

Ламбе Барандовски • Марија Велевска

ФИЗИКА

за II
гимназиско образование ГОДИНА



Ламбе Барановски
Марија Велевска



Скопје, 2026

Автори:

проф. д-р Ламбе Барановски – Институт за физика, Природно-математички факултет – Скопје,
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ – Скопје

Марија Велевска – СУГС Гимназија „Орце Николов“ – Скопје

Рецензенти:

проф. д-р Атанас Танушевски – Природно-математички факултет – Скопје,
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ – Скопје

проф. д-р Катерина Дрогрешка – УКИМ – Сеизмолошка опсерваторија – Природно-математички
факултет – Скопје, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ – Скопје

Елизабета Поповска – СУГС Гимназија „Орце Николов“ – Скопје

Со одлука на Националната комисија за учебници во Република Северна Македонија,
донесена на ден 27.04.2026 година, заведена под бр. 26-559/1 на ден 04.05.2026 година од
Министерство за образование и наука на Република Северна Македонија, Педагошка служба,
се одобрува употребата на учебникот по наставниот предмет Физика за II (втора) година
во средно гимназиско образоваие.

Драги ученици,

Во втора година, по предметот физика, ќе ги продлабочите знаењата за појавите и за законите што ја опишуваат природата, но ќе се запознаете и со основните идеи од современата физика. Во овој учебник ќе се разгледуваат теми во кои класичниот опис се надополнува со нови поими и модели, особено во областа на атомската и нуклеарната физика, а ќе се запознаете и со нивната примена во многу области на науката, техниката, медицината и на заштитата на животната средина.

Учебникот е структуриран така што секоја лекција логично се надоврзува на претходната. Поимите се воведуваат постепено, со формални дефиниции, објаснувања и примери кои ја истакнуваат физичката смисла на величините и на законите. Решените примери покажуваат стандарден пристап при пресметување и анализа и се наменети да го побудат критичкото размислување и имажинацијата при решавање на секојдневните проблеми. Прашањата и задачите на крајот од лекциите се наменети за самостојно вежбање и за проверка на знаењето. Во дел од лекциите има рубрики и за тие што сакаат да научат повеќе од тоа што е предвидено за изучување согласно со наставната програма.

Во овој учебник посебно внимание е посветено на поврзувањето на теоријата со практиката. Во текстот се вклучени предлози за демонстрации и активности со кои може да се потврдат или да се илустрираат разгледаните појави, како и примери за примена на физиката во технологијата, медицината, енергетиката и во секојдневниот живот. Дополнително, кратките биографии на некои научници/научнички имаат цел да го прикажат историскиот развој на поединечни идеи и начинот на кој се утврдуваат научните откритија со експеримент и со проверка.

Целта на изучувањето на физиката во втора година не е само усвојување на формули, туку и развивање на способноста за логичко расудување и размислување во рамките на одреден модел, како и критичка анализа на резултатите.

Ви посакуваме успешно и инспиративно патување низ светот на физиката.

Авторите

ЛЕГЕНДА



РЕШЕН ПРИМЕР



АКТИВНОСТИ



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ



НАУЧИ ПОВЕЌЕ



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ



ПОЗНАТ/А НАУЧНИК/НАУЧНИЧКА

СОДРЖИНА

ТЕМА 1. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗАМ	7
1.1. Електризирање на телата	8
1.2. Кулонов закон	13
1.3. Електрично поле.....	18
1.4. Електричен потенцијал и напон	25
1.5. Електричен капацитет. Кондензатори	31
1.6. Електрична струја.....	37
1.7. Електричен отпор. Отпорници.....	42
1.8. Омов закон за дел и за цело струјно коло	48
1.9. Кирхофови правила	53
1.10. Сврзување на отпорници.....	58
1.11. Сврзување на кондензатори	62
1.12. Работа, енергија и моќност на електрична струја. Цул–Ленцов закон	66
1.13. Електрична струја низ течности и гасови	70
1.14. Магнетно поле	75
1.15. Магнетни сили.....	81
1.16. Магнетни својства на материјалите	89
 ТЕМА 2. МЕХАНИЧКИ ОСЦИЛЦИИ И БРАНОВИ.....	 97
2.1. Механички осцилации и хармониски осцилатор	98
2.2. Примери за хармониски осцилатори: еластичен осцилатор и математичко нишало	104
2.3. Енергија на осцилаторното движење.....	109
2.4. Механички бранови.....	114
2.5. Одбивање и прекршување на бранови	122
2.6. Звук и карактеристики на звук.....	129
2.7. Сложување на бранови. Стојни бранови	137
2.8. Доплеров ефект.....	143

ТЕМА 3. ГЕОМЕТРИСКА ОПТИКА 153

3.1. Теории за природата на светлината. Брзина на светлината	154
3.2. Одбивање на светлината. Рамно огледало	158
3.3. Сферни огледала	162
3.4. Прекршување на светлината.....	170
3.5. Оптички леќи.....	176
3.6. Дисперзија на светлината	185

ТЕМА 4. АТОМСКА И НУКЛЕАРНА ФИЗИКА 191

4.1. Зрачење на апсолутно црно тело.....	192
4.2. Фотоелектричен ефект.....	204
4.3. Модели на атом.....	214
4.4. Емисиони и апсорпциони спектри на атомите.....	224
4.5. Рендгенски зраци и нивна примена	231
4.6. Атомско јадро и јадрени сили	239
4.7. Природна радиоактивност.....	244
4.8. Закон за радиоактивно распаѓање	255
4.9. Радиоактивни низи.....	263
4.10. Енергија на сврзување на јадро	266
4.11. Нуклеарни реакции	271
4.12. Фисија, фузија и нуклеарни реактори.....	277
4.13. Дозиметрија и дозиметриски величини.....	284

ТЕМА 1:

Електромагнетизам

Електричните и магнетните појави се дел од секојдневието, иако честопати не ги забележуваме директно. Тие се основа за работата речиси на сите современи технички уреди од осветлувањето и електричните апарати во домаќинството, до компјутерите, телекомуникациите и медицинската опрема. Разбирањето на овие појави е клучно за сфаќање на современиот свет.

