокуса и центра.

Уз помоћ симулације дате на интернет – страници:

[Geometric Optics - Оптика | Lenses | Mirrors - PhET Interactive Simulations](#)

Направи проверу својих конструкција.



## Једначина танког сочива

У претходним примерима, уз помоћ геометријске конструкције, одређивали смо какав ће бити лик и на којој ће се страни сочива појавити. За прецизно одређивање растојања до лика, користи се једначина за танко сочиво:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$$

при чему је  $p$  растојање од сочива до предмета,  $l$  растојање од сочива до лика, а  $f$  фокусно растојање сочива. Фокусно растојање има позитивну вредност (код сабирног сочива) или негативну вредност (код расипног сочива). Ако је лик имагинаран онда  $l$  има негативну вредност.

Ради одређивања колико је лик увећан или умањен у односу на предмет, користи се физичка величина **увећање сочива**  $U$ , дефинисана као однос висине лика и висине предмета:

$$U = \frac{h_l}{h_p},$$

где је  $h_l$  висина лика, а  $h_p$  је висина предмета. Увећање може да се израчуна и преко растојања од предмета до сочива и преко растојања од лика до сочива, односно:

$$U = \frac{|l|}{p}.$$

Ако је увећање веће од 1, онда је лик увећан, ако је увећање једнако 1, онда је лик исте величине као и предмет, а ако је увећање мање од 1, онда је лик умањен у односу на предмет.



## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Предмет висине 10 cm постављен је на растојању од 5 cm од оптичког центра сочива. Лик се формира на растојању од 3 cm са исте стране сочива на којој се налази и предмет. Одредити:

- Увећање које се добија сочивом.
- Висину лика.
- Фокусно растојање и тип сочива.

**Дато је:**  $P = 10 \text{ cm}$ ,  $p = +5 \text{ cm}$ ,  $l = -3 \text{ cm}$

**Тражи се:**  $U = ?$   $h_l = ?$   $f = ?$

а) Увећање  $U$  за танко сочиво је:  $U = \frac{|l|}{p} = 0,6$ . Пошто  $U < 1$ , лик је умањен.

б) Висина лика је  $h_l = U \cdot h_p = 6 \text{ cm}$ .

в) За фокусно растојање  $f$ , из једначине за танко сочиво:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \Rightarrow f = \frac{pl}{p+l} = -7,5 \text{ cm}.$$

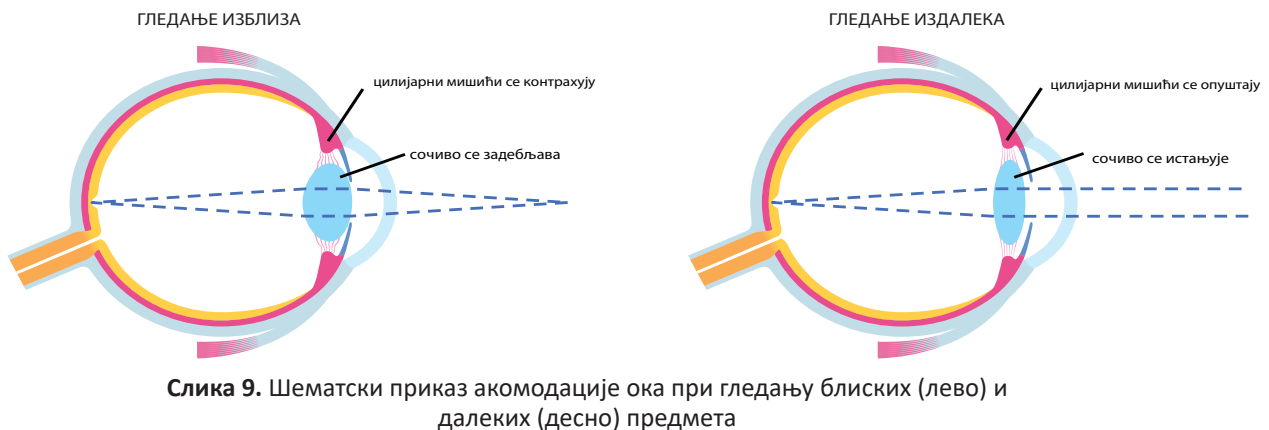
Негативна вредност фокусног растојања показује да је употребљено расипно сочиво.



## Како видимо оком?

Сочива срећемо свуда око нас, а једно од њих се налази и у људском оку, очно сочиво, које има кључну улогу у процесу вида. До ока стижу светлосни зраци од предмета у околини. Када је предмет далеко, зраци су приближно паралелни, а када је близу, они се шире, и растурају у различитим правцима у простору. За јасан вид, ови зраци морају да формирају реалан лик тачно на мрежњачи, која представља слој у задњем делу ока који је осетљив на светлост. Рожњача и очно сочиво заједно делују као једно танко сабирно сочиво. Рожњача обезбеђује највећи део преламања, а очно сочиво омогућава прецизно фокусирање. Будући да је растојање између сочива и мрежњаче приближно стално, фокусно растојање очног сочива се мора прилагођавати при гледању предмета који су на различитом растојању од ока. Ова способност очног сочива се назива акомодација и постиже се деловањем цилијарних мишића (слика 9). При гледању блиских предмета, сочиво се задебљава и има мање фокусно растојање, а при гледању далеких предмета, оно се истањује и фокусно растојање се повећава.

Количина светлости која улази у око се регулише зеницом, која се шири при слабој, а сужава при јакој светлости. Светлосне информације се преносе преко оптичког нерва до мозга, где се ствара осећај за вид.



Ипак, око није савршен оптички апарат. Код многих људи постоје одступања у фокусирању, па се слика не ствара тачно на мрежњачи, већ мало испред или иза ње. У том случају, слика коју перципирамо је замућена. Ово је слично ситуацији коју смо уочили у Активности 1, када екран није био постављен тачно у положај у којем се налазио лик. Овакве неправилности у фокусирању доводе до појава као што су **кратковидост** и **далековидост** (слика 10). Код кратковидости, око не може јасно да фокусира далеке предмете. Притом, слика далеких предмета се формира пред мрежњачом. Код далековидости, проблематично је гледање блиских предмета. У том случају, слика се формира иза мрежњаче.





## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Ученица је кратковида и носи наочаре са оптичком јачином  $-3D$ . До ког растојања може да види јасно без наочара?

Дато је е:  $J = -3D$

Тражи се  $r = ?$

## Решење:

Код кратковидог ока далеки предмети се фокусирају испред мрежњаче. Зато су корективне наочаре расипне и имају задатак да учине да зраци од далеких предмета изгледају као да потичу од најдаље тачке на оку, највећег растојања на коме око може да гледа јасно без корекције.

$$\text{Фокусно растојање наочара је : } f = \frac{1}{J} = -\frac{1}{3\text{m}^{-1}} = -0,33\text{m}, \quad r = |f| = 0,33\text{m}.$$

По апсолутној вредности, ово растојање одговара најдаљој тачки ока.

Зато, без наочара, ученица може јасно да гледа предмете на растојању до 33 cm, а даљи предмети јој изгледају замагљено.



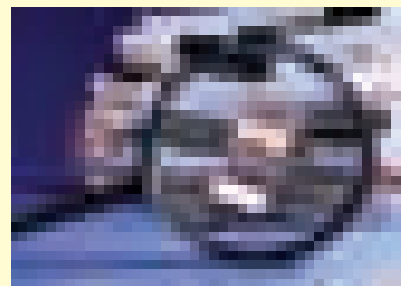
## ПРИМЕНА У СВАКОДНЕВНОМ ЖИВОТУ

## Оптички уређаји

Осим наочара, које многи људи користе свакодневно, постоје и многи други оптички уређаји који омогућавају боље осматрање блиских или далеких предмета. Оптички уређај је систем од једног или више сочива (или огледала) који омогућава увећање или јасније приказивање предмета које људско око не може довољно јасно да разликује само по себи.

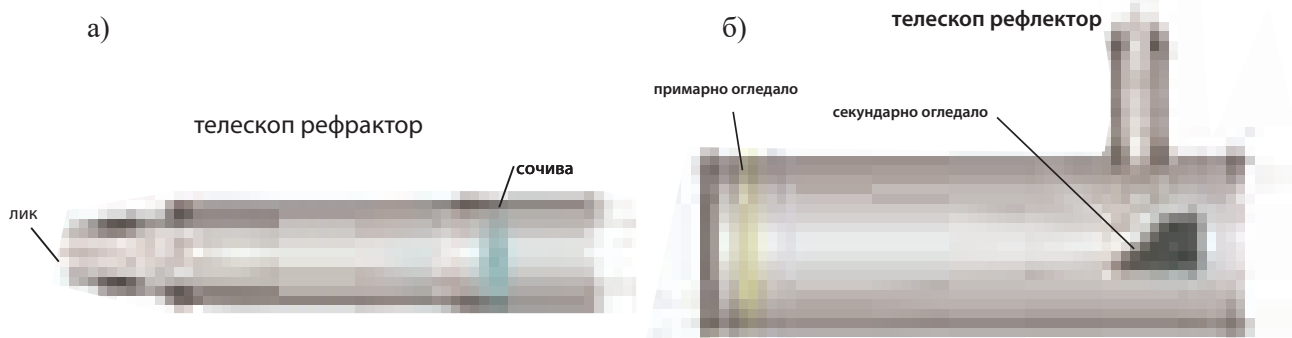
Најједноставнији оптички уређај је **лула**. Она представља сабирно сочиво које се користи за осматрање и увећање малих предмета постављених близу сочива (слика 11). При правилној употреби, лула ствара имагинаран, усправан и увећан лик, што је директна примена својстава сабирног сочива разматраних у претходном делу.

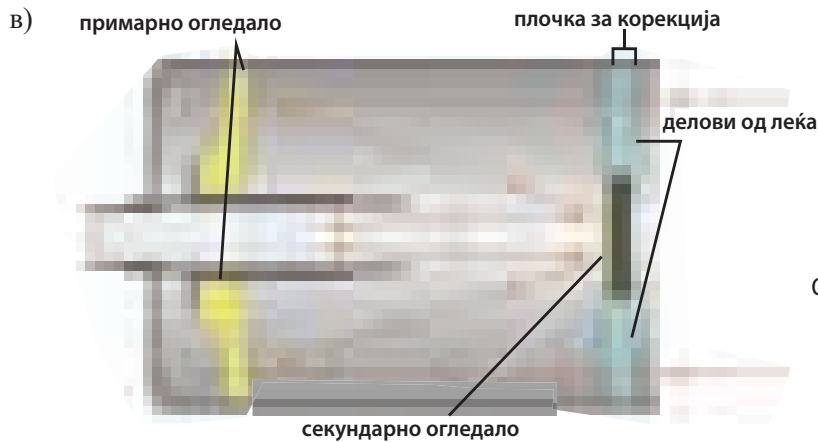
Сложенији оптички уређаји су **телескопи и микроскопи**. Телескоп је уређај који користи систем од сочива, огледала или њихове комбинације за осматрање многих далеких предмета. У зависности од оптичке конструкције, телескопи могу да буду рефлектори (са сочивима), рефлектори (са огледалима) или комбиновани (са сочивима и огледалима) као што је приказано на слици 12. Двоглед је посебна врста телескопа која омогућава посматрање обема очима истовремено.



Слика 11.

Увећање помоћу луле





Слика 12 Различите врсте телескопа:  
а) рефрактор, б) рефлектор и в)  
комбиновани (доле)



### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Скица лика код телескопа рефрактора.

#### Решење:

Рефракторски телескоп се састоји од два сабирна сочива:

–Објектив, са великим фокусним растојањем  $f_1$ ;

–Окулар, са знатно мањим фокусним растојањем  $f_2$ , при чему важи  $f_1 \gg f_2$

Предмети који се осматрају налазе се на веома великим растојањима, па светлост која долази од њих упада на објектив као приближно паралелан сноп зрака. По пролазу кроз објектив, зраци се сакупљају у његовој фокалној

равни, где се формира реалан лик  $A'B'$ . Овај лик служи као предмет за окулар. Окулар је постављен тако да се лик  $A'B'$  налази у његовој фокалној равни или веома близу ње. По пролазу кроз окулар, зраци излазе расути, а њихови продужеци уназад дају крајњи имагинаран лик  $A''B''$ , које осматра око (слика 13).

Крајњи лик је изврнут у односу на предмет и не може да се пројектује на екран.



Слика 13. Конструкција лика код телескопа

Код микроскопа сочива су постављена тако да омогућавају осматрање веома малих предмета са великим увећањем (слика 14). За разлику од телескопа, предмет се код микроскопа налази веома близу до уређаја, а увећање се постиже комбинацијом два сочива.

Слика 14. Крило инсекта осматрано помоћу оптичког микроскопа





## РЕШЕН ПРИМЕР 4.

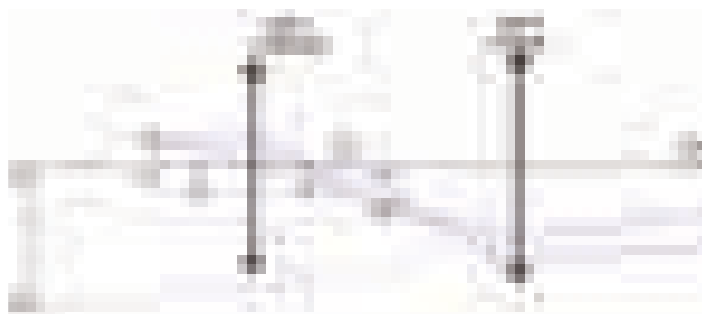
Скица лика код микроскопа.

Микроскоп се састоји од два сабирна сочива:

- Објектив са малим фокусним растојањем  $f_1$ ;
- Окулар са већим фокусним растојањем  $f_2$ , при чему важи  $f_1 \ll f_2$ .

Предмет се поставља веома близу објектива, мало изван његовог фокуса. Светлосни зраци који излазе из предмета пролазе кроз објектив, при чему се сакупљају и формирају реалан, изврнут и увећан лик. Овај лик се налази на растојању мањем од фокусног растојања окулара и служи као предмет за њега.

Окулар делује као лупа и од овог лика ствара крајњи имагинаран и додатно увећан лик, који посматра око (слика 15). Крајњи лик је изврнут у односу на предмет и не може да се пројектује на екран.



Слика 15. Конструкција лика код микроскопа



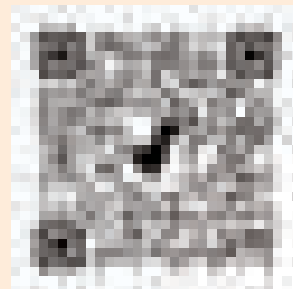
## АКТИВНОСТ 3.

## Шеме телескопа и микроскопа у симулацији

Помоћу симулације Симулација оптичких зрака (Ray Optics Simulation), конструиши различите врсте телескопа приказане на сликама 12 и 13, као и микроскоп са слике 15.

Да би направили сопствене конструкције са различитим оптичким елементима, изаберите опцију Launch Simulator. У галерији (Gallery) су доступни и већ припремљени примери оптичких система.

Симулација је доступна на следећем линку: <https://phydemo.app/ray-optics/>



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

Зашто наочаре са сабирним сочивом не показују видљиво увећан лик, иако је сочиво сабирно?

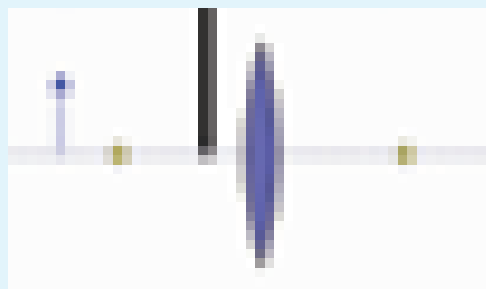
1. Шта ће се десити са ликом ако сочиво прекријемо непровидним екраном до половине као што је приказано на слици доле? Провери одговор на симулацији Ray Optics Simulation (Види слику доле десно).

3 Шта се дешава са фокусним растојањем ако прилепимо два сочива једно уз друго?

4. Предмет висине 6 cm се налази на растојању од 18 cm од оптичког центра сабирног сочива са фокусним растојањем од 9 cm. Одредити: а) растојање лика до сочива; б) увећање сочива; в) величину и тип лика. (Решење  $l = 18\text{ cm}$ ,  $U = 1$ , сједнак, реалан)

5. Предмет висине од 5 cm је постављен на растојању од 12 cm расипног сочива са фокусним растојањем од

–8 cm. Одредити: а) растојање лика до сочива



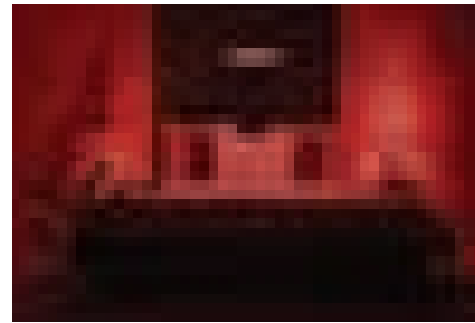
б) увећање сочива; в) висину и тип lika. (Решење: а)  $l = -4,8\text{ cm}$ ; б)  $U = 0,4$ ; в)  $h_l = 2\text{ cm}$ , смањен и имагинаран)

6. Предмет висине  $10\text{ cm}$  налази се на растојању од  $25\text{ cm}$  од сабирног сочива. Апсолутна вредност увећања је  $0,5$ . Одредити: а) растојање; б) фокусно растојање сочива; в) висину и тип lika. (Решење: а)  $l = 12,5\text{ cm}$ ; б)  $f = 8,33\text{ cm}$ ; в)  $h_l = 5\text{ cm}$ , смањен, реалан)

7. Сабирно сочиво са фокусним растојањем од  $10\text{ cm}$  и расипно сочиво са фокусним растојањем од  $-5\text{ cm}$  постављени су на растојању од  $20\text{ cm}$  једно од другог. Предмет се налази на растојању од  $30\text{ cm}$  испред првог сочива. а) Одредити лик настао од првог сочива. б) Одредити коначни лик система. в) Одредити укупно увећање. (Решење  $l_1 = 15\text{ cm}$ ,  $U_1 = 0,5$  (реалан, смањен, обрнут),  $l_2 = -2,5\text{ cm}$ ,  $U_2 = 0,5$  (имагинаран, смањен, усправан),  $U = 0,25$ ).

## 3.6. Дисперзија светлости

Какву боју има светлост која долази од Сунца? Обично, Сунце видимо као жуто, а понекад и као наранџасто. Пре него што одговоримо на ово питање прецизније, да размотримо један једноставан пример.



Слика 1. Иста соба осветљена белом светлошћу (лево) и црвеном светлошћу (десно)

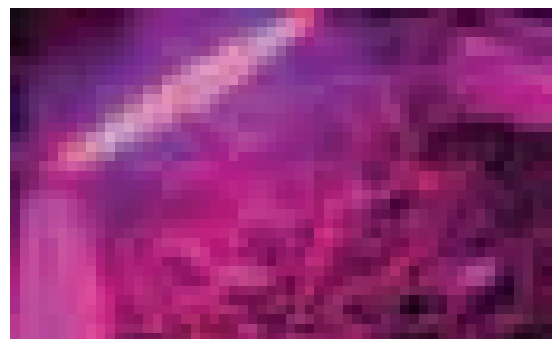
У некој просторији је постављена лампа састављена искључиво од црвених ЛЕД-сијалица. Какву боју ће имати предмети у просторији?

На слици 1 (десно), просторија изгледа као да је обојена у црвено. Боја предмета се не мења, али пошто извор емитује само црвену светлост, до ока може да стигне једино та компонента светлости коју предмети одбијају.

Предмети око нас могу изгледати различито обојени у зависности од осветљења. Када светлост падне на предмет, он апсорбује део таласних дужина, а остале одбија. **Боја предмета је одређена таласним дужинама светлости која се одбија и стиже до нашег ока.** Сунце је природни извор беле светлости, јер садржи све видљиве таласне дужине, а његов спектар се може уочити код дуге. Зато при осветљењу белом светлошћу предмети показују своју „праву“ боју.

Свака боја одговара одређеној таласној дужини.

Светлост са једном таласном дужином назива се **монохроматска**, а светлост састављена од више боја назива се **полихроматска светлост**. Полихроматска светлост не мора да садржи све видљиве боје. На пример, комбинација црвене и плаве светлости ствара утисак љубичасте боје (слика 2).

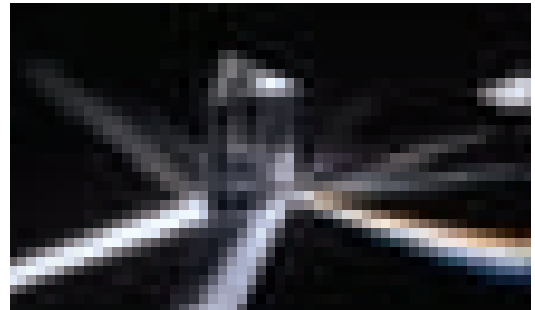


Слика 2. Биљке осветљене лампом састављеном од плавих и црвених сијалица

Важна особина индекса преламања је то што, у свим срединама различитим од вакуума, његова вредност **зависи од таласне дужине светлости**. Пошто је индекс преламања функција од таласне дужине, светлост са различитим таласним дужинама се прелама под различитим угловима при преласку из једне средине у другу. Са повећањем таласне дужине, индекс преламања се смањује. Због тога, светлост са краћом таласном дужином (на пример плава или љубичаста) има већи индекс преламања и прелама се више него светлост са већом таласном дужином (на пример црвена светлост).

Када бела светлост пролази кроз призму, различите боје се преламају различито, односно бела светлост се разлаже. Тако се добија **видљив спектар**, састављен (по редоследу опадања таласне дужине) црвена, наранџаста, жута, зелена, плава, тамноплава и љубичаста светлост.

Разлагање беле светлости на боје назива се **дисперзија светлости**.



Слика 3. Дисперзија беле светлости троугластом призмом



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

На стаклену средину упада светлосни сноп под углом од  $30^\circ$ . Истовремено упадају црвена светлост, са таласном дужином од  $630 \text{ nm}$ , и плава светлост, са таласном дужином од  $440 \text{ nm}$ . Индекси преламања за црвену и за плаву светлост су:  $n_{\text{ц}} = 1,32$  и  $n_{\text{п}} = 1,38$ . Одредити разлику у угловима преламања двеју светлости.

#### Решење:

Искористићемо закон преламања светлости.:  $\sin \alpha = n \sin \beta$ .

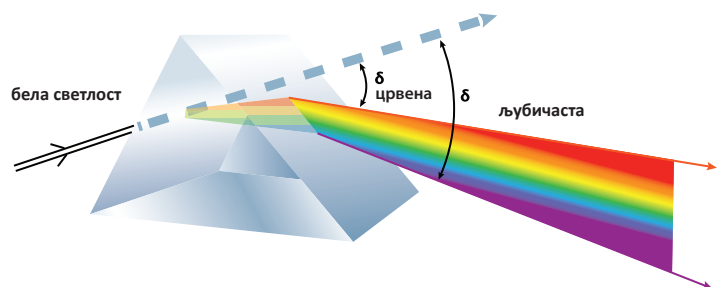
$$\text{Црвена светлост: } \sin \beta_{\text{ц}} = \frac{\sin 30^\circ}{1,32} = 0,379, \quad \beta_{\text{ц}} = 22,3^\circ.$$

$$\text{Плава светлост: } \sin \beta_{\text{п}} = \frac{\sin 30^\circ}{1,38} = 0,362, \quad \beta_{\text{п}} = 21,2^\circ. \quad \text{Разлика у угловима преламања је :}$$

$$\Delta\beta = \beta_{\text{ц}} - \beta_{\text{п}} = 1,1^\circ.$$

Иако обе светлости упадају под истим углом, оне се преламају под различитим угловима, пошто индекс преламања зависи од таласне дужине. Плава светлост, која има мању таласну дужину, прелама се више него црвена. Ова разлика у угловима преламања је физичка основа појаве дисперзије светлости.

Дисперзија светлости може да се објасни помоћу призме, која је провидно тело ограничено са две равне, нагнуте површине кроз које се светлост прелама при уласку и при изласку (слика 3). На цртежима призма се најчешће приказује са троугластим пресеком, пошто угао између ове две површине одређује укупну промену смера правца светлосног зрака, односно његову девијацију. Када кроз призму пролази бела светлост различите боје се преламају под различитим угловима. Угао из-

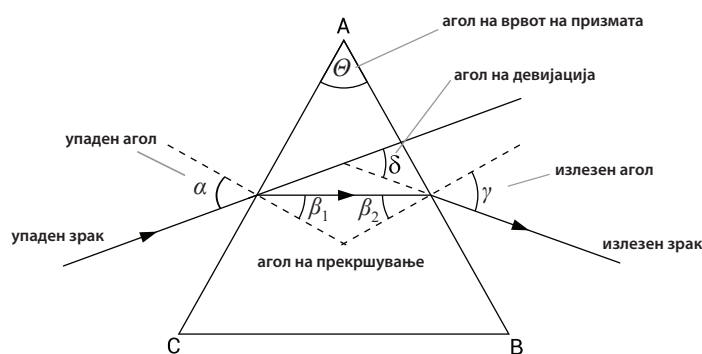


Слика 4. Шематски приказ угла девијације код црвене и љубичасте боје

међу смера упадног зрака и смера излазног зрака назива се угао девијације. Практично, то је угао између продужетака упадног и излазног зрака. Пошто индекс преламања зависи од таласне дужине, угао девијације није исти за све боје (слика 4).

На слици 5 приказано је кретање светлосног зрака кроз призму.

Коришћене ознаке и њихово значење су дати у табели 1



Слика 5. Преламање зрака кроз призму.  
На шеми су обележени главни елементи.

| Ознака                     | Значење                                                                       |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha$                   | упадни угао на првој граничној површини (угао између упадног зрака и нормале) |
| $\beta_1$                  | угао преламања на првој граничној површини                                    |
| $\beta_2$                  | угао упада на другој граничној површини                                       |
| $\gamma$                   | угао изласка (угао између излазног зрака и нормале на другој површини)        |
| $\theta$ (чита се „тета“)  | угао при врху призме                                                          |
| $\delta$ (чита се „делта“) | угао девијације (укупна промена смера правца зрака)                           |

Табела 1. Коришћене ознаке и њихово значење при преламању светлости кроз призму

Код призме са малим углом при врху призме  $\theta$ , ако је постављена у ваздуху, угао девијације  $\delta$  израчунава се по формули:

$$\delta \approx (n-1)\theta$$

Одавде следи да угао девијације није исти за све боје зато што индекс преламања зависи од таласне дужине светлости.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Танка призма има угао при врху  $\theta = 6^\circ$ . Кроз призму пролази црвена светлост са таласном дужином од 630 nm и плава светлост са таласном дужином од 440 nm. Индекс преламања за обе светлости је:  $n_{\text{сина}} = 1,38$  и  $n_{\text{црвена}} = 1,32$ . Са приближном релацијом за танку призму, одредити минималну девијацију за обе светлости и њихову разлику.

#### Решение:

Плава светлост:  $\delta_{\min, \text{сина}} \approx (1,38 - 1) \cdot 6^\circ = 0,38 \cdot 6^\circ = 2,28^\circ$ .

Црвена светлост:  $\delta_{\min, \text{црвена}} \approx (1,32 - 1) \cdot 6^\circ = 0,32 \cdot 6^\circ = 1,92^\circ$ .

Разлика у девијацијама:  $\Delta\delta_{\min} = \delta_{\min, \text{сина}} - \delta_{\min, \text{црвена}} = 2,28^\circ - 1,92^\circ = 0,36^\circ$ .

Ова мала разлика у угловима је физички узрок због ког се бела светлост разлаже на спектар. Иако су појединачни углови мали, на већем растојању од призме они доводе до јасно видљивог раздвајања боја. Зато су призме и спектрометри основни инструменти за проучавање састава светлости у физици и у астрономији. ти за проучавање на саставот на светлината во физиката и во астрономијата.





## АКТИВНОСТ 1.

**Циљ:** Испитати зависност угла девијације  $\delta$  од упадног угла  $\alpha$  код призме.

**Апаратура:** Ласерски извор са линијским снопом, призма, угломер, лист папира, оловка.

Пажљиво! Никада не гледај директно у ласер.

**Поступак:**

1. Призма се поставља на лист папира и исцртава се њена контура.
2. Ка једној од страна призме усмерава се ласерски сноп. На листу се обележавају најмање две тачке на упадном зраку и две тачке на излазном зраку.
3. Призма се уклања, а преко обележених тачака исцртавају се упадни и излазни зрак. Исцртавају се нормале на обе граничне површине
4. Угломером се мере упадни угао  $\alpha$  и излазни угао  $\gamma$ , у односу на одговарајуће нормале.
5. Обележава се угао девијације  $\delta$  и мери се угломером.
6. Ласер се помера, тако да ће се добити нов упадни угао. Затим се поступак понавља за више вредности упадног угла.
7. Резултати се уписују у табелу:
8. Зависност угла девијације  $\delta$  од упадног угла  $\alpha$  приказује се графички.
9. На основу графика, одговори на следећа питања:

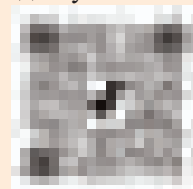
| N   | $\alpha$ (°) | $\gamma$ (°) | $\delta$ (°) |
|-----|--------------|--------------|--------------|
| 1   | 30°          |              |              |
| 2   | 40°          |              |              |
| ... |              |              |              |

- а) Како се мења угао девијације са повећањем упадног угла?
- б) За коју вредност угла  $\alpha$  угао девијације је најмањи
- в) Каква је веза између упадног и излазног угла при минималној девијацији?
- г) За коју вредност угла  $\alpha$  се добија најмањи  $\delta$ ? Колика је вредност угла  $\gamma$  за тај упадни угао?

Напомена:

Иста активност може да се изведе PhET симулацијом Bending Light (режим Prisms), при чему се укључивањем опције protractor могу директно мерити углови. Симулација се може наћи на интернет страници:

<https://phet.colorado.edu/en/simulations/bending-light>.



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Да ли је светлост полихроматска? А да ли полихроматска светлост бела?
2. Зашто се монохроматска светлост не разлаже на боје при пролазу кроз призму?
3. Како ће се променити угао девијације ако је призма направљена од материјала са већим индексом преламања?
4. Како ће изгледати дисперзија ако индекс преламања не зависи од таласне дужине?
5. Да ли је могуће да две призме дају исти угао девијације за исту таласну дужину? Од чега ће то зависити?
6. Код троугласте призме угао при врху је 50°. При једном експерименту измерен је: упадни угао од 35° и угао девијације од 25°.
  - а) Одредити излазни угао.

б) Ако се у истом експерименту измери да се упадни угао повећао за  $10^\circ$ , а угао при врху је исти, колики ће бити угао девијације ако угао излаза остане исти као у а) Објасни. (Решење:  $40^\circ$ ,  $35^\circ$ )

7. Ка троугластој призми са углом при врху од  $45^\circ$  упадају два монохроматска зрака (црвени и плави) под истим упадним углом од  $30^\circ$ . Индекси преламања материјала су:  $n_{\text{црвена}} = 1,32$  и  $n_{\text{сина}} = 1,38$ . Одредити разлику у угловима излажења. (Решење:  $3,3^\circ$ )

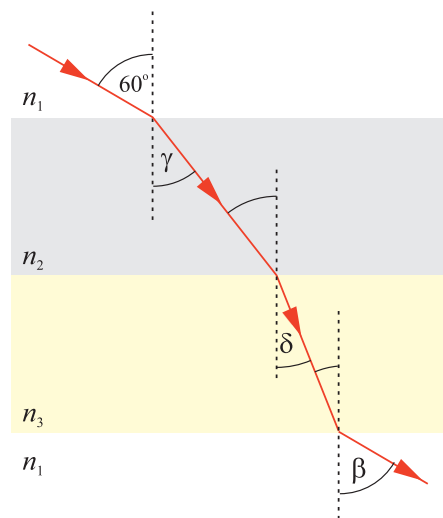
## Тема 3: ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Какве теорије постоје о природи светлости? Објасни их и упореди.
2. Два електромагнетна таласа се простиру у вакууму. Који од њих се креће брже: онај са већом или онај са мањом фреквенцијом?
3. Светлост путује различитом брзином у различитим срединама. Поређај ове средине по реду, према брзини светлости кроз њих, почевши од средине у којој је она најмања: ваздух, дијамант, вакуум, вода.
4. Зашто је могуће имагинарну слику предмета видети очима или фотографисати?
5. Замислимо да желиш да запалиш ватру фокусирањем сунчеве светлости на комад хартије помоћу удубљеног огледала. На ком растојању од огледала треба држати хартију за најбоље резултате?
6. Код планпаралелне плоче излазни зрак је паралелан са упадним зраком. Да ли то значи да не долази до преламања? Објасни.
7. Планпаралелна стаклена плоча има дебљину од 8 cm и индекс преламања 1,50. Светлосни зрак упада под углом од  $30^\circ$ . За колико ће бити бочно померен зрак при изласку из плоче? (Решење: 1,6 cm)
8. Зашто се код расипног сочива лик увек налази између сочива и фокуса?
9. За расипно сочиво, ако је растојање лика  $l$  негативно, где ће се налазити он у односу на предмет?
10. Како ће се променити угао девијације ако је призма направљена од материјала са већим индексом преламања?
11. Ако антена на једном радио-пријемнику има дужину скоро од 75 cm, колики је ред величине фреквенције на којој ради тај пријемник? (Решење: 300 MHz)
12. Величина светлосне година се дефинише преко брзине светлости: једна светлосна година је растојање које светлост пређе у вакууму за време од једне године. Израчунај колико метара има у једној светлосној години? (Решење :  $9,46 \cdot 10^{15}$  m)
13. Светлосни зрак упада на равно огледало и одбија се по закону рефлексије. У почетном положају, угао између упадног и одбијеног зрака износи  $23^\circ$ . Затим се огледало ротира тако да се упадни угао повећава за  $10^\circ$ , а положај извора светлости се не мења. Колики ће бити нови угао између упадног и одбијеног зрака после ротације огледала? (Решење:  $43^\circ$ )
14. Дато је сферно огледало за које је фокусно растојање два пута мање од растојања предмета од огледала  $\frac{p}{f}$ .
  - а) Изрази увећање преко односа  $\frac{p}{f}$ .
  - б) Посебно размотри случајеве код удубљеног и код испупченог огледала.
  - в) Да ли је могуће, у оба случаја, да увећање да исту вредност?
 (Решење: а)  $\frac{p}{f} - 1$  ; б) 1: реалан, обрнут, исте величине; 1/3: имагинаран, усправан, умањен; в) не)

15. Неки фотоапарати као објектив користе огледало уместо сочива. Колики полупречник закривљености је потребан да конкавно огледало замени сочиво са фокусним растојањем од 0,8 m? (Решење: 1,6 m)
16. Зум-објектив на једном фотоапарату има променљиво фокусно растојање од 80,0 mm до 200 mm. Одреди минимални и максимални износ оптичке јачине објектива. (Решење:  $5\text{ D} < J < 12,5\text{ D}$ )
17. Предмет висине од 5 cm је постављен на растојању од 12 cm од расипног сочива са фокусним растојањем од 8 cm. Одредити:
  - а) растојање lika од сочива;
  - б) увећање lika;
  - в) висину и карактеристике lika.

(Решење: а)  $= -4,8\text{ cm}$ ; б)  $0,4$ ; в)  $h_l = 2\text{ cm}$ , умањен и имагинаран)

18. Ласерски зрак из ваздуха чији је индекс преламања 1 пролази кроз две планпаралелне плоче постављене једна на другу као што је приказано на слици десно. Индекс преламања прве плоче је 1,33 а друге плоче износи 1,5. Одреди непознате углове на цртежу. Под којим углом излази зрак из друге планпаралелне плоче? (Решење:  $\gamma = 40,6^\circ$ ,  $\delta = 35,3^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ )
19. Оптичко влакно је израђено од флинт-стакла са индексом преламања 1,66, обложено крон-стаклом са индексом 1,52. Колики је гранични угао за тоталну рефлексију? (Решење  $66^\circ$ )
20. Лик предмета добијен помоћу сабирног сочива је увећан 3 пута. Ако се предмет удаљи од сочива за 4 cm, увећање ће се смањити 2 пута. Одреди фокусно растојање сочива. (Решење: 12 cm)



# ТЕМА 4:

## Атомска и нуклеарна физика

Материја која нас окружује изграђена је од честица изузетно малих димензија, чије се понашање не може потпуно објаснити законима класичне физике. Да би се разумели грађа атома и процеси који се одвијају у њиховом језгру, потребан је другачији физички приступ.

Област физике која проучава грађу и својства атома назива се атомска физика, а она која проучава језгра и процесе у њима назива се нуклеарна физика. У овој теми упознаћете се са атомским моделима, енергетским нивоима и спектрима, интеракцијом зрачења са материјом, као и са структуром и својствима атомског језгра.

Размотриће се појаве, као што су радиоактивни распад, нуклеарне реакције и јонизујуће зрачење, као и њихове примене и последице. Знања из атомске и нуклеарне физике имају суштински значај у медицини, енергетици, индустрији и науци и омогућавају дубље разумевање микросвета и његовог утицаја на свет који посматрамо.

### Исходи учења

#### Ученик/ученица ће бити способан/способна да:

1. објашњава појаву топлотног зрачења и примењује законе топлотног зрачења на примерима из свакодневног живота;
2. објашњава фотоелектрични ефекат, тумачи Ајнштајнову једначину и повезује принцип рада фотоћелија са њиховом применом у технологији;
3. објашњава настанак и спектар рендгенских зрака и наводи примере примене рендгенских зрака, као и ефекте изложености рендгенском зрачењу;
4. анализира Радерфордов експеримент и прави поређење између Радерфордовога и Боровог модела атома;
5. анализира апсорпционе и емисионе спектре атома и повезује их са прелазима електрона у атому;
6. објашњава грађу атомског језгра, разликује изотопе, изобаре и изотоне, тумачи ознаке атомског језгра и објашњава значај јаких нуклеарних сила за стабилност језгара;
7. објашњава и примењује законе радиоактивног распада језгра, упоређује  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  зраке и процењује њихову енергију и продорну моћ;
8. анализира дефект масе и енергију везивања атомског језгра, врши прорачуне и тумачи график зависности специфичне енергије везивања од масеног броја;
9. објашњава и упоређује нуклеарне реакције, фисију и фузију и процењује њихове енергетске и еколошке последице по одрживи развој.

## 4.1. Зрачење апсолутно црног тела

У претходној теми смо рекли да је светлост електро-магнетни талас и да може имати различиту таласну дужину. Видели смо да се бела светлост, при пролазу кроз призму, разлаже на различите боје. Ту појаву смо назвали дисперзија светлости. Боје које видимо оком, ипак, представљају само мали део целог спектра електромагнетних таласа. Осим видљиве светлости, постоје и електромагнетни таласи које не можемо да видимо, али можемо да осетимо. Такав пример је топлотно зрачење. На пример, улазиш у кухињу и желиш да ставиш нешто на решо, али не знаш да ли је загрејан. Уместо да га додирнеш, приближиш длан и осетиш да ли од њега долази топлота. Иако нема директног додира са решоом, осећај топлоте јасно ти показује да ли је решо загрејан или не.

Иако топлоту осећамо, не можемо директно да је видимо. Данас постоје уређаји који региструју ово зрачење и претварају га у слику. Термална камера „преводи“ топлотно зрачење у боје, при чему су топлији и хладнији делови приказани различитим бојама и њиховим нијансама (слика 1)



**Слика 1.** Чајник постављен на решо. Различите нијансе показују различиту температуру до које су загрејани делови чајника, при чему бели и црвено обојени делови имају највишу, а плаво обојени делови најнижу температуру

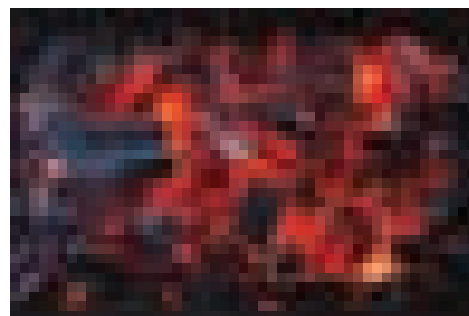
Сва тела са температуром вишом од апсолутне нуле зраче енергију. Количина и својства зрачења које емитује једно тело зависе од његове температуре. Када је температура ниска, зрачење, најчешће, не можемо да приметимо оком, али како се повећава температура, оно постаје видљиво. На пример, при загревању, метал прво светли тамноцрвено, затим светлије црвено, наранџасто, жуто, а при веома високој температури емитује белу светлост. Ово може да се примети и голим оком код загрејаних тела на високој температури, као што је жар, чија се боја мења са температуром (слика 2).

Када тело зрачи, оно предаје или емитује енергију околни. У исто време, тело може да прима енергију преко зрачења које пада на њега. Ова два повезана процеса се називају емисија и апсорпција. Колико енергије ће предати или примити тело, зависи од његове температуре и од својстава његове површине.

**Укупна енергија коју тело емитује или зрачи на свим таласним дужинама назива се интегрална емисиона способност (или интегрални интензитет зрачења).** Она показује колику енергију тело емитује са јединице површине у току једне секунде, ако се узме у обзир емисија која се врши на свим таласним дужинама спектра електромагнетног зрачења. Ово се записује формулом:

$$E_T = \frac{E}{St},$$

где је  $E$  емитована енергија,  $S$  површина тела, а  $t$  временски интервал у ком тело емитује енергију  $E$



**Слика 2.** Комади угља загрејани до различите температуре. Различите боје указују на различиту температуру загревања.

Осим што зраче, тела истовремено и апсорбују електромагнетно зрачење које пада на њих. **Интегрална апсорпциона способност** ( $a_T$ ) **показује који део укупног упадног зрачења тело апсорбује**. Ако на тело пада зрачење са енергијом  $E_{vk}$ , по јединици површине у јединици времена, а тело апсорбује енергију  $E_a$  по јединици површине у јединици времена, тада се интегрална апсорпциона способност израчунава као:

$$a_T = \frac{E_a}{E_{vk}}.$$

Интегрална апсорпциона способност је бездимензионална величина и може да има вредности између 0 и 1:

- ако  $a_T = 0$ , тело не апсорбује зрачење које пада на његову површину,,
- ако  $a_T = 1$ , тело апсорбује целокупно зрачење које пада на његову површину.

Ипак, тела не емитују нити апсорбују све таласне дужине електромагнетног зрачења подједнако. Неке таласне дужине се емитују интензивније, и истовремено тело боље апсорбује зрачење управо на тим таласним дужинама..

Да бисмо описали како интензитет зрачења зависи од таласне дужине, уводи се величина **спектрална емисиона способност (или спектрални интензитет зрачења)**  $E_{T\lambda}$ . Она показује колику енергију тело емитује у виду електромагнетног зрачења у веома малом временском интервалу таласне дужине  $\Delta\lambda$ , по јединици површине у јединици времена ако је тело загрејано на температуру  $T$ . Аналогно томе, **спектрална апсорпциона способност** ( $a_{T\lambda}$ ) описује колику енергију апсорбује тело увиди електромагнетног зрачења у веома малом интервалу таласне дужине  $\Delta\lambda$ , по јединици површине у јединици времена. Ове величине зависе од таласне дужине, температуре тела и својстава његове површине. Као резиме, величине су приказане у табели 1.

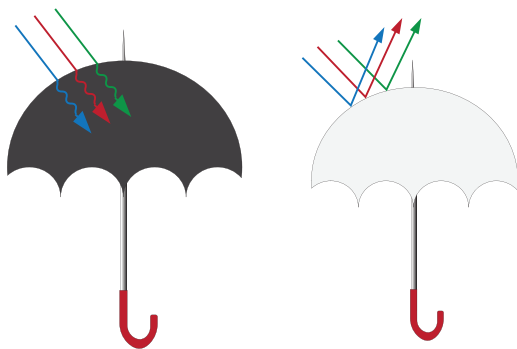
| Величина                                                    | Шта описује                                                                                        | Од чега зависи                                               | Шта нам физички говори                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Интегрална емисиона способност</b> ( $E_T$ )             | Укупна енергија коју тело зрачи на свим таласним дужинама                                          | Само од температуре ( $T$ )                                  | Колика је укупна енергија коју тело емитује по јединици површине у јединици времена                                       |
| <b>Спектрална емисиона способност</b> ( $E_{T\lambda}$ )    | Енергија коју тело зрачи у интервалу таласних дужина $\Delta\lambda$                               | Од брановата дужина ( $\lambda$ ) и од температурата ( $T$ ) | Колику енергију емитује тело на одређеном малом интервалу таласних дужина по јединици                                     |
| <b>Интегрална апсорпциона способност</b> ( $a_T$ )          | Део укупне енергије упадног зрачења који тело апсорбује                                            | Од материјала и од површинских својстава                     | Колики део укупне енергије која је пала на тело по јединици површине у јединици времена је апсорбован.                    |
| <b>Спектрална апсорпциона способност</b> ( $a_{T\lambda}$ ) | Део енергије упадног зрачења који тело апсорбује у малом интервалу таласних дужина $\Delta\lambda$ | Од таласне дужине ( $\lambda$ ) и својстава материјала       | Количина енергије коју тело апсорбује у одређеном малом интервалу таласних дужина по јединици површине у јединици времена |

Табела 1. Емисија и апсорпција топлотног зрачења – резиме

Земља стално прима енергију од Сунца, при чему се део те енергије апсорбује и загрева њену површину и атмосферу. Истовремено, Земља зрачи топлотну енергију ка околном простору. То да Земља не само што апсорбује, него и емитује енергију, може се показати и мерењима извршеним са

Месеца. Са његове тамне стране може се регистровати топлотно зрачење које емитује Земља, иако Сунце не осветљава ту страну Месеца (слика 3). Ово јасно показује да тело које прима енергију истовремено је и предаје путем топлотног зрачења.

Када говоримо о емисији и апсорпцији зрачења, природно се намеће питање: да ли постоји тело које потпуно апсорбује свако зрачење које пада на њега? Модел таквог идеалног тела назива се апсолутно црно тело (АЦТ). Апсолутно црно тело је тело које апсорбује целокупну енергију упадног електромагнетног зрачења, без обзира на таласну дужину зрачења. То значи да такво тело не рефлектује никакво зрачење и зато, при осветљавању, изгледа црно (слика 4). Реч апсолутно указује на то да је спектрална апсорпциона способност за све таласне дужине једнака 1, од чега следи да је и интегрална апсорпциона способност једнака 1.

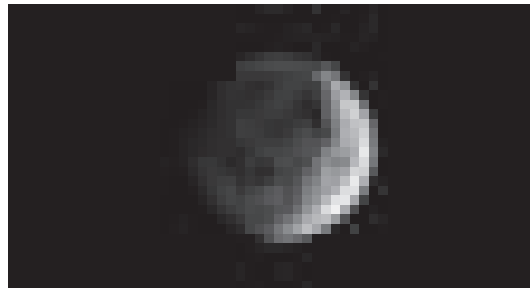


**Слика 4.** Црна тела апсорбују светлост на свим таласним дужинама, а бела је рефлектују

зрачење се веома добро се описује моделом Апсолутно црног тела јер

Њихови густе и врели слојеви снажно апсорбују и емитују зрачење на свим таласним дужинама.

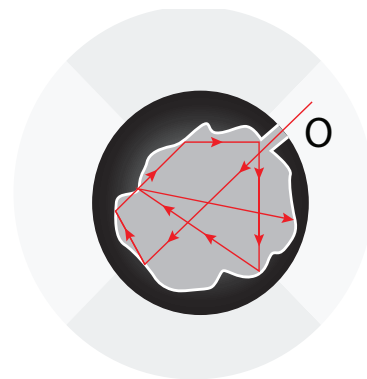
У лабораторији, апсолутно црно тело се може моделовати металном сфером чији су унутрашњи зидови гаванисани, односно прекривени чађи, а сфера има мали отвор. Зрачење које упадне кроз мали отвор потпуно се апсорбује унутар сфере после више одбијања од унутрашњости. Због тога се отвор шупљине понаша као површина која апсорбује зрачење свих таласних дужина, односно има својства апсолутно црног тела. У термодинамичкој равнотежи, зрачење које излази кроз отвор одређено је само температуром шупљине и не зависи од материјала зидова. Зато је зрачење које се емитује кроз отвор топлотно зрачење, као код апсолутно црног теласко зрачење, како кај апсолутно црно тело.



**Слика 3.** Тамна страна Месеца није толико тамна колико нам изгледа

Апсолутно црно тело у природи не постоји, тј. свако тело рефлектује бар део енергије која пада на њега. Иако у природи не постоји апсолутно црно тело, овај појам је изузетно важан јер нам омогућава да проучавамо топлотно зрачење у његовом најједноставнијем облику. Пошто апсолутно црно тело не рефлектује зрачење које пада на његову површину, целокупно зрачење које емитује потиче само од самог тела и зависи само од његове температуре. Код физичких тела, емитовано зрачење најчешће је комбинација сопственог зрачења и рефлектованог зрачења које на њега пада из околине, али код апсолутно црног тела такав допринос не постоји.