Гранката на физиката што ги проучува електричните и магнетните појави и нивната меѓусебна поврзаност се нарекува електромагнетизам. Во оваа тема ќе се запознаеш со електричниот полнеж, електричното и магнетното поле, електричната струја и нивните основни својства, како и со физичките закони што ги опишуваат нивните заемнодејства.

Посебно внимание ќе биде посветено на електричната струја и нејзините ефекти, како и на поврзаноста меѓу електричните и магнетните појави. Проучувањето на електромагнетизмот овозможува подобро разбирање на природните појави и на техничките системи што нè опкружуваат и претставува основа за понатамошно изучување на современата физика.

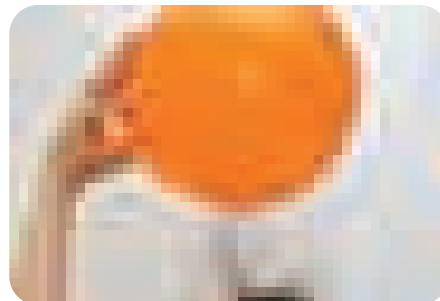
Резултати од учењето

Ученикот/ученичката ќе биде способен/-на да:

1. ги објаснува појавите на електризирање и заемнодејството на наелектризираните тела преку електрично поле;
2. сврзува елементи во сложени струјни кола, да определува карактеристики на електрична струја во сложени струјни кола и да ги објаснува начините на кои нивните вредности може да се менуваат;
3. го објаснува течењето на електричната струја низ металите, течностите и гасовите и ефектите кои ги предизвикува;
4. ја опишува врската меѓу електричните и магнетните појави во природата и нивната примена во секојдневието;
5. прави разлика меѓу работа и моќност на електрична струја и да ја пресметува потрошената електрична енергија во домаќинството;
6. применува закони и релации за решавање задачи од електричество и магнетизам.

1.1. Електризирање на телата

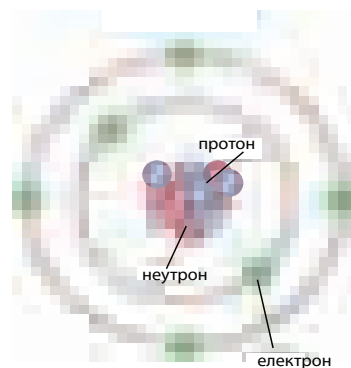
Познато е дека при чешлање на косата со пластичен чешел тој почнува да ги привлекува влакната од косата. Слично на тоа, ако се протрие надуван балон од косата, тој исто така ја привлекува косата (слика 1). Според Третиот Њутнов закон, балонот ја привлекува косата, но истовремено и косата го привлекува балонот. Оваа појава е последица на електризирање на телата.



Слика 1. Заемнодејство меѓу балон и коса.

Градба на атомот

Објаснувањето за електризирањето се крие во градбата на атомот. Секој атом се состои од јадро и од електронска обвивка (слика 2). Јадрото се наоѓа во централниот дел на атомот и се состои од протони и од неутрони¹. Протоните се позитивно наелектризирани честички, а неутроните се неутрални (ненаелектризирани честички). Електронската обвивка претставува просторот околу јадрото во којшто се движат електроните. Електроните се негативно наелектризирани и големината на нивниот полнеж е еднаков на електричниот полнеж на протонот. Во секој атом бројот на протони е еднаков на бројот на електрони, односно атомите се електронеутрални. Па, затоа и предметите се електронеутрални.



Слика 2. Атом на јаглерод ($^{12}_6\text{C}$) во јадрото има шест протони и шест неутрони, а во електронската обвивка шест електрони

Полнежот на електронот и на протонот е најмалото можно количество електричество во природата и го нарекуваме елементарен електричен полнеж. Неговата големина е $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Полнежот на секое наелектризирано тело се добива како целоброен множител од елементарниот електричен полнеж, односно

$$q = Ne.$$

Единицата за електричен полнеж се нарекува **кулон** и се означува со **1 C**. По договор, големините на негативните полнежи ги запишуваме како негативни именувани броеви (на пример, $q_1 = -2\text{C}$), а позитивните полнежи како позитивни именувани броеви (на пример, $q_2 = 3\text{C}$).

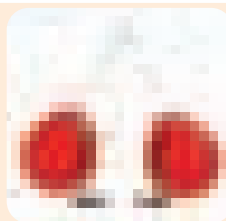
Заемнодејство меѓу полнежи

При триење на балонот со косата, електрони се пренесуваат од косата на балонот. На тој начин балонот добива **вишок електрони** и станува **негативно наелектризиран**, а косата има **недостиг од електрони** и таа е **позитивно наелектризирана**. Процесот при којшто неутралните тела стануваат наелектризирани го нарекуваме електризирање.



АКТИВНОСТ 1.

Земи два мали балони врзани за конци. Балоните протриј ги од косата. Потоа обеси ги балоните блиску еден до друг. Дали тие меѓу себе се привлекуваат или одбиваат? Анализирај ја слика 3 и изведи заклучок од активността.



Слика 3. Два балона протриени од коса меѓусебно се одбиваат.

¹ Освен јадрото на водородот, кое се состои од само еден протон.

Двата балона од Активност 1 се изработени од ист материјал, кој при триење со коса прима електрони. Поради тоа, при електризирањето, и двата балона имаат вишок електрони и стануваат **истоимено наелектризирани**, односно **негативно наелектризирани**. Истото важи и за влакната од косата, само што тие не се негативно наелектризирани, туку позитивно (дел од електроните од косата преминале на балонот, па косата има недостиг на електрони). На слика 1 се гледа како влакната од косата се **одбиваат меѓусебно**, како што се одбиваат и балоните на слика 3. Дополнително, од слика 1 се забележува дека косата и балонот се привлекуваат. Од овие примери може да заклучиме дека **истоимено наелектризираните тела се одбиваат, а разноимено наелектризираните тела се привлекуваат**.

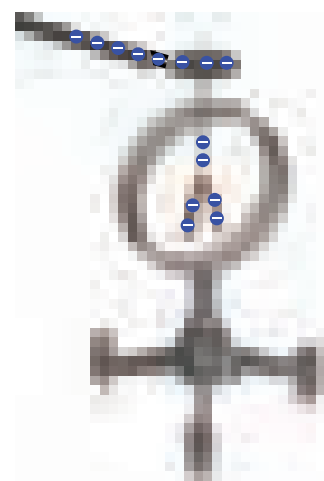
Електризирање со триење

Кога две тела се тријат едно со друго, дел од електроните се пренесуваат од едното тело на другото. Телото што оддава електрони станува позитивно наелектризирано, а телото што прима електрони станува негативно наелектризирано. Гумата од којашто е направен балонот не оддава лесно електрони. Но, од друга страна, при механички контакт, кератинот (vlakнест протеин во составот на косата) лесно оддава електрони, бидејќи тие се послабо врзани во атомите. Стаклената прачка протриена со волнена крпа се електризира позитивно, но доколку пластична прачка ја протриеме со волнена крпа, таа се електризира негативно. Овој начин на електризирање на телата се нарекува **електризирање со триење**.

Дали едно тело е наелектризирано или не, може да се одреди со помош на електроскоп (слика 4). Тој се состои од две метални електрода. Едната е надворешната метална кутија затворена со прозорци од стакло којашто се нарекува куќиште, а другата е внатрешната електрода која во долниот дел завршува со две тенки метални ливчиња. Куќиштето е поставено на изолиран статив. Внатрешната електрода е изолирана од куќиштето на електроскопот и во горниот дел завршува со глава на електроскопот - метална плоча или метална сфера.



Слика 4.
Електроскоп



Слика 5. Електроскоп наелектризиран со допир

Електризирање со допир



АКТИВНОСТ 2.

Допри негативно наелектризирана прачка (пластична прачка која била протриена со волнена крпа) до главата на ненаелектризиран електроскоп. Што се случува со ливчињата на електроскопот?

Сигурно забележа дека ливчињата на електроскопот се оддалечуваат едно од друго (слика 5). При допир, електрони од прачката се пренесуваат на главата од електроскопот. Бидејќи внатрешната електрода и ливчињата се изработени од спроводен материјал, електроните ќе се распоредат насекаде по внатрешната електрода и на ливчињата. Бидејќи ливчињата може да се придвижуваат, а се наелектризирани со истоимен полнеж, тие меѓусебно се одбиваат. Значи, при допир на негативно наелектризирана прачка со електроскоп тој се електризира со ист знак, односно во овој случај негативно.

Електризирање со допир претставува процес при кој едно неутрално тело станува наелектризирано затоа што доаѓа во директен контакт со друго тело што веќе е наелектризирано.

Објасни го процесот на електризирање на електрокопот при допир со позитивно наелектризирана прачка (стаклена прачка која била протриена со волнена крпа). Со каков полнеж ќе биде наелектризиран електрокопот?

Електризирање со влијание (инфлуенца)

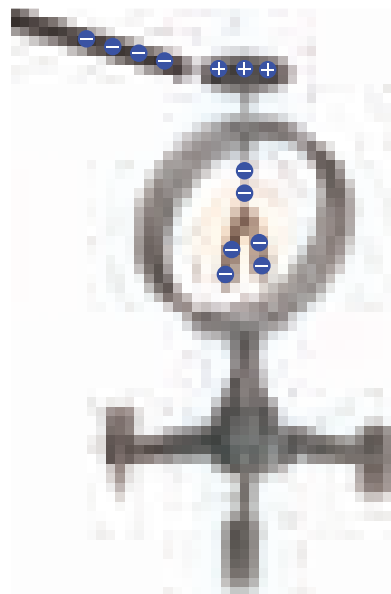


АКТИВНОСТ 3.

Доближи негативно наелектризирана прачка (пластична прачка протриена со волнена крпа) до ненаелектризиран електрокоп без да го допреш. Што забележуваш?

Набљудуваната појава може да се објасни со прераспределба на електричните полнежи во електрокопот под влијание на наелектризираната прачка. Бидејќи главата на електрокопот е од спроводен материјал, електроните можат слободно да се движат. Бидејќи електроните од прачката и слободните електрони од главата на електрокопот се одбиваат, тие ќе се придвижат најдалеку што може од прачката, а тоа се ливчињата на електрокопот. Значи, во делот од електрокопот што е подалеку од прачката ќе се насоберат електрони, па ќе има вишок негативен полнеж. На главата на електрокопот, што е поблиску до прачката, ќе недостигаат електрони, односно таа ќе биде позитивно наелектризирана (слика 6). На овој начин, без допир, настанува **прераспределба на полнежите**.

Ако ја тргнеме прачката, ќе видиме дека ливчињата на електрокопот се враќаат во претходната положба како што беа претходно што укажува дека ваквото електризирање не е трајно. Ако додека прачката е во близина на главата на електрокопот, главата ја допреме со прст, слободните електрони преку прстот ќе поминат во Земјата настојувајќи што повеќе да се оддалечат од пластичната прачка. Ако прво го тргнеме прстот, а потоа ја тргнеме прачката, електрокопот ќе остане позитивно наелектризиран. Ваквиот начин на распределба на полнежи го викаме **електризирање под влијание** или **електризирање со инфлуенца**.



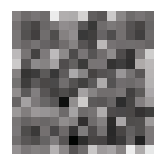
Слика 6. Електризирање под влијание (инфлуенца)



АКТИВНОСТ 4.

Отвори ја симулацијата „Electroscope - JavaLab“ на следниот линк: https://javalab.org/en/electroscope_en/

Доближи ја наелектризираната прачка до електрокопот. Додека прачката е во близина на електрокопот, допри го електрокопот со раката. Што се случува? Повтори ја постапката со позитивно наелектризирана прачка.