Због овог својства, звезде су једни од најближих природних примера апсолутно црног тела. Иако нису савршена апсолутно црна тела, њихово



**Слика 5.** Отвор на сфери, чија је унутрашњост испуњена чађи, има својства апсолутно црног тела



## Закони о топлотном зрачењу

### Спектар топлотног зрачења

Када неко тело зрачи, оно не емитије целокупну

енергију само на једној таласној дужини, него истовремено зрачи електромагнетне таласе различитих таласних дужина. Расподела емитоване енергије по таласним дужинама се назива спектар топлотног зрачења. На слици 6 приказан је спектар зрачења апсолутно црног тела загрејаног на различитим

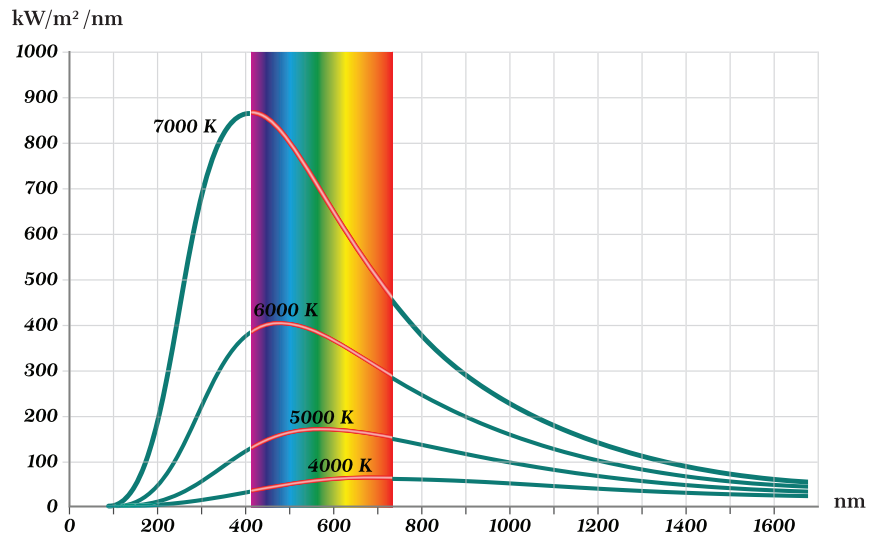
температурама. Из графика се може приметити да АЦТ зрачи енергију на свим таласним дужинама, при чему спектрални интензитет зрачења није исти за све таласне дужине, нити је спектрални интензитет исти за различите температуре загрејаности АЦТ-а. Такав спектар, код којег је зрачење присутно на свим таласним дужинама, назива се **континуирани спектар**.

Из графика се може прочитати спектрална емисиона способност тела на различитим таласним интервалима, односно за сваку таласну дужину се може утврдити колику енергију емитије тело по јединици површине у јединици времена. Другим речима, висина криве за дату таласну дужину показује колики је интензитет зрачења на тој таласној дужини. Из површине испод криве при датој температури, може се одредити интегрална емисиона способност тела, односно укупна енергија коју тело зрачи на свим таласним дужинама.

Из спектра на слици 6, јасно се примећује утицај температуре на топлотно зрачење. Са повећањем температуре тела:

1. Укупна енергија коју тело зрачи у јединици времена са јединице површине се повећава (површина испод криве је већа);
2. Максимум зрачења се помера ка краћим таласним дужинама.

Ови закључци добијени су директно анализом графика зависности спектралне емисионе способности од температуре на којој је загрејано апсолутно црно тело и представљају основу за формулисање закона топлотног зрачења. Важно је истаћи да спектар зрачења апсолутно црног тела зависи само од температура, а не од материјала од којег је тело изграђено. Стога апсолутно црно тело представља основни модел за проучавање топлотног зрачења и за формулисање општих закона који важе за зрачење свих физичких тела.



**Слика 6.** Зависност спектралне емисионе способности од таласне дужине. Свака линија представља зрачење апсолутно црног тела на различитој температури. Обојеним делом у позадини приказан је интервал таласних дужина видљиве светлости.



## АКТИВНОСТ 1.

## Спектар топлотног зрачења

Алат: PhET симулација Спектар АЦТ (Blackbody Spectrum)

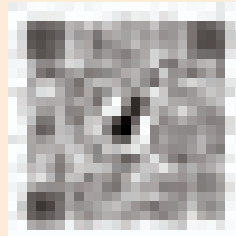
Линк: [https://phet.colorado.edu/sims/html/blackbody-spectrum/latest/blackbody-spectrum\\_all.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/blackbody-spectrum/latest/blackbody-spectrum_all.html)

У овој активности ће се истражити спектар топлотног зрачења апсолутно црног тела помоћу рачунарске симулације.

1. Отвори симулацију и постави температуру од 4000 К. Посматрај облик спектра и положај максимума зрачења.
2. Постепено повећавај температуру (5000 К, 6000 К, 7000 К) и упореди спектре.
3. Уочи како се мењају:
  - Висина криве (интензитет зрачења),
  - Положај максимума зрачења у зависности од таласне дужине.
4. Укључи означавање видљивог дела спектра и утврди при којој температури се највећи део енергије зрачи у видљивој области.

Питања за размишљање:

- Како се мења укупна енергија коју тело зрачи са повећањем температуре?
- У ком смеру се помера максимум зрачења када температура расте?
- Зашто многа врела тела могу да светле видљивом светлошћу, а хладнија не?



## Кирхофов закон о топлотном зрачењу

Када се тело налази у термодинамичкој равнотежи са својом околином, оно истовремено апсорбује и емитује електромагнетно зрачење. Експерименти показују да ова два процеса нису независна: тела која добро апсорбују зрачење на одређеној таласној дужини, под истим условима добро и зраче на тој таласној дужини. Ова веза је описана Кирхофовим законом топлотног зрачења: за дату температуру и дату таласну дужину, однос између спектралне емисионе способности и спектралне апсорпционе способности је исти за сва тела и зависи само од температуре и таласне дужине. Математички, Кирхофов закон може да се запише у облику:

$$\frac{E_{T,\lambda}}{a_{T,\lambda}} = E_{T,\lambda}^{(0)},$$

где је  $E_{T,\lambda}$  спектрална емисиона способност датог тела,  $a_{T,\lambda}$  његова спектрална апсорпциона способност  $E_{T,\lambda}^{(0)}$  спектрална емисиона способност апсолутно црног тела загрејаног на истој температури. Ова једначина има јасан физички смисао: ако тело слабо апсорбује зрачење на одређеној таласној дужини (мала вредност  $a_{T,\lambda}$ ), тада ће слабо зрачити на тој таласној дужини (мала вредност  $E_{T,\lambda}$ ). И обрнуто, добар апсорбер зрачења је и добар емитер.

У граничном случају апсолутно црног тела, апсорпциона способност је  $a_{T,\lambda} = a_T = 1$ , његова емисија је максимална. Дакле, спектар зрачења апсолутно црног тела служи као референтни спектар за поређење са свим реалним телима. Кирхофов закон показује да спектар зрачења апсолутно црног тела не зависи од материјала, већ само од температуре, што омогућава да се закони топлотног зрачења прво формулишу за апсолутно црно тело, а потом да се примењују и на реална тела.

## Стефан–Болцманов закон

Из спектра топлотног зрачења, као што је приказано на слици 6, може се одредити интегрална емисиона способност тела, односно укупна енергија коју тело зрачи у јединици времена са јединице површине на свим таласним дужинама. Она је једнака површини испод криве спектралне емисионе способности. Експерименти су показали да за апсолутно црно тело интегрална емисиона способност зависи само од апсолутне температуре тела и дата је Стефан–Болцмановим законом:

$$E_T = \sigma T^4,$$

где је  $T$  апсолутна температура (изражена у келвинима) тела, а  $\sigma$  је **Стефан–Болцманова константа**, чија вредност износи

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4\text{)}.$$

Из овог закона следи да тела загрејана на вишу температуру зраче значајно већу енергију. На пример, ако се температура тела повећа 2 пута, енергија коју зрачи тело у јединици времена са јединице површине повећаће се 16 пута. Овај закључак је у складу са графиком спектралне емисионе способности, где са повећањем температуре расте и површина испод криве.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Сматра се да нормална температура човека износи  $36,5^\circ\text{C}$ . Температура прехлађеног човека износила је  $38,0^\circ\text{C}$ . Израчунајте однос интегралног интензитета зрачења у оба случаја:

**Дато:**

$$T_1 = (36,5 + 273,15)\text{K} = 309,65\text{K},$$

$$T_2 = (38,0 + 273,15)\text{K} = 311,15\text{K}$$

**Тражи се:**

$$\frac{E_{T2}}{E_{T1}} - ?$$

**Решење:**

Користећи Стефан–Болцманов закон, имамо:имамо:

$$\frac{E_{T2}}{E_{T1}} = \frac{\sigma T_2^4}{\sigma T_1^4} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = 1,0195.$$

Резултат показује да се при повећању телесне температуре само за 0,48 %, укупна енергија коју зрачи људско тело повећава за 1,95 %. Зато и релативно мале промене температуре могу довести до значајних промена у енергији коју тело зрачи у јединици времена

## Винов закон

Из спектра топлотног зрачења приказаних на слици 6, може се уочити да се са повећањем температуре тела не мења само интегрална емисиона способност, већ и расподела зрачења по таласним дужинама. Спектрална емисиона способност није иста за све таласне дужине: за неке је зрачење интензивније, а за неке мање интензивно. За сваку температуру постоји таласна дужина на којој спектрална емисиона способност има максималну вредност, односно где спектар има јасно изражен максимум. Са повећањем температуре, таласна дужина на којој ће се наћи овај максимум се смањује. На пример, за апсолутно црно тело загрејано на 4000 K, максимум спектралне емисионе способности се налази у црвеном делу спектра, а за вишу температуру максимум се постепено помера ка жутом, зеленом, а затим и ка ултраљубичастом делу спектра (слика 6).

Ова зависност је описана **Виновим законом померања**, који гласи:

$$\lambda_{\max} T = b,$$

где је  $\lambda_{\max}$  таласна дужина на којој спектрална емисиона способност има максималну вредност,  $T$  је апсолутна температура тела, а  $b$  је **Винова константа**, чија вредност износи

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$

Винов закон омогућава да се на једноставан начин, мерењем таласне дужине на којој је зрачење најинтензивније, одреди температура тела. Овај закон објашњава зашто тела при ниској температури зраче углавном у инфрацрвеном подручју, а при веома високој температури значајан део зрачења се налази у видљивом делу спектра, па зато та тела емитују светлост.



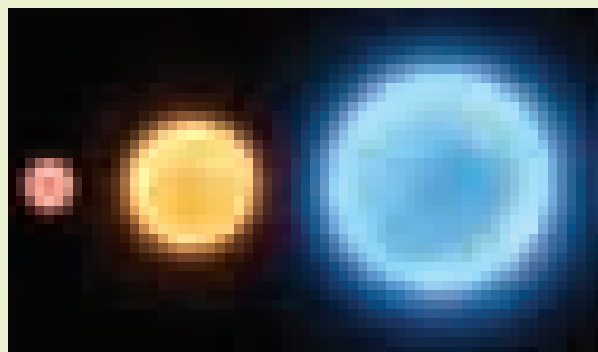
### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

На слици 7 приказане су три звезде различите боје: црвена, жута и плава. Боје звезда су повезане са таласном дужином на којој је њихово зрачење је најинтензивније. Познато је да:

- Црвена звезда има максималан спектрални интензитет зрачења при  $\lambda_{1, \max} = 700 \text{ nm}$ ,
- Жута звезда има максималан спектрални интензитет зрачења при  $\lambda_{2, \max} = 580 \text{ nm}$ ,
- Плава звезда има максималан спектрални интензитет зрачења при  $\lambda_{3, \max} = 450 \text{ nm}$ .

Одредити:

- Температуру на површини сваке од звезда,
- Редослед звезда према њиховој температури



Слика 7. Три звезде различитих боја

#### Дато:

$$\lambda_{1, \max} = 700 \text{ nm},$$

$$\lambda_{2, \max} = 580 \text{ nm},$$

$$\lambda_{3, \max} = 450 \text{ nm}$$

#### Тражи се:

а)  $T_1 - ?$ ,  $T_2 - ?$ ,  $T_3 - ?$

б) Разврставање звезда према њиховој температури.

#### Решење:

Према Виновом закону померања:  $\lambda_{\max} T = b$ , где је  $b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ .

Температура црвене звезде је  $T_1 = \frac{b}{\lambda_{1, \max}} = 4,1 \cdot 10^3 \text{ K}$ , температура-

ра жуте звезде је  $T_2 = \frac{b}{\lambda_{2, \max}} = 5,0 \cdot 10^3 \text{ K}$ , температура плаве звезде је

$$T_3 = \frac{b}{\lambda_{3, \max}} = 6,4 \cdot 10^3 \text{ K}.$$

Иако на први поглед црвена звезда може да изгледа „врелија“, прорачуни показују да плава звезда има највишу температуру, а црвена најнижу. Са повећањем температуре, максимум зрачења се помера ка краћим таласним дужинама, односно од црвене ка плавој боји, што је директна последица Виновог закона. Такође, са ове слике можемо да уочимо да веће звезде имају вишу температуру.

**РЕШЕН ПРИМЕР 3.**

Полупречник Сунца износи  $6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ , а укупна снага коју Сунце зрачи (енергија у јединици времена) износи  $3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$ .

а) Под претпоставком да површина Сунца зрачи као апсолутно црно тело, одредити температуру његове површине.

б) Користећи резултат из а), одредити таласну дужину  $\lambda$  на којој је зрачење најинтензивније.

|                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дато:</b><br>$R = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ ,<br>$P = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$ ,<br>$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ ,<br>$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$<br><b>Тражи се:</b><br>а) $T$ – ?<br>б) $\lambda$ – ? | <b>Решење:</b><br>а) Ако тело има укупну површину $S$ , тада се са сваког квадратног метра зрачи $E_T$ интегрална емисиона способност), а са целе површине зрачи се: $P = E_T \cdot S$ , где је $P$ снага зрачења. Према Стефан-Болцмановом закону $E_T = \sigma T^4$ , па ако се замени у једначини за снагу, добија се: $P = S \sigma T^4$ . Пошто се Сунце приближно може сматрати сфером $S = 4\pi R^2$ , заменом добијамо:<br>$P = 4\pi R^2 \sigma T^4.$ Тада, температура површине је: $T = \sqrt[4]{\frac{P}{4\pi R^2 \sigma}} = 5780 \text{ K}$ .<br>б) Користећи вредност температуре Сунца, према Виновом закону померања имамо:<br>$\lambda_{\max} T = b \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{b}{T} = 5,01 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 501 \text{ nm}.$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Сваки од наведених закона описује различит аспект топлотног зрачења. Стефан-Болцманов закон даје укупну енергију коју тело зрачи при свим таласним дужинама. Винов закон одређује таласну дужину на којој је зрачење најинтензивније. Облик спектра, односно расподела енергије по таласним дужинама, приказује се спектром зрачења апсолутно црног тела. Њихове главне карактеристике сумиране су у табели 2.

| Закон о зрачењу                                                                                     | Шта описује                                                                                                                      | Шта можемо одредити помоћу њега                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Спектар апсолутно црног тела</b>                                                                 | Енергија коју тело загрејано на одређеној температури емитује при свакој таласној дужини са јединице површине у јединици времена | Како спектрална емисиона способност зависи од таласне дужине ( $\lambda$ ) за одређену температуру ( $T$ )      |
| <b>Кирхофов закон</b><br>$\left( \frac{E_{T,\lambda}}{a_{T,\lambda}} = E_{T,\lambda}^{(0)} \right)$ | Веза између спектралне емисионе и спектралне апсорпционе способности тела                                                        | Тела која добро апсорбују зрачење на датој таласној дужини, у истим условима добро зраче на тој таласној дужини |
| <b>Стефан-Болцманов закон</b> ( $E_T = \sigma T^4$ )                                                | Укупна енергија коју тело загрејано на температуру $T$ емитује са јединице површине у јединици времена.                          | Укупна енергија коју тело емитује на свим таласним дужинама заједно по јединици површине у јединици времена.    |
| <b>Винов закон за померања</b><br>( $\lambda_{\max} T = b$ )                                        | Положај максимума спектра                                                                                                        | На којој таласној дужини тело емитује највише енергије са јединице површине у јединици времена                  |

Табела 2. Закони топлотног зрачења – резиме

## Од класичне до квантне слике о зрачењу

Иако Стефан–Болцманов и Винов закон успешно описују укупну енергију коју тело емитује и положај максимума спектра, они не дају потпун математички опис спектра топлотног зрачења. Прецизније, они не објашњавају зависност спектралне емисионе способности од таласне дужине и температуре.

Покушаји да се овај спектар објасни класичном физиком заснивали су се на претпоставци се да енергија размењује континуирано, односно да може да има произвољно мале вредности. Уколико би ово важило и за зрачење апсолутно црног тела, тада би при малим таласним дужинама (великим фреквенцијама) спектрална емисиона способност расла без ограничења, као што је приказано на слици 8 (крајња десна крива).

Ипак, експерименти показују да код краткоталасног зрачења интензитет опада, а не расте. Ово неслагање јасно указује на то да класична претпоставка о континуираној размени енергије није применљива на микроскопске процесе емисије и апсорпције.

Решење које је предложио Макс Планк представљало је суштинску промену у разумевању зрачења. Он је претпоставио да се енергија не емитује и не размењује континуирано, већ у дискретним, тачно одређеним „порцијама“ или „пакетима“. Најмања порција енергије која може да се емитује или да се апсорбује при зрачењу назива се **квант**. Отуда следи да енергија не може да има произвољне вредности, већ се појављује у одвојеним, дискретним количинама, односно каже се да је енергија **квантизована величина**.

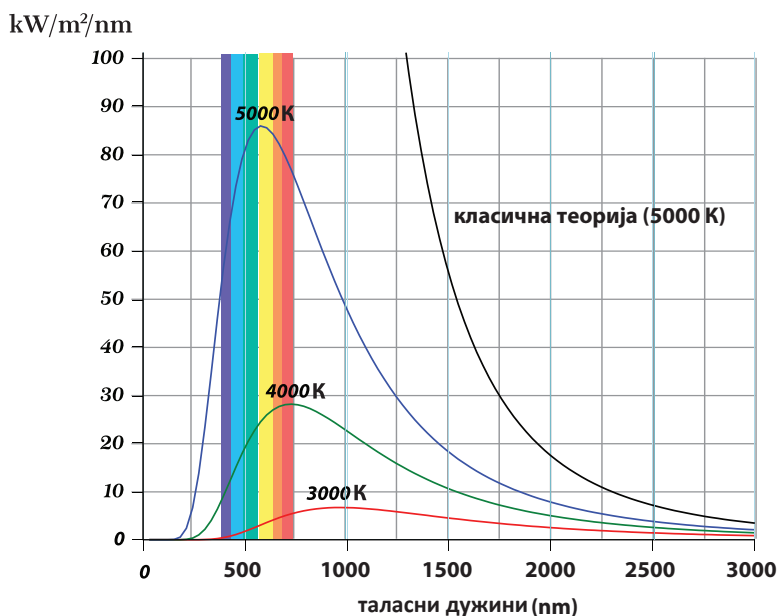
Ради лакшег разумевања ове идеје, може се користити аналогија са пењањем на одређену висину. При кретању по нагнутој равни, висина (а тиме и потенцијална енергија) може да расте континуирано, у произвољно малим корацима. Насупрот томе, при пењању уз степенице, висина (а тиме и потенцијална енергија) расте у тачно одређеним „порцијама“, по један степеник. Није могуће попети се за пола или за део степеника. На сличан начин, при процесима емисије и апсорпције, енергија се не мења континуирано, већ у дискретним „порцијама“, односно у квантима.

Планк је показао да енергија једног кванта није иста за све врсте зрачења, већ зависи од фреквенције електромагнетног таласа. За зрачење са фреквенцијом  $f$ , енергија једног кванта дата је релацијом

$$E = hf,$$

где је  $h$  е Планкова константа, што је једна од основних константи у физици, а њена вредност износи  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ . Пошто су фреквенција  $f$  и таласна дужина  $\lambda$  електромагнетних таласа повезани преко брзине светлости  $c$ , енергија кванта може се изразити и преко таласне дужине:

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$



**Слика 8.** Спектар на топлинско зрачење на апсолутно црном телу за различита температура. Класичната теорија (црната крива) предвиђује бесконечан раст на зрачењето при малим таласним дужинама, што не се потврђује експериментално

Из ових релација следи важан закључак: што је већа фреквенција зрачења (или што је мања његова таласна дужина), то је већа енергија једног кванта. Зато, краткоталасно зрачење (као што је ултраљубичасто) носи много већу енергију по кванту него дуготаласно (као што је инфрацрвено).

Квантизација не значи да тело може да емитује само један квант. Напротив, тело може да емитује велики број квантова исте фреквенције. У том случају, укупна енергија која се емитује једнака је збиру енергија појединачних квантова, односно целобројни је умножак енергије једног кванта:

$$E = nhf$$

где је  $n$  природан број.

Ова идеја објашњава суштину зрачења у квантима: **за дату фреквенцију, енергија не може да има произвољну вредност**, већ се појављује само у тачно одређеним порцијама. Управо због тога, при веома великим фреквенцијама (малим таласним дужинама), квантови имају толико велику енергију, да је мало вероватно да их тело емитује у великом броју. Као последица тога, спектрална емисиона способност у краткоталасном делу спектра опада уместо да бесконачно расте, како је предвиђала класична теорија.

Када се квантна идеја применила директно на светлост, квант електромагнетног зрачења добио је посебно име: **фотон**. Фотон је квант светлости, односно најмања недељива порција светлосне енергије са енергијом  $E = hf$ . При интеракцији са материјом, светлост не размењује енергију постепено, већ путем емисије или апсорпције целих фотона.



#### РЕШЕН ПРИМЕР 4.

У потпуном мраку, људско око може да „учи“ светлост само ако до њега стигне интензитет са неком минималном вредношћу. Тај минимални интензитет назива се праг осетљивости (или праг видљивости). За зелену светлост таласне дужине од  $510 \text{ nm}$ , праг осетљивости износи  $4,20 \cdot 10^{-11} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Колико фотона у секунди улази у око ако је зеница у мраку отворена до максимален максималног пречника од  $8,20 \text{ mm}$  ?

**Дато:**

$$I = 4,20 \cdot 10^{-11} \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

$$\lambda = 510 \text{ nm} = 5,10 \cdot 10^{-7} \text{ m},$$

$$d = 8,20 \text{ mm} = 8,20 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s},$$

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

**Тражи се:**

$N$  - ? (фотона у секунди)

**Решење:**

Интензитет је снага по јединици површине:  $I = \frac{P}{S}$ .

Отуда, снага (енергија у јединици времена) која улази кроз зеницу је:  $P = I \cdot S$ . Зеницу сматрамо кружним отвором пречника  $d$ , односно полупречника

$r = \frac{d}{2}$ , па је њена површина:

$$S = \pi r^2 = \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2, S = 5,28 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2. \text{ У том случају, снага ће бити:}$$

$$P = I \cdot S = 2,22 \cdot 10^{-15} \text{ W}. \text{ Један фотон има енергију: } E = \frac{hc}{\lambda} = 3,90 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

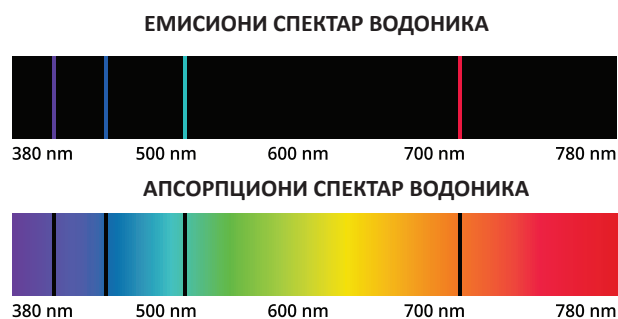
Ако у свакој секунди уђе  $N$  фотона у око, укупна енергија која улази у око за  $1 \text{ s}$  је:  $P = N \cdot E$  одакле

$$N = \frac{P}{E} = 5,69 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}.$$



Пошто смо прихватили идеју да се енергија размењује у дискретним износима, односно квантима, намеће се питање да ли и атоми могу да размењују енергију само на такав дискретан начин. Одговор на ово питање дају атомски спектри.

Атомски спектри нису континуирани, што значи да они не емитују топлоту, а са тим и светлост произвољних таласних дужина, већ дају линијске (дисконтинуиране) спектре састављене од одвојених линија, односно од тачно одређених таласних дужина (или фреквенција). Ово показује да атом може да емитује или апсорбује само тачно одређене количине енергије. На слици 9 приказани су емисиони и апсорпциони спектар атома водоника у видљивом делу зрачења. Тамне линије у апсорпционом спектру појављују се на истим местима као и светле линије у емисионом спектру, што значи да атоми апсорбују светлост само на дужинама на којима могу и да га емитују. Ове чињенице показују да је размена енергије код атома квантизована и представља основу за увођење појма енергетски нивои и развој модела атома, које ћемо размотрити у наредним лекцијама.



Слика 9. Емисиони спектар водоника (горе) и апсорпциони спектар водоника (доле)

Пошто смо увели нове појмове и законе, сада можемо укратко да заокружимо научено. Иако ова лекција на први поглед изгледа апстрактно, идеје о топлотном зрачењу и апсолутно црном телу нису само теоријске конструкције, већ имају јасну и препознатљиву примену у свакодневном животу и савременој технологији. Иако на прв поглед изгледа апстрактно, идеите за топлинско зрачење и за апсолутно црно тело не се само теоретски конструкције, туку имаат јасна и препознатљива примена во секојдневниот живот и во современата технологија.



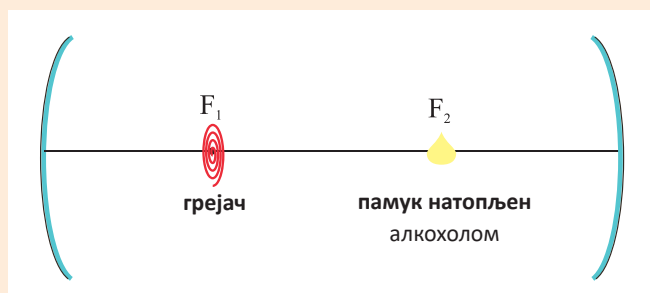
## АКТИВНОСТ 2.

Замислите два једнака удубљена огледала постављена једно наспрам другог тако да се њихове оптичке осе поклапају. У фокусу првог огледала налази се веома врео предмет који емитује топлоту (на пример грејач), а у фокусу другог огледала – мало запаљиво тело, на пример, памук натопљен алкохолом. Иако између њих нема додира, ни пламена, после кратког времена памук у фокусу другог огледала може да се запали.

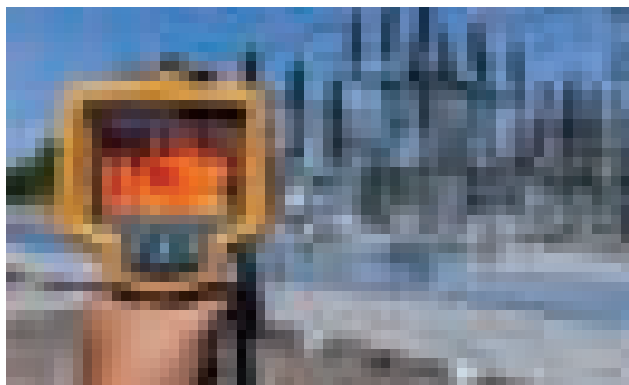
Овај ефекат је резултат топлотног (инфрацрвеног) зрачења које се одбија од огледала и скупља у фокусу, на исти начин као и светлост. Тако се енергија из врелог предмета преноси и без директног контакта, што показује да се топлотно зрачење понаша као талас и може се усмеравати и фокусирати.

### Важно безбедносно упозорење:

Овај експеримент је наведен само као мисаона активност и намењен је извођењу само у лабораторијским условима. Његово стварно извођење са врелим предметима или запаљивим материјама је опасно и не сме се изводити код куће. Уколико се изводи као демонстрација, то треба да буде искључиво под надзором наставника и уз одговарајућу заштиту.



Термалне камере и уређаји за ноћно осматрање не региструју видљиву светлост, већ инфрацрвено зрачење. Људско тело, са температуром од скоро 300 K, најјаче зрачи управо у инфрацрвеном делу спектра. Зато се помоћу термалне камере може „видети“ човек у мраку, открити губитак топлоте у згради или уочити прегревање на електричној инсталацији пре него што дође до кvara.



Слика 10. Термална камера



### НАУЧИ ВИШЕ

Спектрална емисиона способност апсолутно црног тела може се тачно описати Планковом формулом, која показује како емитована енергија зависи од таласне дужине и од температуре тела. Она је добијена теоријским извођењем сматрајући да је енергија квантизована величина. Планкова формула може у потпуности описати спектар зрачења апсолутно црног тела:

$$E_{\text{т},\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}.$$

У формули,  $h$  је Планкова константа,  $c$  је брзина светлости у вакууму, а  $k_B$  је Болцманова константа.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

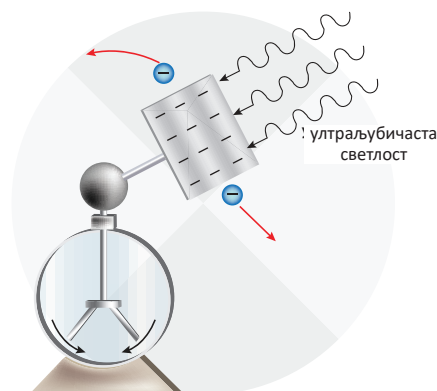
1. Зашто се површине тамне боје обично загревају више на сунцу од светлих површина?
2. Експериментом је измерено да се при загревању апсолутно црног тела од  $T_1$  до  $T_2$  укупна емисиона способност се повећала  $N$  пута. Одреди за колико пута се повећала температура апсолутно црног тела.
3. Зашто су закони топлотног зрачења важни у астрономији и наведите коју величину можемо израчунати ако се сними емисиони спектар светлости која потиче од неке звезде?
4. Интегрална апсорпциона способност угља на температури од 650 K износи 0,85. Израчунајте енергију коју емитује комад угља за време од 1 минут ако његова површина износи 10 cm<sup>2</sup>. (Решење: 516 J)
5. Одредите за колико треба да се промени температура апсолутно црног тела да би се максимум његове спектралне емисионе способности померио са 700 nm на 350 nm?  
(Решење: температуру треба повећати за 4140 K)
6. Температура апсолутно црног тела се повећала од 400 °C на 1400 °C . Одредити
  - а) За колико пута ће се променити интегрална емисиона способност апсолутно црног тела?
  - б) За колико ће се променити таласна дужина на којој се јавља максимални интензитет зрачења?  
(Решење: а) Повећава се 38,2 пута б) Смањује се за 2,6 μm)
7. Ако Марс рефлектује 25% Сунчевог зрачења које падне на његову површину, одредите његову средњу температуру. Сматрајте да је Сунце сфера полупречника 695700 km, температура на површини Сунца износи 5780 K, а растојање од Сунца до Марса износи 2,28 · 10<sup>8</sup> km.  
(Решење: 210 K)

## 4.2. Фотоелектрични ефекат

зрачење, а у наставку ћемо видети да постоје и друге физичке појаве које се не могу објаснити у њеним оквирима, посебно у случајевима када светлост директно размењује енергију са појединачним честицама. Код апсолутно црног тела, увођење кванта показало се као неопходно за правилно објашњење континуираног спектра топлотног зрачења. У овој лекцији ћемо видети да квантна природа светлости није само теоријска претпоставка, већ експериментална чињеница која може једноставно да се демонстрира.

Размотримо пример попут оног приказаног на слици 1. Најпре се електроскоп, чија је глава цинкова плоча, наелектрише негативним наелектрисањем. Затим се његова глава осветљава светлошћу из лампе која снажно зрачи у ултраљубичастом делу спектра. При осветљавању, отклон листића се смањује, односно електроскоп се разелектрише.

У првој теми смо рекли да је, да би се разелектрисало тело са негативним наелектрисањем, односно тело са вишком електрона, потребно да се вишак електрона уклони са њега. У овом случају, електроскоп није повезан са Земљом, па се поставља питање: куда су прешли електрони када је на електроскоп пала ултраљубичаста светлост? Одговор је да су електрони избачени са површине метала под дејством светлости. Избацивање електрона са површине метала под дејством светлости назива се спољашњи фотоелектрични ефекат (или скраћено фотоефекат), а емитовани електрони из метала називају се фотоелектрони. Појава се назива „спољашња“ јер електрони напуштају површину метала и излазе изван ње.



Слика 1. Демонстрација спољашњег фотоелектричног ефекта. Негативно наелектрисан електроскоп се осветљава ултраљубичастом светлошћу

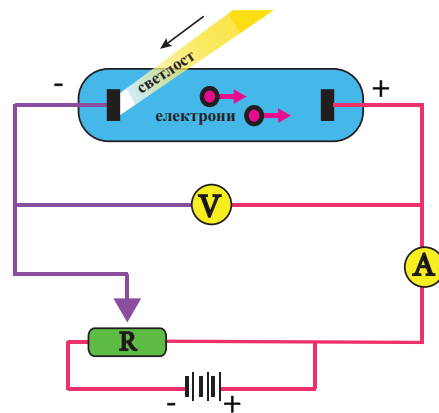
Да бисмо се упознали са својствима спољашњег фотоелектричног ефекта, можемо да допунимо демонстрацију са слике 1. Ако се повећа интензитет светлости (на пример, осветљавањем са две лампе), разелектрисање електроскопа ће се десити брже. Ово показује да број емитованих фотоелектрона зависи од интензитета светлости. Ипак, код појаве фотоефекта није важан само интензитет светлости. Лампа коју користимо мора да зрачи у ултраљубичастом делу од спектра. Ако се на пут ултраљубичасте светлости постави стаклена плочица, електроскоп се неће разелектрисати јер стакло апсорбује ултраљубичасте зраке. Ако се, пак, експеримент понови са кварцном плочицом, електрони ће поново бити избачени из метала, односно поново се може посматрати фотоефекат.

Да би се објасниле ове појаве, неопходно је узети у обзир квантну природу светлости. Она је кључна не само да би се утврдило да ли ће уопште доћи до емисије електрона, већ и да би се објаснила кинетичка енергија коју имају емитовани фотоелектрони. Пошто ови ефекти могу директно да се испитују експериментално, фотоелектрични ефекат је нарочито погодан пример за проучавање квантне природе светлости.

### Истраживање спољашњег фотоелектричног ефекта

За проучавање спољашњег фотоелектричног ефекта најчешће се користи **фотоћелија** повезана у струјно коло, као што је приказано на слици 2. У најједноставнијем случају, фотоћелија представља вакуумску цев са две електроде: **фотокатоде**, то је метална површина која се осветљава, и аноду, која служи за прикупљање електрона емитованих из фотокатоде

Када се фотокатода осветли светлошћу различите таласне дужине (односно фреквенције), у спољашњем колу може да потече струја, али може и да не дође до протицања струје, у зависности од таласне дужине светлости и од материјала фотокатоде. Јачина струје се мери амперметром. Уколико се при осветљавању појави фотоелектрични ефекат, фотоелектрони емитовани из фотокатоде крећу се ка аноди и у спољашњем делу струјног кола тече струја. Ова струја се назива фотоструја, а њено постојање представља директан експериментални доказ да је светлост изазвала емисију електрона из метала.



Слика 2. Струјно коло помоћу ког се може проучавати спољашњи фотоелектрични ефекат



### АКТИВНОСТ 1.

Циљ активности: Помоћу интерактивне симулације, испитати како фотоструја зависи од различитих физичких величина, са циљем да се донесу закључци о природи фотоелектричног ефекта. У овој активности ћемо истражити:

- како фотоструја зависи од интензитета светлости,
- како фотоструја зависи од таласне дужине светлости,
- како фотоструја зависи од напона између аноде и катоде.

PhET симулација: Фотоелектрични ефекат (Photoelectric Effect) <https://phet.colorado.edu/sims/cheerjp/photoelectric/latest/photoelectric.html>

#### Припрема:

1. Отвори симулацију.
  2. У делу Мета („Target“) изабери метал натријум („Sodium“).
  3. У делу Графици („Graphs“) укључи све три опције, треба да се појаве три координатна система.
  4. Постави:
    - интензитет светлости: 50 %,
    - напон између електрода: 0 V,
    - таласна дужина: 350 nm.
  5. Посматрај:
    - да ли се на фотокатоде појављују електрони,
    - да ли емитовани фотоелектрони стижу до аноде,
    - да ли то резултира протицањем струје у колу (приказано на амперметру поред батерије),
    - да ли се део електрона враћа назад ка фотокатоде.
- Ова питања постављај себи увек када се у активности тражи посматрање фотострује у симулацији.

#### Део 1: Зависност фотострује од интензитета светлости

Мењај интензитет светлости. Забележи јачину струје за различите интензитете (0 %, 25 %, 50 %, 75 %, 100 %). Посматрај како се понашају фотоелектрони у симулацији при промени интензитета светлости.

- На десној страни симулације исцртава се график са ознаком „current vs light intensity“, односно зависност јачине фотострује од интензитета светлости.

- Према овом графику, каква је зависност јачине струје од интензитета светлости?
- Шта представља повећање фотострује на микроскопском нивоу?

### Део 2: Зависност фотострује од таласне дужине

Мењај таласну дужину светлости. Забележи јачину струје за различите таласне дужине (100 nm, 200 nm, ..., 800 nm).

- Посматрај како се понашају фотоелектрони у симулацији при промени таласне дужине.
- Забележи на којој таласној дужини фотоструја престаје да тече.
- Анализирај график са ознаком „Electron energy vs light frequency“, односно зависност кинетичке енергије електрона од фреквенције светлости.

Иако се у симулацији мења таласна дужина, на графику је приказана фреквенција.

Подсети се да је веза између ових величина дата  $\lambda f = c$ , где је  $c$  брзина светлости. Објасни зашто се са повећањем таласне дужине, фреквенција смањује.

Какав је облик графика? Да ли постоји фреквенција за коју је почетна кинетичка енергија електрона једнака нули?

Промени метал који се осветљава, на пример: цинк, бакар итд.

- Поново мењај таласну дужину.
- Посматрај како се мења јачина фотострује.
- Да ли је за исту таласну дужину, на пример 350 nm, јачина фотострује у колу једнака за фотокатоде од различитог метала?
- На којој таласној дужини фотоструја престаје да тече код сваког метала?
- Шта то говори о својствима различитих метала?

### Део 3: Зависност фотострује од напона између аноде и фотокатоде

- Таласну дужину подеси на најмању вредност (100 nm), а интензитет на (100 %). Напон батерије повезане у колу подеси на његову минималну вредност (- 8 V). Полако повећавај напон до максималне вредности (8 V).

- Посматрај како се мења јачина фотострује.
- Посматрај како изгледа график зависности јачине струје од напона који се доводи између аноде и фотокатоде („current vs battery voltage“).
- Зашто у одређеном тренутку јачина фотострује престаје да се повећава, иако повећаваш напон између аноде и фотокатоде?
- Промени метал на фотокатоде:
- Анализирај разлике на графику зависности јачине струје од напона за различите метале.
- Одреди за различите метале при ком напону престаје протицање фотострује?
- различните метали.
- Одреди за различити метали при кој напон престанува течењето на фотострујата?

На основу посматрања из активности, можемо детаљније да размотримо зависност фотострује од напона између аноде и фотокатоде и да објаснимо својства фотоелектрона. При позитивном напону на аноди у односу на катоду, електрони емитовани из фотокатоде крећу се ка аноди и у спољашњем делу струјног кола тече струја. Са повећањем напона, фотоструја расте све до тренутка када достигне

**засићење**, односно стање у коме, практично, сви емитовани електрони стижу до аноде и даље повећање напона не доводи до повећања фотострује.

Ово запажање показује да је **јачина фотострује одређена бројем фотоелектрона емитованих у јединици времена, а тај број зависи од интензитета светлости, односно од броја фотона који падају на фотокатоду у јединици времена.**

Ако се промени поларитет електрода тако да анода постаје негативна у односу на катоду, електрично поље почиње да успорава фотоелектроне и део њих враћа назад ка фотокатоди. Ипак, у одређеном интервалу негативних напона, фотоструја још увек постоји, што указује на чињеницу да **се фотоелектрони емитују са одређеном кинетичком енергијом** и могу да врше рад против електричног поља.

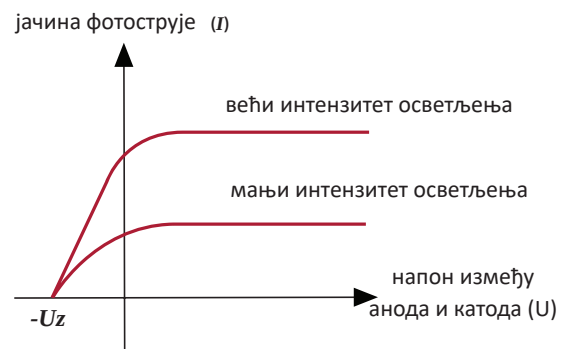
**Напон  $U_z$  при коме фотоструја престаје да тече назива се зауставни напон.** Зауставни напон је нарочито важан зато што се преко њега може одредити **максимална кинетичка енергија  $E_{k,max}$**  фотоелектрона. Пошто кинетичка енергија не може да буде негативна, у формули се узима апсолутна вредност зауставног напона, према релацији:

$$E_{k,max} = e|U_z|,$$

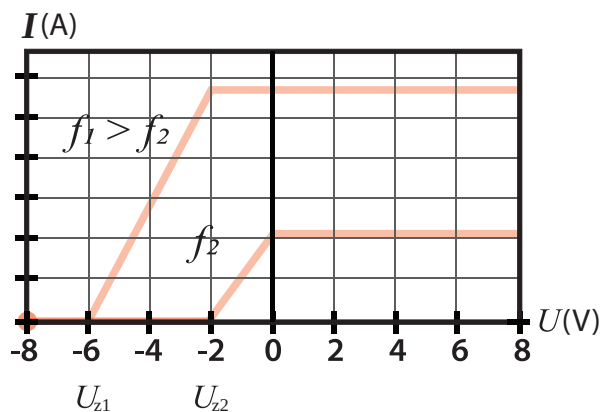
где је  $e$  наелектрисање електрона

Са повећањем интензитета светлости повећава се и јачина фотострује, што значи да се емитује већи број фотоелектрона у јединици времена. При довољно великом позитивном напону између аноде и фотокатодe, фотоструја достиже засићење, односно стање у коме, практично, сви емитовани електрони стижу до аноде. Као што је приказано на слици 3,

при већем интензитету осветљења, јачина фотострује је већа, а зауставни напон има исту вредност за оба интензитета. **Ово показује да интензитет светлости утиче на број емитованих електрона, али не и на њихову максималну кинетичку енергију.**



**Слика 3.** Зависност јачине фотострује од напона између аноде и катодe за два различита интензитета ( $I_1$  и  $I_2$ ) осветљења.



**Слика 4.** Зависност зауставног напона од фреквенције светлости којом је осветљена фотокатода

Иако интензитет светлости одређује јачину фотострује, он не утиче на максималну кинетичку енергију фотоелектрона. Да би се испитало од чега зависи та енергија, разматра се промена зауставног напона при осветљавању фотокатодe светлошћу различите фреквенције.

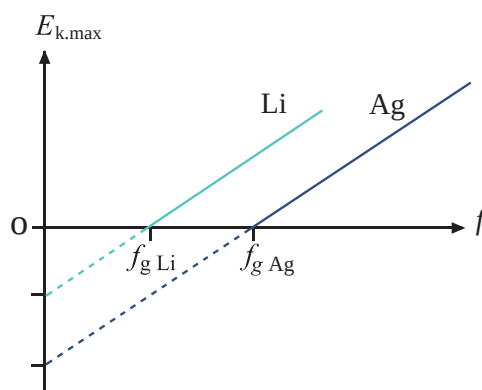
Ова зависност не важи за произвољно мале фреквенције. За сваки метал постоји најмања фреквенција  $f_g$  (или највећа таласна дужина  $\lambda_g$ ) при којој фотоелектрични ефекат још увек може да се појави. Та фреквенција се назива црвена граница фотоелектричног ефекта. **Ако је фреквенција светлости мања од граничне,**



фотоэффект се не јавља, без обзира на интензитет светлости, као што је приказано на слици 5.

Када је фреквенција светлости већа од граничне, фотоелектрони се појављују **готово тренутно** (за време мање од  $3 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ ) по осветљавању метала. Ово указује на то да се **енергија не предаје постепено, него у временски кратким, дискретним догађајима**.

Ове експерименталне чињенице јасно показују да светлост не може да се опише искључиво као талас који континуирано преноси енергију, него показује и **честичну (квантну) природу**, што представља основу за теоријско објашњење фотоелектричног ефекта. Закључци из ових експеримената резимирани су у табели 1.



Слика 5. Зависност максималне кинетичке енергије електрона од фреквенције светлости којом су осветљена два различита метала (Li и Ag)

| Бр. | Шта се мења                            | Експериментални резултат                                                                                                    | Закључак                                                                                               |
|-----|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.  | Интензитет светлости                   | Са повећањем интензитета, повећава се јачина фотострује; при засићењу, фотоструја је већа за већи интензитет светлости      | Фотоструја зависи од броја емитованих фотоелектрона, а тај број <b>зависи</b> од интензитета светлости |
| 2.  | Интензитет светлости                   | За различите интензитета светлости, фотоструја престаје да тече при истој вредности зауставног напона                       | Максимална кинетичка енергија фотоелектрона <b>не зависи</b> од интензитета светлости                  |
| 3.  | Фреквенција (таласна дужина) светлости | За различите интензитета светлости, фотоструја престаје да тече при истој вредности зауставног напона                       | Максимална кинетичка енергија фотоелектрона <b>зависи</b> од фреквенције светлости                     |
| 4.  | Врста метала и фреквенција светлости   | Испод одређене вредности фреквенције светлости, фотоэффект се не појављује, без обзира на њен интензитет                    | За сваки метал <b>постоји</b> црвена граница фотоелектричног ефекта                                    |
| 5.  | Време појављивања фотоелектрона        | Фотоелектрони се појављују скоро тренутно при осветљавању светлошћу чија је фреквенција већа од црвене границе за тај метал | Енергија се не предаје постепено, него у <b>дискретним (квантним) догађајима</b>                       |

Табела 1. Закључци из изучавања спољашњег фотоелектричног ефекта



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

На основу расејања сунчеве светлости, Џ. Џ. Томсон израчунао је да полупречник електрона износи  $2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ . Сунчева светлост интензитетом од  $520 \text{ W/m}^2$  пада на електрон који ћемо у овом случају сматрати диском. Да бисмо проверили да ли класични таласни модел светлости може да објасни фотоелектрични ефекат, претпоставићемо да је светлост је класичан талас и да се енергија апсорбује постепено.



а) Колико времена је потребно да електрон добије довољно енергије да би напустио метал ако та енергија износи  $1,20 \text{ eV}$ ?

б) Колико пута је ово време веће од времена за које се фотоелектрони уочавају након осветљавања метала, а које износи  $3 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ .

|                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Дато:</b></p> $r = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m}, I = 520 \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$ $E = 1,20 \text{ eV}, t_f = 3 \cdot 10^{-9} \text{ s},$ $E = 1,20 \text{ eV} = 1,92 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$ | <p><b>Решење:</b></p> <p>а) Светлост интензитета <math>I</math> која пада на површину диска преноси снагу <math>P = IS = I\pi r^2</math>, где је <math>S</math> површина диска. Пошто снага представља енергију пренету у јединици времена, време потребно за апсорпцију енергије од <math>1,20 \text{ eV}</math> добија се из релације:</p> $t = \frac{E}{P} = \frac{E}{I\pi r^2} = 1,48 \cdot 10^7 \text{ s} = 171 \text{ d}.$ <p>б) Према класичној физици, енергија је континуирана величина, па ће за толико малу површину бити потребно много дуго време да се акумулира енергија реда величине од неколико електронволти. Међутим, експериментално се примећује да се фотоелектрони емитују скоро тренутно по осветљавању метала. Однос између времена добијеног према класичном моделу и експериментално измереног времена појављивања фотоелектрона износи: <math>n = \frac{t}{t_f} = 5 \cdot 10^{15}</math>. Овај огроман однос јасно показује да класична представа о светлости као електромагнетном таласу не може да објасни фотоелектрични ефекат.</p> |
| <p><b>Тражи се:</b></p> <p>а) <math>t</math> – ? б) <math>n</math> – ?</p>                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

## Ајнштајнова једначина фотоелектричног ефекта

Према квантној интерпретацији, светлост представља ток честица названих фотони. Енергија једног фотона је:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda},$$

Где  $h$  представља Планкову константу,  $c$  представља Планкову константу,  $f$  фреквенцију светлости, а  $\lambda$  њену таласну дужину.