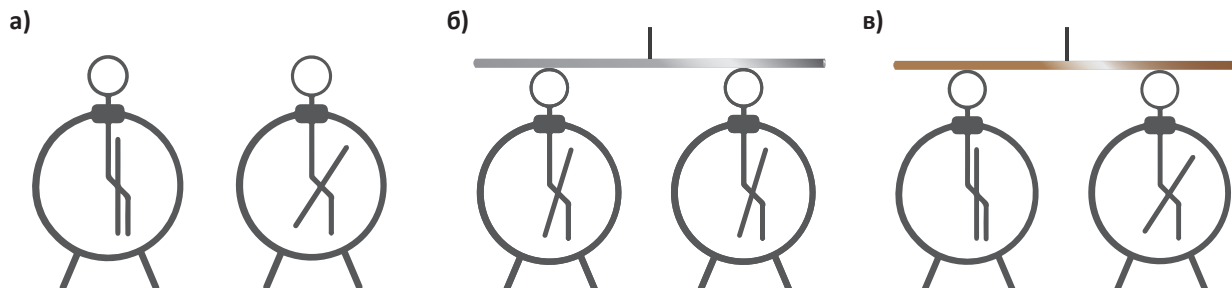
Спроводници и изолатори



АКТИВНОСТ 5.

На два електрокопа се поставени еднакви метални топки. Едниот го електризираме со допир (со допирање со стаклена прачка претходно протриена со волнена крпа), а другиот останува електронеу-

трален (слика 7а). Потоа двата електроскопа ги поврзуваме со метална прачка што има дрвена рачка. Ќе забележиме дека веднаш по спојувањето ќе се наелектризира и електронеутралниот електроскоп (слика 7б). Ако го повториме истиот експеримент, но наместо метална да употребиме дрвена прачка, ќе видиме дека стрелката на електронеутралниот електроскоп нема да се помести (слика 7в).



Слика 7. а) Ненаелектризиран и наелектризиран електроскоп пред поврзување со метална прачка
б) електроскопите се поврзани со спроводник, в) електроскопите се поврзани со изолатор

Металната прачка овозможува преминување на електроните од едно тело на друго и затоа се нарекува **спроводник**. Спроводници се супстанции низ кои наелектризираните честички можат слободно да се движат. Во оваа група спаѓаат сите метали, кај кои носители на полнеж се слободните електрони, како и растворите на солите, базите и на киселините, односно на електролитите, каде што носители се позитивните и негативните јони². Спроводници може да бидат и гасовите, но само при одредени услови, кога е можна јонизација³ на гасот и создавање на електрони и на позитивни јони.

За разлика од металната прачка дрвената прачка не дозволува преминување на електроните од едниот на другиот електроскоп. Материјалите кај кои слободното движење на наелектризираните честички е невозможно или многу ограничено се нарекуваат **изолатори** или **диелектрици**. Примери за изолатори се дрво, пластика, стакло, воздух, дестилирана вода и други.

Треба да се напоми дека оваа поделба не е строга. Во одредени услови изолаторите може да станат преносители на полнеж. На пример, ако стаклена прачка се загрее на многу висока температура, во неа се создаваат слободни електрони кои може да се движат насочено.

Распределба на полнежите кај металите

Како се распределува полнежот кај метален спроводник?



АКТИВНОСТ 6.

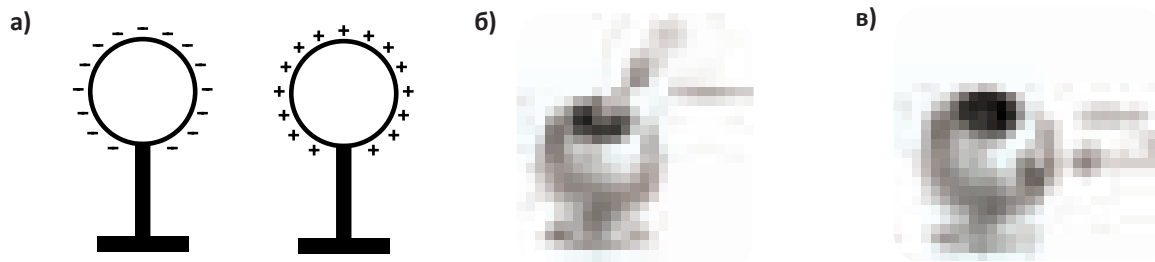
Наелектризирај метална сфера поставена на изолатор, со доволно голем отвор за да може во неа да се внесе пробалка, поставена на изолатор. Пробалката претставува мало метално топче закачено на прачка од изолатор. Со пробалката најпрво допри ја внатрешноста на шупливиот метален спроводник, а потоа допри ја главата на електроскопот. Потоа повтори ја постапката така што со пробалката ќе ја допреш надворешната површина на истата сфера, па повторно ќе го допреш електроскопот.

Кога пробалката прво ја допира внатрешноста на шупливиот метален спроводник, а потоа електроскопот, ливчињата на електроскопот не се отклонуваат, што покажува дека во внатрешноста на спроводникот нема електричен полнеж. Кога, пак, пробалката ја допира надворешната површина на

² Јони се атоми или молекули кои, поради губење или примање електрони, станале носители на електричен полнеж.

³ Процесот на одвојување на електроните од неутрални атоми или од молекули се нарекува јонизација.

сферата и потоа електроскопот, ливчињата се отклонуваат, што значи дека електричниот полнеж кај металните спроводници се распоредува само по надворешната површина.



Слика 8. а) Наелектризираны сфери. Сферите се метални, па полнежот е распределен само по надворешната површина на сферите б) Со пробалка испитуваме внатре во сферата и в) на надворешната површина на сферата



АКТИВНОСТ 7.

Сега да испитаеме каков е распоредот на полнежите по металниот спроводник. Да наелектризираме метално тело што е зашилено на едната страна. Со пробалка, прво ја допираме рамната или помалку заоблена страна на телото, а потоа главата на електроскопот. Потоа ги разелектризираме електроскопот и пробалката. Повтори ја демонстрацијата (телото повторно се електризира исто како и во првиот чекор), но сега со истата пробалка да го допреме зашилениот врв на спроводникот, а потоа главата на електроскопот. Што забележувате?

Резултатите од изведената активност можат да се објаснат со начинот на кој електричниот полнеж се распределува по површината на металниот спроводник. Ливчињата на електроскопот малку ќе се отклонат кога со пробалката ја допираме рамната или помалку заоблена страна на телото. Кога со истата пробалка го допреме зашилениот врв на спроводникот, отклонувањето на ливчињата на електроскопот е поголемо. Може да дојдеме до заклучок дека полнежите најгусто се распоредени по надворешната површина на зашилениите (најзаоблени) делови на спроводниците (слика 9).

Закон за запазување на електричниот полнеж

Кога триеме балон од коса, електроните од косата преминуваат на балонот. Притоа, балонот станува негативно наелектризиран, а косата станува позитивно наелектризирана, но вкупниот полнеж во системот балон-коса не се менува. При кое било преминување на полнежите од едно тело на друго или при прераспределба на полнежите во едно тело, вкупниот полнеж во системот од тела се запазува, односно е константен. Ова тврдење е едно од основните закони во природата, **Закон за запазување на електричниот полнеж**.

Според овој закон, во изолиран систем вкупниот електричен полнеж останува константен, односно полнежот не може да се создаде, ниту да се уништи, туку може само да се пренесува од едно тело на друго, но така што вкупниот алгебарски збир на полнежите секогаш е постојан. Овој закон може да се запише во математичка форма со формулата::

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const.}$$

каде што q е вкупното количество електричество во системот, а $q_1, q_2, \dots, q_n$ е количество електричество на телата во изолираниот систем.

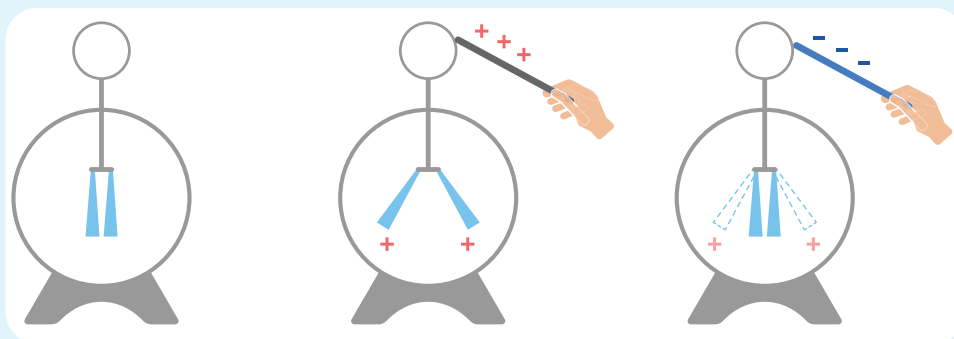


Слика 9. Распределба на полнеж кај зашилен спроводник

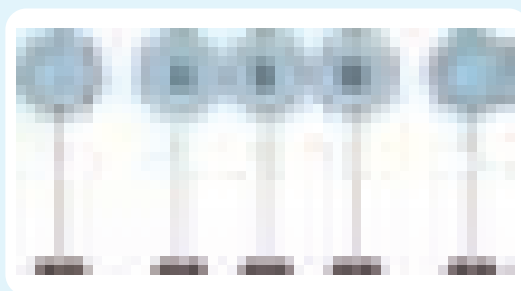


ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Наведи ги разликите меѓу гравитационата и електростатските сили. Дали во ист простор може истовремено да дејствуваат гравитационата и електростатската сила?
2. Кои се начините за електризирање на телата?
3. Врз основа на кое својство на наелектризираните тела работи електрокопот?
4. Дали може со триење да се наелектризира метална топка што ја држиш во твојата рака? Образложи го одговорот.
5. Објасни на кој начин се електризираат облаците.
6. Објасни ја постапката што е прикажана на сликата подолу.



7. На сликата десно се прикажани идентични метални сфери, прицврстени на изолаторски држачи. Сферите А, Б и В не се наелектризиани и се допираат меѓусебно. Од двете страни на сферите симетрично се доближуваат две наелектризиани сфери (идентични со сферите А, Б и В) кои се наелектризиани со еднакво по големина, но спротивно по знак количество електричество. Дали сферите А, Б и В ќе се наелектризираат или ќе останат електронеутрални? Ако сметаш дека сферите ќе се наелектризираат, објасни како ќе се наелектризира секоја од сферите.



1.2. Кулонов закон

Силата на гравитација нè држи на Земјата, но што ги држи електроните и јадрото заедно во атомот? Тоа е електростатската сила меѓу полнежите, сила што е многу пати поголема од гравитационата сила меѓу протоните и електроните и што ја обезбедува стабилноста на атомите.

Многу години големината на силата со којашто заемнодејствуваат наелектризираните тела (или полнежи) била толкувана само квалитативно. Првите систематски истражувања поткрепени со мерења биле направени од францускиот физичар Шарл Кулон, со што тој го открил основниот закон на електростатиката, односно Законот за заемнодејство меѓу точкести полнежи, кој денес во негова чест е наречен Кулонов закон. Кулон, за да ја измери електростатската сила меѓу две мали наелектризиани топчиња, ја користел торзионата вага или терезија, прикажана на слика 1. Две топчиња биле прицврстени на краевите од лесна хоризонтална прачка што висела на многу тенко еластично влакно (нишка) што можело да се усукува. Трето топче се приближувало или се оддалечувало од едно од двете топчиња прицврстени на хоризонталната прачка. Кога топчињата биле наелектризиани со ис-

тоимен полнеж, тие се одбивале, прачката се завртувала во една насока; ако топчињата биле разноимено наелектризирани, тие се привлекувале и прачката се завртувала во спротивна насока. Кулон го мерел аголот на завртување на хоризонталната прачка преку кој можел да ја пресмета силата што го предизвикала вртењето. При истражувањето, Кулон одредувал како големината на електростатската сила зависи од количеството електричество донесено на топчињата и од растојанието меѓу нив.