Када фотон буде апсорбован од електрона у металу, енергија се не предаје постепено, већ електрон

одједном прима целу енергију фотона. Електрони у металу су везани у кристалној решетки привлачним Кулоновим силама, па електрон, да би напустио метал, мора да савлада енергетску баријеру. Минимална енергија потребна да електрон да изађе из метала назива се излазни рад и означава се са  $A$ . Излазни рад је различит за различите метале: колико је већи  $A$ , толико су електрони јаче везани за метал. Према томе, енергија коју електрон добија од фотона троши се за ослобађање електрона из кристалне решетке, а остатак се претвара у кинетичку енергију фотоелектрона. Ово се записује Ајнштајновом једначином за фотоефекат:

$$hf = A + E_{k,\max}, \text{ односно } hf = A + \frac{mv^2}{2},$$

где је  $E_{k,\max}$  максимална кинетичка енергија фотоелектрона,  $m$  њихова маса, а  $v$  максимална брзина којом фотоелектрони могу да напусте метал.

У овој једначини јављају се максимална кинетичка енергија и максимална брзина, јер се фотое-

електрони не емитују истом кинетичком енергијом. Део електрона потиче из дубљих слојева метала и губи енергију при сударима док стигне до површине, а електрони из површинских слојева излазе са мањим или без губитака кинетичке енергије. Зато се Ајнштајновом једначином може одредити само максимална кинетичка енергија

Из једначине се јасно види зашто повећање интензитета светлости не повећава кинетичку енергију фотоелектрона. Енергија фотона зависи од фреквенције. Повећање интензитета значи више фотона у јединици времена, па се избија више електрона (већа фотоструја), али енергија појединачних фотоелектрона је одређена фреквенцијом светлости и излазним радом метала:

$$E_{k,\max} = hf - A.$$

Из Ајнштајнове једначине за фотоэффект непосредно следи постојање црвене границе фотоелектричног ефекта. **Ако је енергија фотона мања од излазног рада метала, односно ако важи  $hf < A$ , из метала се не емитују фотони.** Када је енергија фотона једнака излазном раду, фотоелектрони се емитују, али без кинетичке енергије, односно тада следи да  $E_{k,\max} = 0$ . Из овог граничног стања се добија гранична (најмања) фреквенција светлости при којој фотоэффект још увек може да се појави:

$$hf_g = A \Rightarrow f_g = \frac{A}{h}.$$

Користећи везу између фреквенције и таласне дужине електромагнетног таласа, може се одредити и **гранична таласна дужина** (црвена граница) за дати метал:

$$h \frac{c}{\lambda_g} = A \Rightarrow \lambda_g = \frac{hc}{A}.$$

Ово још једном показује да ако светлост нема довољно велику фреквенцију, односно ако је њена таласна дужина већа од граничне, фотоелектрични ефекат се не појављује, без обзира на то колико ће се повећати интензитет светлости. Већи интензитет значи више фотона у секунди, али ако сваки фотон има енергију  $hf < A$ , ниједан од тих фотона појединачно не може да ослободи електрон.

Коначно, може се закључити да узајамно деловање између фотона и електрона личи на судар две честице, при чему се преношење енергије дешава тренутно. Енергија фотона је локализована и предаје се у једном дискретном догађају, за разлику од класичног таласног модела, где је енергија распоређена у простору.


**РЕШЕН ПРИМЕР 2.**

Молибден има излазни рад од 4,20 eV.

- Нађи граничну таласну дужину и граничну фреквенцију за фотоелектрични ефекат овог метала.
  - Колики је зауставни напон, за зрачење таласне дужине од 185 nm?
  - Израчунај брзину којом се фотоелектрони избијају из молибдена.
- Маса и наелектрисање електрона, брзина светлости и Планкова константа су познате.

**Дато:**

$\lambda = 185 \text{ nm}$ ,  
 $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  
 $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ,  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$   
 $A = 6,27 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

**Тражи се:**

- $\lambda_g$  - ?
- $U_z$  - ?
- $v$  - ?

**Решење:**

а) Гранична таласна дужина је највећа таласна дужина при којој још увек долази до емисије фотоелектрона са површине метала, али фотоелектрони немају кинетичку енергију. Из једначине за фотоелектрични ефекат, имамо:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + E_k. \text{ Ако } E_k = 0 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_g} = A \Rightarrow \lambda_g = \frac{hc}{A} = 295 \text{ nm}.$$

Имајући у виду везу између фреквенције и таласне дужине електромагнетног таласа, за граничну фреквенцију имамо:

$$f_g = \frac{c}{\lambda_g} = \frac{c}{\frac{hc}{A}} = \frac{A}{h} = 1,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

б) Када се у колу између аноде и катоде успостави потенцијална разлика једнака зауставном напону, целокупна максимална кинетичка енергија електрона се претвара у потенцијалну енергију и између аноде и катоде не тече струја, односно

потенцијална енергија и међу анодата и катодата не тече струја, односно:  $E_{k,\max} = eU_z$ . Према томе можемо записати:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_z \Rightarrow U_z = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) = 2,5 \text{ V}.$$

в) Имајќи ја предвид врска међу кинетичката енергија и брзината на електроните, имамо:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)} = 9,4 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

## Примена спољашњег фотоелектричног ефекта

Спољашњи фотоелектрични ефекат се користи у уређајима код којих светлост треба да се претвори у електрични сигнал са високом осетљивошћу и брзим одзивом. У свакодневном животу најчешће се среће у фотоћелијама и у светлосним сензорима уграђеним у аутоматске системе, као што су: аутоматско отварање и затварање врата, бројање и сортирање предмета на производним тракама и управљање осветљењем. На пример, фотоћелија (слика 6) која је повезана са уличном светиљком регитрује трује смањење осветљености и аутоматски укључује напајање светиљке из градске електричне мреже.

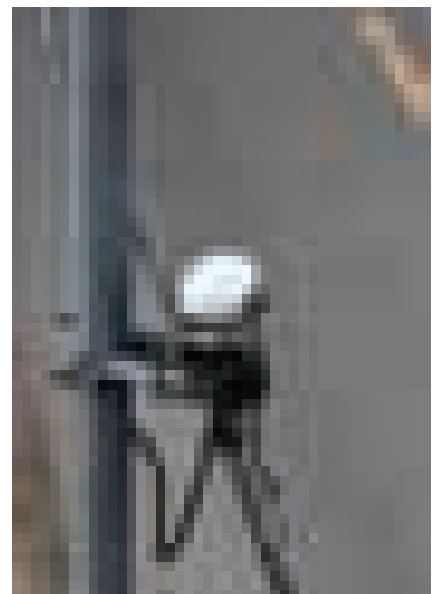
## Унутрашњи фотоелектрични ефекат

Унутрашњи фотоелектрични ефекат је појава при којој светлост не избацује електроне ван материјала (као код спољашњег фотоелектричног ефекта), него изазива промене унутар њега. Када се полупроводник или изолатор осветли зрачењем довољно велике

енергије, фотони могу да предају енергију електронима у материјалу, чиме они прелазе из стања са нижом енергијом у стања са вишом енергијом. Код полупроводника, ово најчешће значи да електрони прелазе из везаног стања у стање у коме могу да се крећу. Као последица тога, у материјалу се стварају слободни носиоци наелектрисања: парови електрон-шупљина. Шупљине су места одакле су избачени електрони дејством светлости за које можемо сматрати да су позитивно наелектрисани носиоци наелектрисања, чије је наелектрисање једнако по величини наелектрисању електрона. Сада, када имамо слободне носиоце наелектрисања, долази до промене електричне проводљивости материјала, али без електрона да напусте његову површину.

Унутрашњи фотоелектрични ефекат има две нарочито важне примене у техници. Прва је фотопроводљивост: при осветљавању електрична проводљивост полупроводника се повећава зато што настаје више носилаца наелектрисања односно

при истом напону доведеном на крајеве полупроводника,



Слика 6. Фотоћелија као прекидач за уличну светиљку.

кроз њега ће тећи већа струја. Ово је основа за рад многих светлосних сензора и фотодетектора. Друга појава је фотонапонски ефекат, који се јавља код неких полупроводничких структура. Када се полупроводник у коме постоји недостатак електрона назван р-тип полупроводника и полупроводник у коме постоји вишак слободних електрона, назван п-тип полупроводника, доведу у контакт и тај контакт изложи светлости, може се појавити **електромоторна сила (или фотонапон)**. Овакве полупроводничке структуре се називају још и **фотонапонске ћелије** или само **фотоћелије**. Ако се фотоћелија повеже у спољашње коло, долази до протицања електричне струје. Фотоћелије су основне градивне јединице **соларних панела**.

Примена унутрашњег фотоелектричног ефекта је бројна и присутна у свакодневном животу. Соларне ћелије претварају део сунчевог зрачења у електричну енергију и користе се од малих калкулатора до великих фотонапонских централа. На овај начин, унутрашњи фотоелектрични ефекат представља једну од најважнијих веза између квантне природе светлости и савремене електронике, јер омогућава светлости да се претвори у електрични сигнал или у корисну електричну енергију.

### Еколошка оправданост коришћења соларних панела

Приликом процене еколошке оправданости соларних панела, није довољно разматрати само њихов утицај за време рада, него треба узети у обзир цео животни циклус: производњу, коришћење и отпад, односно могућности рециклаже

**Велика предност соларних панела је то што при раду не сагоревају фосилна горива и не испуштају штетне гасове и честице на месту употребе.** Тиме се смањује загађење ваздуха и емисија гасова стаклене баште, посебно када сунчева енергија замењује електричну енергију добијену из фосилних извора. Додатно, панели се најчешће постављају на већ постојеће кровове или на одређену инфраструктуру, па у многим случајевима не изазивају трајне промене у природној средини, за разлику од рудника угља и депонија пепела из термоелектрана.

Са друге стране, еколошка анализа није потпуна ако се занемаре изазови. Производња соларних панела захтева сировине и значајну количину енергије, а по истеку радног века, потребни су организовани системи за прикупљање и рециклажу. Додатно, производња електричне енергије из соларних панела није стална, јер зависи од дневног и годишњег циклуса, облачности и других временских услова. Зато, соларна енергија у енергетским системима мора да се комбинује са другим изворима, а при великој производњи дању или лети, потребни су и капацитети за складиштење (на пример, батерије) да би

електрична енергија могла да се употреби касније на пример ноћу. Отуда следи да су соларни панели еколошки оправдани када се користе као део добро организованог енергетског система: са квалитетном производњом, дугим радним веком и јасним планом за рециклажу и када реално замењују електричну енергију добијену из фосилних горива.



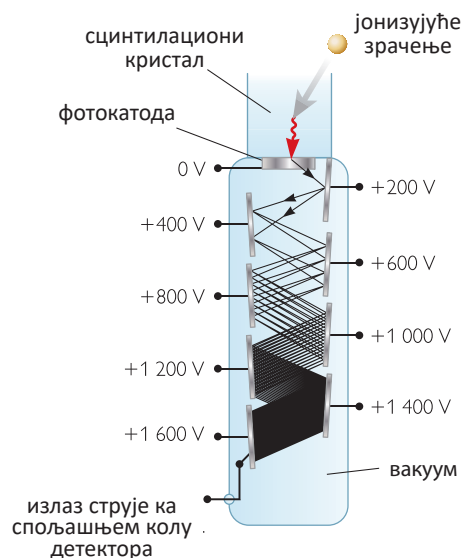
Слика 7. Фотонапонска електрана



## НАУЧИ ВИШЕ

### Фотомултипликатори

У науци, спољашњи фотоелектрични ефекат представља основу фотоелектронске спектроскопије, методе којом се испитују хемијски састав и електронска структура површине материјала. Он је такође, основа и за рад фотомултипликаторских цеви, које су изузетно осетљиви детектори веома слабих светлосних сигнала и користе се у експериментима са сцинтилаторима и детекторима честица. Код оваквих детектора, кванти јонизујућег зрачења са великом енергијом падају на сцинтилациони кристал. Као резултат узајамног деловања зрачења са кристалом, емитују се фотони са одређеном енергијом. Ови фотони падају на фотокатоду фотомултипликаторске цеви, при чему се избијају фотоелектрони. Потом, преко система од више електрода (диоде) у унутрашњости цеви, број електрона се повећава путем секундарне емисије. На тај начин се ствара довољно јак електрични сигнал који може да се региструје мерном електроником, чиме постаје могућа и детекција јонизујућег зрачења. Процес детекције јонизујућег зрачења фотомултипликаторском цеви приказан је на слици 8.



**Слика 8.** Фотомултипликаторска цев за регистровање јонизујућег зрачења



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

- Која се разлика може очекивати ако се уместо металне фотокатоде у експерименту за проучавање спољашњег фотоелектричног ефекта постави гас?
- Различити метали имају различите излазне радове за електроне. Шта можеш закључити о својствима метала?
- У фотодиоди се користи метал са црвеном границом за фотоелектрични ефекат од 540 nm:
  - Израчунај излазни рад метала, б) Да ли ће се појавити фотоелектрични ефекат ако се катода осветли светлошћу таласне дужине 600 nm ? (Решење а) 2,3 eV, б) не)
- У експерименту за одређивање Планкове константе помоћу фотоелектричног ефекта добијено је да је потребан зауставни потенцијал од 1,0 V да би се зауставили сви електрони када се користи таласна дужина од 250 nm, а одговарајући потенцијал од 2,4 V за упадну светлост таласне дужине од 200 nm. На основу ових података одредити:
  - Планкову константу,
  - Вредност излазног рада фотокатоде,
  - Фреквенцију коришћене упадне светлости,
  - Кинетичку енергију фотоелектрона.
 (Решење б) 4,6 eV, в)  $1,2 \cdot 10^{15}$  Hz и  $1,5 \cdot 10^{15}$  Hz г)  $1,6 \cdot 10^{-19}$  J и  $3,85 \cdot 10^{-19}$  J).
- Светлост непознате таласне дужине  $\lambda_1$  пада на фотокатоду и при неком напону  $U_{z1} > 0$  фотоструја се прекида. Када се иста фотокатода осветли светлошћу таласне дужине  $\lambda_2 = 0,45 \mu\text{m}$

зауоставни напон постаје  $U_{z2}$ . Ако разлика два зауоставна напона износи 1,7 V, треба одредити непознату таласну дужину  $\lambda_1$ . (Решење 280 nm)

6. При осветљавању површине метала светлошћу таласних дужина 320 nm и 580 nm, максимална брзина фотоелектрона се разликује за два пута. Колики је излазни рад електрона за дати метал? Израчунај црвену границу за метал. (Решење 1,56 eV и 795 nm)
7. У лабораторији је одређиван излазни рад електрона са површине одређеног метала. У експерименту је мерен зауоставни напон као функција таласне дужине светлости која пада на метал, при чему су резултати дати у табели испод.

|                      |     |     |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\lambda[\text{nm}]$ | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 |
| $U_z(\text{V})$      | 7,5 | 5,6 | 4,0 | 2,9 | 2,1 | 1,4 |

При анализи користити и бројне вредности следећих константи: наелектрисање електрона:  $1,602 \cdot 10^{-19}$  C, брзина светлости у вакууму  $2,998 \cdot 10^8$  m/s.

- а) Резултате представи на графику тако што ћеш на  $x$  – осу нанети реципрочну вредност таласне дужине, а на  $y$  – осу нанети зауоставни напон. Повуци праву кроз тачке.
- б) Одреди коефицијент правца и пресечну тачку праве са  $y$  – осом. (Решење: -4,74 eV)
- в) Помоћу резултата добијених у претходном задатку, одреди вредност Планкове константе, као и излазни рад метала изражен у eV. (Решење:  $6,6 \cdot 10^{-34}$  J·s, 4,7 eV)
- г) Одреди при којој ће највећој таласној дужини из метала још увек моћи да се избијају електрони. (Решење: 260 nm)
- д) Одреди таласну дужину светлости којом могу да се добију фотоелектрони са максималном кинетичком енергијом од 10 eV. (Решење: 83 nm)

### 4.3. Модели атома

У претходним лекцијама видели смо да класична физика има озбиљна ограничења када је реч о светлости и о зрачењу. Слични проблеми се јављају и када покушавамо да опишемо структуру атома. Експерименти које су физичари и хемичари изводили крајем XIX и почетком XX века показали су да атом, као основна градивна јединица елемената, има унутрашњу структуру. Из открића повезаних са периодним системом елемената, катодних зрака, електричних пражњења у разређеним гасовима, електролизе и радиоактивности произлази да атом није недељива честица, него сложена структура која садржи носиоце електричног наелектрисања.

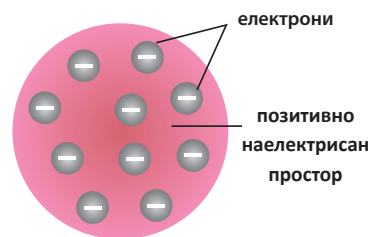
Данас знамо да је атом сачињен од језгра које садржи протоне и неутроне, окружено електронима. Али, ова представа уопште није била очигледна. Питање „Како су електрони распоређени у атому и зашто је атом стабилан?“ има дугу историју која нас води до данашњег модела атома. Модел атома је идеализована физичка представа структуре реалног атома, расподеле наелектрисања и масе, помоћу које се објашњавају експериментални резултати. Развој модела атома је типичан пример примене научног метода: сваки модел се прихвата док успешно објашњава експерименталне чињенице, а ревидира или замењује када се појаве нова сазнања.



## Томсонов модел атома

По откривању електрона, постало је јасно да атоми садрже негативно наелектрисане честице. Пошто је атом у целини електро-неутралан, мора да постоји и позитивно наелектрисање које је по величини једнако укупном негативном наелектрисању електрона. На основу овог закључка, Џозеф Џон Томсон је 1897. године предложио први модел атома.

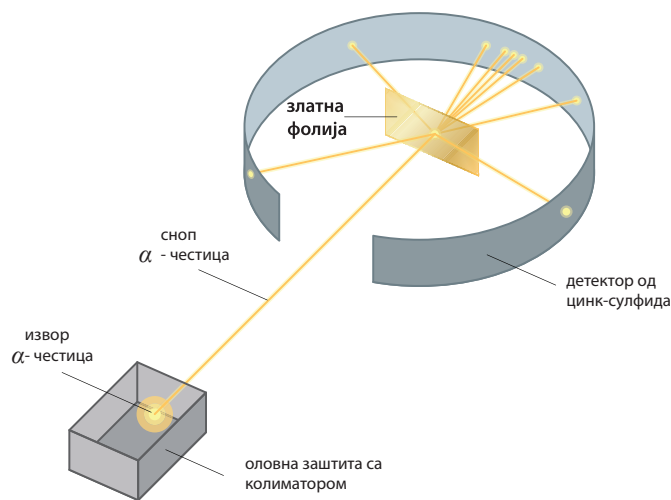
Према Томсоновом моделу, атом представља сферни простор у коме је позитивно наелектрисање равномерно распоређено кроз целу запремину атома, а електрони који су уграђени у њега осцилују у равнотежним положајима (слика 1). На тај начин атом је електронеутралан. Овај модел успешно је објаснио електронеутралност атома и понудио једноставну слику његове стабилности, као и за формирање позитивних и негативних јона.



Слика 1. Поједностављен приказ Томсоновог модела атома

## Радерфордово расејање

Иако Томсонов модел успешно објашњава електронеутралност атома, поставило се питање да ли он правилно описује и унутрашњу расподелу наелектрисања и масе у атому. Да би се ово проверило, изведен је један од најзначајнијих експеримената у развоју атомске физике Радерфордово расејање. Експеримент је изведен у лабораторији. Ернеста Радерфорда у циљу да се експериментално испита расподела наелектрисања и масе у атому и провери да ли Томсонов модел може да објасни резултате расејања. Експеримент су извели Ханс Гајгер и Ернест Марсден, при чему користили радиоактивни полонијум ( $^{214}\text{Po}$ ). Полонијум је емитер алфа-честица ( $\alpha$ -честица) које представљају двоструко јонизована језгра хелијума ( $^4\text{He}$ ). Алфа-честице су пуштане кроз колиматор да би се добио узан и приближно паралелан сноп, који је потом усмерен ка веома танкој златној фолији. Око фолије је постављен детектор који је био флуоресцентни екран од цинк-сулфида. Цинк-сулфид има својство да испушта светлост када у њега удари  $\alpha$ -честица (слика 2).

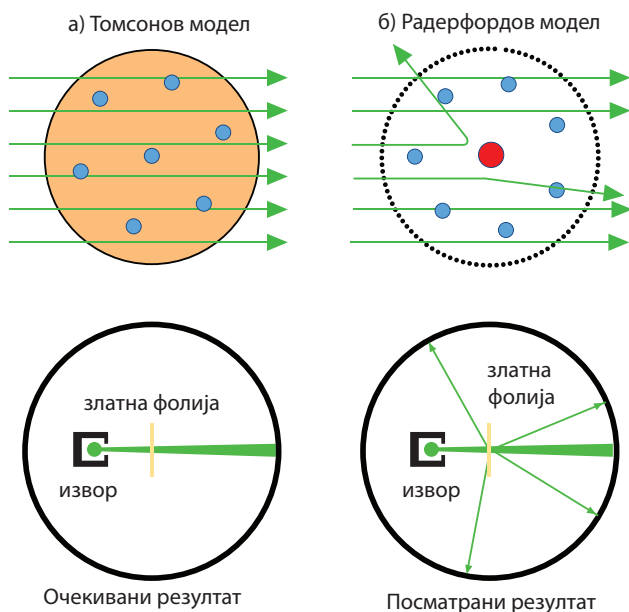


Слика 2. Шематски приказ Радерфордовог експеримента. Ради поједностављења слике, детектор је приказан као трака која обавија златну фолију

Уколико би Томсонов модел био потпуно тачан, очекивало се да  $\alpha$ -честице при пролазу кроз атоме имају мала одступања од почетног правца због равномерне расподеле позитивног наелектрисања и одсуства јаког електричног поља у одређеном делу простора. Међутим, експериментални резултати показали су нешто друго. Највећи део  $\alpha$ -честица пролази кроз фолију скоро без одступања, што указује на то да је атом у великом делу празан простор, од-носно растојање између електрона и позитивног наелектрисања је веома велико. Мали број честица расејан је под веома великим угловима, а једна  $\alpha$ -честица на приближно 8000 честица враћала назад ка извору. Овај неочекивани резултат указивао је да су се честице одбијале од нечега што је веома масивно наелектрисано и налази се у веома малом делу простора атома (слика 3). дел од просторот на атомот (слика 3).

Уколико би Томсонов модел био потпуно тачан, очекивало се да  $\alpha$ -честице при пролазу кроз атоме имају мала одступања од почетног правца због равномерне расподеле позитивног наелектрисања и одсуства јаког електричног поља у одређеном делу простора. Међутим, експериментални резултати показали су нешто друго. Највећи део  $\alpha$ -честица пролази кроз фолију скоро без одступања, што указује на то да је атом у великом делу празан простор, од-носно растојање између електрона и позитивног наелектрисања је веома велико. Мали број честица расејан је под веома великим угловима, а једна  $\alpha$ -честица на приближно 8000 честица враћала назад ка извору. Овај неочекивани резултат указивао је да су се честице одбијале од нечега што је веома масивно наелектрисано и налази се у веома малом делу простора атома (слика 3). дел од просторот на атомот (слика 3).





а) Предвиђање на Томсоновог модела

б) Радерфордов модел и посматрани резултати

буду континуирани. Ове експерименталне чињенице указале су на то да је потребан нов модел атома који боље описује његову унутрашњу структуру. Зато, је Ернест Радерфорд 1911. године предложио нови модел атома назван нуклеарни (језгрени) модел, који је представљао кључан корак у развоју атомске физике.

## Радерфордов модел атома

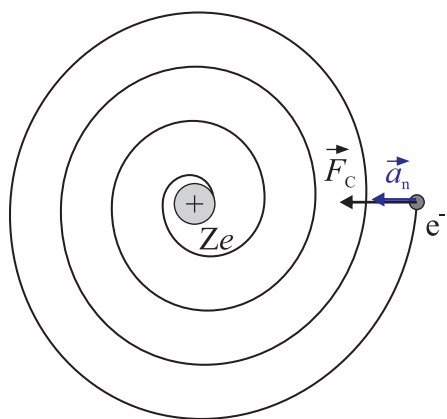
Према Радерфордовом моделу, позитивно наелектрисање и скоро цела маса атома налазе се у веома малом централном делу атома названом атомско језгро. Електрони се крећу око језгра на знатно већим растојањима у поређењу са величином језгра, па отуда следи да највећи део атомског простора празан, у смислу расподеле масе и позитивног наелектрисања. Језгро има велику масу и позитивно је наелектрисано, а електрони својим негативним наелектрисањем обезбеђују електронеутралност атома.

Овим моделом одједном је објашњено неколико суштинских експерименталних резултата. Прво, моделом је објашњено зашто већи део  $\alpha$ -честица пролази скоро без одступања од првобитног правца при пролазу кроз фолију: најчешће, не пролазе довољно близу до језгра, па је електростатичко дејство на њих слабо и путања остаје приближно праволинијска. Друго, модел даје природно тумачење ретких случајева великих одступања: када  $\alpha$ -честица прође веома близу језгра, јако Кулоново одбијање може значајно да промени њен правац кретања, што резултира расејањем под великим угловима. Треће, из чињенице да су велика одступања ретка, следи да језгро мора да има веома мале димензије у поређењу са целим атомом. На овај начин, Радерфордов модел је јасно представио нуклеарну структуру атома и поставио основу за даља истраживања нуклеарних појава.

**Према класичној физици, овакав атом не може да буде стабилан.** Ако се електрони крећу око језгра по кружним путањама, имају стално центрипетално убрзање. Према класичној електродинамици, свако електрично наелектрисање које се креће неким убрзањем, мора да емитује емитира електромагнетно зрачење. А то значи да би електрон постепено губио енергију, приближавао се језгру и

На основу ових резултата, Радерфорд је закључио да позитивно наелектрисање није равномерно распоређено у атому, већ је концентрисано у веома малом централном делу атома. **Радерфордово расејање представља први експериментални доказ да су скоро цела маса и позитивно наелектрисање атома концентрисани у атомском језгру.** Према Радерфорду, језгро има полупречник реда величине  $10^{-15}$  m, а данас је познато да су полупречници атомских језгара у интервалу приближно од 1 до 8 fm (фемтометара,  $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ ).

Иако је овај експеримент јасно показао да Томсонов модел не одражава реалну грађу атома, Томсоновим моделом нису могли да се објасне и други експериментално добијени подаци. Томсонов модел не може да објасни дисконтинуирани карактер емисионих спектра атома. Наиме, ако електрони осцилују у равнотежним положајима, они би требало да могу да мењају своју енергију континуирано, што би значило да емисиони спектри атома треба да



Слика 4. Убрзано кретање електрона око језгра код модела атома Радерфорда.

за веома кратко време би „пао“ на језгро. Ово је супротно експерименталној чињеници да су атоми стабилни.

Додатно, модел не може да објасни линијске спектре атома. Ако електрон у Радерфордовом моделу може да има произвољну енергију и при кретању зрачи континуирано, тада би се очекивао континуиран атомски спектар, а не линијски. У лекцији 4.1 смо се упознали са изгледом линијског спектра атома водоника. Ово указује на то да у атому морају постојати тачно одређена енергетска стања и да се зрачење појављује само при прелазима између њих, нешто што Радерфордов модел не објашњава.

Зато, Радерфордов модел представља неопходан, али не и довољан корак у развоју теорије атома. Он уводи нуклеарну (језгрену) структуру атома и успешно објашњава резултате расејања, али јасно указује на потребу за новим физичким принципима који ће објаснити стабилност атома и дискретни карактер атомских спектра.

Ова потреба довела до увођења квантних идеја ради објашњавања структуре атома, што ће бити разматрано преко Боровог модела атома.

## Боров модел атома

Немогућност да се Радерфордовим моделом објасне стабилност атома и линијски спектри, показала је да класична физика није довољна за опис процеса у атому. Да би се објаснили стабилност атома и кретање електрона око језгра, али истовремено објаснио и линијски карактер атомских спектра, било је потребно увести нове, не класичне принципе.

На основу идеје квантизације енергије, Нилс Бор је 1913. године предложио модел који задржава нуклеарну структуру атома уведеном од Радерфорда, али је надограђује квантним условима. Са овим побољшањима, био је добијен Боров модел атома. Боров модел атома успешно објашњава стабилност атома водоника и свих атома и јона који се састоје од језгра са наелектрисањем  $Ze$  (где је  $Z$  број протона) и једног електрона који се креће око језгра ( $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ ,  $\text{Be}^{3+}$  итд.). Такви атоми или јони заједнички се називају водоникоподобним атомима. Помоћу Боровог модела су објашњени и дисконтинуирани (линијски) спектри водоникоподобних атома.

Боровим моделом се претпоставља да се електрон креће око језгра по **стационарним орбитама** које нису произвољне. Напротив, дозвољене су само одређене орбите за које важе конкретни квантни услови. Ови услови немају основу у класичној механици, али су се показали као неопходни за објашњавање стабилности атома и његових линијских спектра. Иако се користи појам орбите, оне се не смеју тумачити као реалне класичне трајекторије, већ као део поједностављеног квантног модела.

У основи Борове теорије о атому налазе се постулати: претпоставке које немају потпору или научно утемељење у класичној физици, а данас су познате као Борови постулати:

### 1. Постулат о стационарним стањима

Електрон се у атому може налазити само у одређеним стационарним, односно квантним енергетским стањима са тачно одређеном енергијом. Сваком стационарном енергетском стању одговара тачно одређена стационарна орбита по којој се електрон креће. Док се електрон налази у оваквим стационарним стањима, атом не емитује електромагнетно зрачење.

### 2. Постулат о квантизацији момента импулса

При кретању електрона по стационарним орбитама око језгра, момент импулса  $L = m_e v r$  може да има само одређене дискретне вредности које задовољавају услов:

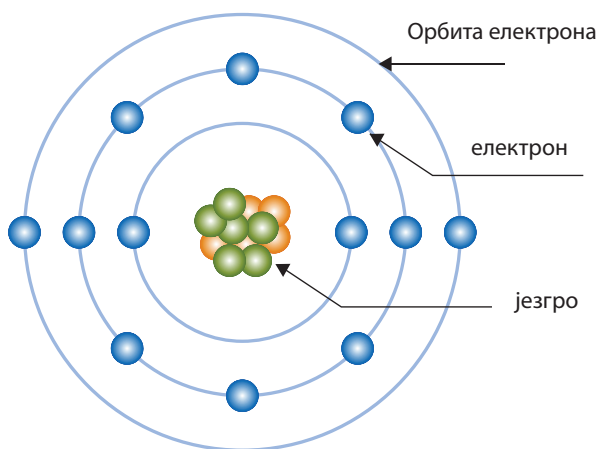
$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi},$$

где је  $m_e$  маса електрона,  $v_n$  брзина којом се електрон креће по датој орбити,  $r_n$  полупречник орбите,  $h$  означава Планкову константу, а  $n=1,2,3,\dots$  редни број орбите, још назван и **главни квантни број**.

### 3. Постулат о квантним прелазима

Емисија или апсорпција зрачења дешава се само при прелазу електрона из једног стационарног стања у друго..

## Последице Борових постулата



**Слика 5.** Боров модел атома.

Електрони се крећу по  
стационарним  
кружним орбитама око језгра

### Полупречник стационарних орбита

Прва два Борова постулата омогућавају да се одреде полупречници, брзине и енергије електрона у водониковом атому у стационарним стањима. Једначина помоћу које се могу израчунати полупречници-стационарних орбита по којима се електрон може кретати је:

$$r_n = \frac{a_0}{Z} \cdot n^2, \text{ где је } n=1,2,3,\dots$$

Ако размотримо атом водоника за који је  $Z = 1$  онда за полупречнике орбита у атому водоника можемо да запишемо следећу једначину.

$$r_{n, H} = a_0 n^2 \text{ каде што } n=1,2,3,\dots$$

За  $n=1$  добија се полупречник прве орбите код атома водоника, који се назива Боров полупречник. :

$$r_{1, H} = a_0.$$

Константа у једначини има вредност  $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Њена вредност се израчунава преко других фундаменталних константи, као што је показано у решеном примеру 1.

Веома важна ствар која се може приметити из једначине за полупречнике код водоникоподобних атома је да полупречници стационарних орбита не могу имати произвољне вредности, већ се оне повећавају са квадратом редног броја орбите (главног квантног броја), односно можемо записати да:

$$r_1 : r_2 : r_3 : \dots : r_n = 1^2 : 2^2 : 3^2 : \dots : n^2.$$

**Брзина електрона** у стационарним орбитама у Боровом моделу има дискретне вредности и зависи од главног квантног броја  $n$ . За водоникоподобан атом, брзина електрона по датој стационарној



## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Применом другог Њутновог закона за кретање електрона са наелектрисањем  $e$  под дејство на Кулоновата привлична сила со јадрото чиј полнеж је  $Ze$ , као и коришћењем другог Боровог постулата, изведи изразе помоћу којих се могу израчунати полупречници стационарних орбита у Боровом моделу атома. Извести израз помоћу кога ће се израчунати вредност Боровог полупречника  $a_0$ .

**Решење:**

Користећи други Њутнов закон за кретање по кружности, имамо:

$$\vec{F}_c = m_e \vec{a}_n,$$

где  $a_n$  означава центрипетално убрзање електрона који се креће по  $n$ -тој орбити, а  $m_e$  означава масу електрона. Замењујући у једначину за Кулонову привлачну силу  $F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}$  и за центрипетално убрзање  $a_n = \frac{v_n^2}{r_n}$  имамо:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n^2} = m_e \frac{v_n^2}{r_n}.$$

У последњој једначини са  $\epsilon_0$  означена је диелектрична константа вакуума. Изражавајући брзину кретања електрона по  $n$ -тој стационарној орбити из другог Боровог постулата као:

$$v_n = n \frac{h}{2\pi r_n m_e},$$

па замењујући у последњу једначину за полупречнике стационарних орбита, добија се:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{Ze^2 m_e} \cdot n^2, \quad n=1,2,3,\dots$$

Ове фундаменталне физичке константе можемо да заменимо једном константом:

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{e^2 m_e}.$$

Заменом бројних вредности свих константи, добијамо:  $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

Коначно, за полупречнике стационарних орбита за водоникоподобне атоме, имамо:

$$r_n = \frac{a_0}{Z} \cdot n^2, \quad \text{где је } n=1,2,3,\dots$$

орбити може се израчунати помоћу једначине:

$$v_n = Z v_{1,H} \cdot \frac{1}{n}, \quad n=1,2,3,\dots$$

Брзина електрона је највећа за прву орбиту, која такође има и најмањи полупречник ( $n=1$ ), а са повећањем редног броја орбите, њена брзина се смањује. Константа у једначини има вредност  $v_{1,H} = 2,189 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  и представља брзину којом се електрон креће по првој стационарној орбити код атома водоника, а  $Z$  је број протона. О томе како се добија горња једначина и о одређивању бројне вредности константе пропорционалности, погледај решени пример 2.

Електрон код водоникоподобних атома се не може кретати по стационарним орбитама произвољном брзином. За брзине електрона по стационарним орбитама код водоникоподобних атома, важи:

$$v_1 : v_2 : v_3 : \dots : v_n = \frac{1}{1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \dots : \frac{1}{n}.$$

**РЕШЕН ПРИМЕР 2.**

Користећи други Боров постулат и израз за полупречнике стационарних орбита, извести израз за брзину електрона у стационарним орбитама код водониковог атома. Одредити брзину електрона у првој стационарној орбити код атома водоника.

**Решење:**

Према другом Боровом постулату, угаони момент електрона у стационарној орбити има дискретне вредности и важи:

$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}.$$

Из једначине, брзина електрона у  $n$ -тој стационарној орбити може да се изрази као:

$$v_n = \frac{nh}{2\pi r_n m_e}.$$

Заменом изрази за полупречник стационарних орбита,

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{Ze^2 m_e \pi} \cdot n^2,$$

добива се брзина електрона, која може да се запише у облику:

$$v_n = \frac{Ze^2}{2\epsilon_0 h} \frac{1}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Из овог изрази се види да брзина електрона у стационарним орбитама има дискретну вредност и да је обрнуто пропорционална главном квантном броју. Највећу брзину електрон има у првој стационарној орбити, односно у орбити са најмањим полупречником. За атом водоника ( $Z = 1$ ), брзина електрона у  $n$ -тој стационарној орбити је:

$$v_{n,H} = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} \frac{1}{n}.$$

За  $n = 1$  се добија брзина електрона у првој стационарној орбити:

$$v_{1,H} = 2,189 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

**РЕШЕН ПРИМЕР 3.**

Електрон се налази у  $n$ -тој Боровој орбити код атома водоника.

- Покажи да период ротације око језгра може да се запише као  $T = t_0 n^3$  и израчунај вредност константе  $t_0$ . Вредност масе електрона и његовог наелектрисања сматрају се познатим.
- У просеку, електрон остаје у другој орбити око  $12 \mu\text{s}$  пре него што пређе у прву орбиту. Колико обртаја (кружних окретаја) направи електрон у атому водоника у првом побуђеном стању?

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Дато:</b></p> <p><math>t = 12 \cdot 10^{-6} \text{ s}</math>, <math>m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}</math>,</p> <p><math>e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}</math>, <math>h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}</math>,</p> <p><math>\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{Nm}^2)</math></p> <p><b>Тражи се:</b></p> <p>а) <math>t_0</math> – ? б) <math>N</math> – ?</p> | <p><b>Решење:</b></p> <p>а) Период за који електрон изврши један обртај или једно кружно кретање око језгра водоника је: <math>T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n}</math>, где је са <math>r_n</math> је означен полупречник <math>n</math>-те орбите, а са <math>v_n</math> је означена брзина којом се електрон креће по тој орбити. Узимајући у обзир изразе са полупречник и брзину добијамо:</p> $T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n} = \frac{2\pi \frac{\varepsilon_0 h^2}{e^2 m_e} \cdot n^2}{\frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n}} = \frac{4\varepsilon_0^2 h^3}{e^4 m_e} \cdot n^3 = t_0 \cdot n^3.$ <p>За вредност <math>t_0</math> имамо: <math>t_0 = \frac{4\varepsilon_0^2 h^3}{e^4 m_e} = 1,52 \cdot 10^{-15} \text{ s}.</math></p> <p>б) Број обртаја у првом побуђеном стању износи:</p> $N = \frac{t}{T_n} = \frac{t}{2^3 \cdot t_0} = 9,87 \cdot 10^9.$ |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Енергија електрона** у Боровом моделу атома једнака је збиру његове кинетичке и потенцијалне енергије у електростатичком пољу језгра. За електрон који се креће по  $n$ -тој стационарној орбити у водониковом атому, енергија је дата изразом:

$$E_n = -\frac{Z^2}{n^2} E_0, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

где је  $E_0$  позитивна константа која зависи од фундаменталних физичких константи. Њена вредност је  $E_0 = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}$ . једначине за енергију електрона у различитим стационарним орбитама је дато у решеном примеру 4.

Овај израз показује да је енергија електрона у стационарним орбитама дискретна (квантована) и да је вредност обрнуто пропорционална квадрату главног квантног броја  $n$ . Електрон код водоникоподобних атома не може да има произвољне енергије у стационарним орбитама. За енергије електрона код водоникоподобних атома, у различитим стационарним орбитама важи:

$$E_1 : E_2 : E_3 : \dots : E_n = \frac{1}{1^2} : \frac{1}{2^2} : \frac{1}{3^2} : \dots : \frac{1}{n^2}.$$

Повећањем главног квантног броја, енергија електрона се повећава (постаје мање не-гативна), односно електрон је слабије везан за језгро. Електрон има најмању енергију када се креће по првој стационарној орбити ( $n = 1$ ), која се назива **основно енергетско стање**. Сва стања са  $n > 1$  називају се **побуђена енергетска стања**.

Када  $n \rightarrow \infty$ , енергија електрона се приближава нули, што одговара стању у којем је електрон **слободан** и није везан за језгро. Енергија коју треба да добије електрон да би прешао у слободан електрон, односно да напусти атом, назива се **енергија јонизације**. Енергија јонизације за електрон који се налази у произвољном енергетском стању се може израчунати помоћу једначине:

$$E_{\text{jon}} = E_{\infty} - E_n.$$

Енергија јонизације је највећа ако се електрон налази у основном енергетском стању ( $n=1$ ). Ако је електрон у неком од побуђених стања, енергија јонизације је мања од енергије јонизације за електрон који се налази у основном енергетском стању. Енергија јонизације је уједно и енергија коју емитује слободан електрон у облику електромагнетног таласа (фотон) ако се слободан електрон веже за језгро водоникоподобног атома. Зато се енергија стационарних стања назива и енергија везивања електрона.

Иако Боров модел представља историјски преокрет и успешно описује атом водоника и остале водоникоподобне атоме, он не може прецизно да опише вишелектронске атоме и њихове спектре. Ова ограничења су омогућила развој квантне механике.



## РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Изведи израз за енергију електрона у стационарном стању код водоникоподобног атома и одреди вредност константе  $E_0$ .

## Решење:

Енергија електрона у електростатичком пољу језгр је збир кинетичке и потенцијалне енергија :

$$E_n = E_{k,n} + E_{p,n} = \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n}.$$

За водоникоподобан атом могу се уврстити изрази за брзани и полупречник стационарних орбита, при чему се добија:

$$E_n = E_{k,n} + E_{p,n} = \frac{Z^2 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} - \frac{Z^2 m_e e^4}{4\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2},$$

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

Када се упореди са једначином  $E_n = -\frac{Z^2}{n^2} E_0$ , за константу, добијамо:

$$E_0 = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}.$$

За атом водоника ( $Z=1$ ) се добија:

$$E_{n,H} = -\frac{1}{n^2} E_0 = -2,18 \cdot 10^{-18} \frac{1}{n^2} \text{ J} = -13,6 \frac{1}{n^2} \text{ eV}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

За  $n=1$  добија се енергија електрона у првој стационарној орбити атома водоника:

$$E_{1,H} = -E_0 = -13,6 \text{ eV}.$$



## РЕШЕН ПРИМЕР 5.

Одредити енергију јонизације електрона у атому водоника ако је енергија стационарних стања дата једначином  $E_{n,H} = -13,6 \frac{1}{n^2} \text{ eV}$ . Претпостављамо да се електрон налази у основном енергетском стању.



**Решење:**

У Боровом моделу, када је електрон веома далеко од језгра, он је практично слободан. То одговара веома великој вредности главног квантног броја  $n$ . У том случају, члан  $\frac{1}{n^2}$  постаје веома мали, па енергија  $E_{\infty, \text{H}}$  постаје веома близу нули. Зато, за слободан електрон узимамо:

$$E_{\infty, \text{H}} = 0 \text{ eV}.$$

Основно енергетско стање водоника је за  $n = 1$ :

$$E_{1, \text{H}} = -13,6 \text{ eV}.$$

Енергија јонизације из основног стања је разлика између енергије слободног електрона и енергије у основном стању:

$$E_{\text{jon, H}} = E_{\infty, \text{H}} - E_{1, \text{H}} = 13,6 \text{ eV}.$$

**РЕШЕН ПРИМЕР 6.**

Фотон енергије 2,34 eV се апсорбује у атому водоника.

а) Одреди најмањи главни квантни број  $n$  за који се атом водоника може јонизовати овим фотоном.

б) Одреди брзину  $v$  електрона који се ослобађа приликом јонизације из стања у а).

**Дато:**

$$E_{\gamma} = 2,34 \text{ eV}$$

**Тражи се:**

$n - ?$ ,  $v - ?$

**Решење:**

а) Енергија коју има електрон на произвољном нивоу у атому водоника

$$E_n = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ eV} \quad n=1,2,3, \dots$$

Да би се атом јонизовао, електрону треба довести исто толику енергију, односно

$$E_n = +13,6 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ eV} \quad n=1,2,3, \dots$$

Према томе, услов за јонизацију можемо се записати:

$$E_{\gamma} \geq E_n \Rightarrow E_{\gamma} \geq +13,6 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ eV} \Rightarrow n \geq \sqrt{\frac{13,6 \text{ eV}}{E_{\gamma}}} = 2,4.$$

Пошто  $n$  може да има само целе вредности, следи да би фотон могао да изврши јонизацију, електрон треба да буде у другом побуђеном стању, односно на нивоу  $n = 3$ .

б) Вишак енергије фотона претвориће се у кинетичку енергију електрона, односно:

$$: E_k = E_{\gamma} - E_n \Rightarrow \frac{m_e v^2}{2} = E_{\gamma} - E_n \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} (E_{\gamma} - E_n)} = 5,4 \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

**ПИТАЊА И ЗАДАЦИ**

1. Који проблем Радерфордовог модела атома решава Боров модел и са којим основним претпоставкама?
2. Шта значи појам стационарна орбита у Боровом моделу и зашто атом не зрачи у таквом стању?

3. Зашто је енергија електрона у стационарној орбити негативна? Шта то физички значи за везаност електрона?
4. Електрон се у Боровој орбити креће по кружној путањи полупречника  $r_n$  и брзином  $v_n$ . а) Изведи израз за период обртања  $T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n}$  по  $n$ -тој орбити у атому водоника.  
 б) Изведи израз за угаону фреквенцију електрона на  $n$ -тој орбити у атому водоника  $\omega_n = \frac{2\pi}{T_n}$ .  
 в) израчунај ги  $T_1$  и  $T_3$ .  
 г) израчунај  $\omega_1$  и  $\omega_3$  и одреди однос  $\omega_3 / \omega_1$ .
- (Решење: в)  $T_1 = 1,52 \cdot 10^{-16} \text{ s}$ ,  $T_3 = 4,10 \cdot 10^{-15} \text{ s}$  и г)  $\omega_1 = 4,13 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$   $\omega_3 = 1,53 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$   
 $\frac{\omega_3}{\omega_1} = 0,037$ )
5. а) Израчунај колико износе  $E_2 - E_1$  и  $E_{10} - E_9$  за атом водоника. Да ли се може закључити да се растојање између енергетских нивоа повећава, смањује или остаје исто?  
 б) Како зависи разлика  $r_{n+1} - r_n$  од  $n$ ? Да ли се радијално растојање између стационарних орбита повећава, смањује или остаје исто са порастом  $n$ ?  
 (Решење: а)  $E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV}$ , б)  $r_{n+1} - r_n = (2n-1)r_1$ ,  $E_{10} - E_9 = 0,032 \text{ eV}$ )



## ПОЗНАТИ НАУЧНИК

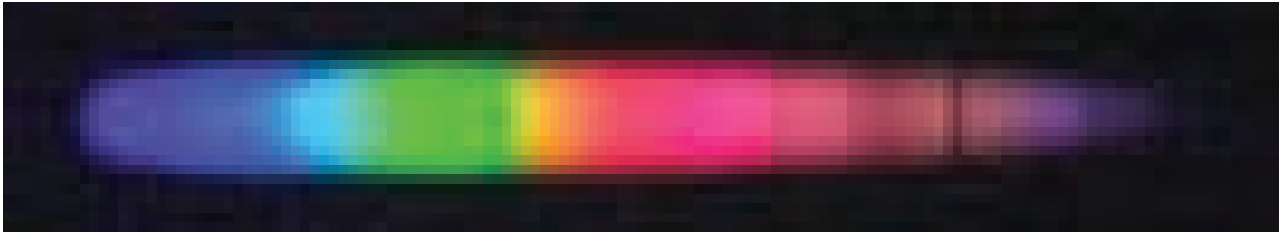
Нилс Бор (1885–1962) био дански физичар који је имао кључну улогу у стварању савремене квантне механике и разумевању структуре атома. Студирао је и радио у Копенхагену, а на почетку своје каријере тесно је сарађивао са Ернестом Радерфордом, у периоду када је језгро атома било нов и револуционаран појам. Године 1913. Бор је предложио свој модел атома у коме се по први пут уводи идеја о стационарном стању и квантизацији одређених физичких величина. Овим приступом, он је успео да објасни енергетске нивое и основне карактеристике спектра водоничног атома, што је био снажан аргумент да се класична физика мора допунити новим квантним принципима.



Бор се није задржао само на моделу атома, већ је касније дао и дубоке концептуалне доприносе и у интерпретацији квантне механике. Он је развио идеју о комплементарности, према којој се одређена квантна својства (као што су честични и таласни карактер светлости) међусобно допуњују и не могу се истовремено потпуно описати у једном експерименту. 1922. године добио је Нобелову награду за физику, за своја истраживања структуре атома и зрачења које потиче од њих. У Копенхагену је основао школу за теоријску физику и створио научну средину која је постала центар квантне физике у првој половини XX века, са великим утицајем на многе генерације физичара.

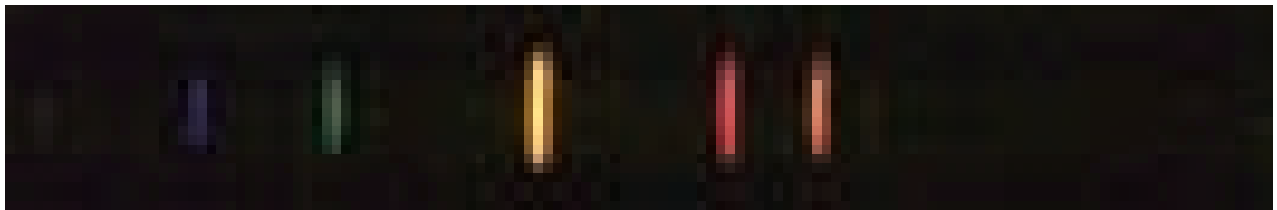
## 4.4. Емисиони и апсорпциони спектри атома

На слици 1 приказан је спектар сунчеве светлости. Највећи део спектра је континуалан: присутне су све таласне дужине из видљивог дела спектра. Ипак, у одређеним деловима, примeћују се тамне линије, најјасније видљиве у црвеном делу спектра. Ове линије настају услед апсорпције светлости на тачно одређеним таласним дужинама атома у атмосфери Сунца. Ако, пак, се набљудува светлина што



Слика 1. Спектар сунчеве светлости

Ако се пак, посматра светлост коју емитује разређен гас у гасној лампи, добија се сасвим другачији спектар. Уместо континуалног спектра, примећује се само неколико светлих линија на тамној позадини, распоређених на тачно одређеној таласној дужини. Такав спектар се назива линијски емисиони спектар (слика 2).



Слика 2. Емисиони спектар разређеног гаса живе у гасној лампи

Појава линија у спектрима показује да атоми емитују и апсорбују светлост само на тачно одређеним таласним дужинама, што потврђује постојање дискретних енергетских стања у атому. Боров модел атома објашњава ову појаву, према којој се електрон може налазити само у одређеним стационарним енергетским стањима.

Помоћу прва два Борова постулата израчунавају се енергије стационарних стања водоничног атома. Како се ова стања повезују са зрачењем које атом емитује или апсорбује? -Идеју о томе дао је Нилс Бор кроз свој трећи постулат.

Трећи Боров постулат гласи: **Емисија или апсорпција зрачења дешава се само при прелазу електрона из једног стационарног енергетског стања у друго.** Према овом постулату, електрон не може да апсорбује или емитује произвољну количину енергије, већ то може да учини само при квантним прелазима, односно прелазима електрона из једног стационарног енергетског стања у друго. Стационарна енергетска стања се називају још и енергетски нивои.

Енергија фотона ( $E = hf$ ) који се емитује или апсорбује једнака је разлици енергија два енергетска нивоа  $E_n$  и  $E_m$ :

$$hf = |E_n - E_m|.$$

Ако електрон прелази са нивоа веће енергије на ниво мање енергије, врши се **емисија фотона**, а при преласку са нивоа мање енергије на ниво веће енергије врши се **апсорпција фотона**. Фреквенција коју има фотон назива се **фреквенција прелаза** и одређена је искључиво разликом енергија два стационарна енергетска нивоа.

Пошто енергетски нивои код водоникоподобних атома имају дискретне вредности, следи да су и енергије фотона који се емитују или апсорбују при квантним прелазима дискретне. Зато, спектар водоникоподобних атома није континуалан, већ је састављен од појединачних спектралних линија. Таласна дужина фотона који се емитује при преласку електрона са вишег енергетског нивоа  $n$  на нижи

ниво  $m$ , односно  $n > m$ , одређује се према Ридберговој формули:

гетско ниво  $n$  кон пониско ниво  $m$ , односно  $n > m$ , се определува според **Ридберговата формула**:

$$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow m}} = Z^2 R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где је  $R$  **Ридбергова константа за атом водоника**, а  $Z$  је број протона у језгру водоникоподобног атома. Вредност Ридбергове константе за атом водоника је  $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  и израчунава се преко других фундаменталних константи, као што је показано у решеном примеру 1. Имајући у виду везу између таласне дужине и фреквенције ( $\lambda f = c$ ), за фреквенцију емитованих кваната при прелазу електрона из једног стационарног енергетског стања у друго, имамо:

$$f_{n \rightarrow m} = Z^2 c R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Извести Ридбергову формулу за водоникоподобан атом и одредити вредност Ридбергове константе

#### Решење:

Енергије стационарних стања атома сличног водонику, према Боровом моделу, су:

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}.$$

Ако размотримо емисију кванта када електрон прелази са вишег на нижи енергетски ниво за фреквенцију прелаза (фреквенцију емитованог кванта), добијамо:

$$\begin{aligned} hf_{n \rightarrow m} &= E_n - E_m \\ hf_{n \rightarrow m} &= -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} - \left( -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{m^2} \right) \\ f_{n \rightarrow m} &= \frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \end{aligned}$$

Узимајући у обзир везу између фреквенције и таласне дужине ( $\lambda f = c$ ) емитованих кваната при прелазу електрона из једног стационарног стања у друго, имамо:

$$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow m}} = \frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

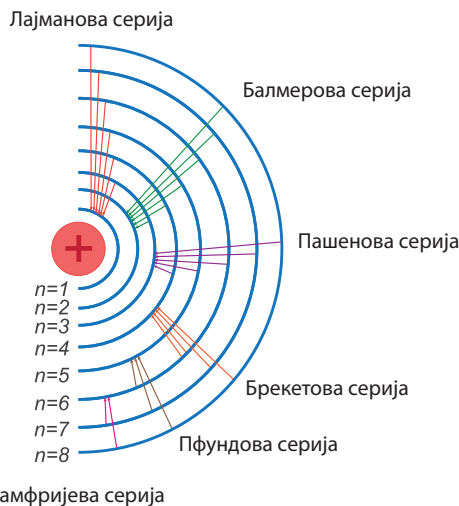
Изразот пред заградите укључува повеће константи. Неговата бројна вредност се нарекува Ридбергова константа за атомот на водород и нејзината вредност изнесува:

$$R = \frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}.$$

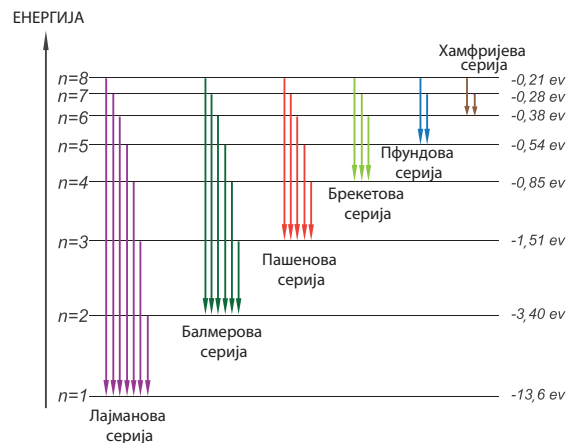
На слици 3 је дат графички приказ стационарних енергетских стања код атома водоника и спектралних серија које настају при квантним прелазима електрона из једног у друго стационарно стање.

Ако електрон прелази са било ког побуђеног нивоа на основни ниво  $n = 1$ , добија се Лајманова спектрална серија. Линије ове серије налазе се у ултраљубичастом делу спектра. При преласцима електрона на ниво  $n = 2$ , добија се Балмерова серија, чије линије припадају видљивом делу спектра. Преласци на ниво  $n = 3$  дају Пашенову серију, док преласци на нивое  $n = 4$ ,  $n = 5$  и  $n = 6$  дају Бракетоу, Пфундову и Хамфријеву серију..

Ове три серије припадају инфрацрвеном делу спектра.



Слика 3. Стационарне орбите и спектралне серије код атома водоника



Слика 4. Енергетски нивои код атома водоника и спектралне серије

Разматрајући енергије стационарних стања и њихове енергетске разлике, може се приметити да у свакој следећој серији разлике међу енергијама спектралних линија опадају због све мање енергетске разлике међу енергетским нивоима. Друга законитост која може да се примети је да у оквиру једне серије разлике међу енергијама спектралних линија постају све мање, односно спектралне линије су све гушће распоређене (слика 4 и решен пример 2).



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Првих пет енергетских нивоа атома водоника имају енергије дате у табели:

а) Одреди енергије фотона који се емитују при прелазима од нивоа  $m$  ( $m = 2, 3, 4, 5$ ) ка основном нивоу  $n = 1$  (Лајманова серија).

б) Упореди енергије фотона и прокоментариши како се мењају.

| $n$ | $E_n$ (eV) |
|-----|------------|
| 1   | -13,6      |
| 2   | -3,40      |
| 3   | -1,51      |
| 4   | -0,85      |
| 5   | -0,54      |

**Дато:**

$$E_n, \quad n = 1, 2, 3, 4, 5$$

**Тражи се:**

а)  $\Delta E_{2 \rightarrow 1}$  —?,  $\Delta E_{3 \rightarrow 1}$  —?,

$\Delta E_{4 \rightarrow 1}$  —?,  $\Delta E_{5 \rightarrow 1}$  —?,

б) поређење енергија емитованих фотона.

**Решење:**

Енергија емитованог фотона је једнака разлици енергија два нивоа:  $\Delta E_{m \rightarrow 1} = E_m - E_1$ .

Прелаз  $2 \rightarrow 1$ :  $\Delta E_{2 \rightarrow 1} = E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV}$ .

Прелаз  $3 \rightarrow 1$ :  $\Delta E_{3 \rightarrow 1} = E_3 - E_1 = 12,09 \text{ eV}$ .

Прелаз  $4 \rightarrow 1$ :  $\Delta E_{4 \rightarrow 1} = E_4 - E_1 = 12,75 \text{ eV}$ .

Прелаз  $5 \rightarrow 1$ :  $\Delta E_{5 \rightarrow 1} = E_5 - E_1 = 13,06 \text{ eV}$ .

Енергија фотона је већа када је прелаз високог енергетског нивоа (веће  $m$ ) ка  $n = 1$ . Али, може се приметити да се смањује

разлика међу енергијама емитованих фотонаско ниво (поголем  $m$ ) кон  $n=1$ . . Али, може се приметити да се смањује разлика међу енергијама емитованих фотона:

$$\Delta E_{3 \rightarrow 1} - \Delta E_{2 \rightarrow 1} = 12,09 - 10,2 = 1,89 \text{ eV},$$

$$\Delta E_{4 \rightarrow 1} - \Delta E_{3 \rightarrow 1} = 12,75 - 12,09 = 0,66 \text{ eV},$$

$$\Delta E_{5 \rightarrow 1} - \Delta E_{4 \rightarrow 1} = 13,06 - 12,75 = 0,31 \text{ eV}.$$

Дакле, спектралне линије у серији све су гушће распоређене, односно разлика између енергија фотона смањује се са порастом  $m$ . Такође, може се уочити да се вредности  $\Delta E_{m \rightarrow 1}$  са порастом  $m$  приближавају вредности од 13,6 eV, што представља максималну енергију фотона емитованог при преласку електрона на ниво  $n=1$ . То је уједно и енергија коју емитује слободан електрон при везивању за атом водоника у основном енергетском стању.



## РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Електрон у атому једног елемента емитује фотон таласне дужине 530 nm при преласку са петог на други енергетски ниво и фотон таласне дужине 420 nm при преласку са шестог на други ниво. Одредити таласну дужину фотона који се емитује при преласку електрона са шестог на пети ниво.

**Дато:**

$$\lambda_{5 \rightarrow 2} = 530 \text{ nm},$$

$$\lambda_{6 \rightarrow 2} = 420 \text{ nm}$$

**Тражи се:**

$$\lambda_{6 \rightarrow 5} - ?$$

**Решење:**

При преласку електрона са вишег на нижи енергетски ниво, емитује се фотон енергије  $E = \frac{hc}{\lambda}$ . Зато, за дате преласке можемо записати :

$$\frac{hc}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} = E_5 - E_2, \quad \frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} = E_6 - E_2.$$

Ако одузмемо прву једначину од друге, елиминишемо заједнички ниво  $E_2$  :

$$\frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} - \frac{hc}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} = (E_6 - E_2) - (E_5 - E_2) \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} - \frac{hc}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} = E_6 - E_5.$$

Но,  $E_6 - E_5$  је управо енергија фотона који се емитује при преласку  $6 \rightarrow 5$  :

$$\frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 5}} = E_6 - E_5. \text{ Па, зато:}$$

$$\frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 5}} = \frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} - \frac{hc}{\lambda_{5 \rightarrow 2}}.$$

Скраћивањем  $hc$ , добијамо:

$$\frac{1}{\lambda_{6 \rightarrow 5}} = \frac{1}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} - \frac{1}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} \Rightarrow \lambda_{6 \rightarrow 5} = \frac{\lambda_{6 \rightarrow 2} \cdot \lambda_{5 \rightarrow 2}}{\lambda_{5 \rightarrow 2} - \lambda_{6 \rightarrow 2}} = 2024 \text{ nm}.$$



## РЕШЕН ПРИМЕР 4.

У спектру једне звезде уочене су спектралне линије чија је таласна дужина 4 пута мања од одговарајућих линија у спектру водоника. Одредити ком елементу (водоникоподобном атому) припадају те линије.

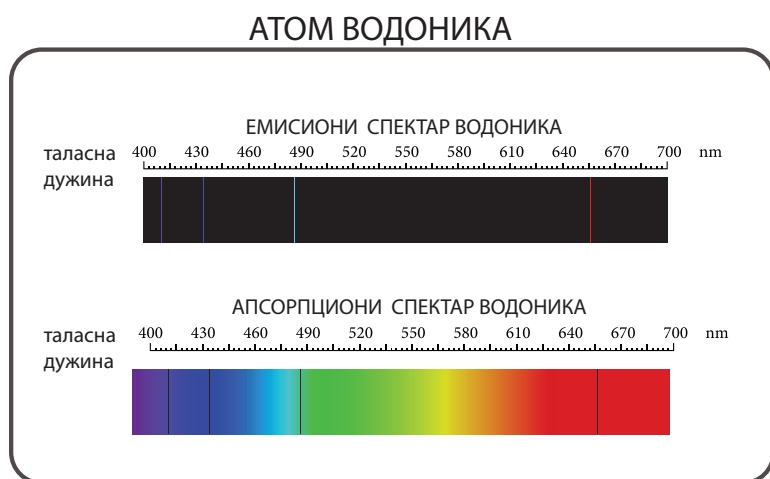
|                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Тражи се:</b></p> <p><math>Z_x - ?</math></p> | <p><b>Решење:</b></p> <p>За водоник (<math>Z = 1</math>) важи Ридбергова формула:</p> $\frac{1}{\lambda_{H,n \rightarrow m}} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$ <p>За водоникоподобне атоме, Ридбергова формула има следећи облик:</p> $\frac{1}{\lambda_{x,n \rightarrow m}} = Z_x^2 R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$ <p>Када поделимо једначине, заједнички члан у загради се скраћује:</p> $\frac{1/\lambda_x}{1/\lambda_H} = Z_x^2 \Rightarrow \frac{\lambda_H}{\lambda_x} = Z_x^2.$ <p>Пошто је <math>\lambda_x = \lambda_H / 4</math>, добијамо:</p> $\frac{\lambda_H}{\lambda_H / 4} = 4 = Z_x^2 \Rightarrow Z_x = 2.$ <p>Према томе, спектралне линије потичу од једном јонизованог атома хелијума (<math>He^+</math>).</p> |
|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Емисиони и апсорпциони спектри атома

Када се схвати да линије у дисконтинуираним спектрима атома потичу од квантних прелаза електрона између енергетских нивоа, лако се дефинишу два основна типа атомских спектра: емисиони и апсорпциони спектар.

**Емисиони спектар** се добија када побуђени атоми емитују светлост при прелазима електрона од виших ка нижим енергетским стањима. Ако се разређени гас водоника побуди, на пример електричним пражњењем, атоми добијају енергију и електрони прелаза на више енергетске нивое. Када се електрони враћају на ниже енергетске нивое, емитују се фотони са тачно одређеном фреквенцијом. Због тога, се у спектру уочавају светле линије на тамној позадини, при чему свака линија одговара прелазу електрона између два енергетска нивоа (слика 2). Код атома водоника, у видљивом делу спектра, спектроскопом се могу посматрати само прелази из Балмерове спектралне серије, пошто фотони из других серија припадају ултра-љубичастом или инфрацрвеном делу спектра. Емисиони спектар водоника, у видљивом подручју, приказан је на слици 5 (горе).

**Апсорпциони спектар** се добија у обрнутој ситуацији, када светлост са континуираним спектром пролази кроз разређени гас. У том случају атоми могу да апсорбују само фотоне чија енергија тачно одговара дозвољеном квантном прелазу од нижег ка вишем енергетском нивоу. Ови апсорбовани фотони недостају у светлости која напушта гас, па се у спектру појављују тамне линије на светлој, континуалној позадини (слика 1). Места тамних линија у апсорпционом спектру тачно се поклапају са местима светлих линија у емисионом спектру за исти елемент. Разлог



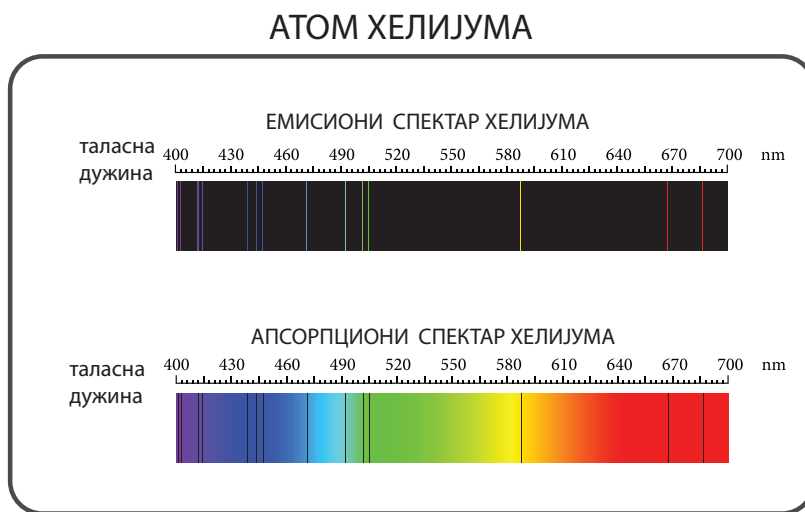
**Слика 5.** Емисиони спектар водоника (горе) и апсорпциони спектар водоника (доле)



је то што је у оба случаја реч о истим енергетским разликама између енергетских нивоа. Апсорпциони спектар водоника у видљивом подручју приказан је на слици 5 (доле).

Анализа емисионих и апсорпционих спектра представља директан експериментални доказ постојања дискретних енергетских стања у атому и квантни карактер емисије и апсорпције енергије. Спектар водоника има посебан значај као спектар најједноставнијег атома. У овом случају, постоји јасна веза између теоријског модела и експерименталних резултата: дискретни енергетски нивои електрона воде до дискретних квантних прелаза, а они, пак, одређују тачно одређене фреквенције и таласне дужине фотона

На слици 6 приказани су емисиони и апсорпциони спектри атома хелијума. За разлику од водоника, код атома хелијума, у електронском омотачу, налазе се два електрона која, осим што узајамно делују са језгром, узајамно делују и међу собом. Због тога, Боров модел не може потпуно да објасни већи број уочених спектралних линија код хелијума, што указује на ограничења овог модела и потребу за савременијим теоријама о атому.



**Слика 6.** Емисиони спектар хелијума (горе) и апсорпциони спектар хелијума (доле)



### НАУЧИ ВИШЕ

#### Спектрална анализа светлости звезда

Спектрална анализа зрачења звезда се изводи тако што се светлост звезде пропушта кроз призму и добија се спектар њене светлости. У добијеном спектру најчешће се уочавају континуалан део, сличан зрачењу апсолутно црног тела, и апсорпционе линије – тамне линије које настају када атоми и јони у спољашњим слојевима звезде апсорбују светлост тачно одређених таласних дужина, сличан спектру на слици 1.

Поређењем положаја и облика ових линија са спектрима добијеним у лабораторијским условима, може се утврдити који хемијски елементи су присутни у звезди, као и њихово стање јонизације.

Из спектралне анализе могу се добити и друге важне информације. Из облика континуалног спектра и положаја његовог максимума, одређује се температура површине звезде (преко Виеновог закона). Из јачине и ширине спектралних линија, могу се проценити густина и притисак у звезданој атмосфери. Уколико су спектралне линије помакнуте ка црвеном или ка плавом делу спектра, због Доплеровог ефекта, може се одредити брзина којом се звезда удаљава или приближава Земљи. Допунски, из раздвајања појединих спектралних линија, могу се добити информације и о магнетном пољу звезде.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Зашто се Боровим моделом атома могу објаснити спектри једном јонизованог атома хелијума, али не може се објаснити спектар атома хелијума?
2. Користећи слику 4, одреди таласне дужине фотона који се емитују при прелазу електрона на други енергетски ниво, односно таласне дужине спектралних линија из Балмерове серије. Да ли су вредности које си добио/ла једнаке таласним дужинама спектралних линија у емисионом спектру водоника на слици 5? Ако постоје разлике, објасни зашто постоје?
3. Израчунати полупречник  $m$ -те орбите са које електрон прелази на орбиту  $n = 2$ , при чему емитује фотон таласне дужине од 487 nm. (Решење 487 nm. (Решење: 0,847 nm).)
4. Разлика између таласних дужина прве две линије у Балмеровој серији атома водоника износи 170 nm. Израчунати Ридбергову константу. (Решење:  $1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ )
5. Израчунај енергију везивања електрона у основном енергетском стању водоникоподобног атома чији спектар садржи линију таласне дужином од 108,5 nm, за коју се зна да је трећа линија из Балмерове серије. О ком елементу је реч? (Решење: 54,4 eV)

## 4.5. Рендгенски зраци и њихова примена

Крајем XIX века, при истраживању електричних пражњења у разређеним гасовима и појава у вакуумским цевима, 1895 године Вилхелм Конрад Рендген открио је нову врсту зрачења која није припадала до тада познатим ултраљубичастом, видљивом и инфрацрвеном зрачењу. Приметио је да се у близини вакуумске диоде, у којој се електрони емитовани са катоде убрзавају са аноде под дејством велике разлике потенцијала, појављује светлуцање на екрану обложеном одговарајућом супстанцом.

Ова појава последица је **луминисценције**, која представља емисију светлости без загревања материјала на високу температуру, односно светлост настаје као резултат побуђивања електрона (ултраљубичастом светлошћу, електричном струјом, хемијском реакцијом, трењем и сл.). Луминисценција коју је посматрао Вилхелм Конрад Рендген јесте **флуоресценција**, при којој материјал емитује светлост само током излагања зрачењу и престаје да је емитује одмах по престанку зрачења. Нарочито је било значајно то што се флуоресценција јављала и када је вакуумска цев била прекривена непрозирним материјалом, што је указивало на постојање до тада непознатог зрачења. Због тога је Рендген ове зраке означио словом X (од „непознато“), па су касније названи **X-зраци**, а данас су познати и као **рендгенски зраци**.

Први експерименти показали су да рендгенски зраци имају велику продорну моћ: пролазе кроз папир, дрво и мека ткива, а њихов интензитет се више смањује при проласку кроз гушће супстанце. Они изазивају флуоресценцију, осветљавају фотографску плочу и јонизују гасове, што омогућава њихово детектовање и мерење. Каснија истраживања показала су да су рендгенски зраци електромагнетно зрачење веома мале таласне дужине (од 0,01 nm до 10 nm) и велике енергије фотона. Рендгенски зраци не скрећу са првобитног правца простирања у електричном нити магнетном пољу.

Њихово узајамно дејство са материјом је изразитије него код видљиве светлости, пошто је енергија рендгенских фотона довољна за јонизацију атома у материјалу. Зато, рендгенски зраци припадају групи јонизујућих зрачења. Најважније практично својство рендгенских зрака је њихова продорност, која зависи од њихове енергије и од својстава материјала.

Материјали са већом густином и већим атомским бројем јаче апсорбују рендгенске зраке, па зато они лакше продиру кроз мека ткива, а апсорбују се у костима и у металима. Ова разлика у апсорпцији је основа рендгенске слике, при чему кости на снимку изгледају светлије у од-носу на мека ткива (слика 1).

Када рендгенски зраци пролазе кроз материјал, њихов интензитет се смањује због узајамног дејства рендгенских зрака са градивним честицама материјала. Притом, могу да се јаве два процеса: апсорпција и расејање. Апсорпција представља предају енергије рендгенских зрака честицама у материјалу, при чему део рендгенских фотона потпуно нестаје из снопа. При расејавању, рендгенски фотони се не апсорбују, него мењају правац простирања и смањује се њихова енергија. Оба процеса доводе до смањења интензитета рендгенског снопа који наставља да се шири у истом правцу као и упадни сноп по проласку кроз материјал. Зато, када говоримо о слабљењу интензитета иза апсорбера, говоримо о смањењу броја фотона који настављају у истом правцу као упадни сноп.

Експериментално је утврђено да за хомоген материјал и за моноенергетске зраке (рендгенске зраке са истом енергијом или истом таласном дужином) слабљење интензитета се описује експоненцијалним законом. Ако је  $I_0$  интензитет зрачења пре уласка у материјал, а  $I$  је интензитет после проласка кроз слој дебљине  $x$ , онда важи:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

где је  $\mu$  **коэффициент апсорпције, који се изражава у јединици  $m^{-1}$** . Овај коэффициент зависи од материјала кроз који пролази рендгенско зрачење (густина и састав) и од енергије рендгенских зрака. Експоненцијална зависност значи да се при сваком једнаком повећању дебљине губи исти део преосталог интензитета, а

не исти интензитет. Зато, не постоји дебљина материјала за коју се може рећи да потпуно зауставља сноп рендгенских зрака.

Као практична мера слабљења снопа најчешће се користи величина дебљина полуапсорпције  $x_{1/2}$ , која је дефинисана као дебљина материјала која смањује интензитет снопа на половину од почетне вредности:

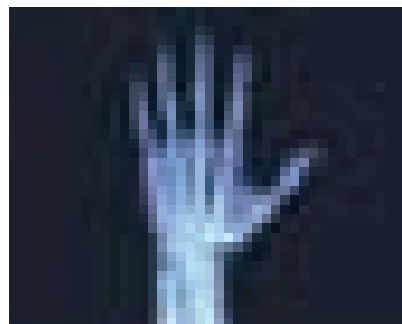
$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}.$$

Ако се последња једнакост замени у првој формули за дебљину полуапсорпције, имамо:

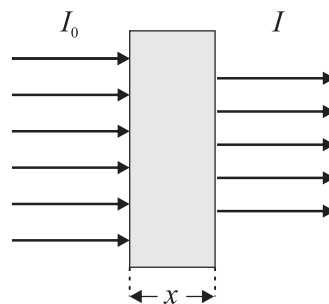
$$\frac{1}{2} = e^{-\mu x_{1/2}}, \text{ односно } x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{\mu}.$$

Познавање дебљине полуапсорпције је корисно јер омогућава брзо поређење материјала: материјал са великим коэффициентом апсорпције  $\mu$  има малу дебљину полуапсорпције, што значи да јако апсорбује рендгенско зрачење, а материјал са малим  $\mu$  има велику дебљину полуапсорпције и релативно је „провидан” за рендгенске зраке.

Разлике у апсорпцији различитих материјала, описане преко коэффициента апсорпције  $\mu$ , су основа и за примену и за заштиту од рендгенских зрака. У медицинској дијагностици, контраст између кости и меких ткива произлази из њихове различите способности да ослабе зрачење. У индустрији,



Слика 1. Рендгенски снимак длана, при чему се јасно могу уочити кости које више апсорбују рендгенско зрачење



Слика 2. Пролазак рендгенског снопа кроз материјал дебљине  $x$

исто својство се користи и за откривање дефеката у металима или за проверу квалитета. У исто време, због јонизујућег дејства рендгенских зрака, неопходне су заштитне мере, при чему се материјали са великим атомским бројем (на пример, олово) користе као ефикасни апсорбери.

У следећем делу размотрићемо како се рендгенски зраци добијају у рендгенској цеви и како се њихов спектар састоји од континуалног и карактеристичног дела, што ће нам дати и додатне информације о унутрашњој структури атома.

### Добијање рендгенских зрака

Рендгенски зраци се добијају у уређају названом рендгенска цев (слика 4). То је вакуумска цев у којој се налазе две електроде: катода и анода. Катода је метална плочица која при загревању емитује електроне, што се назва термоелектронска емисија. Анода садржи мету од материјала са великим атомским бројем и високом тачком топљења (најчешће волфрам). Између катоде и аноде успоставља се велика потенцијална разлика (напон)  $U$ , па се електрони убрзавају ка аноди. Пошто електрон има наелектрисање, при кретању у потенцијалној разлици  $U$  добија кинетичку енергију:

$$E_k = eU.$$

Због вакуума, електрони стижу до аноде без судара са честицама између аноде и катоде и при удару у мету дешавају се два процеса:

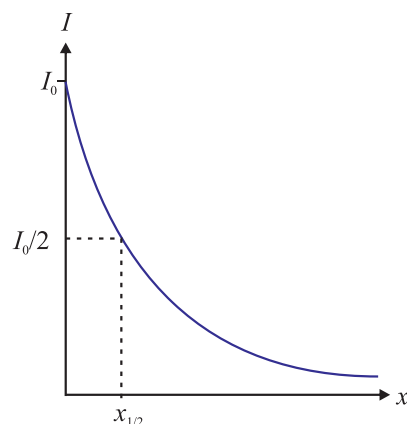
- највећи део њихове кинетичке енергије се претвара у топлоту,
- мали део кинетичке енергије се претвара у рендгенско зрачење.

Због јаког загревања, анода мора да има ефикасан систем хлађења.

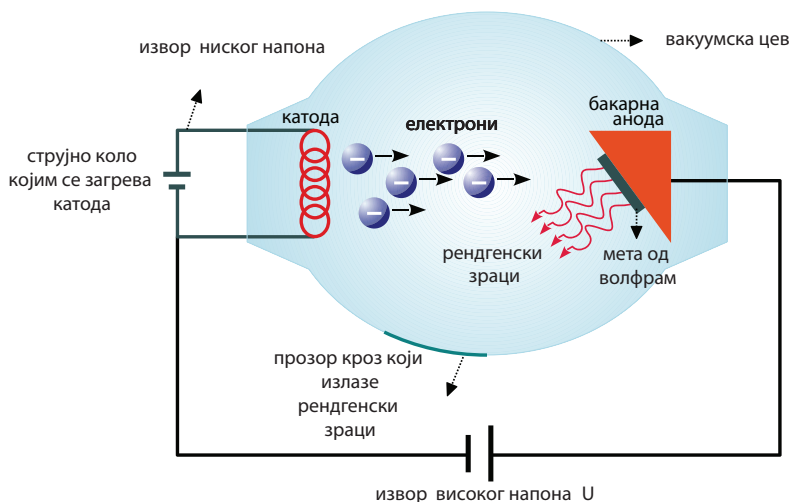
### Закочно рендгенско зрачење (континуални спектар)

Из класичне физике познато је да наелектрисана честица која се креће променљивом брзином емитује електромагнетно зрачење

Овај општи принцип важи и код рендгенске цеви. Када електрони са великом кинетичком ударају у металну мету на аноди, они нагло струјно коло којим се загрева катода мењају своју брзину и правац кретања под дејством електричног поља које стварају атомска језгара материјала мете. При проласку електрона у близини позитивно наелектрисаног атомског језгра, електрон скреће од првобитног правца кретања и његова брзина се смањује, при чему се део његове кинетичке



Слика 3. Експоненцијално смањење интензитета рендгенског зрачења при проласку кроз материјалну средину, са обележеном дебљином полуапсорпције.



Слика 4. Шематски приказ рендгенске цеви и добијања рендгенских зрака

енергије претвара у енергију рендгенског фотона. Овај процес емисије рендгенског зрачења при наглом кочењу електрона се назива заочно зрачење (слика 5).

Пошто електрони пролазе са различитих растојања од језгара, они губе различите количине од своје кинетичке енергије. Зато, су енергије емитованих фотона различите, а заочно рендгенско зрачење има континуалани спектар.

Фотони са највећом енергијом добијају се у граничном случају када електрон при судару са метом преда целу своју кинетичку енергију у једном јединственом процесу. Тада се цела енергија електрона претвара у енергију једног фотона.

Пошто енергија електрона потиче од његовог кретања у потенцијалној разлици  $U$ , она износи  $eU$ . овом граничном случају важи:

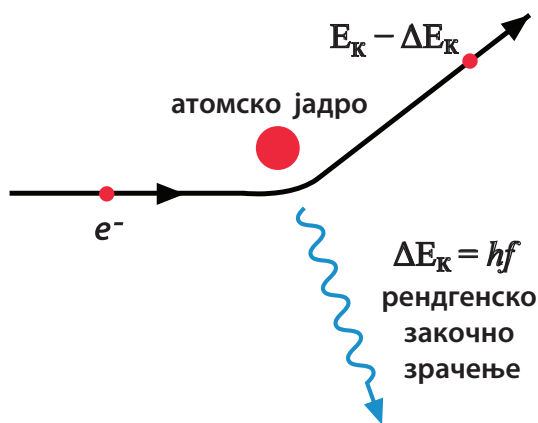
$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eU,$$

одакле следи:

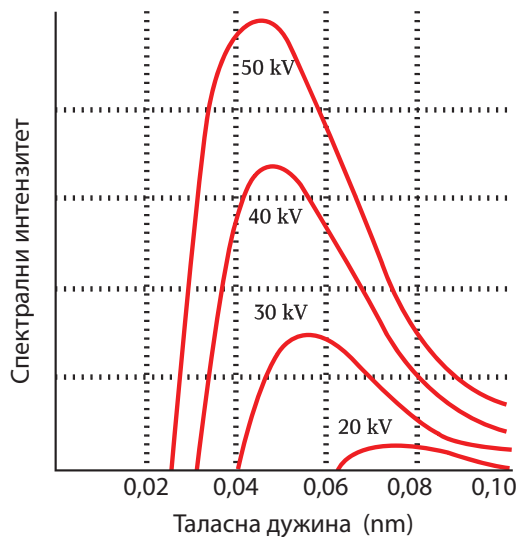
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$

Ова релација показује да је најмања могућа таласна дужина (односно највећа могућа енергија) рендгенских фотона у континуалном спектру одређена само напоном рендгенске цеви. Повећањем напона, добијају се фотони веће енергије и веће продорне моћи.

Важно је да се нагласи да  $\lambda_{\min}$  представља оштру границу спектра за таласне дужине мање од  $\lambda_{\min}$ , не може да постоји рендгенско зрачење добијено на овај начин. У реалној рендгенској цеви, већина електрона губи своју енергију постепено у интеракцијама са више језгара, па се најин-тензивнији део континуалног спектра налази код већих таласних дужина (слика 6).



Слика 5. Емисија рендгенског фотона при проласку електрона у близини атомског језгра.



Слика 6. Континуалан рендгенски спектар добијен за различите напоне између катодe и аноде.



#### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колики минимални убрзавајући напон треба да се доведе између аноде и катодe рендгенске цеви да би се произвело рендгенско зрачење са минималном таласном дужином од 72,0 pm?

**Дато:**

$$\lambda_{\min} = 72 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

**Тражи се:**

$$U - ?$$

**Решење:**

Минимална таласна дужина одговара граничном случају када се цела кинетичка енергија електрона претвара у енергију једног рендгенског фотона. У том случају имамо:

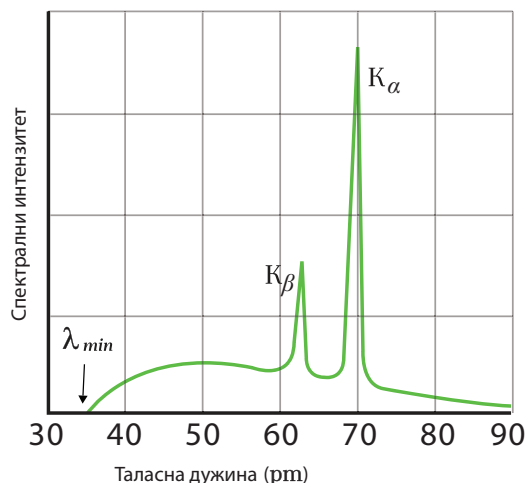
$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eU \Rightarrow U = \frac{hc}{e\lambda_{\min}} = 1,72 \cdot 10^4 \text{ V} = 17,2 \text{ kV}.$$

## Карактеристично рендгенско зрачење (линијски спектар)

Када убрзани електрони у рендгенској цеви ударају у аноду, осим закочног зрачења, појављује се и карактеристично рендгенско зрачење. За разлику од закочног зрачења, које има континуалан спектар, карактеристично рендгенско зрачење се појављује у виду оштрих спектралних линија тачно одређене таласне дужине (слика 7).

Ове линије су карактеристичне за елемент од кога је израђена анода и последица су његове унутрашње атомске структуре. Зато, ово зрачење представља својеврстан „отисак” хемијског елемента.

Разлог за појаву карактеристичног рендгенског зрачења је јонизација атома мете постављене на аноди. Брзи електрони могу да избаце електрон из неког од унутрашњих електронских слојева атома, при чему у атому остаје празно место. Такво стање је побуђено стање атома, па електрон из неког вишег електронског слоја прелази у нижи слој.



**Слика 7.** Континуирано и карактеристично рендгенско зрачење добиено кај мета од молибден при напон међу анода и катода од 35 kV

У претходним лекцијама, енергетска стања електрона означававали смо главним квантним бројем  $n=1, 2, 3, \dots$  као код атома водоника. Код вишеелектронских атома, за исти главни квантни број постоје више блиских енергетских нивоа, које називамо енергетским слојевима. У физици се ови слојеви означавају словима. Тако, К-слој одговара најнижем енергетском нивоу, односно главном квантном броју  $n = 1$ , L-слој представља скуп блиских енергетских нивоа чији је главни квантни број  $n = 2$ , М-слој је скуп блиских енергетских нивоа чији је главни квантни број  $n = 3$  и тако даље.

Након што се у К-слоју појави упражњено место, електрон из вишег електронског слоја (на пример, L или М) прелази у К-слој. При том прелазу ослобађа се енергија једнака разлици енергија та два слоја, која се емитије у виду фотона рендгенског зрачења. На пример, при преласку из L-слоја у К-слој, енергија емитованог фотона је једнака разлици енергија та два слоја:

$$\frac{hc}{\lambda_{L \rightarrow K}} = E_L - E_K.$$

Пошто су енергетске разлике између унутрашњих електронских слојева велике, таласне дужине емитованих фотона су мале, па они не припадају рендгенском зрачењу. То је суштинска разлика у односу на оптичке спектре, који настају при преласцима електрона између спољашњих електронских слојева атома.



Карактеристичне рендгенске линије групишу се у серије, према слоју у коме се завршава прелаз електрона, слично серијама водоника у Боровом моделу атома. Тако, прелази у К-слој образују **К-серију**, а прелази у L-слоју **L-серију**. У оквиру једне серије линије се означавају индексом према слоју из кога потиче електрон:  $\alpha$  – први могући прелаз ка том слоју (из L у K, из M у L итд.),  $\beta$ - други прелаз (из M у K, из N у L) итд. Тако се добијају ознаке  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$ ,  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$  серије итн.

Шематски приказ електронских прелаза који доводе до карактеристичног рендгенског зрачења дат је на слици 8.

Да би се појавила одређена серија (на пример, К-серија), убрзани електрони морају да имају довољно кинетичке енергије да избаце електрон из одговарајућег унутрашњег слоја (на пример К-слоја). Ако је напон у рендгенској цеви премали, неће се појавити одређене карактеристичне линије. Таласне дужине карактеристичних линија (карактеристичних рендгенских зрака) зависе само од елемента мете на аноди, а не од напона рендгенске цеви.

Таласне дужине карактеристичних рендгенских зрака могу се израчунати према Мозлијевом закону. Имајући у виду да је за К-слој главни квантни број  $n = 1$ , за L-слој  $n = 2$ , таласна дужина

$K_\alpha$  може израчунати:

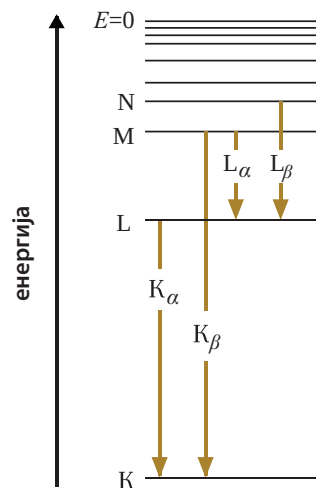
$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right),$$

где је  $R$  Ридбергова константа. За  $K_\beta$  линију, имамо:

$$\frac{1}{\lambda_{K\beta}} = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right).$$

Централно место у овом закону има константа екранирања  $\sigma$ . Њено физичко значење је следеће: електрон који учествује у прелазу не „осећа” целокупно наелектрисање језгра  $+Ze$ , јер је део тог наелектрисања екраниран (засењен) другим електронима. Екранирање зависи од серије која се посматра. Код К-серије, екранирање је релативно мало ( $\sigma \approx 1$ ), јер је реч о првом електронском слоју који је најближи језгру, док је код L-серије веће ( $\sigma \approx 7,5$ ) због присуства К-електрона који делимично екранирају наелектрисање језгра.

Према томе, карактеристично рендгенско зрачење представља директну последицу квантне структуре атома и постојања дискретних енергетских нивоа у унутрашњим електронским омотачима. Због тога се карактеристичне рендгенске линије користе као моћна метода за идентификацију елемената и анализу састава материјала, а уједно представљају снажан аргумент за то да је атомска структура квантна и дискретна.



**Слика 8.** Шематски приказ на премини на електрон од повисоки енергетски слоеви кон пониски, со што се создава карактеристично рендгенско зрачење.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Таласне дужине  $K_\alpha$ -линија сребра ( $Z_{\text{Ag}} = 47$ ) и молибдена ( $Z_{\text{Mo}} = 42$ ) су:  
 $\lambda_{\text{Ag}} = 5,6348 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  и  $\lambda_{\text{Mo}} = 7,0939 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  респективно. Одреди Ридбергову константу и константа екранирања.



|                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дато:</b><br>$Z_{\text{Ag}} = 47, Z_{\text{Mo}} = 42$<br>$\lambda_{\text{Ag}} = 7,0939 \cdot 10^{-11} \text{ m}$<br>$\lambda_{\text{Mo}} = 5,6348 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ | <b>Решење:</b><br>Прелаз код карактеристичног зрачења $K_{\alpha}$ код оба метала врши се из L-слоја у K-слој, односно из $n = 2$ кон $m = 1$ . томе, можемо записати: $\frac{1}{\lambda_{\text{Ag}}} = R(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2,$ $\frac{1}{\lambda_{\text{Mo}}} = R(Z_{\text{Mo}} - \sigma)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R(Z_{\text{Mo}} - \sigma)^2.$ Дељењем две једначине, скраћује се Ридбергова константа, па за константу екранирања добијамо: $\frac{\frac{1}{\lambda_{\text{Ag}}}}{\frac{1}{\lambda_{\text{Mo}}}} = \frac{\frac{3}{4} R(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2}{\frac{3}{4} R(Z_{\text{Mo}} - \sigma)^2} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Ag}}} = \frac{(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2}{(Z_{\text{Mo}} - \sigma)^2} \Rightarrow \sigma = \frac{Z_{\text{Ag}} - \sqrt{\frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Ag}}}} Z_{\text{Mo}}}{1 - \sqrt{\frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Ag}}}}} = 1.$ Заменом у било коју од прве две једначине, може да се добије вредност Ридбергове константе. На пример: $\frac{1}{\lambda_{\text{Ag}}} = \frac{3}{4} R(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2 \Rightarrow R = \frac{4}{3\lambda_{\text{Ag}}(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2} = 1,12 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}.$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Добијена вредност за Ридбергову константу је истог реда величине, али се разликује од теоријски добијене вредности. Разлика се дугује томе што екранирање није строго константно, посебно код тежих атома, где су електрон-електронска узајамна дејства сложенија.

## Примена рендгенских зрака и мере заштите

Рендгенски зраци имају значајну примену у медицини због њихове велике продорне спо-собности и због различите апсорпције у различитим ткивима. При рендгенском снимању, кости јаче апсорбују рендгенске зраке од меких ткива, па се на снимку појављује јасан контраст. Ово омогућава откривање прелома, обољења плућа и промена у зглобовима. Осим класичне рендгенске дијагностике, примењује се и компјутеризована томографија, при чему се серијом рендгенских снимака и компјутерском обрадом добијају слојевите слике тела са високом резолуцијом. Рендгенски зраци се користе и у стоматологији и при одређеним медицинским интервенцијама где је потребна контрола положаја инструмената.

У индустрији, рендгенски зраци се користе за неструктивно испитивање материјала. Овом методом се могу открити пукотине, шупљине и дефекти у металним конструкцијама и завареним спојевима без њиховог оштећења. Сличан принцип се примењује и у безбедносним системима, као што је контрола пртљага, где различита апсорпција омогућава препознавање предмета.

Пошто су рендгенски зраци јонизујуће зрачење, при већим дозама или при честом излагању, могу изазвати штетне биолошке ефекте. Јонизација у ткивима може довести до оштећења неких ћелија и дезоксирибонуклеинске киселине (ДНК). Због тога се при њиховој примени поштују основна правила радиолошке заштите:

- излагање треба бити што је могуће краће,
- растојање од извора рендгенског зрачења треба бити што веће,
- треба користи одговарајуће екранирање.

Под екранирањем се подразумева употреба материјала који јако апсорбују рендгенске зраке,

као што су олово или специјално заштитно стакло. У медицини то су оловне преграде, заштитни зидови и оловне кецеље које смањују зрачење које допире до запослених и до пацијената.

Применом ових мера, корист од рендгенских зрака је велика, а ризик по здравље се своди на минимум.



### НАУЧИ ВИШЕ

#### Мозлијев закон

Експерименти са карактеристичним рендгенским спектрима показали су још једну важну законитост: фреквенције карактеристичних рендгенских зрака зависе од атомског броја  $Z$  елемента од којег се добијају. Ова зависност је обухваћена Мозлијевим законом, који се за карактеристичне линије може записати и облику:

$$f = A(Z - \sigma)^2,$$

где је  $A$  константа која зависи од серије (на пример,  $K$  или  $L$ ), а  $\sigma$  је константа екранирања. Закон показује да је, за дату серију, корен фреквенције карактеристичне линије линеарна функција атомског броја  $Z$ :

$$\sqrt{f} = \sqrt{A}(Z - \sigma).$$

Практично, то значи да ако се одреде фреквенције неке карактеристичне линије

(на пример,  $K_\alpha$ ) за више елемената и нацрта график зависности  $\sqrt{f}$  од  $Z$ , добија се права линија. Мозлијев закон био је изузетно важан јер је показао да су карактеристичне рендгенске линије директно повезане са атомским бројем и на тај начин потврдио физичко значење  $Z$  као мере наелектрисања језгра.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Где се налазе рендгенски зраци у електромагнетном спектру и како је њихова таласна -дужина повезана са њиховом продорном моћи?
2. Објасни зашто рендгенски зраци пролазе лакше кроз мека ткива, а теже кроз кости и кроз метале. Која својства материјала утичу на апсорпцију?
3. Шта је слабљење интензитета (апсорпција и расејавање) рендгенског зрака при проласку кроз материјал и који процеси то изазивају?
4. На путу рендгенских зрака постављена је оловна плоча дебљине 0,3 cm са линеарним коефицијентом апсорпције 52 cm<sup>-1</sup>. Колика треба да буде дебљина алуминијумске фолије којом је замењена оловна плоча да би слабљење интензитета рендгенских зрака било исто, ако је познато да је линеарни коефицијент апсорпције алуминијума 0,76 cm<sup>-1</sup>. (Решење: 20,5 cm)
5. Повећањем слоја воде за 6 cm, интензитет рендгенских зрака се смањује 4 пута. Одредити коефицијент апсорпције воде за рендгенске зраке. (Решење: 0,23 cm<sup>-1</sup>)
6. Израчунати доњу границу континуалног рендгенског зрачења ако убрзавајућа разлика потенцијална у рендгенској цеви износи 35000 V. (Решење: 3,6 · 10<sup>-11</sup> m)
7. Знајући само да је константа екранирања за  $K_\alpha$ -линију 1 и да енергија јонизације водоника износи 13,6 eV, одредити таласну дужину  $K_\alpha$ -линије код сребра ( $Z = 47$ ). (Решење: 5,7 · 10<sup>-11</sup> m)

## 4.6. Атомско језгро и нуклеарне силе

Проучавање грађе и својстава атомских језгара (нуклида), предмет је изучавања нуклеарне **физике**, која се развија као посебна грана физике од почетка XX века. Данас знамо да је сваки атом изграђен од атомског језгра и електронског омотача. Језгро је централни, веома мали, али масиван део атома у коме се налази готово цела маса атома. У језгру се налазе протони и неутрони, који се заједничким именом називају **нуклеони**. Протони имају позитивно електрично наелектрисање  $+e$ , а неутрони су електронеутрални. Зато је атомско језгро позитивно наелектрисано. Електрони у омотачу имају негативно наелектрисање, па је атом као -целина електронеутралан.