Резултатите покажале дека електростатската сила е право пропорционална со производот од количеството електричество на полнежите ($F \sim q_1 \cdot q_2$), а обратно пропорционална со квадратот на растојанието помеѓу полнежите ($F \sim \frac{1}{r^2}$). Овие резултати се обединети во формула денес позната како

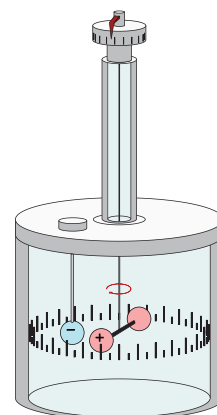
Кулонов закон за електростатско заемнодејство на два точкести полнежа:

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

Константата на пропорционалност k е бројно еднаква на силата со која во вакуум (може да се смета и во воздух) си заемнодејствуваат два електрични полнежи од 1 C поставени на растојание од 1 m. Нејзината вредност изнесува $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2$. Често пати Кулоновиот закон се се запишува како:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

каде што ϵ_0 е наречена диелектрична константа на вакуумот. Нејзината вредност изнесува $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$. Согласно формулите дадени погоре, Кулоновиот закон гласи: големината на силата со која заемнодејствуваат два точкести полнежи е право пропорционална на производот од големината на полнежите, а обратно пропорционална на квадратот на растојанието помеѓу нив.



Слика 1. Торзионата терезија со која Кулон ги истражувал електростатските заемнодејства помеѓу точкести полнежи



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Јадрото на хелиум (α -честичка) има полнеж $+2e$, каде што $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Две α -честички се наоѓаат во вакуум на меѓусебно растојание $2,0 \cdot 10^{-14} \text{ m}$. Со колкава Кулонова сила си заемнодејствуваат двете α -честички?

Дадено:

$$q_1 = q_2 = q$$

$$q = +2e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$r = 2,0 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

Се бара:

$$F - ?$$

Решение:

Кулоновата сила што се јавува помеѓу двете јадра на хелиум по големина може да се пресмета со формулата:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

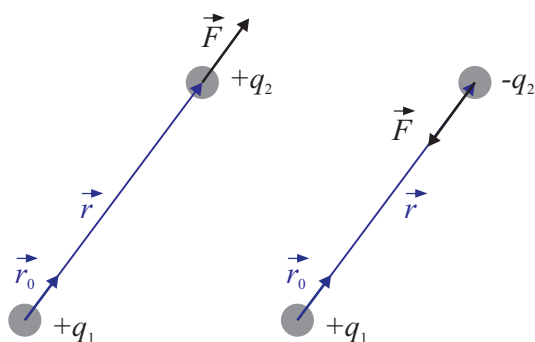
Бидејќи количеството електричество на двете јадра е исто, формулата може да ја запишеме во обликот:

$$F = k \frac{q^2}{r^2}$$

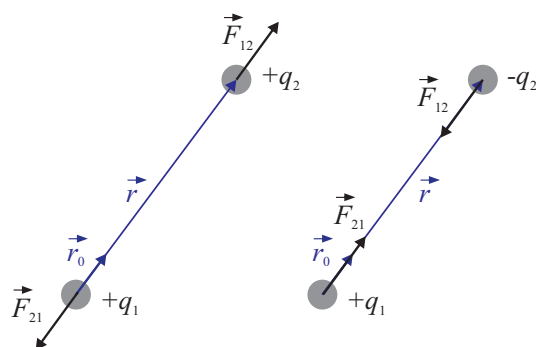
Ако ги замениме бројни вредности за Кулоновата сила се добива:

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(2,0 \cdot 10^{-14} \text{ m})^2} = 2,3 \text{ N}.$$

Кулоновата сила е векторска величина, што значи дека има големина, правец и насока. Правецот на Кулоновата сила што дејствува на полнежот q_2 се совпаѓа со правецот на правата што ги поврзува полнежите q_1 и q_2 (односно со радиус-векторот кој ја определува положбата на q_2 во однос на q_1). Насоката на силата зависи од видот на полнежите: ако полнежите се истоимени, силата е одбивна, а ако се разноимени, силата е привлечна (слика 2).



Слика 2. Правец и насока на Кулоновата сила која дејствува на полнежот q_2 во зависност од видот на полнежот со кој е наелектризиран



Слика 3. Истоимените полнежи се одбиваат, додека разноимените полнежи се привлекуваат

Според Третиот Њутнов закон, иста по големина сила дејствува и на полнежот q_2 . Силите кои дејствуваат на различните полнежи секогаш имаат ист правец но спротивни насоки како што е прикажано на слика 3.

Кулоновиот закон во векторска форма се запишува на следниов начин:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{r}_0$$

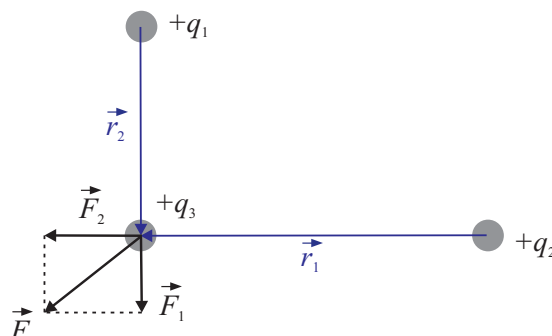
каде што е $\vec{r}_0$ е единечен вектор (вектор со должина единица), кој има ист правец и насока со радиус векторот $\vec{r}$.

Во случаи каде што два или повеќе полнежи дејствуваат на некој друг полнеж, тогаш го користиме принципот на суперпозиција (сложување) на сили. Според него, вкупната Кулонова сила што дејствува на еден полнеж е векторски збир на Кулоновите сили со кои секој од преостанатите полнежи дејствуваат на разгледуваниот полнеж, односно:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

На слика 4 е прикажано дејството на полнежите q_1 и q_2 на полнежот q_3 . Резултантната сила е векторски збир од двете сили што дејствуваат на полнежот q_3 .

Слика 4. Полнежите q_1 и q_2 дејствуваат на полнежот q_3 . Резултантаната сила е векторски збир на $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Два точкести полнежа со количество електричество од $6 \mu\text{C}$ и од $24 \mu\text{C}$ се прицврстени на меѓусебно растојание од 10 cm . Во која точка меѓу нив треба да се постави трет полнеж q_3 , за резултантната сила што ќе му дејствува да биде нула? Дали точката во којашто треба да се постави полнежот q_3 зависи од големината и од знакот на полнежот q_3 ?