### Атомски и масени број

Означавање језгра различитих атома јасно је договорено и исте ознаке се користе свуда. Атомски број  $Z$  представља број протона у атомском језгру. Атомски број се назива још и редни број атома, јер одређује положај елемента у Периодном систему елемената. Довољно је да се зна атомски број да би се одредило о ком елементу је реч. На пример, сви атоми са  $Z=6$  су атоми угљеника, а сви атоми са  $Z=92$  су атоми уранијума. Обрнуто, ако знамо елемент из Периодног система можемо одмах прочитати његов атомски број (на пример, за кисеоник атомски број је  $Z=8$ , за сребро  $Z=47$ ).

Сваки протон има наелектрисање једнако елементарном наелектрисању, са позитивним предзнаком  $+e$ . Због тога је укупно **електрично наелектрисање језгра**:

$$Q = +Ze$$

Осим протона, у језгру се налазе и неутрони. Зато се уводи **масени број  $A$** , који означава укупан број нуклеона у језгру, односно збир протона и неутрона:

$$A = Z + N,$$

где је  $N$  број неутрона. Ако су познати атомски и масени број, број неутрона може да се одреди као

$$N = A - Z.$$

Важно је да се разликује **ознака језгра** од **хемијске ознаке атома**. У хемији се елементи најчешће означавају само хемијским симболом  $X$ , (на пример - H, Na, O, U), пошто је тамо најчешће важан број електрона у омотачу. Код електронеутралног атома, број електрона је једнак броју протона, односно атомском броју

У нуклеарној физици се, пак, морају знати и атомски број и масени број  $A$ , пошто од њих зависи стабилност језгара и могући нуклеарни процеси. Зато се атомска језгра означавају хемијским симболом  $X$  и бројевима  $A$  и  $Z$ , у форми::

$${}^A_Z X$$

На пример, језгро угљеника које има 6 протона и 6 неутрона записује се:  ${}^{12}_6\text{C}$ . Језгро водоника које нема неутрона се записује  ${}^1_1\text{H}$ , а хелијум чије језгро има 2 неутрона се записује  ${}^4_2\text{He}$ . Најмасивно Најмасивније познато језгро је језгро оганесона  ${}^{294}_{118}\text{Og}$ .

У пракси, најчешће се користи скраћена ознака за језгра, у којој се наводе само хемијски симбол и масени број, на пример,  ${}^{14}\text{C}$  или  ${}^{238}\text{U}$ . Пошто ознака хемијског елемента одмах идентификује атомски број, атомски број се и не мора записати. Понекад се среће и записивање језгара називом хемијског елемента и са масеним бројем (угљеник-14, уранијум-238).

## Изотопи и изобари

Можда сте приметили да смо се у претходним пасусима срели са угљеником са два различита масена броја:  $^{12}\text{C}$  и  $^{14}\text{C}$ . Оба представљају језгра угљеника, али број неутрона у језгру није исти. Оваква језгра се називају **изотопи**. **Изотопи су језгра са истим атомским бројем  $Z$ , а са различитим масеним бројем  $A$** . Примери изотопа су три језгра водоника која се могу наћи у природи  $^1_1\text{H}$  (водород),  $^2_1\text{H}$  (деутериум) и  $^3_1\text{H}$  (трицијум). Од ових језгара прва два су стабилна, док трицијум може постојати само кратко време. Изотопи су и језгра угљеника:  $^{11}_6\text{C}$ ,  $^{12}_6\text{C}$ ,  $^{13}_6\text{C}$  и  $^{14}_6\text{C}$ . ових изотопа стабилна су само језгра  $^{12}_6\text{C}$  и  $^{13}_6\text{C}$ .

Различити елементи могу да имају више изотопа, од којих су само неки стабилни. Преостали су нестабилни и после одређеног времена се распадају, па их називамо радиоактивни. Ову појаву ћемо разматрати у наредној лекцији. Изотопи водоника добили су посебна имена, али то није случај код свих елемената. Језгро водоника је јединствено по једном својству:  $^1_1\text{H}$  је једино стабилно језгро састављено само од једног протона и без неутрона. Не постоји друго стабилно језгро састављено само од протона или пак језгро састављено само од неутрона.

Постоје и језгра са истим масеним бројем  $A$ , али са различитим атомским бројем  $Z$ . Оваква језгра се називају **изобари**. Изобари су језгра атома различитих елемената. Примери изобара су језгра  $^{14}_6\text{C}$  и  $^{14}_7\text{N}$ ,  $^{16}_8\text{O}$  и  $^{16}_9\text{F}$ , како и  $^{40}_{18}\text{Ar}$ ,  $^{40}_{19}\text{K}$  и  $^{40}_{20}\text{Ca}$ . Језгра, пак, са истим бројем неутрона  $N$ , али различитим бројем протона  $Z$ , називају се **изотони**. И изотони су језгра различитих елемената. Примери изотона су:  $^{14}_6\text{C}$  и  $^{15}_7\text{N}$  како и  $^{15}_7\text{N}$ ,  $^{16}_8\text{O}$  и  $^{17}_9\text{F}$ .

Значај ових појмова ће постати јаснији када будемо изучавали промене у језгрима које се дешавају при радиоактивном распаду и при нуклеарним реакцијама



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колико протона и колико неутрона има у језгру  $^{23}_{11}\text{Na}$ ? Колико је наелектрисање језгра?

#### Решење:

Атомскиот број је  $Z = 11$ , значи у језгру има 11 протона. Ова информација може да се добије и према редном броју  $\text{Na}$  у Периодном систему елемената. Масени број је  $A = 23$ . Из њега можемо да одредимо број неутрона као:  $N = A - Z = 23 - 11 = 12$ .

Значи, језгро има 11 протона и 12 неутрона. Укупно електрично наелектрисање језгра је  $Q = +11e$ .

## Унификована јединица атомске масе

Масе протона, неутрона и атомских језгара су веома мале да би се изражавале у кило-грамима. Зато је у нуклеарној физици уведена посебна јединица за масу, названа **унификована јединица за атомску масу**, која се означава са  $u$ .

Унификована јединица атомске масе дефинисана је као једна дванаестина масе атома изотопа

$^{12}_6\text{C}$ , односно:

$$1u = \frac{1}{12}m(^{12}_6\text{C}).$$

Бројна вредност ове јединице је приближно:  $1u = 1,66025 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

Према Ајнштајновој теорији, постоји еквивалентност између масе и енергије. Значи, могуће је да се нека честица потпуно претвори у енергију. У том случају, енергија  $E$ , која се добија (у форми једног или више кваната енергије), може се израчунати према следећој формули:

$$E = mc^2,$$

где  $m$  означава масу честице у мировању, а  $c$  означава брзину светлости. Користећи ову релацију, маса нуклеона и језгара се често изражава преко енергије. Тако, на пример, можемо да запишемо:

$$1u = 1,49225 \frac{\text{J}}{c^2} = 931,494 \frac{\text{MeV}}{c^2}.$$

Према томе, маса протона  $m_p$ . Према томе, маса протона  $m_n$  е:

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,0072u = 938,27 \frac{\text{MeV}}{c^2},$$

$$m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,0087u = 939,57 \frac{\text{MeV}}{c^2}.$$

Масе протона и неутрона су приближно једнаке, али ипак се може приметити да је маса неутрона већа. Ради поређења, маса електрона је приближно 1840 пута мања од масе протона и неутрона. Зато, најчешће можемо да сматрамо да је укупна маса атома концентрисана у његовом језгру.

Маса најлакшег језгра, језгра водоника  ${}^1_1\text{H}$ , износи приближно 1,008 u, а маса на најмасивнијег познатог језгра,  ${}^{294}_{118}\text{Og}$ , износи приближно 294,2 u. Може се запазити да је **масени број  $A$  приближно једнак маси језгра израженој у унификованим јединицама атомске масе.**

## Јака језгарна (нуклеарна) сила

На први поглед, постојање атомског језгра изгледа мистериозно: велики број честица је збијен у веома малом простору, при чему је део њих позитивно наелектрисан, а остали су неутрални. Поставља се питање: зашто Кулонова одбојна сила између протона не раздвоји језгро?

Да би постојало стабилно језгро, мора да делује и нека интензивнија привлачна сила која делује између нуклеона на веома малим растојањима. Ова сила, која држи језгро као целину, назива се јака нуклеарна сила (или јака језгарна сила). Она делује између свих нуклеона: протон–протон, протон–неутрон и неутрон–неутрон.

Осим ње, у природи постоји и слаба нуклеарна сила, али она не учествује у одржавању стабилности језгра.

Јака нуклеарна сила се, по својој природи, разликује од електростатичке силе. Њена главна својства су:

- Јака нуклеарна сила је много интензивнија од електростатичке одбојне силе између протона унутар језгра.
- Она делује само на веома малим растојањима, реда величине од неколико фемтометара (fm).
- Има својство засићења: сваки нуклеон узајамно делује само са најближим нуклеонима, а не са свим нуклеонима у језгру.
- На још мањим растојањима, јака нуклеарна сила постаје одбојна, чиме се спречава сабијање нуклеарне материје.
- Јака нуклеарна сила не зависи од електричног наелектрисања нуклеона: на истом растојању, она је једнака ако узајамно делују: два протона, два неутрона или пак протон и неутрон

зошто нивната густина е приближно константна во најголемиот дел од јадрото и зошто стабилност на јадрата зависи од односот меѓу бројот на протони и неутрони.

Ова својства јаке нуклеарне силе објашњавају зашто атомска језгра имају коначну величину, зашто је њихова густина приближно константна у највећем делу језгра и зашто стабилност језгара зависи од односа између броја протона и неутрона.

## Густина и радиус на јадрата

Густина атомског језгра је приближно једнака у највећем делу његове запремине, са изузетком танког слоја у близини површине језгра. Ово је очекивано, пошто јака нуклеарна сила има сложен карактер: она је привлачна на малим растојањима, али постаје одбојна када се нуклеони налазе на још мањим међусобним растојањима, чиме се спречава даље сабијање нуклеарне материје.

Иако се атомска језгра разликују према броју нуклеона, њихова густина (често названа и густина нуклеарне материје) приближно је иста за сва језгра. Због тога је запремина језгра пропорционална броју нуклеона, односно масеном броју  $V \sim A$ . Ако језгро замислимо као лопту полупречника  $R$  његова запремина је

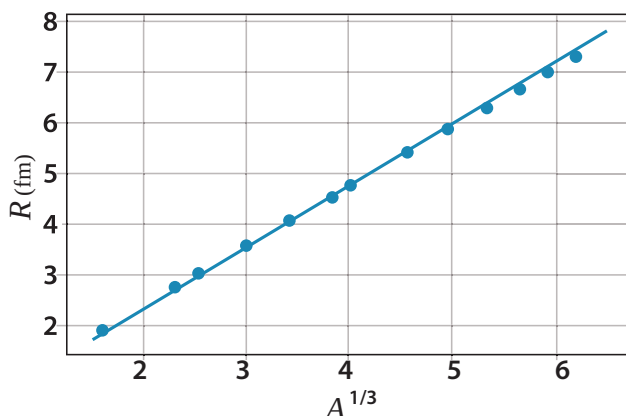
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3, \text{ па отуда следи да } R^3 \sim A.$$

Одавде следи да полупречник атомског језгра расте са трећим кореном масеног броја. Константа  $R_0$ , је експериментално одређена и има приближну вредност:

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}}.$$

Отука, радиусот на атомското јадро расте со третиот корен од масиниот број. Константата  $R_0$  е експериментално определена и има приближна вредност  $R_0 = 1,2 \text{ fm}$ .

На слици 1 је приказана зависност полупречника различитих језгара од трећег корена масеног броја. Линеаран изглед графикона потврђује да формула за радијус језгра важи и да је густина нуклеарне материје приближно једнака за скоро сва језгра.



Слика 1. Зависност радијуса неких језгара од трећег корена њиховог масеног броја.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Одреди густину нуклеарне материје и масу коцке, запремине  $1 \text{ cm}^3$ , ако је направљена од материје чија је густина једнака густини нуклеарне материје. Маса језгра може да се запише као  $m = Au$ , а константа пропорционалности је  $R_0 = 1,2 \text{ fm}$ .

|                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дато:</b><br>$m = Au$ ,<br>$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ ,<br>$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,<br>$V_1 = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$<br>$R_0 = 1,2 \text{ fm}$ | <b>Решење:</b><br>$R = R_0 A^{\frac{1}{3}} \Rightarrow R^3 = R_0^3 A.$ <p>Имајући у виду формулу за израчунавање густине и запремине лопте <math>V = \frac{4}{3}\pi R^3</math>, добијамо:</p> $\rho = \frac{m}{V} = \frac{uA}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{uA}{\frac{4}{3}\pi (R_0^3 A)} = \frac{u}{\frac{4}{3}\pi R_0^3} = 2,3 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$ <p>Коцка запремине <math>1 \text{ cm}^3</math>, направљена од нуклеарне материје, ће имати масу:</p> $M = \rho \cdot V_1 = 2,3 \cdot 10^{11} \text{ kg}.$ <p>Ова огромна вредност покажује колико је густина нуклеарне материје већа у поређењу са густином супстанци.</p> |
| <b>Тражи се:</b><br>$\rho - ?$ , $M - ?$                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |



### НАУЧИ ВИШЕ

Године 1905, Алберт Ајнштајн је, у оквиру Специјалне теорије релативности, показао да маса и енергија нису независне физичке величине, већ два различита начина описивања исте физичке стварности. Његова анализа показује да, ако неко тело емитује или апсорбује енергију, тада се одговарајуће мора променити и његова маса.

Ова повезаност се изражава познатом релацијом о еквивалентности масе и енергије, која се у најједноставнијем облику записује као:

$$E = mc^2,$$

где је  $E$  енергија мировања (унутрашња енергија повезана са самим постојањем масе),  $m$  је маса тела, а  $c$  је брзина светлости у вакууму.

У релативистичкој механици, где се разматра кретање честица брзинама упоредивим са брзином светлости, ова релација се појављује као посебан случај шире везе између енергије и импулса. Укупна енергија честице масе  $m$  и импулса  $p$  дата је:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2.$$

Из овога се види да и када честица мирује мирува ( $p = 0$ ), она има ненулту енергију  $E = mc^2$ . Када се честица креће, њена укупна енергија већа је од од  $mc^2$ , а разлика  $E - mc^2$  представља њену кинетичку енергију у релативистичком режиму.

У нуклеарној физици, релација  $E = mc^2$  је од посебне важности, пошто се у нуклеарним процесима (распадима и нуклеарним реакцијама) јављају мале, али мерљиве разлике у маси које одговарају ослобађању или апсорпцији веома великих количина енергије.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

- Објасни ја физичката смисла на редниот број  $Z$  и зошто тој го определува елементот.
- За јадрото  ${}^{31}_{15}\text{P}$  пресметај го  $N$  и запиши го полнежот на јадрото.
- Дадени се јадрата на  ${}^{58}_{28}\text{Ni}$  и на  ${}^{58}_{26}\text{Fe}$ . Дали се изотопи или изобари? Образложи.
- Користејќи  $R = R_0 A^{1/3}$ ,  $R_0 = 1,2 \text{ fm}$  и  $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ , спореди ги радиусите на јадрата со  $A_1 = 27$  и  $A_2 = 216$ . Колку пати радиусот на второто јадро е поголем од радиусот на првото? (Решење: 2 пати)
- Одреди го масиниот број на јадро чиј радиус е приближно еднаков на две третини од радиусот на јадрото на  ${}^{230}_{88}\text{Ra}$ . Дали може да се идентификува за кое јадро станува збор? Образложи го одговорот. (Решење:  $A = 68$ )
- Звезда која на крају свог живота има масу од 4 до 8 пута већу од масе Сунца, очекује се да колабира и потом постане супернова. У преосталом делу који није однет експлозијом супернове, протони и електрони се спајају и формира се неутронска звезда приближно двоструко веќе масе од масе Сунца. Неутронска звезда се може сматрати циновским атомским језгром. Ако се полупречник неутронске звезде може израчунати помоћу формуле за израчунавање полупречника језгра, израчунај њен полупречник. Маса неутронске звезде је  $4 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . Смајрајте да је звезда потпуно састављена од неутрона  $m_n = 1,674 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ . (Решење:  $1,6 \cdot 10^4 \text{ m}$ )



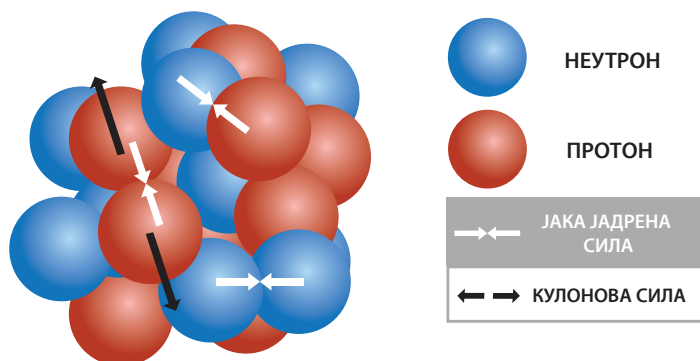
## 4.7. Природна радиоактивност

Крајем XIX века физичари су интензивно истраживали појаве повезане са светлошћу, електрицитетом и новооткривеним зрачењима. Године 1896. Анри Бекерел је приметио да соли уранијума могу самостално да осветле фотографску плочу, чак и када су умотане у таман материјал који блокира видљиву светлост. Ово је био први јасан доказ да се из неких супстанци емитује зрачење које није условљено спољашњим утицајима, за разлику од појава, као што је луминисценција.

Касније су Марија Склодовска Кири и Пјер Кири показали да је ова појава својство атома неких супстанци и то својство назвали су **радиоактивност**.

**Природна радиоактивност је појава при којој се нека атомска језгра спонтано преображавају (трансформишу) у друга језгра, при чему емитују честице и електромагнетно зрачење.** Реч „природна“ наглашава да се процес одвија без спољашњег утицаја: језгро се распада само од себе, а не као последица осветљавања, загревања или хемијске реакције. Овај процес се назива још и **спонтани распад**.

При радиоактивном распаду, почетно језгро, названо језгро-родитељ, преображава се у језгро-потомак, при чему се ослобађа енергија. Та енергија се појављује као кинетичка енергија емитованих честица и/или као енергија зрачења. Радиоактивност је искључиво језгарни (нуклеарни) процес, пошто је повезана са променама у саставу и енергији језгра, а не са променама у електронском омотачу. Разлог што су нека језгра стабилна, а нека радиоактивна, лежи у равнотежи између два супротстављена међудејства у језгру (слика 1). С једне стране, протони се међусобно одбијају због **Кулонове електростатичке силе**, чији се интензитет повећава са повећањем броја протона. С друге стране, нуклеони су повезани **јаким нуклеарним силама**, које су привлачне и много интензивније од Кулонове силе, али делују само на веома малим растојањима. Зато кажемо да је јака нуклеарна сила кратког домета. За дату вредност масеног броја  $A$ , могу постојати језгра са различитим комбинацијама броја протона и неутрона. Код неких од тих комбинација укупна језгарна привлачна сила довољна је да одржи језгро као целину, па су та језгра **стабилна**. Код других комбинација, језгро има већу унутрашњу енергију и спонтано се трансформише у друго језгро путем радиоактивног распада. Оваква језгра се називају **нестабилна**.



Слика 1. Привлачна јака нуклеарна сила и одбојна Кулонова сила у атомском језгру

Стабилност атомских језгара може се експериментално истражити уз помоћ **Активности 1**.



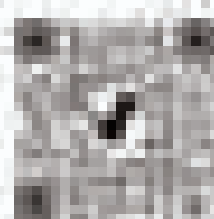
### АКТИВНОСТ 1.

#### Стабилност атомског језгра

Циљ активности: Испитати да ли су одређена атомска језгра стабилна или нестабилна, у зависности од броја протона и неутрона.

Алат: Симулација PhET: Изгради језгро (Build a nucleus) која може да се нађе на следећој интернет-страници:

([https://phet.colorado.edu/sims/html/build-a-nucleus/latest/build-a-nucleus\\_all.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/build-a-nucleus/latest/build-a-nucleus_all.html)).



У симулацији је приказана величина период полураспада (Half-life), о којој ће се говорити у наредној лекцији. У овој активности не анализира се њена бројна вредност, већ само положај језгра на приказаној скали: лево се налазе мање стабилна језгра (*less stable*), а десно стабилнија језгра (*more stable*). Такође, симулација јасно означава да ли је језгро стабилно или нестабилно (*Stable / Unstable*).

Искључи опцију Електронски облак (Electron cloud), да би се приказивало само атомско језгро.

### Део 1. Језгра са малим бројем нуклеона

Састави их, једно по једно, језгра са бројем протона и неутрона према табели:

| Протони | Неутрони |
|---------|----------|
| 1       | 0        |
| 1       | 1        |
| 1       | 2        |
| 2       | 2        |
| 2       | 3        |
| 3       | 3        |
| 4       | 4        |
| 4       | 5        |
| 5       | 5        |
| 5       | 6        |

#### Питања:

Која од састављених језгара су стабилна, а која нестабилна?

Како се мења стабилност језгра ако се додају само неутрони при истом броју протона?

Да ли за дати број протона постоји само један број неутрона при којем је језгро стабилно?

Да ли се стабилност увек повећава када се истовремено додају по један протон и један неутрон?

Шта се може закључити о улози неутрона у стабилности језгра?

Из резултата активности се може закључи да стабилност атомског језгра не зависи само од броја честица у њему, већ и од односа између протона и неутрона. При одређеним комбинацијама језгра су стабилна, а при другим су нестабилна и подложна спонтаном распаду.

### Део 2. Језгра са великим бројем нуклеона

Покушајте да утврдите да ли постоји бар један стабилан изотоп за елементе у табели испод. За елементе код којих постоји стабилан изотоп, запишите одговарајући масени број. Обратите пажњу на атомски број  $Z$  и упоредите елементе међусобно.

Шта сте приметили о повезаности између атомског броја и стабилности језгара?

Да ли се може пронаћи јасна граница изнад које не постоје стабилни изотопи?

Да ли су сви изотопи са мањим атомским бројем стабилни? Провери за технецијум ( $Z = 43$ ) и за прометијум ( $Z = 61$ ).

| Елемент    | Симбол | $Z$ |
|------------|--------|-----|
| Цирконијум | Zr     | 40  |
| Молибден   | Mo     | 42  |
| Сребро     | Ag     | 47  |
| Јод        | I      | 53  |
| Волфрам    | W      | 74  |
| Платина    | Pt     | 78  |
| Бизмут     | Bi     | 83  |
| Полонијум  | Po     | 84  |
| Радон      | Rn     | 86  |
| Уранијум   | U      | 92  |

Закључци из активности 1 показују да стабилност атомских језгара зависи од односа између протона и неутрона, као и од атомског броја елемента. Са повећањем атомског броја стабилна језгра постају све ређа, а код елемената са великим атомским бројем постоје само радиоактивни изотопи. Ипак, не постоји строга граница, пошто постоје изузеци, као што су технецијум и прометијум, који немају стабилне изотопе, иако имају мањи атомски број.

Језгра која могу спонтано да се трансформишу путем радиоактивног распада називају се радиоактивна језгра. **Радиоактивни распад (или трансформација), према томе, може да се схвати као природан процес којим нестабилно језгро (језгро у побуђеном енергетском стању) прелази у стабилније енергетско стање, при чему се вишак енергије ослобађа као јонизујуће зрачење.** Сваки хемијски елемент има више изотопа, од којих су неки стабилни, а неки радиоактивни. Постоје и елементи који немају ниједан стабилан изотоп. Бизмут ( $Z = 83$ ) је последњи елемент у Периодном систему који има стабилан изотоп.

Тежи хемијски елементи који немају стабилне изотопе, почевши од полонијума ( $Z = 84$ ) нису подједнако заступљени у природи. Неки се срећу у минералима и стенама на Земљи, а други се не јављају природно и добијени су вештачки. Код најтежих елемената природна заступљеност је веома мала, иако, као трагови природних распада, неки од њих се могу наћи на пример, у уранијумским рудама.

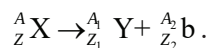
Када желимо да нагласимо да је неки изотоп радиоактиван, користимо израз **радиоизотоп**. Зрачења која се емитују при распаду радиоизотопа имају довољно велику енергију да изазову јонизацију, односно да избију електроне из атома, па се зато називају **јонизујућа зрачења**. Радиоактивност је својство језгара, а не зрачење, па је зато појам „радиоактивно зрачење“ нетачан и не треба да се употребљава.

Јонизујуће зрачење које потиче из атомских језгара је значајно не само као природан фе-номен и извор информација о структури језгра, већ и као појава од које треба да се заштитимо због могућих биолошких ефеката.

## Закони одржања при радиоактивним распадима

При сваком радиоактивном распаду, морају бити испуњени основни закони одржања, пошто они омогућавају правилно одређивање новонасталог језгра и енергије која се ослобођава при радиоактивном распаду.

У општем случају, распад језгра-родитеља, означеног са  ${}^A_Z X$ , при чему се оно распада у језгро-потомак  ${}^A_1 Y$  и емитује честицу  ${}^{A_2}_{Z_2} b$ , записује се као:



Стрелицом се означава да се процес одвија у једном смеру, односно да није реверзибилан. На овај начин, у наредним лекцијама ћемо записивати и нуклеарне реакције.

Обично, језгро-потомак и емитована честица називају се продукти радиоактивног распада. При неким распадима може се емитовати и више честица, али ради поједностављивања, овде ћемо се задржати на случајевима са емисијом једне честице.

**При сваком нуклеарном распаду важе четири закона одржања:**

**1.Закон одржања броја нуклеона.** Укупан број нуклеона пре и после распада је једнак, односно важи:

$$A = A_1 + A_2.$$

**2.Закон одржања електричног наелектрисања.** Укупно електрично наелектрисање пре распада је једнако укупном електричном наелектрисању после распада. Пошто је електрично наелектрисање језгра и честице одређено атомским бројем, услов се записује као:

$$Z = Z_1 + Z_2.$$

**3.Закон одржања импулса.** Импулс језгра-родитеља једнак је векторском збиру импулса језгра-потомка и емитоване честице:

$$\overrightarrow{p_X} = \overrightarrow{p_Y} + \overrightarrow{p_b}.$$

**4.Закон одржања енергије.** Укупна енергија система пре и после радиоактивног распада је иста

$$E_X = E_Y + E_b.$$

Али, овде треба нагласити да се разматра укупна енергија у процесу, а не само механичка енергија. Значи, треба узети у обзир и енергију коју честица има зато што има масу у складу са Ајнштајновом једначином за еквивалентности масе и енергије  $E = mc^2$ . Свака од честица у нуклеарном распаду може имати и кинетичку енергију, па у закону одржања енергије треба узети у обзир и кинетичку

енергију језгра-родитеља ( $E_{k,X}$ ), као и кинетичку енергију продуката распада ( $E_{k,Y}$ ,  $E_{k,b}$ ):

$$M_X c^2 + E_{k,X} = M_Y c^2 + m_b c^2 + E_{k,Y} + E_{k,b}.$$

Из закона одржања може се израчунати енергија која се ослобађа при радиоактивном распаду  $Q$  као разлика масе језгра-родитеља и продуката распада помножена са  $c^2$ :

$$Q = (M_X - M_Y - m_b) c^2.$$

Распад је енергетски дозвољен само ако је  $Q > 0$ , па се ова енергија распоређује као кинетичка енергија језгра-потомка и емитоване честице:

$$Q = E_{k,Y} + E_{k,b} - E_{k,X}.$$

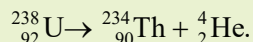
У неким случајевима део ове енергије може бити задржан у језгру-потомку, а потом емитован у облику једног или више кваната енергије. За таква језгра кажемо да се налазе у побуђеном енергетском стању.

Ова четири закона: закон одржања броја нуклеона, закон одржања електричног наелектрисања, закон одржања импулса и закон одржања енергије – представљају основу за анализу не само радиоактивних распада, већ и нуклеарних реакција.



### РЕШЕН ПРИМЕР

Колика енергија се ослобађа при следећем радиоактивном распаду;



Маса честица је:  $M_U = 238,0508\text{u}$ ,  $M_{Th} = 234,0436\text{u}$  и  $M_{He} = 4,0026\text{u}$ .

|                                                                                                                                                                                                                                                                          |                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Дато: $M_U = 238,0508\text{u}$ , $M_{Th} = 234,0436\text{u}$ , $1\text{u} \cdot c^2 = 931,5\text{MeV}$ ,<br>$1\text{u} \cdot c^2 = 931,5\text{MeV}$ , $M_{He} = 4,0026\text{u}$                                                                                          | Тражи се: $Q = ?$ |
| <p><b>Решење:</b><br/>Ослобођена вредност при распаду је:</p> $Q = (M_X - M_Y - m_b) c^2.$ <p>За распад <math>{}_{92}^{238}\text{U}</math>, ова вредност ће износити:</p> $Q = (238,051 - 234,044 - 4,003)\text{u} \cdot c^2 = 0,004\text{u} \cdot c^2 = 3,7\text{MeV}.$ |                   |

### Најчешћи облици радиоактивног распада

У радиоактивним процесима нестабилно језгро може да се распадне на неколико карактеристичних начина, при чему је сваки начин повезан са одређеном променом састава и енергије језгра. Најчешћи видови радиоактивног распада су алфа-распад ( $\alpha$ -распад), при чему језгро емитује алфа-

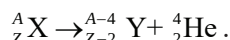
честицу, па се смањују и масени број  $A$  и редни број  $Z$ , бета-распад ( $\beta$ -распад), при којем масени

број  $A$  остаје исти, а редни број  $Z$  (а тиме и број неутрона  $N$ ) се мења услед претварања једног нуклеона у језгру у други, и гама-распад ( $\gamma$ -распад), при чему новонастало језгро после алфа-распада или бета-распада ослобађа вишак енергије у облику кванта енергије без промене  $A$  и  $Z$ .

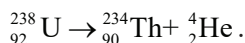
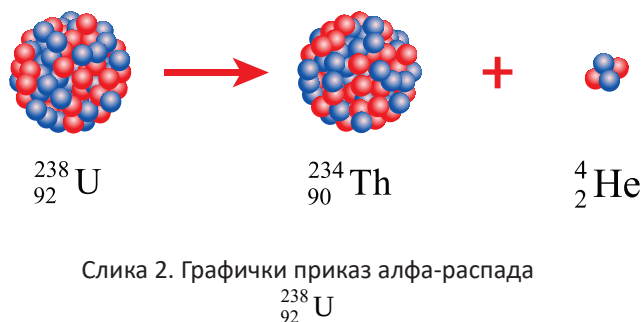
## Алфа-распад

Алфа-распад је најчешћи начин радиоактивне трансформације код тешких језгара, односно код језгара са великим масеним бројем. Термин тешка језгра се користи за језгра са великом масом, а језгра са малим масеним бројем називамо **лака језгра**.

У активности 1 видели смо да су тешка језгра углавном нестабилна. Да би прешла у стабилније енергетско стање, она емитију групу нуклеона састављену од два протона и два неутрона, која се назива алфа-честица (или двоструко јонизован ом хелијума). Уопште, алфа-распад се описује нуклеарном једначином у којој језгро-родитељ  ${}_Z^AX$  прелази у језгро потомак  ${}_{Z-2}^{A-4}Y$  и емитије се алфа-честица  ${}_2^4\text{He}$ . Општа релација којом се описује алфа-распад је.



Из релације се директно може видети да важе закон одржања броја нуклеона и закон одржања електричног наелектрисања. Алфа-распадом се увек мења елемент: језгро-потомак припада атому другог елемента који се у периодном систему налази „два места лево“ од језгра - родитеља. Алфа-распадом се мењају и маса и наелектрисање језгра. У многим случајевима, потомак може настати у основном стању, али може настати и у побуђеном енергетском стању, што касније може довести до емисије гама-зрачења. Пример алфа-распада је распад:



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Радиоизотоп  ${}_{84}^{213}\text{Po}$ , који мирује, емитије алфа – честицу са кинетичком енергијом 8,376 MeV.

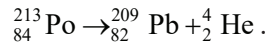
а) Запиши нуклеарну релацију и одреди који су продукти распада.

б) Језгро-потомак је у основном енергетском стању. Одреди енергију ослобођену у овом процесу. Изведи израз за однос кинетичке енергије језгра-потомка и кинетичке енергије алфа-честице. Треба сматрати да се после распада језгро-потомак и алфа-честица крећу у истом правцу али у супротним смеровима, а да је језгро-родитељ мировало пре распада.

Маса радиоизотопа  ${}_{84}^{213}\text{Po}$  узима се као  $213u$ , маса језгра – потомка као  $209u$ , а маса алфа-честице  $4u$ , где је са  $u$  означена унификована јединица масе. Треба сматрати да је:  $1uc^2 = 931,5\text{MeV}$ .

|                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дато:</b><br>$E_\alpha = 8,376\text{ MeV}$ ,<br>$m_1 = 213u$ , $m_2 = 209u$ ,<br>$m_\alpha = 4u$ $1uc^2 = 931,5\text{ MeV}$ | <b>Решење:</b><br>Алфа-честица садржи два протона, па ће редни број језгра-потомка бити:<br>$Z = 84 - 2 = 82$ .<br>Према периодном систему, то је језгро олова.<br>Алфа-честица садржи 4 нуклеона, па ће се масени број смањити за 4:<br>$A = 213 - 4 = 209$ . |
| <b>Тражи се:</b><br>Који су продукти нуклеарног распада а) $Q$ – ?                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                |

Отуда, распад се записује на следећи начин:



б) Цела ослобођена енергија распада  $Q$  се претвара у кинетичку енергију  $\alpha$ -честице језгра-потомка. Из закона одржања импулса (језгро – родитељ мирује), важи

$$\vec{p}_\alpha = \vec{p}_{\text{Pb}} \quad \text{Имајући у виду да су енергије језгра-потомка и алфа – честице } E_\alpha = \frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha} \text{ dhe}$$

$$E_{\text{Pb}} = \frac{p_{\text{Pb}}^2}{2m_2}, \text{ следи: } \frac{E_{\text{Pb}}}{E_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_2}. \text{ Енергију језгра – потомка можемо да запишемо: } E_{\text{Pb}} = E_\alpha \cdot \frac{m_\alpha}{m_2}.$$

Имајући у виду да се укупна ослобођена енергија при алфа-распаду претвара у кинетичку енергију продуката добијених распадом, односно:  $Q = E_{\text{Pb}} + E_\alpha$ :

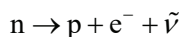
$$Q = E_\alpha \left(1 - \frac{m_\alpha}{m_1}\right) = 8,541 \text{ MeV}.$$

## Бета-распад

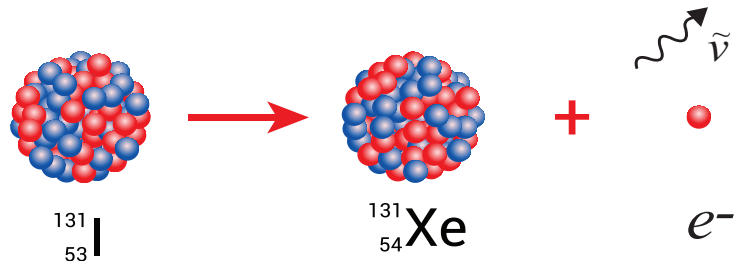
Бета-распад је један од честих механизма путем којих радиоактивна језгра прелазе у стабилније енергетско стање, посебно код језгара код којих је однос између броја неутрона и броја протона „неповољан“ за стабилност (језгра са веома великим бројем неутрона или језгра са великим бројем протона). За разлику од алфа-распада, код бета-распада масени број  $A$  се не мења. Пошто укупан број нуклеона остаје непромењен, мења се само састав језгра, у смислу да се један нуклеон претвара у други (слика 3)

Постоје три различита вида бета-распада:

**$\beta^-$ -распад:** Код  $\beta^-$  распада, у језгру-родитељу, један неутрон се претвара у протон, при чему се емитију електрон и антинутрино



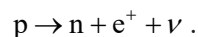
Редни број језгра се повећава за 1, а масени број остаје исти. Језгро-потомак је изобар који се налази једно место „десно“ у периодном систему у односу на језгро-родитеља. Општи облик  $\beta^-$  распада је:



Слика 3. Шематски приказ  $\beta^-$  распада  ${}_{53}^{131}\text{I}$

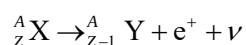


**$\beta^+$ -распад:** Код  $\beta^+$  -распада, у језгру-родитељу, један протон се претвара у неутрон, при чему се емитију позитрон и нутрино:



Редни број се смањује за 1, а масени број остаје исти. Језгро-потомак се налази једно место „лево“ у периодном систему у односу на језгро-родитеља. Општи облик

$\beta^+$  -распада је:

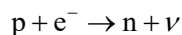


**Позитрон**  $e^+$  је античестица електрона: има исту масу као електрон, али носи позитивно еле-

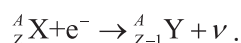


ментарно електрично наелектрисање. Његово присуство омогућава да се очува електрично наелектрисање при овом распаду.

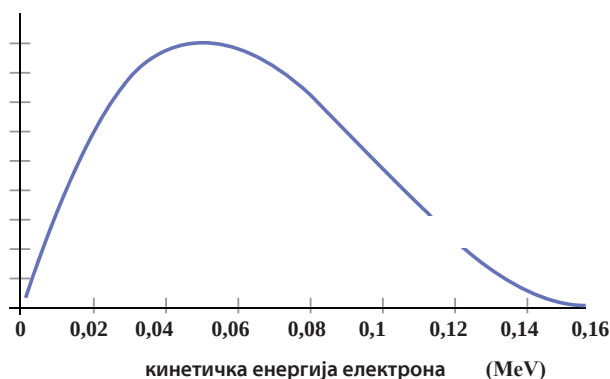
Електронски захват (ЕС): Код електронског захвата језгро „хвата“ електрон из унутрашњих електронских слојева сопственог атома. При томе се протон претвара у неутрон и емитује неутрино.



Атомски број се смањује за 1, а масени број остаје исти. Језгро-потомак као и код  $\beta^{+-}$ -распада се налази једно место „лево“ у периодном систему у односу на језгро-родитеља. Општи облик електронског захват је:



За разлику од алфа-распада, код бета-распада електрони и позитрони не напуштају језгро са тачно одређеном кинетичком енергијом, већ са континуи-раним спектром кинетичких енергија (слика 4). Ово указује на то да у распадуучествује још једна честица, **неутрино** (или **антинейтрино**), која преузима део енергије и импулса, **чиме су испуњени закони одржања енергије и импулса.**



Слика 4. Континуирани спектар кинетичких енергија електрона који се емитују из језгара  ${}^{14}$  после њиховог  $\beta^-$ -распада.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

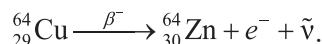
У природи постоје и радиоизотопи који могу да се распадају на сва три начина бета-распада. Такав је радиоизотоп бакра  ${}^{64}_{29}\text{Cu}$  који се користи у медицини, за дијагностичке и терапеутске сврхе. Запиши једначине за сва три вида бета-распада:  $\beta^-$ -распад,  $\beta^+$ -распад и електронски захват (ЕС)

#### Решење:

Масени број код сва три вида бета-распада остаје исти,  $A = 64$ .

1)  $\beta^-$ -распад: неутрон се претвара у протон,  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ .

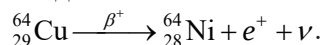
Пошто се неутрон трансформисао у протон, укупан број протона се повећао, а са тим и атомски број:  $Z = 29 + 1 = 30$ . Ово значи да је од језгра бакра добијено језгро цинка-64. Нуклеарна реакција се записује на следећи начин:



2)  $\beta^+$ -распада: протон се претвара у неутрон,  $p \rightarrow n + e^+ + \nu$ .

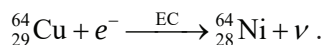
Пошто се протон трансформисао у неутрон, укупан број протона се смањио, а тиме и атомски број:  $Z = 29 - 1 = 28$ . Ово значи да је језгро бакра прешло у језгро никла-64.

Нуклеарна реакција се записује на следећи начин:



3) Електронски захват (ЕС): протон и електрон „стварају“ неутрон,  $p + e^- \rightarrow n + \nu$ .

У овом случају, протон се поново трансформисао у неутрон, па се укупан број протона смањио, а самим тим и атомски број:  $Z = 29 - 1 = 28$ . Ово значи да је језгро бакра прешло у језгро никла-64. Нуклеарна реакција се записује на следећи начин:



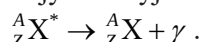


## Гама-распад

Као што електрони у атому могу да постоје само у одређеним енергетским стањима, тако и атомско језгро има дозвољена енергетска стања. Најниже од њих назива се основно енергетско стање, а стања са већом енергијом се називају побуђена стања. Код атома, при преласку електрона са вишег на нижи енергетски ниво, разлика у енергији се емитује као фотон. Сличан процес се одвија и код атомских језгара.

Гама-распад је радиоактиван процес при коме језгро прелази из вишег у ниже енергетско стање, при чему ослобађа вишак енергије у облику гама-фотона. Ово побуђено стање најчешће настаје као последица алфа или бета-распада, па зато гама-зрачење, обично, није први корак у радиоактивној трансформацији, већ завршни прелаз којим језгро постаје стабилније.

Општа нуклеарна релација за гама-емисију записује се означавањем побуђеног језгра звездicom.



Овде,  ${}_Z^AX^*$  је језгро у побуђеном енергетском стању,  ${}_Z^AX$  је исто језгро у нижем (или основном) енергетском стању, а  $\gamma$  је гама-фотон.

Пошто се при гама-распаду не мења ни масени број  $A$  ни атомски број  $Z$ , испуњени су закони одржања броја нуклеона и закон одржања електричног наелектрисања. Ослобођена енергија се углавном појављује као енергија гама-фотона, док се кинетичка енергија језгра може занемарити због његове велике масе. Зато је разлика између енергија два стања језгра приближно једнака енергији фотона:

$$\Delta E \approx E_\gamma.$$

## Утицај јонизујућег зрачења на живи свет

Јонизујуће зрачење је зрачење које има довољно велику енергију да избаци електрон из атома и из молекула, при чему се стварају јони. Овај процес може довести до оштећења био-лошких молекула и ћелија у живим организмима. Степен утицаја на живи свет зависи од врсте зрачења, његове енергије и начина излагања (спољашњег или унутрашњег).

## Алфа-зрачење

Алфа-зрачење представља сноп алфа-честица које су релативно масивне честице са двоструким позитивним електричним наелектрисањем. Због тога, при проласку кроз материју, оне снажно узајамно делују са електронима у атомима и молекулима, стварајући велики број јонских парова дуж своје путање. Зато се каже да алфа-зрачење има **велику јонизујућу моћ, али малу продорну моћ**.

У ваздуху, алфа-честице имају дomet од неколико центиметара, а у чврстим материјалима само неколико микрометара. Лако их зауставља танки слој хартије или површински слој коже па не представљају озбиљну опасност при спољашњем излагању.

Ипак, алфа-зрачење може да буде **изузетно опасно ако алфа-емитер доспе у организам** (удисањем или храном). У том случају се целокупна енергија ослобађа у малој запремини ткива, што доводи до снажне локалне јонизације и до озбиљних биолошких оштећења.

## Бета-зрачење

Бета-зрачење је сноп брзих електрона или позитрона. Због њихове мање масе и јединичног електричног наелектрисања, бета-честице имају мању јонизујућу моћ од алфа-честица, али већу продорну моћ.

У ваздуху, бета-честице (заједничко име за електроне и позитроне добијене при  $\beta$ -распаду), у зависности од њихове енергије, могу да пређу већа растојања, а у чврстим материјалима најчешће се заустављају у слоју материјала дебљине од неколико милиметара до неколико центиметара. За заштиту од бета-зрачења, најчешће се користе материјали са мањим атомским бројем, као што су пластика или алуминијум.

У биолошком смислу, бета-зрачење може да изазове оштећења при спољашњем излагању (нарочито коже и очију), а такође је опасно и при унутрашњем уносу бета-емитера, јер честице предају своју енергију директно у ткива дуж своје путање.

## Гама-зрачење

Гама-зрачење је електромагнетно зрачење веома велике енергије. За разлику од алфа и бета-зрачења, гама-фотони немају масу ни електрично наелектрисање, па не јонизују директно. Јонизацију изазивају **индиректно**, путем интеракције са атомима материје, при чему се ослобађају секундарни електрони.

Због тога, гама-зрачење има најмању јонизујућу моћ, али највећу продорну моћ од три врсте зрачења. Може да прође кроз значајну дебљину материјала, а за његово екранирање користе се материјали велике густине, као што су олово или бетон. Интензитет гама-зрачења се смањује постепено, са повећањем дебљине материјала, слично као код рендгенског зрачења. Закон слабљења снопа гама-фотона је идентичан закону слабљења рендгенског снопа, с једином разликом што је коефицијент апсорпције материјала за гама-зрачење мањи у односу на коефицијент апсорпције за рендгенске зраке.

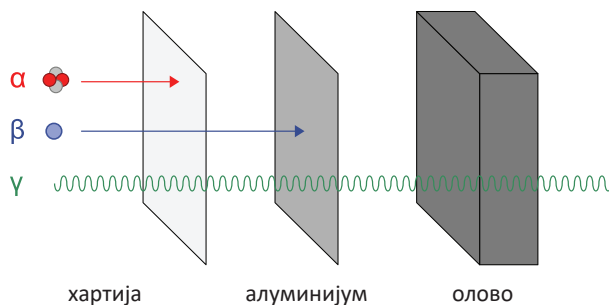
Са биолошког аспекта, гама-зрачење је нарочито опасно при спољашњем излагању, јер лако продире кроз тело и може да оштети унутрашње органе и ткива.

На слици 5 су приказани материјали потребни за заштиту од различитих врста јонизујућег зрачења.

## Алшар - природна веза између геологије и нуклеарне физике

Рудни локалитет Алшар на планини Кожуф је један од ретких примера у свету где се геологија и нуклеарна физика „сусрећу“ на истом месту. Реч је о хидротермалном рудном пољу богатом арсеном, антимоном и талијумом, у коме се среће редак минерал назван лорандит (слика 6).

Слика 6. Примерак лорандита са ситним, јасно израженим кристалима уграђеним у минералну матрицу, ископан на локалитету Алшар. Кристали достижу величину и до неколико милиметара. Овакви кристали ретко се налазе, јер минерали који садрже талијум најчешће не образују јасно видљиве кристале.

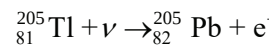


Слика 5. Шематски приказ продорне моћи различитих јонизујућих зрачења. Дебљина материјала кроз коју може да прође алфа и бета-зрачење зависи од њихове енергије. За гама-зрачење важи експоненцијални закон слабљења интензитета снопа.



Лорандит ( $\text{TlAsS}_2$ ) је минерал који садржи талијум и нарочито је значајан јер је у њему природно заступљен изотоп талијума  $^{205}_{81}\text{Tl}$ . Управо овај изотоп има способност да учествује у нуклеарној реакцији са соларним неутринама - честицама које стално стижу са Сунца на Земљу.

При апсорпцији неутрина, језгро талијума се трансформише у изотоп олова, при чему се емитује електрон. Процес се може записати следећом нуклеарном релацијом:



Да би се ова реакција догодила, потребна је енергија од приближно 52 keV, коју има значајан део соларних неутрина. Значај Алшара произлази из чињенице да лорандит тамо постоји дуже од неколико милиона година. Дакле, минерал са протоком времена „сакупља“ информације о изложености соларним неутринама.

Значај Алшара произлази из тога што је природа овде, у суштини, обезбедила „детектор“ који ради милионима година. Лорандитна минерализација стара је приближно 4,31 милиона година, па количина насталог  $^{205}_{82}\text{Pb}$  представља „запис“ о дуготрајној изложености лорандита соларним неутринама. Додатно, радиоизотоп  $^{205}_{82}\text{Pb}$  има период полураспада од 15,3 милиона година, што омогућава његову акумулацију у лорандиту. Управо због тога, мерењем односа маса  $^{205}_{81}\text{Tl}$  и  $^{205}_{82}\text{Pb}$  у чисто издвојеном лорандиту, могу се добити информације о флуксу соларних неутрина, а самим тим и о активности Сунца током времена.



## НАУЧИ ВИШЕ

### Дискретне енергије алфа-честица и побуђена стања језгра при алфа-распаду

Алфа-честице које емитује одређени радиоизотоп **не морају увек да имају исту енергију**. Разлог је то што језгро-родитељ може да се распада ка различитим енергетским стањима језгра-потомка. Ако се после алфа-распада језгро-потомак налази у основном енергетском стању, тада се целокупна расположива енергија распада  $Q$  (са изузетком веома мале енергије одбачаја језгра) претвара у кинетичку енергију алфа-честице. У том случају, алфа-честица има **највећу кинетичку енергију**.