Дадено:

$$q_1 = 6 \mu\text{C} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad q_2 = 24 \mu\text{C} = 24 \cdot 10^{-6} \text{ C}, \quad r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}, \quad F_R = 0$$

Се бара:

$x - ?$

Решение:

За да ја одредиме насоката на силите со коишто полнежите q_1 и q_2 дејствуваат на полнежот q_3 , прво ќе претпоставиме дека полнежот q_3 е позитивен. Во тој случај, Кулоновите сили меѓу q_1 и q_3 , како и меѓу q_2 и q_3 се одбивни, па затоа нивните насоки се спротивно ориентирани. За понатамошно решавање на задачата, ќе се послужиме со пртежот.

Од условот на задачата, резултантната сила што дејствува на третиот полнеж треба да е нула, а тоа значи дека:

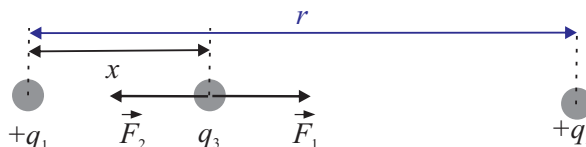
$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$$

$$k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(r-x)^2}.$$

Средувајќи го последниот израз за непознатото растојание добиваме:

$$\frac{(r-x)^2}{x^2} = \frac{q_2}{q_1} \Rightarrow \frac{r-x}{x} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \Rightarrow x = r \cdot \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} = 3,3 \text{ cm}.$$

Од последнава равенка може да се забележи дека точката каде што треба да се постави q_3 не зависи од големината и од знакот на неговиот полнеж. Ако проблемот го решаваме со негативен знак за полнежот q_3 , повторно ќе го добиеме истиот резултат.

**АКТИВНОСТ 1.****Зависност на Кулоновата сила од големината на полнежите и од растојанието меѓу нив****I дел. Зависност на Кулоновата сила од растојанието помеѓу полнежите****Чекори:**

1. Стартувај ја симулацијата [Coulomb's Law - Електростатика | Електрични сили | Force Pairs - PhET Interactive Simulations](https://phet.colorado.edu/mk/simulations/coulombs-law) (<https://phet.colorado.edu/mk/simulations/coulombs-law>)



Забелешка: Одбери ја опцијата макроскала (Macro Scale) на којашто должината на линијарот е изразена во сантиметри. Со помош на линијарот, ќе го измериш растојанието меѓу центрите на полнежите 1 и 2. Измерените вредности претвори ги во основните единици (растојание во метри и количество електричество во кулони).

2. По твој избор, задади вредности за полнежот на двете тела. Откако ќе го направиш тоа, полнежите на телата не треба да се менуваат во текот на следните мерења.

3. Поместувај ги полнежите на 8 различни растојанија и пополни ја табелата:

N	r (cm)	r (m)	F (N)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

4. Нацртај график на којшто ќе прикажеш како зависи Кулоновата сила од растојанието меѓу полнежите.

II дел. Зависност на Кулоновата сила од полнежот на првото тело

1. По твој избор, задади вредности за полнежот на второто тело и за растојанието меѓу двете тела. Откако ќе го направиш тоа, зададените вредности не треба да се менуваат во следните пет мерења.

2. Менувај го полнежот на првото тело пет пати и пополни ја табелата:

3. Нацртај график на којшто ќе прикажеш како зависи Кулоновата сила од големината на првиот полнеж.

N	q_1 (C)	F (N)
1		
2		
3		
4		
5		

III дел. Зависност на Кулоновата сила од полнежот на второто тело

1. По твој избор, задади вредност за полнежот на првото тело, а растојанието меѓу двете тела да биде исто како во II дел. Откако ќе го направиш тоа, зададените вредности не треба да се менуваат во следните мерења.

2. Менувај го полнежот на второто тело пет пати и пополни ја табелата.

3. Нацртај график на којшто ќе прикажеш како зависи Кулоновата сила од големината на вториот полнеж.

На крај, напиши ја зависноста на Кулоновата сила од големината на двата полнежа и растојанието меѓу нив.

N	q_2 (C)	F (N)
1		
2		
3		
4		
5		



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Кога два електрични полнежа се наоѓаат во вакуум, меѓу нив дејствува Кулонова сила што е зададена со равенката погоре во текстот. Но ако полнежите се внесат во материјална средина (на пр. воздух, масло, вода, пластика), Кулоновата сила се намалува. Ова намалување се опишува со релативната диелектрична константа ϵ_r , којашто покажува колку пати средината ја ослабува Кулоновата сила што дејствува меѓу два точкести полнежа во споредба со тоа кога полнежите заемнодејствуваат во вакуум. Тогаш, Кулоновиот закон во хомогена изотропна средина се запишува:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

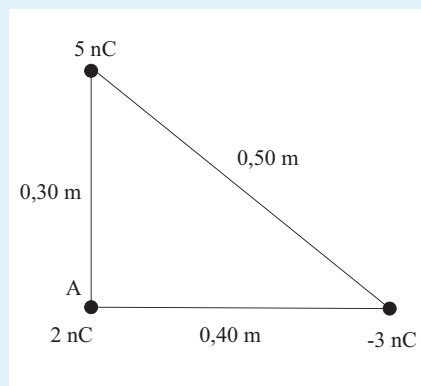
при што важи дека $F_{\text{средина}} = \frac{F_{\text{вакуум}}}{\epsilon_r}$. Релативната диелектрична константа за вакуум е 1, а за други средини е поголема од 1. Вредностите на ϵ_r се: за воздух 1,0006, за алкохол 25, а за вода $\epsilon_r = 80$. Бидејќи релативната диелектрична константа за воздух е приближно еднаква на таа за вакуум, може да сметаме дека Кулоновата сила во воздух е еднаква по големина со Кулоновата сила во вакуум.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Два позитивно наелектризирани точкести полнежа се одбиваат со сила од 0,8 N. Колкава ќе биде силата ако количеството електричество на секој од полнежите се зголеми за два пати? (Решение: 3.2 N)
2. Два еднакви по големина и негативно наелектризирани точкести полнежа се наоѓаат на растојание од 48 cm во вакуум и заемнодејствуваат со сила од 10^{-3} N. По колку елементарни полнежи содржи секој од полнежите? (Решение: $1 \cdot 10^{12}$)