Ако се, пак, језгро-потомак добије у побуђеном енергетском стању, тада део енергије  $Q$  остаје „складиштен“ у језгру-потомку. Тада алфа-честица излази са мањом кинетичком енергијом. Као последица овога, код алфа-емитера често се примећују алфа-честице са неколико различитих, али дискретних енергија. Побуђено језгро-потомак није стабилно и после кратког времена прелази у ниже (најчешће основно) енергетско стање, при чему се вишак енергије ослобађа у облику гама-кванта.



Слика 7. Језгро  $^{238}_{92}\text{U}$ , алфа-распадом, емитује три групе алфа-честица различите енергије, прелазећи у језгро  $^{234}_{90}\text{Th}$  које може бити у два побуђена стања, из којих прелази у основно стање путем емисије гама зрачења.

На слици 7 приказан је енергетски дијаграм алфа-распада језгра  $^{238}_{92}\text{U}$ . При овом распаду језгро-потомак  $^{234}_{90}\text{Th}$  може се добити:

У основном енергетском стању (означено као  $0^+$ ), Или у два побуђена стања (означена као  $2^+$  и  $4^+$ ).

Зато, се при алфа-распаду језгра  $^{238}_{92}\text{U}$ , емитују три групе алфа-честица са различитим кинетичким енергијама:  $E_{\alpha 1} = 4,111 \text{ MeV}$  (приближно у 0,1 % случајева),  $E_{\alpha 2} = 4,224 \text{ MeV}$  (ближно у 20,9 % случајева) и  $E_{\alpha 3} = 4,274 \text{ MeV}$  (приближно у 79 % случајева).

У случајевима када се језгро-потомак налази у побуђеном стању, оно додатно емитује гама-кванте, са енергијама  $E_{\gamma 1}$  и  $E_{\gamma 2}$ , при преласку у основно енергетско стање. Ови гама-прелази су приказани плавим стрелицама на дијаграму. Енергије ових гама-кванта могу да се израчунају као разлика енергија које имају језгра између којих се врше прелази:

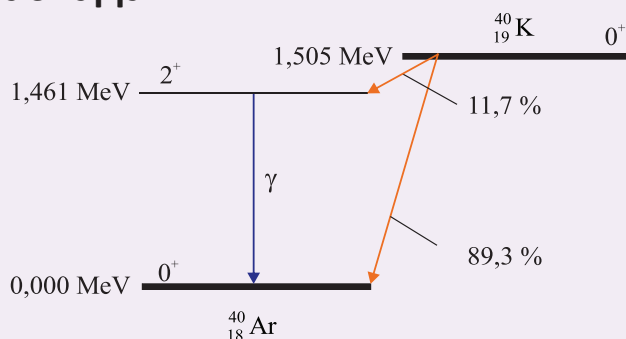
$$E_{\gamma 1} \approx 0,113 \text{ MeV}, E_{\gamma 2} \approx 0,050 \text{ MeV}.$$

## Побуђена стања код бета-распада

Слична појава се среће и код бета-распада. Део енергије која се ослобађа при бета-распаду може остати у језгру-потомку, које се тада налази у побуђеном енергетском стању. На слици 8 приказан је електронски захват код  $^{40}_{19}\text{K}$ . При овом распаду добија се језгро  $^{40}_{18}\text{Ar}$  које је:

- у основном енергетском стању ( $0^+$ ),
- или у побуђеном стању ( $2^+$ ).

Током преласка из побуђеног стања у основно енергетско стање, емитује се гама квант са енергијом  $E_{\gamma} \approx 1,461 \text{ MeV}$ .



Слика 8. Језгро  $^{40}\text{K}$ , електронским захватом, претвара се у језгро  $^{40}\text{Ar}$ , које може да буде у основном или у побуђеном енергетском стању



## ПОЗНАТА НАУЧНИЦА



Марија Склодовска Кири (Marie Skłodowska Curie 1867-1934) једна је од најзначајнијих научница у историји физике и хемије и кључна личност у проучавању радиоактивности. Заједно са својим супругом Пјером Киријем, наставила је истраживања која је започео Анри Бекерел и прва уве-ла појам радиоактивности како би описала спонтано зрачење које емитују поједини елементи. Марија Кири је показала да радиоактивност представља унутрашње својство језгра, и није резултат хемијских реакција, што је представљало револуционарну промену у тадашњем разумевању материје.

Током свог рада, Марија Кири је открила два нова хемијска елемента - полонијум (назван по њеној домовини Пољској) и радијум. Развила је

сложене и изузетно прецизне методе за издвајање радиоактивних елемената из руде, нарочито из уранијумске руде пехленде. Ова истраживања су била дуготрајна и физички исцрпљујућа, али је захваљујући њима по први пут ј добијен чист радијум, што је омогућило боље разумевање природе зрачења које потиче из језгара.

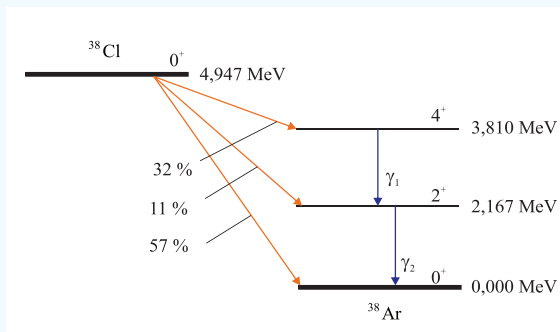
Рад Марије Кири има огроман научни и практични значај. Она је двапут добила Нобелову награду: за физику (1903, заједно са Пјером Киријем и Анријем Бекерелом) и за хемију (1911, самостално), чиме је постала једина женом награђеном Нобеловом наградом у две различите науч-

не области. Њена истраживања поставила су темеље нуклеарне физике и радиохемије, а примена радиоактивних елемената касније је имала важну улогу у медицини, нарочито у дијагностици и у терапији малигних обољења.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

- Објасни зашто је радиоактивност унутрашње својство супстанце, а не последица спољашњег утицаја?
- Шта се подразумева под „језгро-родитељ“ и „језгро-потомак“?
- Зашто код тешких језгара расте нестабилност када је број протона велики? (повежи са Кулоновим одбијањем и јаком силом).
- Зашто кажемо да је јака нуклеарна сила кратког домета и зашто је то важно за стабилност језгра?
- Радиоизотоп  $^{226}_{88}\text{Ra}$  распада се алфа-распадом.
  - Запиши нуклеарну реакцију и одреди које језгро се добија тим распадањем.
  - Ако је маса језгра  $^{226}_{88}\text{Ra}$  е 226,0254 u, маса језгра-потомка 222,0176 u, а маса алфа-честице 4,006 u, одреди енергију која се ослобађа при алфа-распаду. Узети да је  $1\text{u} \cdot c^2 = 931,5\text{MeV}$ . Решење: 1,68 MeV)
- На слици испод, шематски је приказан распад  $^{38}_{17}\text{Cl}$ .
  - Запиши нуклеарну једначину за бета-распад  $^{38}_{17}\text{Cl}$  и одреди атомски број изотопа Ar.
  - Из шеме се може видети да при бета-распаду  $^{38}_{17}\text{Cl}$ , језгро  $^{38}\text{Ar}$  може да буде у основном стању у 57% случајева, у првом побуђеном стању у 11% случајева, а у другом побуђеном стању распад је заступљен у 32% случајева. Одреди колико ће гама-кваната бити емитовано на сваких 100 распада језгра  $^{38}_{17}\text{Cl}$ . (Решење: 75)



## 4.8. Закон радиоактивног распада

Код радиоактивних језгара смо већ видели да постоје различити видови распада -  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . Међутим, тиме се одмах намеће неколико важних питања: када ће се тачно десити распад једног језгра? Да ли се унапред може предвидети тренутак распада сваког атома појединачно? И ако то није могуће, да ли из понашања великог броја језгара можемо извући информације о стању система?

На први поглед радиоактивни распад изгледа као потпуно случајан и непредвидив процес. За једно појединачно језгро било ког радиоизотопа, не можемо рећи да ли ће се распасти за једну секунду, једну годину или после много дужег времена. Ипак, када имамо велики број идентичних радиоактивних језгара, њихово заједничко понашање показује јасну закономерност.

Да бисмо истражили ову појаву, прво ћемо посматрати радиоактивни распад „експериментално“, уз помоћ компјутерске симулације. Кроз њу ћемо видети шта се дешава при распаду једног језгра и како се понаша велики број језгара током времена.



### АКТИВНОСТ 1.

#### Активност 1: Бета-распад и статистички карактер распада (PhET)

За ову активност ћемо користити симулацију Бета-зрачење (Beta decay) на платформи PhET, која се може наћи на следећој интернет-страници: <https://phet.colorado.edu/mk/simulations/beta-decay>

#### Део 1: Један атом водоника-3 (трицијум) - када ће се распасти?

Поступак:

Отвори симулацију и изабери „Један атом“.

Изабери језгро трицијума (Hydrogen-3,  $^3\text{H}$ ).

Посматрај док се не деси распад.

Кликни „Поништи језгра“ (Reset nucleus) и понови посматрање најмање 10 пута.

Питања:

Шта се променило у језгру пре и после распада? Запиши број протона, број неутрона елемента пре и после распада.

Одмах после распада, кликни на дугме за паузу да би видео догађај. Које честице се емитују из језгра? Искористи ознаке/легенду у горњем десном углу да их именујеш. О ком типу бета-распада је реч?

**Подсети се:** Зашто се од трицијума добија други елемент после распада?

**Подсети се:** Зашто се масени број  $A$  не мења?

Погледај график зависности времена распада (горњи део прозора). При сваком распаду бележи се место на временској оси на којем се распад догодио. Да ли се распади дешавају по неком правилном распореду? Можемо ли предвидети када ће се распасти следеће језгро?

#### Део 2: Посматрање - распад више атома водоника-3

Поступак:

Изабери таб „Умножавач атома“. Пре него што почнеш активност, притисни дугме за паузу.

Напуни екран атомима, тако што ћеш кликтати „Додај 10“ све док се не испразни корпа са атомима.

Кликни на дугме за покретање симулације и посматрај:

Како изгледа распад више језгара „одједном“,

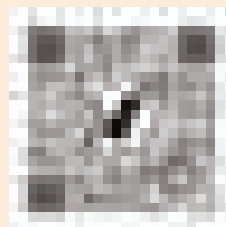
Шта показује график горе.

**Опиши:** Шта је другачије у случају „Један атом“?

Кликни „Поништи сва језгра“ (Reset all nuclei). Понови поступак неколико пута. Да ли увек добијаш исто понашање?

#### Део 3. Посматрање – распад више атома трицијума

У овом делу ћемо направити мерење да бисмо одредили како се смањује број атома трицијума током времена.





Поступак:

Поништи сва језгра, паузирај симулацију и поново попуни поље свим атомима. Мерићемо колико језгара трицијума остаје нераспаднуто током времена. Укупан број атома је приказан у горњем десном углу поља са графиком, одмах поред ознаке  ${}^3\text{H}$ . првом реду из табеле запиши вредност  $t = 0$ . Требало би да буде  $N_0 = 99$  у овој симулацији, али и ако је друга вредност, запиши је.

Покрени симулацију и прати временску осу на графику горе. Када график дође до  $t = 5$  година, паузирај симулацију и запиши број  $N$  језгара  ${}^3\text{H}$ .

Настави симулацију и понови  $t = 10, 15, 20, 25, 30$  година. Попуни табелу оваквог изгледа:

| $t$ (vit) | $N$ ( ${}^3\text{H}$ ) |
|-----------|------------------------|
| 0         |                        |
| 5         |                        |
| 10        |                        |
| ...       |                        |

Нацртај график тако да на  $x$ -оси поставиш време  $t$  (у годинама), а на  $y$ -оси  $N$ .

Питања:

Какав је облик графика? (права/крива?)

Којом математичком функцијом се најбоље може описати?

Да ли изгледа да се за једнаке временске интервале распада исти број језгара или исти део преосталих?

Посматрања из симулације показују да радиоактивни распад има двојак карактер. За појединачно језгро, распад је непредвидив, односно не постоји правило по коме се може одредити тачан тренутак распада. Међутим, за велики број идентичних радиоактивних језгара, може се описати и предвидети колико ће језгара остати непромењено током времена.

**Радиоактивност** представља појаву при којој нестабилна атомска језгра спонтано (без спољашњих утицаја) прелазе из стања више енергије у стање ниже енергије, при чему се емитују честице и/или електромагнетно зрачење. Кључна особина радиоактивног распада је његов **статистички карактер**: иако не можемо предвидети распад једног језгра, за велики број идентичних радиоактивних језгара (језгара исте супстанце) може се формулисати закон помоћу којег ће моћи да се израчуна како се мења број **нераспаднутих језгара** током времена.

**Експериментално је утврђено** да се у једнаким временским интервалима не распада исти број језгара, већ **исти део преосталих радиоактивних језгара**. Због тога, смањење броја нераспаднутих језгара током времена **није линеарно**, већ има **експоненцијални карактер**.

На почетку процеса, када постоји велики број нестабилних језгара, у датом временском интервалу дешавају се многи распад. Током времена, број преосталих нераспаднутих језгара се смањује, па се зато у истим временским интервалима распада све мањи број језгара. Ово не значи да се језгра „распадају спорије“, већ да има све мањи број језгара која могу да се распаду.

Да би се описало колико брзо се одвија радиоактивни распад атома дате супстанце, уводи се величина која је карактеристична за сваки радиоизотоп. За дати радиоизотоп, увек, после одређеног времена, број нераспаднутих језгара се смањује на половину почетног броја, без обзира на то колики је био њихов почетни број.

Ово време, за које се број нераспаднутих језгара смањује на половину почетне вредности, назива се период полураспада и означава се са  $T_{1/2}$ . Вредност периода полураспада је различита за различите радиоактивне супстанце и представља њихову основну карактеристику. На пример,



период за који ће се распасти половина радиоактивних језгара период за који ће се распасти половина радиоактивних језгара  $^{131}\text{I}$  износи  $8,02\text{ d}$  (дана), а период за који ће се распасти половина радиоактивних језгара  $^{137}\text{Cs}$  износи  $30,7\text{ a}$  (година). У сваком узорку  $^{131}\text{I}$  или  $^{137}\text{Cs}$  после одређеног временских периода, број нераспаднутих језгара биће половина од почетног броја.

Ако са  $N_0$  означимо број нераспаднутих језгара у почетном тренутку ( $t = 0$ ), тада ће после истека једног периода полураспада број нераспаднутих језгара бити:

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2}.$$

После истека још једног истог таквог временског интервала, поново се распада половина преосталих језгара, па број нераспаднутих језгара износи:  $N(2T_{1/2}) = \frac{N_0}{2^2}$ , а после три периода полураспада:  $N(3T_{1/2}) = \frac{N_0}{2^3}$  итд.

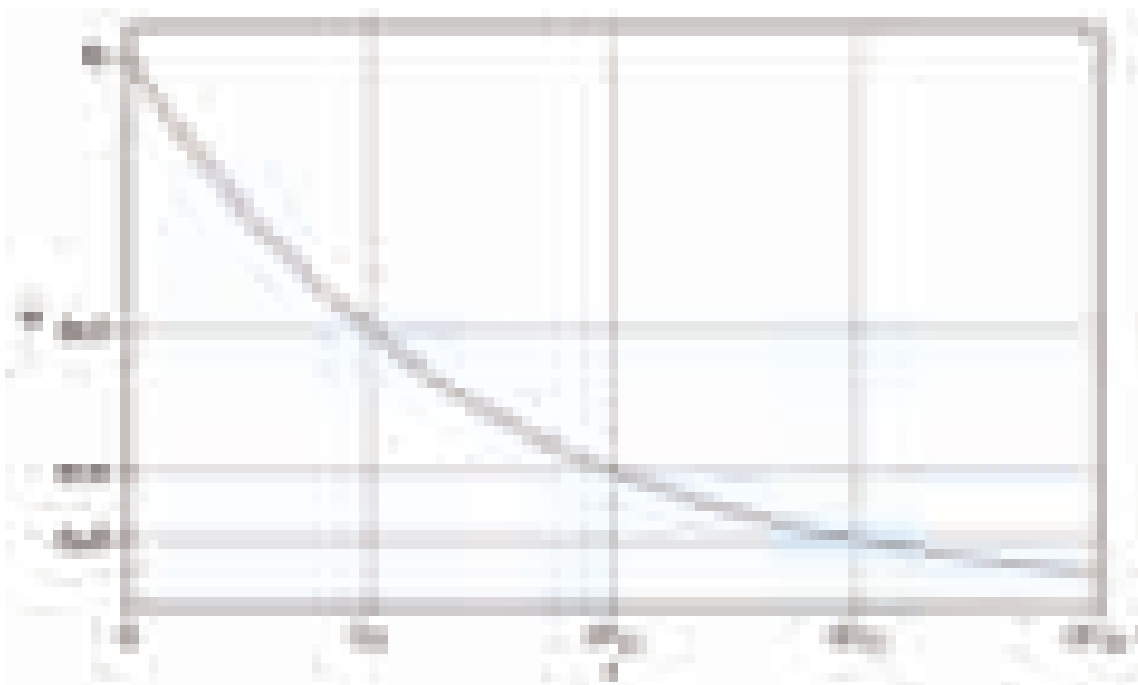
Из ових релација може се закључити да број нераспаднутих језгара после протеклог времена  $t$ , зависи од броја протеклих периода полураспада и да смањење броја језгара следи јасну математичку законитост, која се записује:

$$N(t) = \frac{N_0}{2^n}.$$

Степен  $n$  означава да су прошла  $n = \frac{t}{T_{1/2}}$  периода полураспада. Према овоме, може се записати закон радиоактивног распада:

$$N(t) = N_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{t/T_{1/2}}, \text{ односно, } N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Ако закон представимо графички тако да на  $y$ -осу поставимо број нераспаднутих језгара, а на



Слика 1. Зависност броја нераспаднутих језгара од протока времена.

х-осу време, приметимо да крива у почетку опада брзо, а потом све спорије и спорије. Ово је један од најкориснијих облика закона, јер директно користи периоде полураспада, који се могу наћи у таблицама за сваки радиоизотоп. Понекад је практичније закон записати експоненцијалном функцијом. Пошто важи:  $2 = e^{\ln 2}$ , можемо записати:

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

Ако уведемо величину  $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ , која се назива **константа радиоактивног распада**, тада закон  $T_{1/2}$  радиоактивног распада добија једноставан облик:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Константа радиоактивног распада се изражава у  $s^{-1}$  и описује брзину којом се смањује број нераспаднутих језгара. Уколико је већа  $\lambda$ , утолико брже се смањује број нераспаднутих језгара.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Кобалт-60 има период полураспада 5,27 а. У почетном тренутку у узорку има  $3,0 \cdot 10^{15}$  језгара. Колико је језгара остало нераспаднуто после 10а, а колико се језгара распало?

#### Дато:

$$T_{1/2} = 5,27 \text{ а},$$

$$N_0 = 3,0 \cdot 10^{15}, t = 10 \text{ а}$$

#### Тражи се:

$$N(t) - ?, \Delta N(t) - ?$$

#### Решење:

Прво одређујемо број преосталих језгара, а потом број распаднутих. Број језгара која се нису распала је:

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 8,1 \cdot 10^{14}.$$

Према томе, број распаднутих језгара износи:

$$\Delta N(t) = N_0 - N(t) = 2,19 \cdot 10^{15}.$$



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

При практичном раду са радиоактивним супстанцама, уместо броја нераспаднутих језгара, често се зна маса радиоактивне супстанце која је остала после одређеног временског периода. Радиоактивна супстанца има почетну масу од 2 г. Њена константа радиоактивног распада износи  $\lambda = 0,023 \text{ а}^{-1}$ . Одредити колика ће бити маса радиоактивне супстанце после 20 година.

#### Дато:

$$m_0 = 2,0 \text{ г},$$

$$\lambda = 0,023 \text{ а}^{-1},$$

$$t = 20 \text{ а}$$

#### Дато:

$$m(20 \text{ а}) - ?$$

#### Решење:

Број радиоактивних језгара  $N$  у одређеној маси  $m$  неке супстанце је повезан са моларном масом  $M$  и са Авогадровим бројем  $N_A$  преко релације:  $N = \frac{m}{M} N_A$ . На почетку процеса, за масу  $m_0$  важи:

$$N_0 = \frac{m_0}{M} N_A.$$

Током времена, број нераспаднутих језгара се мења према закону радиоактивног распада  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ . Ако заменимо прве две једначине у трећу и скратимо све променљиве које су исте, добијамо да се маса смањује према истом закону  $\lg m(t) = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m(20 \text{ а}) = 1,26 \text{ г}.$

### Активност радиоактивне супстанце

При примени радиоактивних супстанци у медицини, индустрији и при заштити од зрачења, често је важније да се зна брзина којом се језгра распадају, односно колико распада се дешава у јединици времена. Величина којом се описује брзина распада језгара назива се активност и означава са  $A$ . Активност се може израчунати према једначини: :

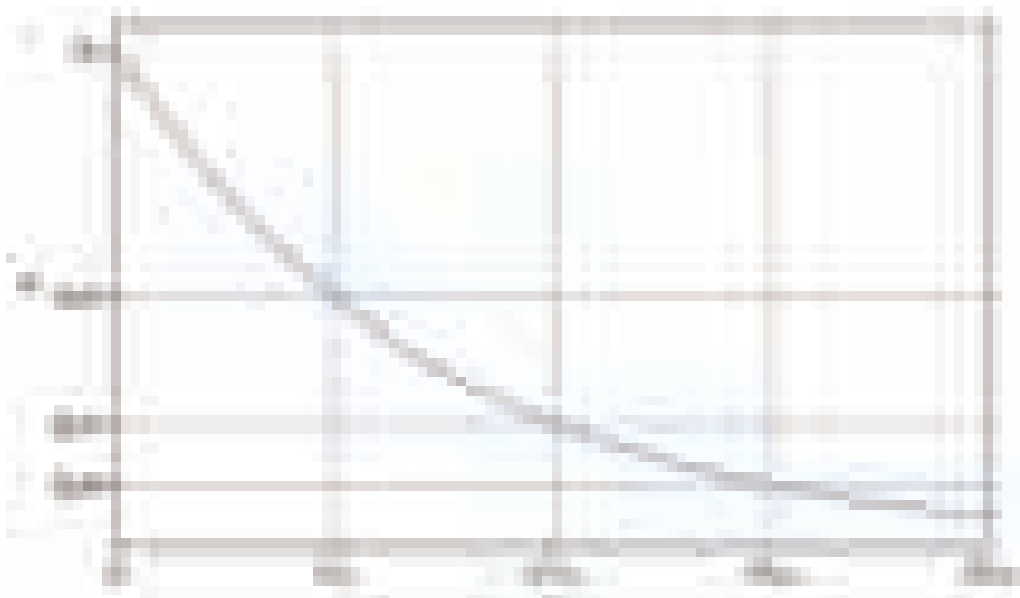
$$A(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Величина  $A_0 = \lambda N_0$  се назива почетна активност радиоактивне супстанце. Према томе, за активност имам:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Из ове једначине се види да активност радиоактивне супстанце, односно да се брзина распада, смањује експоненцијално током времена, исто као и број нераспаднутих језгара (слика 2).

Мерна јединица за активност је бекерел (Bq). Активност од једног бекерела је једнака распаду једног језгра у једној секунди, односно  $1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$ .



Слика 2. Експоненцијално смањење активности радиоактивне супстанце током времена.



#### РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Израчунати активност  $2,0 \text{ mg } ^{137}\text{Cs}$  после 100 година од његовог настанка. Познато је да је његов период полураспада  $30,17 \text{ a}$ , а моларна маса  $137 \text{ g/mol}$ , као и Авогадрова константа, која износи  $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Дато:

$$m = 2,0 \text{ mg}, T_{1/2} = 30,17 \text{ a} = (30,17 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \text{ s} = 9,5 \cdot 10^8 \text{ s},$$

$$M = 137 \text{ g/mol}, N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$t = 100 \text{ a} = (100 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600) \text{ s} = 3,15 \cdot 10^9 \text{ s}$$

Тражи се:

$$A - ?$$

**Решење:**

Почетна активност на узорку је:

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = 6,40 \cdot 10^6 \text{ Bq.}$$

Активност после 100 година је:  $A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A(100 \text{ a}) = 6,43 \cdot 10^5 \text{ Bq} = 0,64 \text{ MBq.}$

## Примена радиоизотопа у медицини

У медицини, закон радиоактивног распада има директну практичну вредност, јер омогућава прецизно планирање активности и временске динамике радиофармацеутика. Када се пацијенту апликује радиоактивни изотоп, од суштинског значаја је унапред знати колику ће активност имати препарат у тренутку употребе. Ово је нарочито важно за организацију набавке, транспорта и примене, нарочито код изотопа са кратким периодом полураспада.

У нуклеарној медицини често се користи технецијум-99 за сцинтиграфска испитивања. Његов релативно кратак период полураспада омогућава добијање јасне дијагностичке слике, а истовремено и брзо смањење непотребног зрачења после завршетка прегледа. У терапеутске сврхе, на пример, користи се јод-131 за лечење обољења штитасте жлезде, при чему се прорачуни активности користе за процену дозе и трајања дејства. Експоненцијално опадање активности одређује временски оквир у којем пацијент треба да буде под посебним режимом, као и тренутак када ће се активност у организму смањити до безбедних нивоа.

## Примена радиоизотопа у археологији

У археологији закон радиоактивног распада представља основу метода датирања, односно одређивања старости археолошких налаза. Најпознатији пример је датирање угљеником-14, које се примењује на органске материјале, као што су дрво, кост или текстил. Овај радиоизотоп угљеника настаје у атмосфери путем нуклеарних реакција, а биљке га везују при стварању шећера заједно са стабилним изотопом угљеника  $^{12}\text{C}$ .

Док је организам жив, путем размене са спољашњом средином у њему се одржава приближно константан однос угљеника-14 и стабилног угљеника-12. После смрти организма, ова размена престаје, а број језгара угљеника-14 почиње да се смањује према експоненцијалном закону радиоактивног распада. Мерењем преостале активности угљеника-14 у узорку, која је пропорционална броју нераспаднутих језгара, може се проценити колико времена је прошло од тренутка смрти организма.

Овај метод омогућава одређивање старости органских предмета и реконструкцију хронологије култура и насеља. Најбољи резултати се добијају за предмете старе до приближно два периода полураспада угљеника-14, који износи 5730 година.

## Примена радиоизотопа у екологији

У екологији и при мониторингу животне средине, закон радиоактивног распада се користи за процену временске динамике радиоактивног загађења и за праћење транспорта и акумулације супстанце у земљишту, води и живим организмима. Када се у средини појави радионуклид, његова активност се током времена експоненцијално смањује, што омогућава процену трајања ризика и његовог постепеног смањивања.

После радиолошких несрећа, као оних у Чернобиљу (1986) и Фукушими (2011), различити радиоизотопи су распрострањени на великим површинама. Радиоизотопи са кратким периодом полураспада брзо нестају из средине, али могу имати јаке краткорочне ефекте, док изотопи са дугим

периодом полураспада остају присутни деценијама и представљају дуготрајан ризик. Мерењем почетне активности и коришћењем закона експоненцијалног опадања, може се проценити активност после једне, пет или десет година и донети одлуке о санацији, ограничењу употребе ресурса или заштити становништва.

Додатно, у проучавању природних процеса (реке, језера, подземне воде, земљишта и седименти) користе се природни радиоизотопи као радон, олово-210 и берилијум-7. Они служе као „природни обележивачи“, јер се њихова активност може измерити и пратити њихово понашање у средини. Они дају одговоре на питања: колико дуго вода стоји на једном месту, колико брзо се мешају слојеви воде, колико брзо се таложи материјал на дну или одакле је дошао неки материјал и куда се креће. На пример, присуство радона у води може указати на доток подземне воде или контакт са стенама, док расподела олова-210 у седиментима омогућава процену брзине таложења. Берилијум-7, због свог кратког периода полураспада, указује на многе нове процесе као што су недавно таложење или ерозија.



## АКТИВНОСТ 2.

### Симулирање радиоактивног распада пеном од безалкохолног пива.

Закон радиоактивног распада се може илустровати једноставним и безбедним -експериментом, при чему се посматра смањење висине пене безалкохолног пива у мензури. У овој аналогiji, сваки мехурић пене се може сматрати као једно радиоактивно језгро. Иако се не може предвидети тренутак када ће нестати сваки појединачни мехурић, може се описати понашање пене као целине, што је суштинска особина и радиоактивног распада.

Током мерења мензура не треба да се протреса и у њу не треба додавати ништа. Као и код радиоактивног распада, процес треба да се одвија спонтано, без спољашњег утицаја.

#### Поступак:

Узми мензуру од 500 ml и у њу сипај безалкохолно пиво, тако да настане јасно видљива пена.

Одмах након сипања, измери почетну висину пене и запиши је. У истом тренутку укључи штоперицу.

Затим, у једнаким временским интервалима (на пример, на сваких 10 s или 15 s), поново мери висину пене и уписуј добијене вредности у табелу.

#### Анализа

На основу прикупљених података нацртај график зависности висине пене од времена. Приметићеш да се висина пене с временом смањује све спорије, што је слично начину на који се смањује број нераспаднутих радиоактивних језгара код радиоизотопа.

Из графика покушај да одредиш време за које се висина пене смањи на половину од почетне вредности. Ово време је аналогно периоду полураспада код радиоактивних супстанци.

#### Закључак

Овим једноставним експериментом може се приказати да је радиоактивни распад статистички процес, који се не може предвидети за појединачно језгро, али се може успешно описати за велики број језгара. На тај начин, закон радиоактивног распада се моделира на јасан и безбедан начин, без употребе стварних радиоактивних материјала.



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

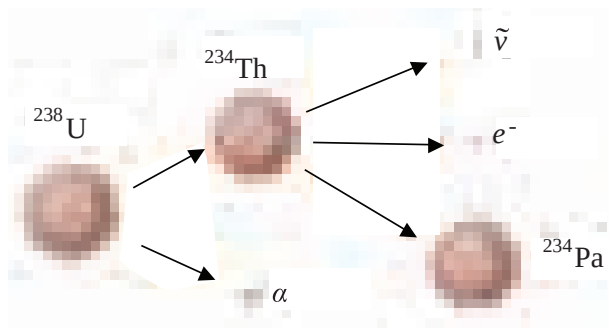
1. Зашто се радиоактивни распад сматра статистичким процесом?
2. Дефиниши период полураспада. Шта значи „половина преосталих језгара“?
3. На графику на слици 1, шта ће се десити са кривом ако се период полураспада увећа два пута?
4. У једном узорку почетни број језгара је  $3,0 \cdot 10^{18}$ , а константа радиоактивног распада  $1,5 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ .
  - а) Израчунај почетну активност.
  - б) Израчунај активност после 90 дана. (Решење: а)  $4,5 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$ , б)  $1,4 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$ )
5. У археолошком узорку измерена је активност  $^{14}\text{C}$  и cili është  $A = 0,62 A_0$  (где је  $A_0$  његова активност „живог“ материјала). Ако је период полураспада 5370a, процени старост узорка. (Решење: 3950 a)
6. У екологији се прати радионуклид са периодом полураспада од 30,1a. 2026. године је измерена активност  $A_0 = 12 \text{ kBq/kg}$  у земљишту. Каква активност се очекује у земљишту 2046. године само због радиоактивног распада (занемарити губитак радиоактивног материјала из земљишта као резултат његовог испирања)? (Решење:  $7,6 \text{ kBq/kg}$ )

## 4.9. Радиоактивни низови

У претходној лекцији размотрили смо закон радиоактивног распада код **простог радиоактивног распада**, односно случаја када се радиоактивно језгро распада, а новодобијено језгро је стабилно. Међутим, у природи постоје многа радиоактивна језгра код којих се распад **не завршава једним кораком**. Након распада, новодобијена језгра су, такође, радиоактивна и она се распадају у нова језгра. Процес се одвија као низ узастопних радиоактивних распада, све до добијања стабилног језгра, и назива се **сложени радиоактивни распад**.

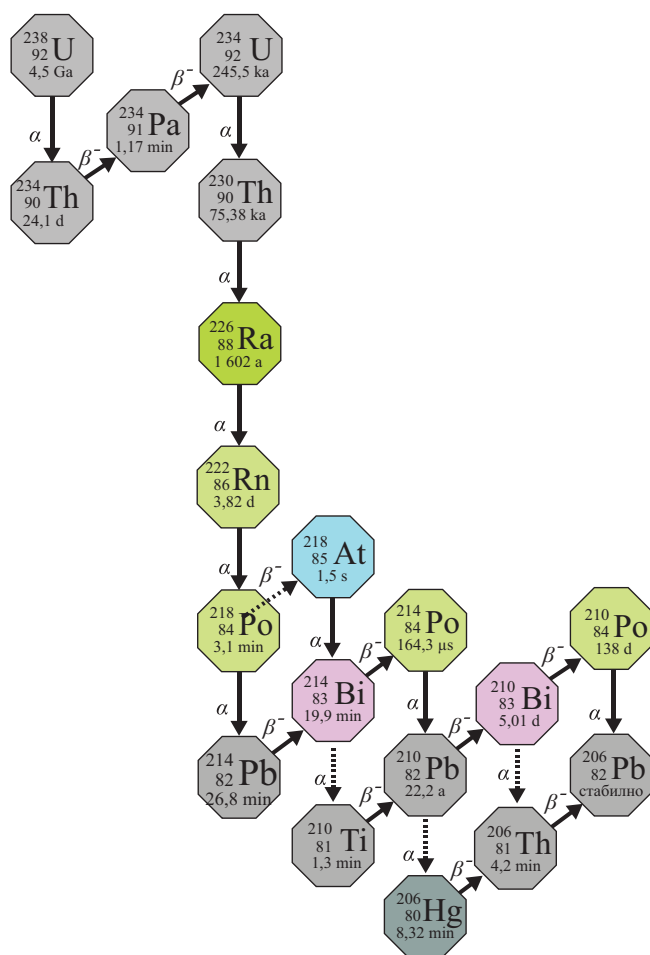
Сложени радиоактивни распад представља низ распада који се завршавају стабилним језгром. У оваквим низовима често се срећу радиоактивна језгра са веома различитим периодима полураспада: неки имају периоде од милијарди година, ( $T_{1/2} (^{238}_{92}\text{U}) = 4,47 \cdot 10^9 \text{ a}$ ), А други се распадају за део секунде ( $T_{1/2} (^{214}_{84}\text{Po}) = 1,643 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ). Процес престаје кад се добије стабилно језгро.

На слици 1 приказан је једноставан пример сложеног радиоактивног распада у којем учествују три језгра. Језгро уранијума-238 ( $^{238}_{92}\text{U}$ ) је језгро-родитељ које алфа-распадом емитује језгро торијума-234 ( $^{234}_{90}\text{Th}$ ). Језгро торијума-234 је радиоактивно и распада се бета-распадом, при чему настаје језгро протактинијума-234 ( $^{234}_{91}\text{Pa}$ ), електрон и антинутрино  $\bar{\nu}$ . У овој реакцији, језгро  $^{234}_{91}\text{Pa}$  је, такође, језгро-потомак.



Слика 1. Низ распада уранијума-238

У овом се низу, реакције не завршавају овде. Језгро.  $^{234}_{91}\text{Pa}$ , је такође, радиоактивно. Читав низ обухвата 14 различитих језгара-потомака. Започиње изотопом  $^{238}\text{U}$  а завршава се стабилним изотопом



Радиоактивни низ кроз који се од  $^{238}\text{U}$  добија стабилно језгро  $^{206}\text{Pb}$

олова-206  $^{206}_{82}\text{Pb}$  као што је приказано на слици 2.

### Радиоактивни низови (радиоактивне фамилије)

Када се сложени радиоактивни распада јављају код природних радиоизотопа, они се групишу у такозване радиоактивне низове. Скоро сви природни радиоактивни елементи припадају једном од **четири радиоактивна низа**. Разлог зашто постоје **тачно четири низа** повезан је са начином на који  $\alpha$ - и  $\beta^-$ -мењају масене и редне бројеве новодођених језгара.

При  $\alpha$ -распаду, масени број  $A$  новодођеног језгра смањује се за 4, а атомски број  $Z$  се смањује за 2. При  $\beta^-$ -распаду, масени број  $A$  новодођеног језгра остаје исти као и масени број родитељског језгра, а атомски број  $Z$  се повећава за 1. Зато се при сложенем радиоактивном распаду **масени број увек мења у корацима од 4**, а језгра у једном радиоактивном низу остају у истој масеној серији све до настанка стабилног језгра. Сваки радиоизотоп припада једном и само једном **радиоактивном низу**.

Четири радиоактивна низа приказана су у табели 1. За сваки низ дат је почетни радио-изотоп, његов период полураспада, стабилни потوماк који се добија распадом потомака из тог низа и начин на који се мењају масени бројеви потомака у сваком од низова:

Од четири природна радиоактивна низа данас се у природи могу наћи радиоизотопи само трију

| Радиоактивни низ | Језгро - родитељ       | Период полураспада родитељског језгра у годинама (a) | Стабилни изотоп којим се завршава распад потомака | Запис масених бројева ( $A$ ) потомака из низа |
|------------------|------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Торијумов        | $^{232}_{90}\text{Th}$ | $1,41 \cdot 10^{10}$                                 | $^{208}_{82}\text{Pb}$                            | $4n$                                           |
| Нептунијумов     | $^{238}_{93}\text{Np}$ | $2,14 \cdot 10^6$                                    | $^{209}_{83}\text{Bi}$                            | $4n+1$                                         |
| Уранијумов       | $^{238}_{92}\text{U}$  | $4,47 \cdot 10^9$                                    | $^{206}_{82}\text{Pb}$                            | $4n+2$                                         |
| Актинијумов      | $^{235}_{92}\text{U}$  | $7,04 \cdot 10^8$                                    | $^{207}_{83}\text{Pb}$                            | $4n+3$                                         |



тири природна радиоактивна низа данас се у природи могу наћи радиоизотопи само трију низова. Због кратког периода полураспада нептунијума-238 ( $^{238}\text{Np}$ ) и свих његових језгра-потомака у поређењу са старошћу Земље, данас се ниједан од тих радиоизотопа не може наћи у природи. Научници су вештачки створили овај низ и проучавали радиоизотопе који су настали распадима у њему. Запис масених бројева, дат у последњој колони ове табеле, нам помаже да утврдимо којем низу припада одређени радиоизотоп, као што је приказано у решеном примеру 1.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Анализом узорка природне руде, детектована су следећа три радиоизотопа: а)  $^{226}_{88}\text{Ra}$  б)  $^{228}_{90}\text{Th}$  в)  $^{219}_{86}\text{Rn}$ . Одреди којем радиоактивном низу припада сваки радиоизотоп.

#### Решење:

Да бисмо одредили ком радиоактивном низу припада сваки изотоп, потребно је одредити на који начин се може записати његов масени број. Ако се масени број може записати као  $4n$ , онда тај радиоизотоп припада торијумовом низу, ако се масени број може записати као  $4n + 1$ , онда припада нептунијумовом низу. Ако се масени број може записати као  $4n + 2$ , онда је то радиоизотоп из уранијумовог низа. Коначно, ако се масени број може записати као  $4n + 3$ , тај радиоизотоп припада актинијумовом низу.

а) Масени број  $^{226}_{88}\text{Ra}$  може да се запише као  $226 = 4 \cdot 56 + 2$ . Примећујемо да његов масени број може да се запише као  $4n + 2$ , што значи, овај радиоизотоп припада уранијумовом низу.

б) Масени број  $^{228}_{90}\text{Th}$  може да се запише као  $228 = 4 \cdot 57$ . Масени број може да се запише као  $4n$ , значи, овај радиоизотоп припада торијумовом низу.

в) Масени број  $^{219}_{86}\text{Rn}$  може да се запише као  $219 = 4 \cdot 54 + 3$ . Масени број може да се запише као  $4n + 3$ , тада овај радиоизотоп припада актинијумовом низу.

## Закон сложеног радиоактивног распада

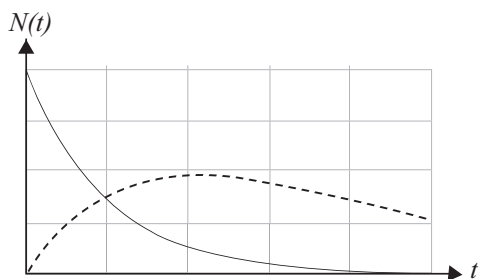
За свако радиоактивно језгро у низу **независно, важи закон радиоактивног распада**, исто као и код простог радиоактивног распада. Активност сваког радиоизотопа у низу, током времена мења се експоненцијално, с тим што се овде активност сваког потомка у датом временском интервалу повећава, а затим смањује. Сваки радиоизотоп у радиоактивном низу распада се независно, са својим карактеристичним параметрима:

- својим периодом полураспада,
- статистички карактер распада, описан експоненцијалним законом  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ .

Код радиоактивних низова број нераспаднутих језгара датог језгра-потомка мења се као резултат два процеса. У истом временском интервалу део језгара се распада, али се распадом родитељског језгра стварају нова језгра-потомка. Значи, „почетни“ број језгара-потомака мења се током времена и истовремено зависи од:

- распада језгара-родитеља,
- распада самих језгара-потомака.

Промена броја  $N$  језгара-родитеља и језгара-потомака с временом  $t$  у случају када је језгро-потомак такође радиоактивно, може се приказати графички (слика 3). Број језгара-родитеља се током времена смањује према закону радиоактивног распада. Број језгара-потомака, међутим, у почетку расте, јер настају као резултат распада језгара-родитеља. После одређеног времена, број језгара-потомака достиже максималну вредност, након чега почиње да се смањује. Разлог је то што су у том тренутку распади језгара-потомака бројнија од распади језгара-родитеља која стварају нова језгра-потомке.



Слика 3. Број језгара-родитеља (пуна линија) и језгара-потомака (испрекидана линија) током времена



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Која је разлика између простог и сложеног радиоактивног распада?
2. Зашто је језгро торијума-234 истовремено језгро-потомак и језгро-родитељ?
3. Зашто се при сложену радиоактивном распаду масени број мења у корацима од 4?
4. Како би изгледала крива за језгра-потомке ако је период полураспада језгра-родитеља веома кратак?
5. Одреди којим радиоактивним низовима припадају следећи -радиоизотопи:  $^{228}\text{Ra}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{219}\text{Rn}$ ,  $^{237}\text{Np}$ ,  $^{233}\text{Pa}$ ,  $^{210}\text{Po}$ ,  $^{228}\text{Ac}$ ,  $^{223}\text{Ra}$ .

## 4.10. Енергија везивања језгра

Атомско језгро је састављено од протона и неутрона (са изузетком језгра  $^1_1\text{H}$  у коме нема неутрона). Када се ове честице посматрају као слободне, свака од њих има одређену масу. Зато је природно очекивати да ће маса атомског језгра бити једнака збиру маса протона и неутрона од којих је састављено. Ипак, експериментално је утврђено да то није тако: маса језгра је **мања од збира маса несвезаних протона и неутрона**.

Питање зашто „делови имају већу масу од целине“ нас води до важне физичке идеје, а то је Ајнштајнов принцип еквиваленције масе и енергије. Сличну појаву смо већ срили у атомској физици. Када се слободан електрон веже за протон и формира атом водоника, он мора да емитује енергију у облику фотона. Вредност емитоване енергије зависи од енергетског нивоа на којем се електрон везује. Ако се електрон веже на најнижем енергетском нивоу, он емитује квант енергијом од  $E_\gamma = 13,6 \text{ eV}$ . **Маса атома водоника је мања од масе слободног протона и слободног електрона** према Ајнштајновом принципу за  $\Delta m_a = E_\gamma / c^2$ . За стварање језгра од слободних нуклеона важи исти закључак: **када се формира везано стање, систем прелази у стабилније стање. То стање има нижу енергију. Вишак енергије мора да се ослободи, а као резултат ослобађања енергије маса језгра је мања од масе несвезаних нуклеона**.

Енергија која се ослободи из система приликом стварања језгра назива се **енергија везивања језгра**. Ослобађање те енергије омогућава језгрима да постоје као компактни и стабилни системи, упркос јакој електростатској одбојној сили којом међудејствују протони. Иста та енергија мора се довести језгру да би се оно потпуно распало на слободне протоне и неутроне.

**Дефект масе**  $\Delta m$  је разлика између збира маса слободних нуклеона и масе језгра које они формирају. За језгро са  $Z$  протонима и  $N$  неутронима (масени број  $A$ ), дефект масе се израчунава једначином:  $\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{j,A,Z}$ , где је  $m_p$  маса протона  $m_n$  маса неутрона, а  $m_{j,A,Z}$  маса језгра.

Дефект масе представља меру дела масе протона и неутрона која се претворила у енергију приликом формирања језгра. Везу између дефекта масе и енергије везивања језгра можемо записати помоћу Ајнштајновог принципа еквиваленције масе и енергије  $E = mc^2$ , где је  $c$  брзина светлости у вакууму.

У конкретном случају атомског језгра, енергија везивања се бележи као  $B(A, Z)$  или  $B\left({}_Z^AX\right)$  и израчунава се преко дефекта масе помоћу релације:

$$B(A, Z) = \Delta m c^2 = (Zm_p + Nm_n - m_{j,A,Z})c^2,$$

Ако се масе у овој једначини изразе у килограмима, енергија везивања се добија у џулима (J). У науци се масе језгара (или атома) најчешће изражавају у унификованим атомским јединицама масе  $u$ , при чему важи:

$$1u = 931,49 \frac{\text{MeV}}{c^2}.$$

На овај начин, енергија везивања се лако изражава у MeV.

У нуклеарној физици, масе језгара најчешће нису дате директно, већ су познате масе атома. Зато се при израчунавању енергије везивања често користе атомске масе.

Ознака  $m_a(^1\text{H})$  означава атомску масу атома водоника-1, који се састоји од једног протона и

једног електрона. Маса протона се може приближно изразити као разлика између атомске масе водоника и масе електрона. Енергија везивања електрона се занемарује, јер је веома мала у поређењу са нуклеарним енергијама. Слично, ознака  $m_{a,A,Z}$  означава атомску масу атома са масеним бројем  $A$  и атомским бројем  $Z$ , укључујући  $Z$  електрона. Маса језгра атома са  $Z$  протона и  $A$  нуклеона може се сматрати разликом масе атома и маса електрона, поново занемарујући енергију везивања електрона. Пошто су електрони укључени и у атомску масу водоника и у атомску масу разматраног атома, њихов допринос се поништава при одузимању. На тај начин, из претходне једначине за енергију везивања језгра може се записати:

$$B(A, Z) = (Z m_a(^1\text{H}) + N m_n - m_{a,A,Z}) c^2.$$

Последња једначина омогућава да се израчунају енергије везивања језгара ако су познате масе атома, које се у нуклеарној техници лакше могу измерити него масе језгара.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Израчунати дефект масе и енергију везивања деутеријума  $^2_1\text{H}$ .

|                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Дато:</b></p> <p><math>m_a(^1\text{H}) = 1,007825u</math></p> <p><math>m_n = 1,008665u</math></p> <p><math>m_a(^2\text{H}) = 2,014102u</math></p> <p><math>1u = 931,49 \text{ MeV} / c^2</math>.</p> | <p><b>Решење:</b></p> <p>Деутеријум има <math>Z = 1</math> протона и <math>N = 1</math> неутрона. Када користимо атомске масе, дефект масе се израчунава као:</p> $\Delta m = m_a(^1\text{H}) + m_n - m_a(^2\text{H}).$ <p>Заменом:</p> $\Delta m = (1,007825 + 1,008665 - 2,014102)u = 0,002388u.$ <p>Онда је енергија везивања:</p> $B(^2_1\text{H}) = \Delta m c^2 = 2,224 \text{ MeV}.$ <p>Значи, при формирању деутеријума ослобађа се енергија од приближно 2,224 MeV, а иста толика енергија је потребна да би се језгро потпуно разложило на протон и неутрон.</p> |
| <p><b>Тражи се:</b></p> <p><math>\Delta m - ?</math>,</p> <p><math>B(^2_1\text{H}) - ?</math>.</p>                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

## Специфична енергија везивања

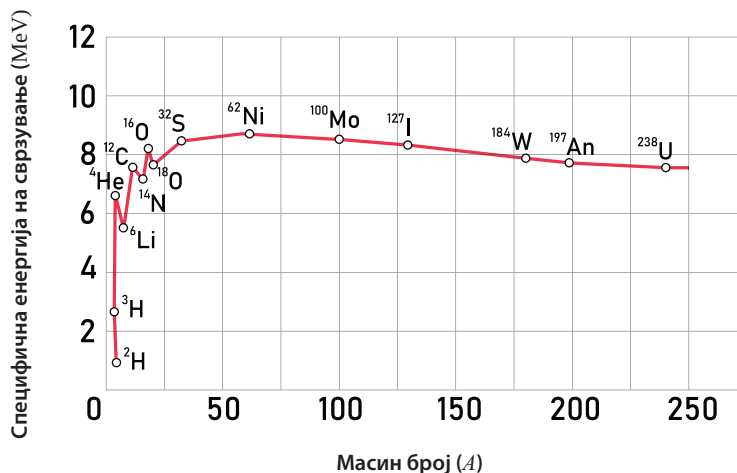
Специфична енергија везивања  $\varepsilon$  (енергија везивања по нуклеону) је укупна енергија везивања језгра подељена бројем нуклеона  $A$ :

$$\varepsilon = \frac{B(A, Z)}{A}.$$

Специфична енергија везивања је мера средње енергије коју је потребно довести језгру да би се из њега издвојио један неуклон. Кажемо „средња енергија“ зато што енергија потребна за издвајање протона и неутрона не мора бити једнака. Пошто се  $B(A, Z)$  најчешће изражава у MeV, и  $\varepsilon$  се изражава у MeV ( $A$  је бездимензиона величина). Специфична енергија везивања омогућава упоређивање стабилности различитих језгара са различитим величинама. Уопштено, што је већа специфична енергија везивања, то су нуклеони чвршће везани у језгру и језгро је стабилније.

На слици 1 приказана је зависност специфичне енергије везивања  $\varepsilon$  од масеног броја  $A$ . Крива прво расте (са малим осцилацијама код лаких језгара), достиже максимум код средње тешких језгара, а затим полако опада код тешких језгара.

Лака језгра, односно језгра са малим масеним бројем  $A$ , имају релативно малу специфичну енергију везивања  $\varepsilon$ . То значи да су код лаких језгара нуклеони, у просеку, слабије везани. Повећавањем масеног броја, специфична енергија везивања брзо расте, што указује на то да додавање нуклеона у језгро повећава његову стабилност.



Слика 1. График зависности специфичне енергије везивања од броја нуклеона у језгру

Ова зависност, ипак, није сасвим непрекидна. На кривој се примећују врхови, што значи да су језгра са тим масеним бројевима значајно стабилнија од суседних језгара у периодном систему. Први изразити врх се јавља код језгра  $^4_2\text{He}$ . Ова зависност, ипак, није сасвим непрекидна. На кривој се примећују врхови, што значи да су језгра са тим масеним бројевима значајно стабилнија од суседних језгара у периодном систему. Први изразити врх се јавља код језгра.

Даљим повећањем масеног броја, специфична енергија везивања наставља да расте све до средње тешких језгара, после чега се њен раст успорава и достиже максимум код језгра  $^{62}\text{Ni}$ , што представља најчвршће везано језгро у природи. Језгра чија је специфична енергија везивања блиска овој максималној вредности одликују се великом стабилношћу.

После језгра  $^{62}\text{Ni}$ , даљим повећањем масеног броја, специфична енергија везивања постепено опада. То значи да иако укупна енергија везивања расте, енергија везивања по нуклеону се смањује. Ово показује да јака нуклеарна сила има кратак домет, односно делује углавном између блиских нуклеона. Код тешких језгара, додатни значај добија и електростатско одбијање између протона, које расте са атомским бројем  $Z$  (укупна Кулонова сила расте са  $\sim Z^2$ ) и смањује стабилност језгра.

Из облика графика специфичне енергије везивања следе и услови ослобођања енергије при нуклеарним процесима, као што су фузија и фисија, што ће се разматрати у наредним лекцијама.

Специфична енергија везивања је практичан показатељ стабилности језгара, али није једини фактор који утиче на њихову стабилност. Иако већа специфична енергија везивања најчешће значи и

већу стабилност, стварна стабилност зависи и од односа  $N/Z$ , вероватноће да језгро претрпи радиоактивни распад, као и од структурних ефеката повезаних са слојевитом структуром језгра. Зато,

график специфичне енергије везивања даје општи тренд, а не апсолутно правило о стабилности сваког појединачног језгра. Тако, на пример, иако језгро деутеријума има веома малу специфичну енергију везивања, оно је стабилно, док је језгро  ${}_{92}^{238}\text{U}$ , и поред знатно веће специфичне енергије везивања радиоактивно.



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Израчунај дефект масе, енергију везивања и специфичну енергију везивања за језгра а)  ${}_{2}^{4}\text{He}$  б)  ${}_{28}^{62}\text{Ni}$   ${}_{92}^{238}\text{U}$  и с)  ${}_{92}^{238}\text{U}$ . Дате су маса атома водоника  ${}_{1}^{1}\text{H}$ , маса неутрона и маса атома  ${}_{2}^{4}\text{He}$ ,  ${}_{28}^{62}\text{Ni}$  и  ${}_{92}^{238}\text{U}$ .

Дато:

$$m({}_{1}^{1}\text{H}) = 1,00782503 \text{ u}$$

$$m_n = 1,00866491 \text{ u},$$

$$1 \text{ u} = 931,4941 \text{ MeV}/c^2.$$

$$m({}_{2}^{4}\text{He}) = 4,0026033 \text{ u}$$

$$m({}_{28}^{62}\text{Ni}) = 61,928345 \text{ u}$$

$$m({}_{92}^{238}\text{U}) = 238,05079 \text{ u}$$

Тражи се:

$$\text{а) } \Delta m({}_{2}^{4}\text{He}) - ?,$$

$$B({}_{2}^{4}\text{He}) - ?,$$

$$\varepsilon({}_{2}^{4}\text{He}) - ?$$

$$\text{б) } \Delta m({}_{28}^{62}\text{Ni}) - ?,$$

$$B({}_{28}^{62}\text{Ni}) - ?,$$

$$\varepsilon({}_{28}^{62}\text{Ni}) - ?$$

$$\text{в) } \Delta m({}_{92}^{238}\text{U}) - ?,$$

$$B({}_{92}^{238}\text{U}) - ?,$$

$$\varepsilon({}_{92}^{238}\text{U}) - ?$$

Решење:

Користећи једначину за дефект масе за свако језгара, имамо:

$$\Delta m({}_{2}^{4}\text{He}) = Zm({}_{1}^{1}\text{H}) + (A - Z)m_n - m({}_{2}^{4}\text{He}) = 2m({}_{1}^{1}\text{H}) + 2m_n - m({}_{2}^{4}\text{He}) = 0,030 \text{ u},$$

$$\Delta m({}_{28}^{62}\text{Ni}) = Zm({}_{1}^{1}\text{H}) + (A - Z)m_n - m({}_{28}^{62}\text{Ni}) = 28m({}_{1}^{1}\text{H}) + 34m_n - m({}_{28}^{62}\text{Ni}) = 0,585 \text{ u},$$

$$\Delta m({}_{92}^{238}\text{U}) = Zm({}_{1}^{1}\text{H}) + (A - Z)m_n - m({}_{92}^{238}\text{U}) = 92m({}_{1}^{1}\text{H}) + 146m_n - m({}_{92}^{238}\text{U}) = 1,934 \text{ u}.$$

Енергија везивања сваког језгара је:

$$B({}_{2}^{4}\text{He}) = \Delta m({}_{2}^{4}\text{He})c^2 = 28,296 \text{ MeV},$$

$$B({}_{28}^{62}\text{Ni}) = \Delta m({}_{28}^{62}\text{Ni})c^2 = 545,262 \text{ MeV},$$

$$B({}_{92}^{238}\text{U}) = \Delta m({}_{92}^{238}\text{U})c^2 = 1801,689 \text{ MeV}.$$

Специфична енергија везивања сваког језгра износи:

$$\varepsilon({}_{2}^{4}\text{He}) = \frac{B({}_{2}^{4}\text{He})}{4} = 7,074 \text{ MeV},$$

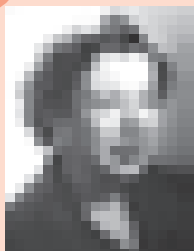
$$\varepsilon({}_{28}^{62}\text{Ni}) = \frac{B({}_{28}^{62}\text{Ni})}{62} = 8,795 \text{ MeV},$$

$$\varepsilon({}_{92}^{238}\text{U}) = \frac{B({}_{92}^{238}\text{U})}{238} = 7,570 \text{ MeV}.$$

Из резултата може се закључити да, иако радиоизотоп уранијума има специфичну енергију која је већа од специфичне енергије језгра.



## ПОЗНАТА НАУЧНИЦА



Марија Геперт-Мајер (Maria Goeppert-Mayer, 1906-1972) била је једна од-најзначајнијих теоријских физичарки XX века и кључна фигура у развоју нуклеарне физике. Рођена је у Катовицама (данашња Пољска), а физику је студирала на Универзитету у Гетингену, где је докторирала 1930. године под менторством Макса Борна. Иако је већи део своје каријере радила без формалне академске позиције, због друштвених и институционалних ограничења за жене у науци у то

време, њен научни рад био је изузетно значајан и утицајан, посебно у области структуре атомског језгра.

Њено највеће научно достигнуће је развој слојевитог модела атомског језгра, који је формулисала независно и паралелно са Хансом Јенсеном. Овим моделом је показала да су нуклеони (протони и неутрони) у језгру распоређени у дискретним енергетским слојевима, слично распореду електрона у електронским слојевима у атому. Модел успешно објашњава такозване магичне бројеве нуклеона, који одговарају посебно стабилним језгрима.

Кључни елемент у овом моделу било је увођење спин-орбитално међудејства између нуклеона, чиме је по први пут доследно објашњена експериментално запажена стабилност одређених језгара. За ово фундаментално откриће, Марија Геперт-Мајер је 1963. године добила Нобелову награду за физику, заједно са Хансом Јенсеном и Јудином Вигнером. Она је била прва жена у историји која је добила Нобелову награду за физику, после Марије Склодовске-Кири.

Њен рад је трајно променио разумевање нуклеарне структуре и поставио темеље за даљи развој нуклеарне физике, нуклеарне астрофизике и за примену у нуклеарној енергетици.



## НАУЧИ ВИШЕ

**Семиемпиријска формула за енергију везивања**, позната и као Бете-Вајцекерова формула, представља један од најважнијих резултата модела капи атомског језгра. У овом моделу, језгро се посматра као капљица нуклеарне материје у којој делују привлачне нуклеарне силе кратког домета, док истовремено постоји и електростатско (Кулоново) одбијање између протона.

Према овом моделу, укупна енергија везивања  $B(A, Z)$  се представља као збир неколико чланова који описују њену зависност од масеног броја  $A$  и од атомског броја  $Z$ :

- **Запремински члан** ( $\alpha_v A$ ) - повећава енергију везивања са повећањем броја нуклеона, јер сваки нуклеон међудејствује са оближњим нуклеонима преко јаке нуклеарне силе.

- **Површински члан** ( $\alpha_s A^{2/3}$ ) - смањује енергију везивања, јер нуклеони на површини језгра имају мањи број суседних нуклеона са којима међудејствују.

- **Кулонов члан** ( $\alpha_c Z(Z-1)/A^{1/3}$ ) - смањује енергију везивања због електростатског одбијања између протона, које расте са атомским бројем  $Z$ .

- **Асиметрични члан** ( $\alpha_{as}(A-2Z)^2/A$ ) - смањује енергију везивања код језгра код којих се број неутрона разликује од броја протона.

- **члан упаривања** ( $\alpha_p / A^{1/2}$ ) - узима у обзир чињеницу да су језгра са парним бројем протона и парним бројем неутрона стабилнија од језгара са непарним бројем нуклеона или језгара са непарним бројем протона и непарним бројем неутрона.

Последњи члан има:

- позитивну вредност за језгра са парним бројем протона и парним бројем неутрона,
- вредност нула за језгра са непарним масеним бројем  $A$ ,
- негативну вредност за језгра са непарним бројем протона и непарним бројем неутрона.

Формула се, у свом уобичајеном облику, записује као:

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{as} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{a_p}{A^{1/2}},$$

где су  $a_v, a_s, a_c, a_{as}$  јемпиријски коефицијенти, а  $a_p$  члан упаривања. Бројне вредности тих коефицијената су:  $a_v = 15,8 \text{ MeV}$ ,  $a_s = 18,3 \text{ MeV}$ ,  $a_c = 0,71 \text{ MeV}$ ,  $a_{as} = 23,2 \text{ MeV}$ ,  $a_p = \pm 11,2 \text{ MeV}$ ,  $a_p = 0$  (за  $A$  непарно).



За дати масени број  $A$ , помоћу ове формуле може се одредити које је језгро најстабилније. Имајући у виду да је маса језгра повезана са енергијом везивања, може се показати да најстабилније језгро са масеним бројем  $A$  има број протона  $Z_0$ , што се приближно израчунава помоћу релације:

$$Z_0(A) \approx \frac{A}{2 + \left( \frac{a_c}{2a_{as}} \right) A^{2/3}}.$$

При практичним прорачунима, ако се добије децимална вредност за  $Z$ , она се заокружује на најближи цели број, јер у природи не постоје језгра са на пример 56,85 протона.



### ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Шта значи када при формирању везаног стања систем прелази у „енергетски ниже“ стање?
2. Објасни својим речима шта је енергија везивања језгра и зашто је она мера стабилности.
3. Зашто се при поређењу стабилност различитих језгара користи специфична енергија везивања, а не само укупна енергија везивања?
4. Зашто велика специфична енергија везивања не гарантује да је језгро стабилно?
5. Језгро са 56 нуклеона има специфичну енергију везивања 8,79 MeV.
  - а) Израчунај енергију везивања језгра.
  - б) Израчунај дефект масе у унифицираним јединицама масе.
  - в) Израчунај колики процент масе нуклеона се ослобађа као енергија при формирању језгра. (Решење: а) 492,24 MeV; б) 0,53u ; в) 0,94 % )

## 4.11. Нуклеарне реакције

У претходним лекцијама говорили смо о **радиоактивном распаду** – процесу у којем се једно нестабилно атомско језгро **спонтано** претвара у друго. При радиоактивном распаду добија се стабилније језгро и емитују се честице и зрачење. Радиоактивни распад је **природна појава** која не може да се изазове или да се заустави спољашњим утицајима, као што су загревање, осветљавање или хемијске реакције. Године 1934, Ирен Жолио-Кири и Фредерик Жолио-Кири направили су прекретницу у нуклеарној физици. Они су показали да радиоактивност **не мора да буде само природна појава, већ се може створити вештачки у лабораторији**. Бомбардовањем стабилних атомских језгара алуминијума  $\alpha$ -честицама, они су успели да створе нова, нестабилна језгра. Нова језгра су се радиоактивно распадала, чак и после уклањања извора  $\alpha$ -честица. Овај феномен је назван **вештачка (индукована) радиоактивност**.

Овим открићем по први пут је постало јасно да:

- Састав атомског језгра може да се мења,
- Могу да се стварају радиоизотопи који не постоје у природи,
- Отвара се пут ка новим истраживањима и бројним применама у медицини, науци и у индустрији.

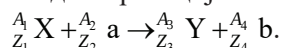
Процеси при којима се атомско језгро мења називају се **нуклеарне (језгрене) реакције**. Узрок може бити **узајамно дејство са другом честицом или са другим језгром**. За разлику од радиоактивног распада, нуклеарна реакција није спонтана појава. Дешава се као резултат међудејства између,



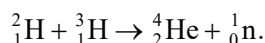
честица које су доведене на веома мала растојања. Честице морају да се приближе на растојања реда величине  $10^{-15}$  m да би деловале јаке нуклеарне силе.

Код нуклеарних реакција важе закони одржања енергије, импулса, наелектрисања и броја нуклеона. Они се примењују на исти начин као код радиоактивних распада. Ови закони омогућавају правилно одређивање продуката реакције и анализу да ли је нека нуклеарна реакција могућа.

Слично као у хемији, честице се пре реакције називају реактанти, а оне после реакције називају се продукти. Нуклеарне реакције најједноставније могу да се схвате као судари честица на нивоу језгра. Зато ћемо једног од реактаната називати честица-пројектил, а другог честица-мета. Честица може бити и цело језгро. Најчешће се као „мета” узима масивнија честица или честица која мирује пре судара. Као и раније, језгра непознатих елемената записујемо као  ${}^A_Z X$  и  ${}^A_Z Y$ . Када су непознате, честице обележавамо на сличан начин  ${}^A_Z a$  или  ${}^A_Z b$ . Тада се реакција може записати као:



Пример нуклеарне реакције приказан је на слици 1 и записује се једначином:

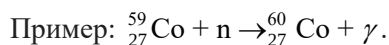


## Подела нуклеарних реакција

Нуклеарне реакције се деле према типу пројектила и према узајамном дејству између пројектила и мете. Разликујемо неколико основних врста реакција.

### 1. Нуклеарне реакције са неутронима

Неутрони су нарочито ефикасни пројектили. Пошто немају наелектрисање, не осећају Кулонову одбојну силу. Зато лако продиру у језгро и изазивају нуклеарне трансформације. Овакве реакције се срећу у нуклеарним реакторима и у неутронској активационој анализи, при чему се неутронским захватом може створити радиоактивни изотоп.

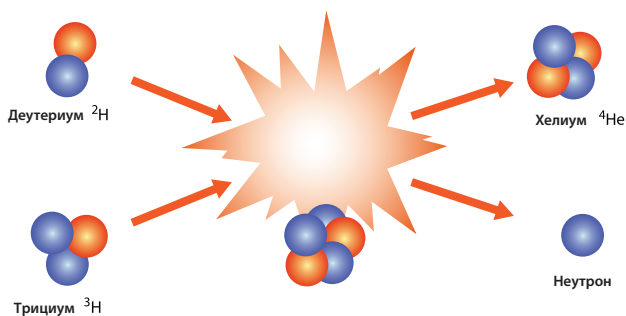
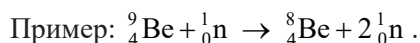


### 2. Реакције са наелектрисаним честицама (протони и $\alpha$ -честице)

Када је пројектил наелектрисан, да би се приближио језгру, мора да има довољно велику кинетичку енергију да би савладао Кулонову одбојну силу. Тек на растојањима реда величине  $10^{-15}$  m може да делује привлачна јака нуклеарна сила. Пример:  ${}^{18}_8\text{O} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^{18}_9\text{F} + {}^1_0\text{n}$ .

### 3. Реакције расејања

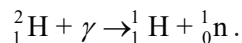
Код реакција расејања пројектил **се не задржава трајно у језгру-мети**. Он може еластично да се расеје или да пренесе енергију на нуклеоне у језгру, који се потом емитују. Пример овакве реакције је реакција са берилијумом, код које се после бомбардовања једним неутроном емитују два. Ово својство може да се користи за умножавање броја неутрона.



Слика 1. Пример нуклеарне (језгрене) реакције

#### 4. Фотонуклеарне реакције ( $\gamma$ -индуковане реакције)

Ако језгро апсорбује високоенергетски  $\gamma$  -квант, може да избаци нуклеон. Пример за такву реакцију је реакција:



### Енергија нуклеарне реакције

У нуклеарној физици од посебног значаја је **енергија нуклеарне реакције**, односно да ли се при реакцији:

- **ослобађа енергија** или
- је потребно да се **доведе енергија** како би се реакција десила.

Као и код радиоактивних распада, под „енергијом” се подразумева укупна енергија, која укључује и енергије повезане са масом честица, у складу са релацијом  $E = mc^2$ .

Енергија нуклеарне реакције описује се такозваном  $Q$ -вредношћу. Она представља разлику између енергије честица пре и после реакције. Израчунава се преко масе реактаната и продуката:

$$Q = (m_{\text{реактанти}} - m_{\text{продукти}})c^2.$$

$Q$ -вредност може бити позитивна или негативна, што има јасно физичко значење:

Ако је  $Q > 0$ , реакција је егзотермна. При реакцији се ослобађа енергија, која прелази у кинетичку енергију продуката.

Ако је  $Q < 0$ , реакција је ендотермна. Да би се десила реакција, честица-пројектил мора да има довољну почетну кинетичку енергију да би савладала рад Кулонове одбојне силе.

У оба случаја мора истовремено да важи и закон одржања импулса, који одређује начин расподеле енергије међу продуктима реакције.



#### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колика енергија се ослобађа при нуклеарној реакцији у општем случају?

##### Решење:

Размотримо следећу реакцију:  ${}^A_1\text{X} + {}^A_2\text{a} \rightarrow {}^A_3\text{Y} + {}^A_4\text{b}$

Закон одржања укупне енергије записује се као:  $E_1 = E_2$ , где је са  $E_1$  означена укупна енергија реактаната, а са  $E_2$  продуката. Укупна енергија сваке честице је збир енергије мировања и кинетичке енергије:  $E = mc^2 + E_k$ . Заменом, закон одржања енергије добија следећи облик:

$$m_1c^2 + m_2c^2 + E_{k,X} + E_{k,a} = m_3c^2 + m_4c^2 + E_{k,Y} + E_{k,b},$$

где је  $m_1, m_2, m_3$ , и  $m_4$  ознака масе  ${}^A_1\text{X}$ ,  ${}^A_2\text{a}$ ,  ${}^A_3\text{Y}$  и  ${}^A_4\text{b}$ .

Групишемо чланове са  $c^2$  на једну страну, а кинетичке енергије на другу:

$$(m_1 + m_2 - m_3 - m_4)c^2 = (E_{k,Y} + E_{k,b}) - (E_{k,X} + E_{k,a}).$$

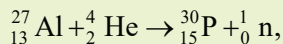
Лева страна је заправо  $Q$ -вредност реакције  $Q = (m_X + m_a - m_Y - m_b)c^2$ , која се може израчунати и преко кинетичких енергија реактаната и продуката:

$$Q = (m_1 + m_2 - m_3 - m_4)c^2.$$



## РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Године 1934. брачни пар Жолио-Кири је показао да се при бомбардовању алуминијума  $\alpha$ -честицама добија радиоактивни фосфор:



а. Израчунај  $Q$ -вредност реакције: Познате су енергије везивања реактаната и продуката у нуклеарној реакцији  $B({}_{13}^{27}\text{Al}) = 224,95 \text{ MeV}$ ,  $B({}_2^4\text{He}) = 28,30 \text{ MeV}$ ,  $B({}_{15}^{30}\text{P}) = 252,20 \text{ MeV}$ ,  $B({}_0^1\text{n}) = 0 \text{ MeV}$  и кинетичка енергија алфа-честице  $E_{k,\alpha} = 5,0 \text{ MeV}$ .

б. Израчунај кинетичку енергију продуката ако језгро алуминијума мирује.

в. Под условом да се продукти нуклеарне реакције одбијају под углом од  $180^\circ$ , одреди њихове кинетичке енергије. Познате су масе алфа-честице, језгра фосфора, неутрона:  $m_\alpha = 4,0015 \text{ u}$ ,  $m_n = 1,0087 \text{ u}$ ,  $m_p = 29,9738 \text{ u}$ , и  $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$ .

## Дато:

$$B({}_{13}^{27}\text{Al}) = 224,95 \text{ MeV},$$

$$B({}_2^4\text{He}) = 28,30 \text{ MeV},$$

$$B({}_{15}^{30}\text{P}) = 252,20 \text{ MeV},$$

$$B({}_0^1\text{n}) = 0 \text{ MeV}.$$

$$E_{k,\alpha} = 5,0 \text{ MeV}.$$

$$m_\alpha = 4,0015 \text{ u},$$

$$m_n = 1,0087 \text{ u},$$

$$m_p = 29,9738 \text{ u},$$

$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2.$$

## Решење:

а)  $Q$ -вредност се израчунава преко маса реактаната и продуката у нуклеарној реакцији, према једначини:

$$Q = (m_{j,\text{Al}} + m_\alpha - m_{j,\text{P}} - m_n)c^2.$$

Масе језгара нису познате, па их изражавамо преко маса протона, неутрона и преко енергије везивања

$$m_{j,\text{Al}} = 13m_p + 14m_n - \frac{B({}_{13}^{27}\text{Al})}{c^2},$$

$$m_{j,\alpha} = 2m_p + 2m_n - \frac{B({}_2^4\text{He})}{c^2},$$

$$m_{j,\text{P}} = 15m_p + 15m_n - \frac{B({}_{15}^{30}\text{P})}{c^2}.$$

Замењујући ове масе у једначину за израчунавање  $Q$ -вредности реакције, имамо:

$$Q = B({}_{13}^{27}\text{Al}) - (B({}_{15}^{30}\text{P}) + B({}_2^4\text{He})) = -1,05 \text{ MeV}.$$

Последњи резултат показује да је реакција ендотермна.

б) Из закона одржања енергије (мета је у мировању) имамо:

$$Q = E_{k,\text{P}} + E_{k,\text{n}} - E_{k,\alpha} \Rightarrow E_{k,\text{P}} + E_{k,\text{n}} = Q + E_{k,\alpha} = 3,95 \text{ MeV}.$$

в) Закон одржања импулса гласи:

$$\vec{p}_{\text{Al}} + \vec{p}_\alpha = \vec{p}_{\text{P}} + \vec{p}_n.$$

Пошто мета мирује, а продукти реакције се крећу по правима које захватају угао од  $180^\circ$ , пројектујући импулсе на праву, имамо:

$$p_\alpha = p_{\text{P}} - p_n.$$

Имајући у виду везу између кинетичке енергије и импулса честице, можемо записати:

$$\sqrt{2m_\alpha E_{k,\alpha}} = \sqrt{2m_{\text{P}} E_{k,\text{P}}} - \sqrt{2m_n E_{k,\text{n}}}.$$

Имајући у виду везу између кинетичке енергије и импулса честице, можемо записати:

$$E_{k,\text{P}} + E_{k,\text{n}} = 3,95 \text{ MeV}.$$

за кинетичку енергију језгра фосфора и за неутрон добијамо:

$$E_{k,\text{n}} = 2,70 \text{ MeV},$$

$$E_{k,\text{P}} = 1,25 \text{ MeV}.$$

## Тражи се:

а)  $Q$  — ?, б)  $E_{k,\text{P}} + E_{k,\text{n}} - ?$

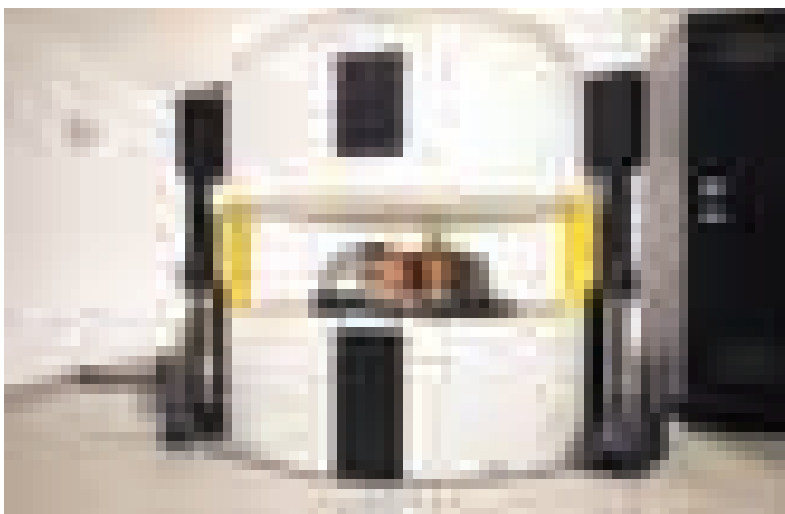
в)  $E_{k,\text{P}} - ?$   $E_{k,\text{n}} - ?$

## Нуклеарне реакције у медицини

Нуклеарне реакције имају важну примену у медицини, пре свега кроз стварање и коришћење радиоизотопа у дијагностичке и терапеутске сврхе. Јонизујуће зрачење које оне емитују се може квалитативно и квантитативно детектовати, на пример, гама-спектрометријом, што омогућава праћење и мерење радиоизотопа унетих у организам.

Кроз нуклеарне реакције производе се радионуклиди који имају одговарајући период полу-распада. Овакве реакције су основа за производњу радиофармацеутика, најчешће у циклотронима (акцелератори честица), и представљају кључни део савремене нуклеарне медицине (слика 2).

У радиотерапији се користи високоенергетско фотонско зрачење. У оваквим установама, треба узети у обзир и нуклеарна узајамна дејства зрачења када се планира заштита од зрачења. Иако се код реакција расејања фотонског зрачења језгро-мета не мења, оне су значајне за детекцију и екранирање јонизујућег зрачења у медицинским условима.



Слика 2. Циклотронски комплекс за синтезу радионуклида и производњу изотопа

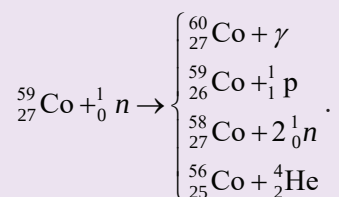


### НАУЧИ ВИШЕ

Исто језгро-мета, бомбардовано истим пројектилом, не мора увек дати исте продукте. Узрок је што нуклеарна реакција може да се одвија кроз различите реакционе канале и да резултира различитим нуклеарним реакцијама. Који реакциони канал ће се остварити, зависи првенствено од енергије пројектила.

Када је пројектил неутрон са малом енергијом, најчешће се дешава његов захват од стране језгра, при чему се емитује  $\gamma$ -квант. Са повећањем енергије, постају могуће реакције у којима језгро избацује једну или више честица, као протон,  $\alpha$ -честицу или неутроне. За сваки реакциони канал постоји праг енергије, односно најмања енергија коју је потребно да има пројектил да би се десила реакција. Ако је енергија пројектила испод овог прага, реакција није могућа, пошто не може да се одрже закони одржања енергије и импулса. Зато се повећањем енергије неутрона постепено „отварају” нови реакциони канали и добијају се различити продукти.

Доле су приказане различите нуклеарне реакције које могу настати при бомбардовању језгра  $^{59}_{27}\text{Co}$  неутронима, поређане према количини енергије (од мање ка већој), коју је потребно да неутрон има како би настала реакција.





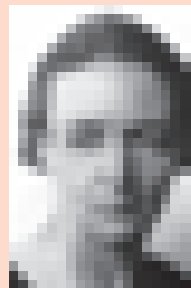
## ПОЗНАТА НАУЧНИЦА

**Ирен Жолио-Кири** (Irène Joliot-Curie, 1897-1956) била је француска физичарка и хемичарка која је дала кључни допринос развоју нуклеарне физике. Радилa је у Институту за радијум у Паризу, где се је бавила истраживањем радиоактивности, мерењем зрачења и припремом радиоактивних извора, у периоду када се нуклеарна физика обликовала као самостална научна дисциплина.

Њено најзначајније откриће је повезано са вештачком радиоактивношћу. Заједно са супругом Фредериком Жолио-Киријем, 1934. године показала је да бомбардовањем стабилних атомских језгара  $\alpha$ -честицама могу да се створе нова, нестабилна језгра која настављају да се распадају и после прекида бомбардовања.

Тиме се показало да радиоактивност није само природна појава, већ процес који може да се створи у лабораторији.

Ово откриће отворило је пут ка стварању великог броја радиоизотопа који се не срећу у природи и њиховој примени у науци и медицини. За откриће вештачке радиоактивности, Ирен и Фредерик Жолио-Кири добили су Нобелову награду за хемију 1935. године. Иако је њен живот био релативно краatak, њен рад је оставио трајан утицај на развој нуклеарне физике и на савремену нуклеарну медицину.



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

- Зашто је код реакција са наелектрисаним пројектиlima потребна много већа кинетичка енергија пројектила да би настала нуклеарна реакција у поређењу са неутронским реакцијама?
- У којим ситуацијама ће реакција бити егзотермна, а у којим ендотермна? Шта то значи за минималну кинетичку енергију коју пројектил треба да има?
- Зашто код нуклеарне реакције у којој мета мирује расподела кинетичких енергија продуката снажно зависи од њихових маса?
- Зашто исто језгро-мета, бомбардовано истим пројектилом, може створити различите продукте из нуклеарне реакције (различити реакциони канали)?
- У сваком од следећих случајева одреди непознату честицу/језгро користећи законе одржања броја нуклеона и наелектрисања. Користи и периодни систем елемената.
  - $X + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^{24}_{12}\text{Mg} + {}^4_2\text{He}$ , б)  ${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\alpha \rightarrow X + {}^1_0\text{n}$
  - ${}^{16}_8\text{O} + x \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^4_2\text{He}$ , д)  ${}^{63}_{29}\text{Cu} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^{64}_{30}\text{Zn} + x$
- За реакцију  $a + A \rightarrow b + B$  :  $m_a + m_A = 15,0000\text{u}$  ,  $m_b + m_B = 14,9985\text{u}$  . Израчунај  $Q$ -вредност нуклеарне реакције и изрази је у MeV. Да ли је реакција ендотермна или егзотермна? Узимамо да је  $1\text{uc}^2 = 931,5\text{MeV}$  . (Решење:  $Q = 1,40\text{ MeV}$ ).
- За реакцију  ${}^{10}_5\text{B} + \text{n} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \alpha$  зна се да  $Q = 2,79\text{MeV}$  и претпоставља се да језгро-мета мирује. Енергија неутрона је толико мала да можемо да је занемаримо.
  - Колика је укупна кинетичка енергија продуката?
  - Ако продукти нуклеарне реакције излазе праволинијски у супротним смеровима ( $180^\circ$ ), израчунај кинетичку енергију сваког од продуката. Масе језгара можеш израчунаш као:  $M = Au$  , ки  $1\text{uc}^2 = 931,5\text{MeV}$  . (Решење: а)  $2,79\text{ MeV}$ , б)  $1,78\text{ MeV}$ ;  $1,01\text{ MeV}$ )
- Реакција  ${}^7_3\text{Li} + \text{p} \rightarrow X + {}^4_2\text{He}$  има енергију нуклеарне реакције  $Q = -1,64\text{MeV}$  , а језгро-мета мирује.
  - Одреди језгро-продукт нуклеарне реакције. Покажи да се минимална кинетичка енергија коју про-

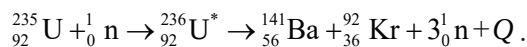
тон треба да има може израчунати релацијом.  $E_{p,\min} = -Q(1 - \frac{m_p}{m_{Li}})$ .

б) Да ли протон са кинетичком енергијом 2,0 MeV може да изазове ову реакцију. Узети да је  $2,0 \text{ MeV}$   
 $m_p / m_{Li} \approx 1/7$ ?

## 4.12. Фисија, фузија и нуклеарни реактори

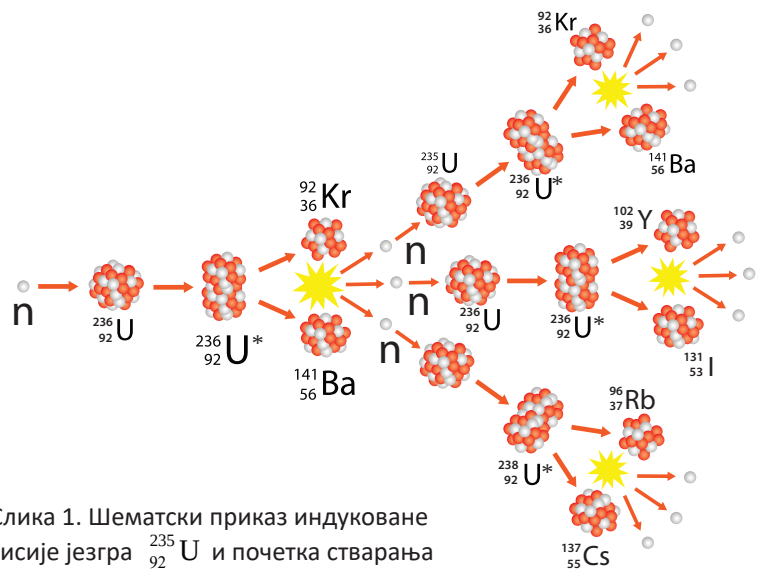
Као што смо видели у претходној лекцији, нуклеарне реакције су процеси у којима се језгро мења при узајамном дејству са другом честицом или другим језгром, при чему важе закони одржања броја нуклеона, електричног наелектрисања, енергије и импулса. Нуклеарне реакције смо груписали према типу пројектила и према узајамном дејству између пројектила и мете. У тој широј групи реакција са неутронима спада и реакција названа **фисија**. **Фисија је процес у коме се тешко језгро дели на два средњетешка језгра при чему долази и до емисије неколико неутрона**. При овој реакцији се ослобађа значајна количина енергије. Нуклеарна фисија је основа на којој се заснива рад нуклеарних реактора и добијање електричне енергије у нуклеарним централама.

Фисија се најчешће разматра као **индукована (изазвана) нуклеарна реакција**, при чему неутрон изазива распад тешких језгара (на пример, уранијума или плутонијума). Пошто неутрон нема електрично наелектрисање, он може лако да продре у језгро и да створи језгро у побуђеном енергетском стању. Такво језгро је нестабилно, па се распада на два мање тешка језгра, названа **фисиони фрагменти**. У процесу се добија и неколико слободних неутрона. Један типичан пример индуковане нуклеарне реакције је фисија описана релацијом:



Датом релацијом је приказан само **један могући канал** 36

нуклеарне реакције. То не значи да ће се побуђено језгро  ${}_{92}^{236}\text{U}^*$  увек распасти на исте фисионе фрагменте. Иако се могу добити различите комбинације фисионих фрагмената, суштина процеса је иста: увек се добијају два средњетешка фрагмента, ослобађају се 2-3 неутрона и ослобађа се енергија  $Q$ . Ослобођена енергија при фисији потиче од енергије везивања језгра. Фисиони фрагменти имају **већу специфичну енергију везивања** у поређењу са почетним тешким језгром. Због тога се „вишак“ енергије ослобађа као кинетичка енергија фрагмента у облику зрачења.



Слика 1. Шематски приказ индуковане фисије језгра  ${}_{92}^{235}\text{U}$  и почетка стварања ланчане реакције

Зато је фисија пример нуклеарне реакције, при чему систем прелази из стања са **мањом специфичном енергијом везивања** у стање са **већом специфичном енергијом везивања**, а притом се ослобађа енергија.





## РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Израчунај енергију која се ослобађа при фисији језгра  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , складу са нуклеарном реакцијом датом изнад. Специфична енергија везивања језгра уранијума је 7,89 MeV, а специфичне енергије везивања језгара баријума и криптона су 8,34 MeV и 8,60 MeV респективно. Кинетичку енергију неутрона и језгра уранијума занемарити. Израчунај колика ће се енергија ослободити из 1 g уранијума чија су језгра претрпела фисију. Моларна маса уранијума је 235 g/mol.

## Дато:

$$\begin{aligned}\varepsilon({}^{235}_{92}\text{U}) &= 7,59 \text{ MeV}, \\ \varepsilon({}^{141}_{56}\text{Ba}) &= 8,34 \text{ MeV}, \\ \varepsilon({}^{92}_{36}\text{Kr}) &= 8,60 \text{ MeV}, \\ M_{\text{U}} &= 235 \text{ g/mol}, \\ &= 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}\end{aligned}$$

## Тражи се:

$$Q - ?, E - ?$$

## Решење:

$Q$ -вредност може се израчунати као разлика између укупних енергија везивања продуката и реактанта:

$$\begin{aligned}Q &= (m_{\text{j,U}} + m_{\text{n}} - m_{\text{j,Ba}} - m_{\text{j,Kr}} - 3m_{\text{n}})c^2, \\ Q &= (92m_{\text{p}} + 143m_{\text{n}} - \frac{B({}^{235}_{92}\text{U})}{c^2} + m_{\text{n}} - 56m_{\text{p}} - 85m_{\text{n}} + \frac{B({}^{141}_{56}\text{Ba})}{c^2} \\ &\quad - 36m_{\text{p}} - 56m_{\text{n}} + \frac{B({}^{92}_{36}\text{Kr})}{c^2} - 3m_{\text{n}})c^2, \\ Q &= B({}^{141}_{56}\text{Ba}) + B({}^{92}_{36}\text{Kr}) - B({}^{235}_{92}\text{U}).\end{aligned}$$

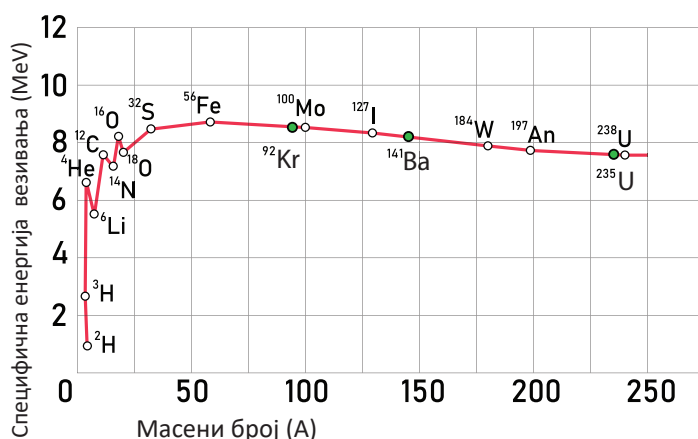
Користећи везу између специфичне енергије везивања и енергије везивања језгара,  $\varepsilon = \frac{B(A, Z)}{A}$ , имамо:

$$Q = 141 \cdot \varepsilon({}^{141}_{56}\text{Ba}) + 92 \cdot \varepsilon({}^{92}_{36}\text{Kr}) - 92 \cdot \varepsilon({}^{235}_{92}\text{U}) = 183,49 \text{ MeV}.$$

Енергија која ће се ослободити из 1 g уранијума, чији атоми претрпе фисију, је:

$$E = NQ = \frac{m}{M} N_{\text{A}} \cdot Q = 7,5 \cdot 10^{10} \text{ J}.$$

Ова енергија је еквивалентна енергији која се ослобађа -сагоревањем 3 до 6 тона лигнита, у зависности од његове калоричне вредности.



ика 2. Специфична енергија везивања језгра. Фисијом језгра са мањом специфичном енергијом везивања, као што је језгро уранијума  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , добијају се два језгра са већом специфичном енергијом везивања: баријум-141  ${}^{141}_{56}\text{Ba}$  и крптон-92  ${}^{92}_{36}\text{Kr}$ . При фузији, спајањем два језгра са малом специфичном енергијом везивања, деутеријум  ${}^2_1\text{H}$  и трицијум  ${}^3_1\text{H}$ , добија се језгро са великом специфичном енергијом везивања — хелијум-4  ${}^4_2\text{He}$ .

Најважнија практична последица фисије је могућност ланчане реакције. Неутрони који се ослобађају при једној фисији могу изазвати нове фисије у суседним језгрима. Ако просечно бар један од тих неутрона изазове наредну фисију, процес је самоодржив, односно није потребно допунски доводити неутроне.

Ланчане реакције се описују фактором умножавања  $k$ , који показује колико нових фисија ће изазвати једна претходна фисија:

$$k = \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_3}{N_2} = \frac{N_4}{N_3} = \dots = \frac{N_n}{N_{n-1}}.$$

$N_1, N_2, \dots, N_n$  означавају број распада у датој генерацији.

Овај фактор је важан за одређивање да ли ће реакција бити ланчана.



Ако је  $k < 1$ , ланчана реакција се гаси;

Ако је  $k = 1$ , реакција је критична и број фисија у јединици времена је сталан;

Ако је  $k > 1$ , реакција је суперкритична и одвија се експлозивно.

Да би се избегле катастрофалне последице, у нуклеарним реакторима потребно је да број неутрона који изазивају фисионе процесе буде константан, односно да је  $k \approx 1$ . У том случају обезбеђује се контролисано и стабилно ослобађање енергије. Контрола се остварује апсорпцијом неутрона (контролним шипкама), као и преко физичких услова у реактору који утичу на кретање и енергију неутрона.

Осим енергетског аспекта, фисија има и важан радиолошки аспект. Фисиони фрагменти нај-чешће су радиоактивни, и распадају се  $\beta$ -распадом и  $\gamma$ -емисијом. Зато, поред тренутне енергије ослобођене при фисији, постоји и додатна енергија која се ослобађа при распаду продуката фисије. Ово може трајати и после престанка фисије, што се мора узети у обзир при пројектовању безбедносних система и управљању искоришћеним нуклеарним гориво.



### АКТИВНОСТ 1.

#### Испитивање услова за ланчану реакцију помоћу PhET симулације

**Циљ активности:** Испитати како састав материјала (однос  $^{235}\text{U}$  /  $^{238}\text{U}$ ) утиче на могућност самоодрживе ланчане реакције, односно на фактор мултипликације  $k$ .



**Алат:** PhET симулација „Нуклеарна фисија” (Nuclear Fission)  
<https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/nuclear-physics/latest/nuclear-physics.html?simulation=nuclear-fission>

#### Део 1. Посматрање понашања $^{235}\text{U}$ и $^{238}\text{U}$

1. У симулацији изабери картицу „Ланчана реакција” (Chain Reaction).
2. Постави једно језгро  $^{235}\text{U}$ . Пусти један неутрон ка језгру кликом на црвено дугме емитера неутрона.
3. Након што се неутрон судари са језгром, паузирај симулацију.
  - Шта примећујеш?
  - Да ли се резултат поклапа са шематским приказом фисије приказаним на слици 1?
4. Понови поступак, али овог пута са језгром уранијума-238.
  - Емитер неутрона можеш усмеравати у различитим правцима.
  - Шта се дешава са овим језгром када у њега удари неутрон?

#### Део 2. Утицај састава материјала на фактор мултипликације $k$

У Делу 1 је примећено да језгро  $^{235}\text{U}$  при фисији ослобађа нове неутроне и може да изазове даље фисије. Зато ћемо  $^{235}\text{U}$  користити као „покретач” ланчане реакције. Језгро  $^{238}\text{U}$  се не распада лако, већ при судару са неутроном апсорбује неутрон и прелази у језгро  $^{239}\text{U}$ . Тако смањује број неутрона доступних за нове фисије. Зато се  $^{238}\text{U}$  може користити за контролу ланчане реакције.

Током трајања целог експеримента:

Укупан број језгара у почетном тренутку биће

$$N_0 = N_0(^{235}\text{U}) + N_0(^{238}\text{U}) = 100$$

Мењаћеш однос двају изотопа,

Мерићеш проценат језгара која су претрпела фисију, приказан у доњем десном углу симулације. Процењиваћеш фактор мултипликације  $k$ .

Поступак:

1. Постави 20 језгара  $^{235}\text{U}$  и 80 језгара  $^{238}\text{U}$ .

Усмери емитер неутрона ка језгру  $^{235}\text{U}$  и пусти симулацију

- Шта се дешава?
- Запиши проценат језгара која су претрпела фисију у табелу.
- Прогности да ли је  $k < 1$ ,  $k \approx 1$  или  $k > 1$ .

2. Повећај број језгара  $^{235}\text{U}$  за 10, и смањи број језгара  $^{238}\text{U}$  за 10. Понови поступак и запиши резултате у табелу.

3. Настави да мењаш однос у корацима од 10 све док не достигнеш  $N_0(^{235}\text{U}) = 100$ .

4. Како се назива процес који се дешава када је  $N_0(^{235}\text{U}) = 100$ ?

Да ли је такав процес пожељан у нуклеарном реактору? Образложи свој одговор.

| $N_0(^{235}\text{U})$ | $N_0(^{238}\text{U})$ | Језгра која су претрпела фузију (%) | $k < 1 / k \approx 1 / k > 1$ |
|-----------------------|-----------------------|-------------------------------------|-------------------------------|
| 20                    | 80                    | 10                                  | $k < 1$                       |
| 30                    | 70                    |                                     |                               |
| 40                    | 60                    |                                     |                               |
| ...                   |                       |                                     |                               |

### Део 3. Одређивање вредности фактора $k$ пожељне за нуклеарни реактор

При стабилној ланчаној реакцији ( $k \approx 1$ ) број фисија не расте нагло, нити, пак, брзо опада.

Циљ је да реакција буде контролисана и дуготрајна.

Покушај да одредиш приближан однос језгара  $^{235}\text{U}$  и  $^{238}\text{U}$  при коме се ланчана реакција:

- не гаси,
- али и не постаје експлозивна.

Размисли: да би реакција била стабилна и контролисана, број неутрона у једној генерацији треба да буде приближно једнак броју неутрона у следећој генерацији. При фисији, језгро  $^{235}\text{U}$  у просеку ослобађа 2-3 неутрона. За  $k \approx 1$ , само један од тих неутрона треба да изазове нову фисију, док се преостали апсорбују или губе. Колики треба да буде процентуални однос  $^{235}\text{U} / ^{238}\text{U}$  да би се добило  $k \approx 1$ ?

Провери свој одговор помоћу симулације.

## Нуклеарни фисиони реактори

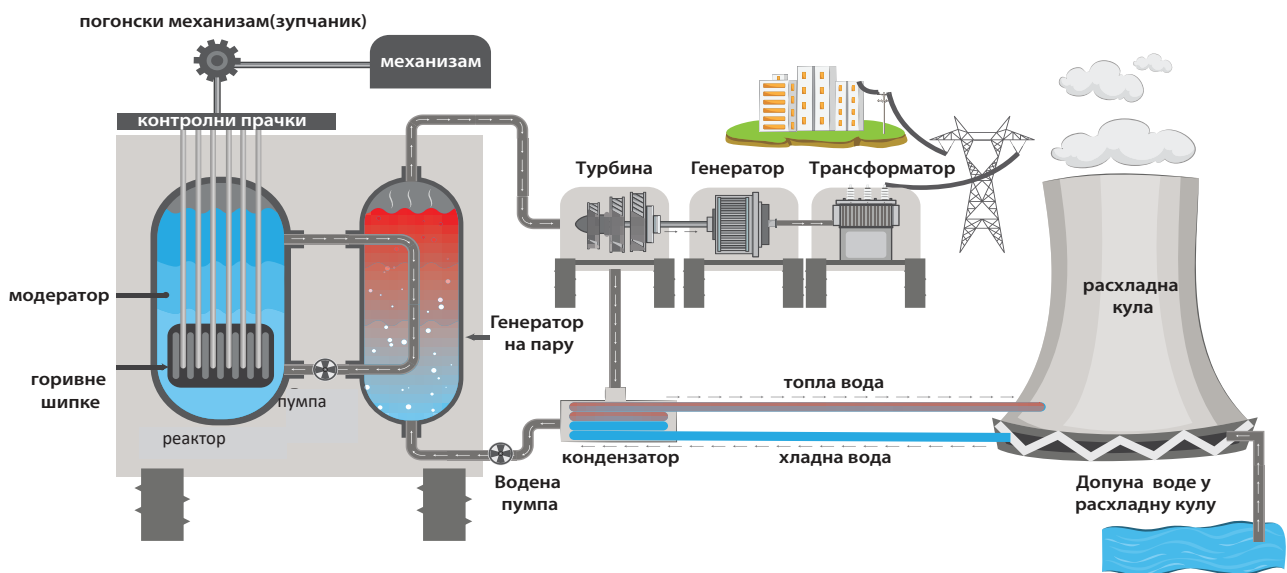
Нуклеарни фисиони реактори су уређаји у којима се нуклеарна фисија одвија контролисано, тако да се ослобођена енергија постепено претвара у топлоту, а затим и у електричну енергију. У језгру реактора налази се нуклеарно гориво, у коме се при свакој фисији ослобађа енергија у виду кинетичке енергије фисионих фрагмената и зрачења. Ова енергија се веома брзо претвара у топлоту у материјалу горива и његовог окружења. Да би реактор радио стабилно, мора се обезбедити самоодржива ланчана реакција у приближно критичном режиму ( $k \approx 1$ ).

Уопштено, фисиони реактор има неколико основних градивних елемената. Језгро реактора је део где се налази гориво, најчешће у облику горивних шипки. Око горива се налази модератор, чија је улога да успори неутроне, јер спори (термални) неутрони лакше изазивају фисију код одређених језгара. У многим реакторима модератор је обична вода.

Реактор садржи и контролне шипке, израђене од материјала који ефикасно апсорбују не-утроне (на пример бор или кадмијум). Уметањем ових шипки у језгро, смањује се број неутрона који изазивају фисију, а њиховим извлачењем реакција се појачава. Топлота из језгра одводи се системом за хлађење до генератора паре. Цео систем је окружен заштитним омотачем и биолошком заштитом, који спречавају емисију зрачења у околину. Сви елементи су приказани на шеми на слици 3.

Претварање нуклеарне енергије у електричну одвија се по принципу сличном принципу рада термоелектричних централа. Топлота из реактора се користи за стварање водене паре под високим притиском, која покреће турбину, а турбина покреће електрични генератор. После проласка кроз турбину, пара се хлади, поново се претвара у воду и враћа се у циклус. Забог тога реактор није директан извор електричне енергије, већ извор топлоте.

Важно је истаћи да и после заустављања ланчане реакције, у језгру реактора остаје преостала топлота, која потиче од радиоактивних распада фисионих продуката. Зато, системи за хлађење морају наставити да раде и после искључивања реактора, што претставља важан безбедносни аспект.



Слика 3. Шематски приказ нуклеарне електричне централе са фисионим нуклеарним реактором

## Нуклеарна фузија

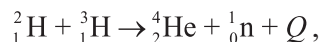
Нуклеарна фузија је врста нуклеарне реакције при којој се **лака атомска језгра спајају у теже језгро**, при чему се ослобађа енергија. Основни узрок ослобађања енергије је исти као код фисије, али се односи на језгра са друге стране криве која приказује зависност специфичне енергије везивања од масеног броја (слика 2).

Код језгара са малим масеним бројем, специфична енергија везивања је мала. Њиховим спајањем, добија се теже језгро са **већом специфичном енергијом везивања**, односно енергетски стабилније стање. Разлика у енергији ослобађа се као енергија нуклеарне реакције  $Q$ . Другим речима, **укупна енергија везивања почетних језгара је мања од енергије везивања језгра које настаје након фузије**.

У природи је нуклеарна фузија доминантан извор енергије у звездама. Кроз низ фузионих реакција, Сунце и друге звезде ослобађају енергију која загрева њихову унутрашњост и одржава зрачење које стиже до планета. На тај начин, фузија представља основни процес који покреће еволуцију и стабилност звезда.

## Фузија деутеријума и трицијума

Најважнија фузиона реакција која се разматра за практичну примену на Земљи је спајање деутеријума и трицијума:



где је  $Q$  ознака за ослобођену енергију. Ова реакција је нарочито погодна за практичну примену пошто ослобађа значајну количину енергије и може се постићи при нижој температури у поређењу са другим фузионим реакцијама. Постоје и друге могуће фузионе реакције, али оне захтевају још строже услове и засад су теже за практичну реализацију.

Главна тешкоћа при добијању енергије кроз фузију на Земљи је Кулонова одбојна сила која делује између позитивно наелектрисаних језгара. Да би се спојила, језгра морају да се приближе на веома мала растојања, где делује јака нуклеарна сила. То захтева да честице имају веома велике брзине, односно да се фузиони материјал доведе у стање плазме са екстремно високом температуром (реда десетина милиона келвина).

Ипак, фузија није потпуно без радиолошких проблема. Неутрони из фузионих реакција могу да створе радиоизотопе у материјалима реактора, па су избор материјала и управљање компонентама важни аспекти безбедности. Упркос овим изазовима, нуклеарна фузија се сматра једном од најперспективнијих могућности за будућу производњу енергије.



### РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Израчунај енергију која се добија спајањем два језгра деутеријума, при чему се добија језгро хелијума-3 и неутрон. Кинетичку енергију језгара деутеријума занемари. Дате су специфичне енергије деутеријума 1,112 MeV и специфична енергија хелијума-3, 2,573 MeV.

|                                                                                                        |                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Дато:                                                                                                  | Решење:                                                                                                                                                  |
| $\varepsilon({}^2_1\text{H}) = 1,112 \text{ MeV}$ , $\varepsilon({}^3_2\text{He}) = 2,573 \text{ MeV}$ | Решавајући као и у претходном примеру, добија се:                                                                                                        |
| Тражи се:                                                                                              | $Q = (2m_{j,\text{H}} - m_{j,\text{He}} - m_{\text{n}})c^2$ ,                                                                                            |
| $Q - ?$                                                                                                | $Q = B({}^3_2\text{He}) - 2B({}^2_1\text{H}) = 3 \cdot \varepsilon({}^3_2\text{He}) - 2 \cdot 2 \cdot \varepsilon({}^2_1\text{H}) = 3,271 \text{ MeV}$ . |

## Еколошке последице употребе нуклеарне енергије

Еколошка анализа нуклеарне енергије мора да обухвати и предности и ризике њене употребе. При нормалном раду, нуклеарне електране имају веома мале директне емисије угљен-диоксида, пошто се електрична енергија не добија сагоревањем фосилног горива. Нуклеарне електране се често разматрају као технологија која може допринети смањењу емисија гасова стаклене баште и ублажавању климатских промена. Додатно, нуклеарне електране обезбеђују стабилну и непрекидну производњу електричне енергије, независно од временских услова, што је важно за сигурност електроенергетске мреже.

Са друге стране, употреба нуклеарне енергије је повезана са специфичним еколошким и безбедносним изазовима. Најзначајнији међу њима је стварање **радиоактивног отпада**, који захтева пажљиво, дугорочно и безбедно складиштење. Додатни ризик представља могућност радиолошке контаминације у случају озбиљних несрећа, иако су оне ретке а савремени реактори пројектовани са високим безбедносним стандардима. Такође, нуклеарне електране користе велике количине воде за хлађење, што може имати локалне утицаје на водене екосистеме, на пример, кроз њихово загревање.

У контексту одрживог снабдевања електричном енергијом, нуклеарна енергија често се оцењује као технологија која омогућава добијање велике количине енергије из мале масе горива, са ниским директним емисијама гасова стаклене баште, али уз потребу за строгим прописима, техничким стандардима и сталним надзором. Њена улога у будућем енергетском систему зависи од тога како ће друштво уравнотежити стабилну производњу и ниске емисије са изазовима повезаним са отпадом, безбедношћу и јавним прихватањем. Зато, савремени приступ нуклеарној енергији подразумева истовремени развој безбедносних технологија, одговорно управљање отпадом и интеграцију са обновљивим изворима енергије, како би се постигао сигуран и еколошки прихватљив енергетски систем.

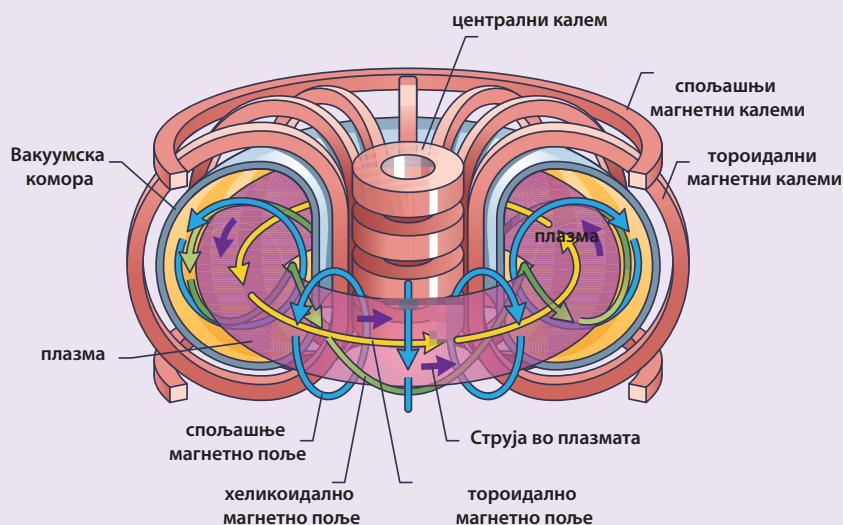


## НАУЧИ ВИШЕ

Код фузионе реакције деутеријума и трицијума, највећи део ослобођене енергије појављује се као кинетичка енергија неутрона. Ово има важан значај са инжењерског и са безбедносног становишта. Неутрони су продорни, загревају материјале и могу да створе радиоактивне изотопе од стабилних језгара, па фузиони системи морају бити опремљени одговарајућом заштитом и материјалима отпорним на оштећења настала под дејством неутрона.

У звездама, услови за фузију се постижу због огромне гравитационе компресије и високе густине материје. На Земљи, овакву компресију није могуће постићи, па плазма мора вештачки да се створи и одржи другим методама. Додатно, чак и када су постигнути неопходни услови за фузију, мора се обезбедити да се фузионим реакцијама добије више енергије него што се троши за загревање и одржавање плазме. Ово представља основни услов за енергетску исплативост фузионих реактора.

Због ових изазова, истраживања контролисане фузије на Земљи развијају се у два главна правца. Први правац је магнетно задржавање плазме. Пошто се плазма састоји од наелектрисаних честица, она може да се задржава и усмерава јаким магнетним пољима. За ту сврху користе се уређаји као што су токамак (слика 4) и стелатор, у којима се плазма одржава одвојено од зидова вакуумске коморе. На тај начин спречава се њено нагло хлађење и омогућава да се фузионе реакције одвијају довољно дуго. Други правац је инерцијално задржавање плазме, при чему се мала количина фузионог горива веома брзо компресује снажним ласерским импулсима. Реакција траје изузетно кратко, али у том тренутку температура и густина постају довољно велике да настане фузија. И поред значајног напретка, обе технологије су још увек предмет интензивних истраживања. Осим физичке реализације, постоје озбиљни инжењерски изазови повезани са стабилношћу плазме, избором материјала, заштитом од неутрона и ефикасним претварањем добијене енергије у електричну енергију. Управо зато, нуклеарна фузија представља један од највећих савремених научно-технолошких циљева.



Слика 4. Саставни делови токамак фузионог реактора. Комбинацијом неколико различитих магнетних поља, плазма се одржава у централном делу вакуумске коморе



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Објасни физички разлог зашто се и при спајању и при раздвајању језгара може добити енергија.
2. Зашто се физија најчешће изазива неутронима, а не протонима?
3. Зашто се у реакторима користе контролне шипке? Шта ће се десити ако се оне нагло извуку из језгра?
4. Зашто реактор мора да се хлади и после заустављања ланчане реакције? Од чега потиче „пре-остала топлота“?
5. Наведи и објасни по један пример користи и ризика употребе нуклеарних електрана у енергетском систему.
6. Зашто фузиони реактор не може да „експлодира“ класичном ланчаном реакцијом као код физије? Који се услови морају стално одржавати да би се фузија одвијала?
7. Ако се у једној генерацији фузије ослободи 1000 неутрона, одреди број ослобођених неутрона после 8 генерација ако је познато да је  $k = 2$ . (Решење: 128000)

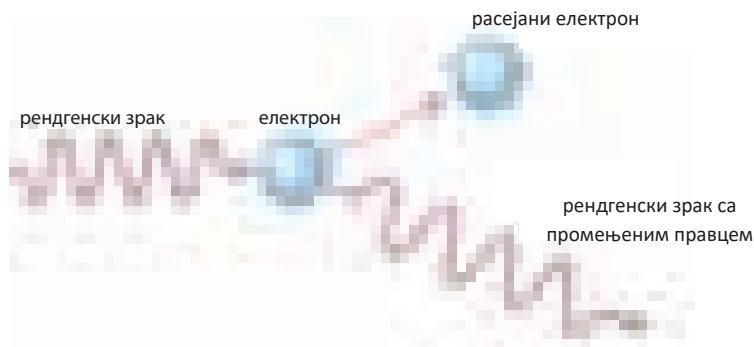
## 4.13. Дозиметрија и дозиметријске величине

Јонизујуће зрачење, при пролажењу кроз материју, узајамно делује са атомима и молекулама, при чему део или целу своју енергију преноси на материјалну средину. Овај пренос енергије доводи до јонизације и побуђивања атома и молекула. Код зрачења састављеног од наелектрисаних честица ( $\alpha$ - и  $\beta$ -честица), енергија се преноси углавном преко директних судара са електронима атома из средине. При овим сударима настају јонизација и побуђивање атома и молекула из средине, при чему се стварају јонски парови и слободни електрони дуж путање честице.

Код фотонског зрачења ( $\gamma$ -кванти и рендгенски зраци), енергија се преноси преко три основна процеса:

**Фотоелектрични ефекат**, при чему фотон избацује електрон из атома;

**Комптоново расејање**, при чему фотон предаје део своје енергије електрону и мења правац простирања (слика 1).



Слика 1. Шематски приказ Комптоновог расејања

**Узајамно деловање са језгром (стварање пара)**, при чему фотон нестаје и настаје пар електрон-позитрон. Овај процес је могућ само при довољно високој енергији фотона.

**Неутрони не јонизују директно** јер немају електрично наелектрисање. Уместо тога, предају своју енергију атомским језгрима при сударим или при захвату. При оваквим интеракцијама могу да настану **секундарне наелектрисане честице** (на пример, протони или  $\alpha$ -честице) које затим изазивају јонизацију у материји.

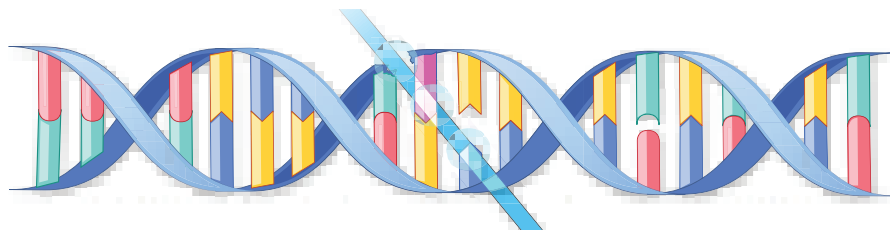


У живим организмима, ови микроскопски физички процеси доводе до промена на молекуларном нивоу, које могу изазвати оштећења на ћелијама и ткивима. Када јонизујуће зрачење пролази кроз биолошко ткиво, дуж своје путање ствара јоне и побуђене молекуле. Ови примарни продукти зрачења представљају почетак низа хемијских реакција које се одвијају у изузетно кратким временским интервалима.

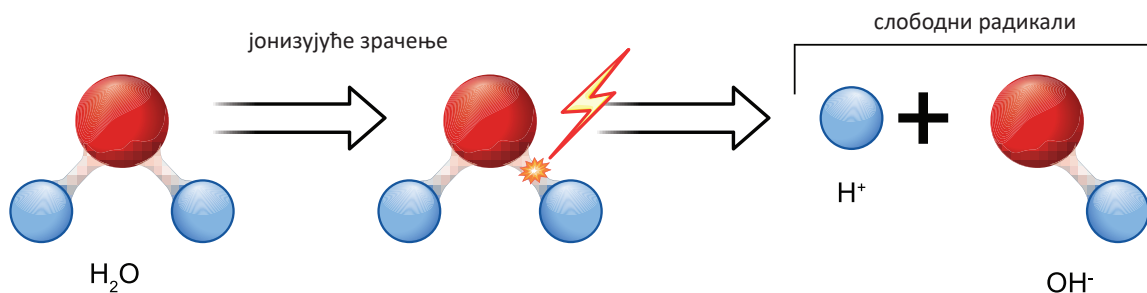
Уколико зрачење депонује своју енергију у критичним биомолекулима, могу да настану структурне промене, као што су кидање ковалентних веза, измене функционалних група, стварање абнормалних хемијских веза и локална оштећења ћелијских компоненти. Реч „депонује“ означава да је енергија зрачења предата материји. Посебно су значајна оштећења на дезоксирибонуклеинској киселини (ДНК), јер она носи генетску информацију и њено нарушавање може да има дугорочне биолошке последице.

Када зрачење директно јонизује или побуђује молекул који је део ДНК, тада говоримо о директном дејству. У овом случају, могу да настану модификације база, прекид једног полинуклеотидног ланца или, у тежим случајевима, прекид оба ланца (слика 2).

Оштећења могу да настану и индиректним путем. Индиректно дејство је доминантно у ткивима са великим садржајем воде. При зрачењу долази до процеса радиоллизе, односно разлагања воде под дејством јонизујућег зрачења (слика 3). При томе се стварају реактивне хемијске честице назване слободни радикали који имају изражену способност за хемијске реакције са биомолекулима. Ови радикали могу реаговати са ДНК, ћелијским мембранама или протеинима и да изазову оксидативна оштећења. На тај начин, зрачење може да изазове биолошки ефекат и без директног оштећења ДНК, преко хемијских процеса у води као средини.



Слика 2. Јонизујуће зрачење изазива прекид полинуклеотидног ланца и водоничних веза између база



Слика 3. Шематски приказ стварања слободних радикала од молекула воде

Биолошки ефекти јонизујућег зрачења зависе од:

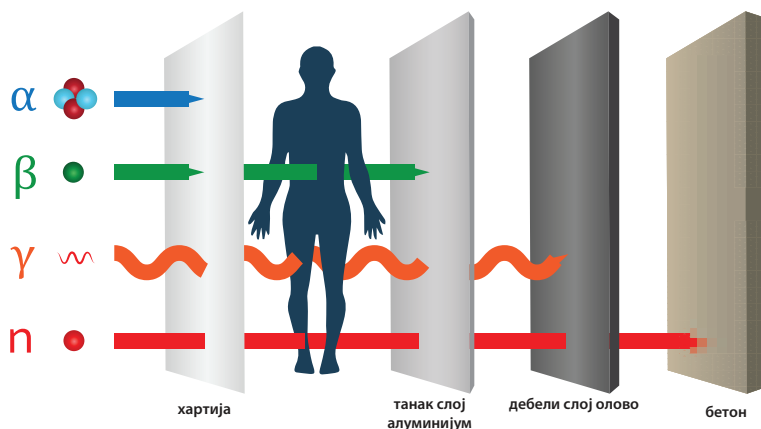
- Количине енергије коју зрачење депонује на јединицу масе;
- Врсте зрачења;
- Начина на који се енергија депонује у ткиву.



За поређење јонизационих ефеката различитих врста зрачења уводи се појам специфична јонизација, који показује колико се јонских парова ствара при проласку зрачења кроз одређену дужину (слика 4).

Алфа-честице имају велику специфичну јонизацију: оне стварају велики број јонских парова у малом запреминском простору дуж кратке путање. Зато, алфа-зрачење лакше изазива тешка биолошка оштећења, као што су кластерска оштећења и двоструки прекиди ДНК. Ради поређења,  $\gamma$ - и рендгенски зраци имају мању специфичну јонизацију. Иако про-

лазе дужи пут кроз ткиво, они стварају мањи број јонских парова па су оштећења најчешће изолованија и лакше поправљива. За практичну процену утицаја зрачења уводе се физичке величине које узимају у обзир специфичну јонизацију, врсту зрачења и осетљивост изложеног ткива. На пример, мала спољашња изложеност  $\alpha$ -зрачењу најчешће није значајна због његове мале продорности. Међутим, уколико  $\alpha$ -емитер уђе у организам (преко удисања или уношења храном), енергија се депонује у осетљивим ткивима на веома малом растојању и ризик може да буде значајан. С друге стране,  $\gamma$ -зрачење је веома продорно и може да делује на више ткива и органа при спољашњој изложености (слика 4).



Слика 4. Различито зрачење може да прође кроз различите материјале

Зато, процена ризика од јонизујућег зрачења мора увек узети у обзир укупну депоновану енергију, врсту зрачења, геометрију изложености и биолошку осетљивост изложеног ткива. За ту сврху уводе се **дозиметријске величине**, којима се описује доза зрачења коју организам прима. Пошто постоји мерљива физичка величина, правила за заштиту од јонизујућег зрачења постају јасна и омогућавају виши ниво безбедности.

## Дозиметријске величине - како да опишемо „штету“ од зрачења?

Када јонизујуће зрачење пролази кроз неку средину, његова енергија не нестаје - она се предаје материјалу средине. На микроскопском нивоу, та енергија се троши на јонизацију и побуђивање атома и молекула. На макроскопском нивоу, ово значи да се део енергије зрачења депонује у телу или материјалу кроз који пролази. Први и најосновнији корак у дозиметрији јесте да се одговори на једноставно питање: Колико енергије је предато - и коликој маси?

### Апсорбована доза

Апсорбована доза је основна физичка величина у дозиметрији јер њоме одређујемо колико се енергије јонизујућег зрачења предаје (депонује) у материји, при чему се не узима у обзир која врста зрачења је предала ту енергију и какав ће бити њен биолошки ефекат. Формално, апсорбована доза  $D$  се дефинише као количник средње енергије  $\Delta \bar{E}$  коју јонизујуће зрачење предаје материји у датом малом запреминском елементу, и масе тог запреминског елемента  $\Delta m$ :

$$D = \frac{\Delta \bar{E}}{\Delta m}.$$

Јединица за апсорбовану дозу је греј (Gy). Један греј означава да је маси од 1 kg предата енергија од 1 J.

Ова вредност може да изгледа мала ако је посматрамо на макроскопском нивоу, али у радиобиологији важно је имати у виду да 1 J на микроскопском нивоу одговара огромном броју **јонизација**, распоређених дуж путања честица или фотона кроз ткиво.

Апсорбована доза може се дефинисати и мерити за различите материјале (ваздух, вода, ткиво, метал) и за различите врсте зрачења. Ипак, треба истаћи да иста апсорбована доза не мора да изазове исти биолошки ефекат ако је изазвана различитим врстама зрачења. Зато је апсорбована доза прва дозиметријска величина на основу које се касније уводе и додатне дозиметријске величине (као што су еквивалентна и ефективна доза) које узимају у обзир разлике у биолошкој ефикасности, односно колико јак биолошки ефекат изазивају различите врсте јонизујућег зрачења при истој апсорбованој дози.

Зашто апсорбована доза није довољна као једина дозиметријска величина? Замислимо две ситуације:

- Ткиво је изложено алфа-зрачењу,
- Исто ткиво је изложено гама-зрачењу, али је и у оба случаја апсорбована доза иста.

Иако је **депонована енергија по јединици масе иста**, биолошке последице могу бити веома различите. Разлог је у **начину на који се депонује енергија**. Алфа-честице стварају велики број јонизационих парова у веома малом простору, док гама-зраци депонују своју енергију на већим растојањима.

Зато се при процени ризика, мора узети у обзир врста зрачења, а не само укупна енергија.

#### Еквивалентна доза

Пошто различите врсте јонизујућег зрачења при истој апсорбованој дози могу изазвати различите биолошке ефекте, у радијационој заштити се уводи величина која се назива **еквивалентна доза**. Еквивалентна доза повезује апсорбовану дозу са **фактором квалитета**, који изражава релативну биолошку ефикасност дате врсте зрачења. Овај фактор је бездимензионалан број и зависи од тога колико јако зрачење јонизује дуж своје путање и колика је вероватноћа да изазове сложена оштећења, као што су двоструки прекиди ДНК.

**Еквивалентна доза у ткиву или у органу Т означава се са  $H_T$**  и дефинише се као производ апсорбоване дозе у том органу и фактора квалитета за јонизујуће зрачење  $\omega_R$  који је бездимензионална величина. Ако је ткиво или орган изложен једној врсти зрачења, тада је еквивалентна доза:

$$H_T = \omega_R D_{T,R}.$$

Ако су орган или ткиво изложени већем броју врста зрачења, сабирају се доприноси сваке врсте зрачења:

$$H_T = \omega_{R1} D_{T,R1} + \omega_{R2} D_{T,R2} + \dots,$$

где су  $D_{T,R1}$ ,  $D_{T,R2}$  итд. апсорбоване доза у ткиву или органу Т, изазване различитим врстама зрачења R1, R2, а  $\omega_{R2}$ ,  $\omega_{R2}$  су бездимензионални фактори који изражавају релативну биолошку ефикасност те врсте зрачења. Јединица за еквивалентну дозу је сиверт  $1\text{Sv} = 1\text{J/kg}$

Иако апсорбована и еквивалентна доза имају исту мерну јединицу, њихово значење је суштински различито. На пример, иста апсорбована доза алфа-зрачења и гама-зрачења даће много већу еквивалентну дозу за алфа-зрачење. Као илустрација, фактор квалитета за различите врсте јонизујућег зрачење дат је у табели 1.

Табела 1. Фактори квалитета за различите врсте јонизујућег зрачења. Фактор квалитета за неутронско зрачење зависи од енергије неутрона.

| Врста јонизујућег зрачења                        | Фактор квалитета |
|--------------------------------------------------|------------------|
| Фотони (рендгенски и гама-зраци)                 | 1                |
| Електрони                                        | 1                |
| Протони                                          | 2                |
| $\alpha$ -честице, фисиони фрагменти, тешки јони | 20               |
| Неутрони                                         | 5-20             |

Еквивалентна доза, међутим, није коначна величина за процену ризика за човека као це-лину. Разлог је што различити органи и ткива немају исту осетљивост на зрачење: оштећење коштане сржи или ткива са интензивном ћелијском деобом, у просеку, носи већи ризик за наставак канцерогених обољења него иста еквивалентна доза у неким мање осетљивим ткивима (на пример, кожи). Зато се уводи ефективна доза, која узима у обзир и врсту зрачења и осетљивост ткива.

### Ефективна доза

**Ефективна доза** у ткиву или у органу означава се са  $E_T$  и дефинише се као производ еквивалентне дозе у ткиву или у органу  $H_T$  и биолошког фактора модификације за тај орган  $\omega_T$  који је бездимензионална величина:

$$E_T = \omega_T H_T.$$

Ако је више ткива или органа изложено јонизујућем зрачењу, тада је укупна ефективна доза једнака збиру ефективних доза појединачних органа:

$$E_T = \omega_{T1} H_{T1} + \omega_{T2} H_{T2} + \dots$$

где су  $H_{T1}$ ,  $H_{T2}$  итд. еквивалентне дозе у ткивима или органима  $T1$ ,  $T2$ ..., а  $\omega_{T1}$ ,  $\omega_{T2}$  су биолошки фактори модификације за различита ткива. Јединица за ефективну дозу је сиверт (Sv)  $1\text{Sv} = 1\text{J/kg}$ .

Практични значај ефективне дозе је следећи: она је јединствена величина која служи за поређење различитих ситуација излагања целог тела или више органа и користи се у системима радијационе заштите (на пример, при одређивању дозвољених граница, процени изложености током дијагностичких процедура, процени ризика у случају радиолошких несрећа). Важно је истаћи да ефективна доза није „доза у одређеном органу“, већ мера укупног ризика за човека, добијена на основу доза у појединим органима, при чему се узимају у обзир врсте зрачења и осетљивост ткива или органа. У Табели 2 дати су биолошки фактори модификације за неке органе. Што је биолошки фактор модификације већи, то је осетљивост ткива или органа већа. Збир биолошких фактора модификације за све органе једнак је 1.

Табела 2. Биолошки фактори модификације за неке органе код човека

| Орган           | Биолошки фактор модификације |
|-----------------|------------------------------|
| Кожа            | 0,01                         |
| Мозак           | 0,01                         |
| Штитаста жлезда | 0,04                         |
| Полни органи    | 0,08                         |
| Плућа           | 0,12                         |
| Коштана срж     | 0,12                         |

Увођењем апсорбоване, еквивалентне и ефективне дозе, јонизујуће зрачење престаје да буде апстрактна опасност. Оно постаје појава која се може квантитативно одредити, са којом се може радити, код које се могу поредити различите ситуације и успоставити јасна правила заштите. Анимације које пореде три различите величине могу се наћи на следећем линку: [https://remm.hhs.gov/dose\\_animations.htm](https://remm.hhs.gov/dose_animations.htm)

Чим постоји мерљива физичка величина, постоји и могућност за **контролу, поређење и превенцију** - што је основа радијационе заштите.



### РЕШЕН ПРИМЕР 1.

При рендгенском снимању (фотони), у плућима се депонује енергија од  $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$  у маси ткива од  $0,20 \text{ kg}$ . Користећи одговарајуће вредности за ткиво/орган за фактор квалитета и биолошки фактор модификације из табела 1 и 2, израчунати апсорбовану, еквивалентну и ефективну дозу у плућима.

|                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Дато :</b></p> <p><math>\Delta E = 5,0 \times 10^{-4} \text{ J}</math>,</p> <p><math>m = 0,20 \text{ kg}</math>,</p> <p><math>w_R = 1</math>,</p> <p><math>w_T = 0,12</math></p> | <p><b>Решење:</b></p> <p>а) Апсорбована доза:</p> $D = \frac{\Delta E}{m} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ J/kg} = 2,5 \text{ mGy}.$ <p>б) Еквивалентна доза у плућима:</p> $H_T = w_R \cdot D = 2,5 \text{ mSv}.$ <p>в) Ефективна доза (допринос плућа):</p> $E_T = w_T \cdot H_T = 0,30 \text{ mSv}.$ |
| <p><b>Тражи се:</b></p> <p>а) <math>D - ?</math>,</p> <p>б) <math>H_T - ?</math></p> <p>с) <math>E_T - ?</math></p>                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

## Изложеност јонизујућем зрачењу

Људи су стално изложени природном радиоактивном фону, односно зрачењу које постоји у околини и не зависи од људске активности. Два главна извора су космичко зрачење и природни радионуклиди у Земљиној кори. Космичко зрачење долази из свемира (Сунца и космичких извора ван Сунчевог система) и при уласку у атмосферу ствара секундарне јонизујуће честице које доспевају до површине Земље. Изложеност овој врсти јонизујућег зрачења расте са надморском висином и током авионских летова.

Радиоактивни материјали у земљи (као што су уранијум, торијум и њихови потомци, као и  $^{40}\text{K}$ ) емитују  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  зрачење. Посебно значајан природни извор зрачења је **радон** (гас који настаје у радиоактивном низу уранијума), јер се може акумулирати у затвореним просторијама и значајно допринети укупној природној дози коју човек прима. У глобалним оквирима, природни фон просечно износи неколико mSv годишње, уз велике варијације које зависе од геологије и услова живота.

Осим природног фона, човек може бити додатно изложен и **вештачким изворима** зрачења. Део њих је резултат нуклеарних радиолошких несрећа, као што су Чернобил у Украјини (1986) и Фукушима Даичи у Јапану (2011). Код оваквих догађаја радиоактивни материјали могу бити ослобођени у атмосферу и распрострањени на велике удаљености од места несреће, па изложеност може бити спољашња (од депонованих радиоизотопа у земљи) и унутрашња (услед удисања или уноса радиоактивних материја храном и водом). При радиолошкој несрећи примењују се мере као што су евакуација, контрола хране и ограничавање боравка у контаминираним областима.

Ипак, најзначајнији вештачки извор изложености становништва у мирнодопским условима јесу медицинска испитивања и процедуре које користе јонизујуће зрачење. Ту спадају рендгенска снимања компјутеризована томографија, интервентна радиологија и нуклеарна медицина. Ове процедуре

имају велику дијагностичку и терапијску вредност, али свака од њих носи одређену дозу зрачења, која зависи од врсте прегледа и параметара уређаја. Због тога се савремени принципи радијационе заштите у медицини заснивају на оправданости (преглед се врши само ако је корист већа од ризика) и оптимизацији (доза треба да буде „онолико ниска колико је разумно могуће“ да би се добила потребна дијагностичка информација).

### ALARA - принцип оптимизације у радијационој заштити

У радијационој заштити није довољно да изложеност буде само испод законски прописаних граница. Примењује се и принцип ALARA (*As Low As Reasonably Achievable*), према којем изложеност треба одржавати на најнижем разумно могућем нивоу, узимајући у обзир техничке, економске и друштвене факторе, без нарушавања циља активности.

У пракси, ALARA се остварује кроз:

- Смањење времена изложености,
- Повећање удаљености од извора зрачења,
- Употребу заштитних материјала (екранирање),
- Избор одговарајуће технике и параметара,
- Контролу радиоактивне контаминације,
- Редовно дозиметријско праћење.



Слика 5. Знак којим се обележавају извори јонизујућег зрачења, контејнери у којима се складиште радиоактивне супстанце и просторије у којима има извора јонизујућег зрачења

### Дозне границе

Дозне границе (максималне дозе које могу да се приме) дефинишу се за планирана излагања (рад са изворима, индустрија, истраживања) и служе за ограничавање ризика. Најважнија је граница за ефективну дозу, која представља укупни ризик од излагања организма. За општу популацију (људе који професионално не раде са јонизујућим изворима), граница ефективне дозе је  $E \leq 1 \text{ mSv/a}$ , уз могућност да се у „посебним околностима“ дозволи виша доза у једној години, ако пресечна вредност у вишегодишњем периоду остане у оквирима ове границе.

Често се наводе и границе за еквивалентну дозу (ткива и органи), на пример за кожу и очно сочиво које су за становништво реда величине десетина mSv годишње (на пример за очно сочиво 15 mSv/г., а за кожу 50 mSv/г.). Дозна граница за професионално изложене раднике за ефективну дозу је  $E \leq 20 \text{ mSv/a}$ , , годишње у просеку за 5 узастопних година (што значи да доза не треба да пређе 100 mSv у периоду од 5 година), при чему у једној години не сме да пређе 50 mSv/г.

Дозне границе се не примењују на пацијента када је излагање медицински оправдано (дијагностика/терапија), зато што је циљ здравствена корист. Ипак, дозне границе важе за медицинско особље које професионално ради са изворима јонизујућег зрачења.

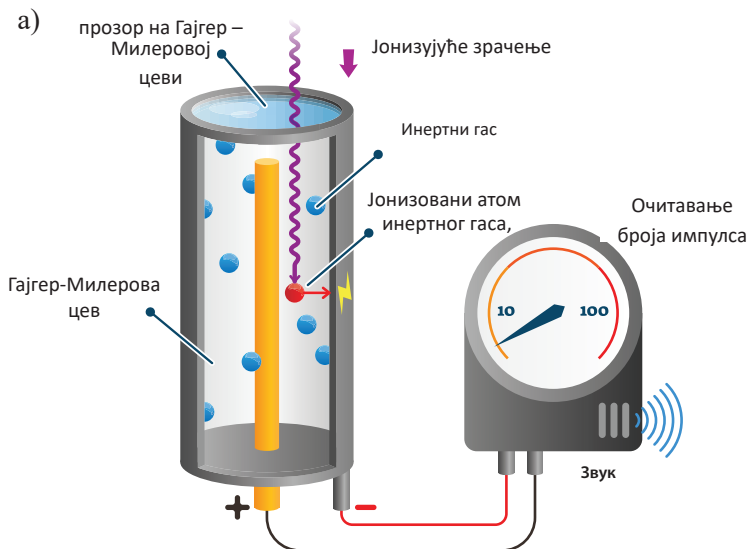


### НАУЧИ ВИШЕ

Гајгер-Милеров бројач је један од најраспрострањенијих детектора јонизујућег зрачења и састоји се од Гајгер-Милерове цеви (диоде састављене од катодe и аноде) и електронског кола за напajaње и бројање импулса. Цев је метална цилиндрична катода са танком анодом која се налази у средини цеви. Ова цев је испуњена разређеним гасом (најчешће аргоном) и малом количином гаса за гашење самосталног пражњења, што је најчешће алкохол. Када кроз цев прође јонизујуће зрачење, оно ствара примарне јонске парове у гасу. Под дејством јаког електричног поља, електрони се убрзавају ка аноди и изазивају лавинску јонизацију, при чему настаје кратак електрични импулс

Код Гајгерових бројача, струјни импулси су приближно исте величине, без обзира на почетну енергију честице, па бројач најчешће броји настале честице/фотоне (колико их је детектовано), али не мери енергију честица.

Гајгер-Милеров бројач се користи за детекцију и праћење зрачења у лабораторијама, индустрији и службама радијационе заштите: на пример, за проверу контаминације површина, за оријентационо мерење интензитета зрачења одређеног извора, за контролу радне средине и за брзо лоцирање извора зрачења. Најчешће је саставни део преносних уређаја које у свакодневном говору називамо дозиметрима, али је важно разликовати различите мерне инструменте. Дозиметар, у строгом смислу, јесте уређај који мери брзину дозе (колика је ефективна доза коју човек прима у јединици времена), најчешће изражена у  $\mu\text{Sv/h}$ , док Гајгер-Милеров бројач мери интензитет зрачења, односно број честица које су доспеле на површину цеви. Калибрацијом (ако је позната енергија зрачења, најчешће за  $\alpha$  и рендгенско зрачење), приближно се може измерити брзина дозе. Због тога су дозиметри са Гајгер-Милеровом цеви веома корисни за брзу процену и алармирање, али се за прецизну дозиметрију и процену врсте зрачења најчешће користе и други детектори: јонизационе коморе, сцинтилациони детектори или полупроводнички детектори, у зависности од намере са којим се врши мерење.



б)



Слика 5. а) Шематски приказ Гајгер-Милерове цеви

б) Дозиметар са Гајгер-Милеровом цеви



## ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Шта значи да јонизујуће зрачење „депонује енергију“ у материји?
2. Наведи три главна механизма узајамног деловања фотона (рендгенског/гама зрачења) са материјом и по чему се разликују.
3. Зашто се неутрони сматрају индиректно јонизујућим зрачењем?
4. Зашто иста апсорбована доза може довести до различитог биолошког ефекта за  $\alpha$  и за  $\gamma$  зрачења?
5. Објасни принцип ALARA на примеру из медицинске дијагностике.
6. Кожа је изложена јонизујућем зрачењу које има две компоненте: алфа и гама зрачење. Апсорбована доза гама зрачења износи  $2,0 \text{ mGy}$ , а апсорбована доза алфа-зрачења  $0,1 \text{ mGy}$ . Колика је еквивалентна и ефективна доза коју прима кожа? Потребни подаци се узимају из табела 1 и 2. (Решење:  $0,040 \text{ mSv}$ )

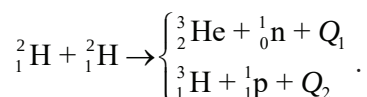


## Тема 4: ПИТАЊА И ЗАДАЦИ

1. Две звезде зраче као АЦТ, при чему емитију једнаку количину енергије у јединици времена са своје површине. Хладнија од две звезде има температуру на површини  $T$  и пречник који је два пута већи од оног код топлије звезде.
  - а) Изрази температуру топлије звезде преко температуре хладније.
  - б) Одреди односе таласних дужина на којима је највећи спектрални интензитет зрачења и једне и друге звезде. (Решење:  $T_1 = \sqrt{2}T$  ; б)  $\lambda_1 = (1/\sqrt{2})\lambda$ )
2. При одређеној вредности зауставног потенцијала, престаје протицање фотоелектричне струје са површине литијума који је осветљен светлошћу таласне дужине  $\lambda_0$ . Ако се таласна дужина светлости којом се осветљава површина литијума повећа 1,6 пута, да би поново дошло до прекида фотострује, потребно је смањити зауставни потенцијал 2,2 пута. Израчунати  $\lambda_0$ . Излазни рад електрона код литијума износи 2,39 eV. (Решење: 520 nm)
3. Електрон у једном јонизованом атому хелијума прелази са петог енергетског нивоа на трећи енергетски ниво. Колика је таласна дужина фотона који електрон емитије при овом процесу? (Решење: 320 nm)
4. У Радерфордовом експерименту расејања, алфа-честице енергије 5,27 MeV расејавају се на језгру злата  $^{118}_{79}\text{Au}$ . Претпоставити да се дата алфа-честица креће директно ка језгру злата и да се расејава назад под углом од  $180^\circ$ , док језгро злата остаје непокретно током целог процеса.
  - а) Одредити минимално растојање до којег ће се алфа-честица приближити језгру злата.
  - б) Одредити максималну силу која делује на алфа-честицу када се она налази најближе језгру злата. (Решење: а)  $4,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  ; б) 20 N)
5. Која од следећих тврдњи није основни постулат Боровог модела атома водоника?
  - а) Само су одређене електронске орбите стабилне и дозвољене.
  - б) Електрон се креће по кружним орбитама око протона под дејством Кулонове силе.
  - в) Наелектрисање електрона је квантизовано.
  - г) Атом емитије зрачење када електрон прелази из стања веће у стање мање енергије.
  - д) Наелектрисање језгра је квантизовано.
6. Нека је  $-E$  укупна енергија електрона у атому водоника
  - а) Колика је кинетичка енергија електрона?
  - б) Колика је потенцијална енергија атома?
 За одговор на питања, изабрати један од следећих понуђених одговора: 1)  $2E$ , 2)  $E$  3)  $0$ , 4)  $-E$ , 5)  $-2E$ . (Решења: а)  $E$  б)  $-2E$ )
7.
  - а) Може ли електрон у атому водоника, у основном стању, апсорбовати фотон енергије мање од 13,6 eV?
  - б) Може ли електрон апсорбовати фотон енергије веће од 13,6 eV?
8. Шта се дешава када атом емитије фотон:
  - а) Један од његових електрона напушта атом.
  - б) Атом прелази у стање веће енергије.
  - в) Атом прелази у стање мање енергије.
  - г) Један од његових електрона се судара са другом честицом
9. Колика енергија је потребна да би се јонизовао водоник када је у стационарном енергетском стању за које је главни квантни број 3. (Решење: 1,51 eV)



10. Фотон се емитује када атом водоника прелази из петог у треће стационарно стање. Израчунај:  
 а) Таласну дужину фотона.  
 б) Енергију фотона.  
 в) Фреквенцију емитованог фотона. (Решење: а)  $1,28 \mu\text{m}$  б)  $0,97 \text{ eV}$  в)  $2,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ )
11. Балмерова серија атома водоника одговара електронским прелазима који се завршавају у стању са квантним бројем 2. Одреди најдужу и најкраћу могућу таласну дужину емитованих фотона у овој серији. (Решење:  $656 \text{ nm}$ ,  $365 \text{ nm}$ )
12. Између која два енергетска слоја се врши прелаз ако се у карактеристичном спектру рендгенског зрачења неког елемента примећују линије:  $L_\beta$ ,  $L_\gamma$ ,  $M_\alpha$  и  $M_\beta$ .
13. У рендгенској цеви са анодом од волфрама, таласна дужина која одговара максималној енергији континуираног спектра поклапа се са  $K_\alpha$  линијом дисконтинуираног спектра рендгенског зрачења. Одредити напон у рендгенској цеви. ( $Z_w = 74$ ,  $\sigma = 1$ ). (Решење:  $70 \text{ kV}$ )
14. Када се  $^{125}\text{Sb}$  распада  $^{125}\text{Te}$ , какве промене настају у језгру и које се честице емитују из језгра?
15. Период полураспада радијума-224 приближно износи 3,6 дана. Колики део узорка ће остати нераспадут после четири недеље? (Решење:  $0,4 \%$ )
16. Одредити радиоизотопе који се добијају распадом радиоактивног низа  $^{235}_{92}\text{U}$ , који се завршава стабилним изотопом  $^{207}_{82}\text{Pb}$ . На вертикалној оси слике приказан је број неутрона, а на хоризонталној оси атомски број елемента. Љубичастом стрелицом приказан је алфа-распад, а плавом бета-распад радиоизотопа. За решавање овог задатка, користи периодни систем елемената.
17. Колика је  $Q$ -вредност реакције  $^9_4\text{Be} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C} + ^1_0\text{n}$ ? За масу сваке честице у нуклеарној реакцији узети приближну вредност  $Au$ , где је  $1u = 931,5 \text{ MeV}$ . (Решење:  $5,6 \text{ MeV}$ )
18. Идентификовати непознате нуклиде  $X$  у нуклеарним реакцијама:  
 а)  $X + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{24}_{12}\text{Mg} + ^1_0\text{n}$ ,  
 б)  $^{235}_{92}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{93}_{38}\text{Sr} + X + 2^1_0\text{n}$
19. Посматрају су следеће реакције:  
 $^9_4\text{Be} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{10}_4\text{Be} + \gamma$ ,  $Q_1 = 6,812 \text{ MeV}$  и  $^9_4\text{Be} + \gamma \rightarrow ^8_4\text{Be} + ^1_0\text{n}$ ,  $Q_2 = -1,665 \text{ MeV}$  Израчунај масу  $^9_4\text{Be}$  и  $^{10}_4\text{Be}$  у унифицираним јединицама масе, са тачношћу до три децимале, на основу ових података. (Решења:  $9,012u$ ,  $10,013u$ )
20. Одредити енергију  $Q_1$  и  $Q_2$  које се ослобађају при следећим фузионим реакцијама:



Ако је познато да је енергија везивања језгара :  $B(^2_1\text{H}) = 2,225 \text{ MeV}$   $B(^3_2\text{He}) = 7,718 \text{ MeV}$   
 $B(^3_1\text{H}) = 8,481 \text{ MeV}$ . (Решење:  $3,27 \text{ MeV}$ ,  $4,03 \text{ MeV}$ )





Акционарско друштво за издавање уџбеника и наставних средстава  
ПРОСВЕТНО ДЕЛО-АД Скопје,  
ул. „Димитрије Чуповски“ бр. 15

За издавача:  
мр Павле Петров, генерални директор

## **ФИЗИКА ЗА II РАЗРЕД ГИМНАЗИЈСКОГ ОБРАЗОВАЊА**

Наслов оригинала:  
Физика за II година гимназиско образование

Автори:  
Ламбе Барандовски, Марија Велевска  
Главни уредник: Весна Дукоска

Стручни сарадник: доц. др Јана Богданоска  
Лектура и језичка редакција: Гордана Ацеска  
Графичка обрада,  
корица и компјутерска припрема: Сузана Томовска  
Превод са македонског на српски језик: Славица Тодорова  
Илустрације: Freepik, Shutterstock  
ISBN: 978-608-228-591-7

Штампа:  
ЕВРОПА 92 ДООЕЛ  
ул. Крижевска бр. 52, 2300 Кочани  
Тираж: 22

Место и година издавања: Скопје, 2026

CIP - Каталогизација во публикација  
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје  
53(075.3)=163.41

БАРАНДОВСКИ, Ламбе  
Физика за II разред гимназијског образовања / Ламбе Барандовски,  
Марија Велевска ; [превод са македонског на српски језик Славица  
Тодорова]. - Скопје : Просветно дело, 2026. - 296 стр. : илустр. ; 27 см  
Превод на делото: Физика за II година гимназиско образование

ISBN 978-608-228-591-7  
1. Велевска, Марија [автор]  
COBISS.MK-ID 69368069







Prosvetno-dobro



9 786082 285917

123270