3. Два полнежа со големина на полнеж од 10^{-6} C и $-2 \cdot 10^{-6}$ C се наоѓаат во вакуум на меѓусебно растојание од 0,2 m. На средината меѓу нив е поставен точкест полнеж од $5 \cdot 10^{-8}$ C. Одреди ја резултантната сила што дејствува врз полнежот. (Решение: $F = 0,135$ N)
4. Две еднакви топчиња со полнеж од 10 nC и -4 nC ги допираме и ги враќаме на истото растојание на кое што биле пред допирот. Колку пати ќе се промени Кулоновата сила што се појавува меѓу топчињата пред и по допирот на топчињата? (Решение: $\frac{F_2}{F_1} = 0,225$)
5. Во темињата на еден правоаголен триаголник поставени се три различни точкести полнежи. Пресметај ја Кулоновата сила што дејствува на полнежот во темето A. (Решение: $1,06 \cdot 10^{-6}$ N)



1.3. Електрично поле

Како можеме да одредиме дали во дадена точка од просторот врз некој електричен полнеж ќе дејствува привлечна или одбивна сила? Односно, како настанува заемнодејството меѓу електричните полнежи поставени на некое меѓусебно растојание? За да одговориме на овие прашања, може да ја искористиме аналогијата со гравитационото поле на Земјата. Индиректен доказ за постоењето на гравитационото поле е слободното паѓање на телата: секое тело што се наоѓа во просторот каде што постои гравитационото поле на Земјата се движи кон неа под дејство на гравитациона сила. Следејќи ја оваа аналогија, можеме да заклучиме дека и околу електричниот полнеж се создава поле, преку кое тој привлекува или одбива други електрични полнежи. Постоењето на електричното поле не можеме директно да го регистрираме со нашите сетилата¹, туку за него дознаваме индиректно преку дејството што полето го врши врз друг електричен полнеж. Како што масата на телото е причина за појава на гравитационо поле, така електричниот полнеж е причина за појава на електрично поле. Затоа велиме дека околу секое наелектризирано тело постои електрично поле преку кое електричните полнежи заемнодејствуваат.

Во просторот околу наелектризирано тело во кој дејствуваат електрични сили на други наелектризираны тела велиме дека постои **електрично поле**. Благодарение на електричното поле, телата можат да заемнодејствуваат и без да бидат во директен контакт, односно електричното заемнодејство е бесконтактно заемнодејство.

Јачина на електрично поле

За поедноставно испитување на електричното поле во дадена точка од просторот има потреба да го дефинираме поимот пробен полнеж (q_p). Тоа е точкест полнеж чиј знак, по договор, е земен да биде позитивен, а количеството електричество што го има е многу мало. Тоа треба да биде доволно мало за да со своето поле не го менува електричното поле што го испитуваме. Ако врз пробниот полнеж дејствува електрична сила, тогаш во таа точка постои електрично поле, а ако не дејствува сила, полето е нула. Големината на силата што му дејствува на пробниот полнеж ни покажува колкава е јачината на полето. Колку е поголема силата, толку е поголема јачината на електричното поле.

Физичката величина што бројно е еднаква на силата со којашто полето дејствува на единичен пробен полнеж поставен во таа точка се нарекува јачина на електричното поле. Согласно со начинот на којшто ја дефинираме, јачината на електричното поле е дадена со формулата

$$E = \frac{F}{q_p}.$$

¹ Некои животни може да го регистрираат електричното поле. Такви се на пример: ајкулите, раите, електричната јагула и клунарот.

Од формулата дадена погоре следува дека основна единица мерка за јачина на електричното поле е **еден њутн на кулон (1 N/C)**.

Бидејќи силата е векторска величина, може да заклучиме дека и јачината на електричното поле е векторска величина. Равенката за јачината на електричното поле може да ја запишеме и во векторска форма на следниов начин:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_p}.$$

Од равенката може да забележиме дека правецот и насоката на електричното поле во дадена точка е еднаков со правецот и насоката на силата со којашто полето дејствува на пробен полнеж. Бидејќи полето го определуваме преку силата со којашто неподвижен полнеж дејствува на пробен полнеж, може да кажеме дека јачината на електричното поле е силова карактеристика на полето.

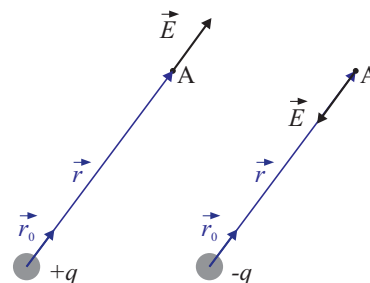
Во претходната лекција електричното заемнодејство меѓу точкести полнежи го опишавме преку силата со којашто тие заемнодејствуваат (Кулонова сила). За заемнодејството меѓу полнежот q кој ги создава полето и пробниот полнеж q_p со којшто го испитуваме полето, Законот на Кулон ќе биде

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_p}{r^2} \vec{r}_0,$$

каде што r е растојанието меѓу полнежите. Ако изразот за Кулонова сила го внесеме во претходната формула, за јачината на електричното поле, се добива:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}_0.$$

Од последнава равенка може да се забележи дека во дадена точка позитивен полнеж создава електрично поле што е во ист правец и насока со единичниот вектор $\vec{r}_0$, а негативен полнеж создава поле чиј правец е ист со правецот на $\vec{r}_0$, но има спротивна насока. На слика 1 се прикажани насоките на полињата што ги создава полнеж q во точка A во случај кога полнежот е позитивен и кога е негативен.



Слика 1. Електрично поле во точка A создадено од позитивен и негативен полнеж



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Точкест полнеж со количество електричество 8 nC создава електрично поле. Определи го растојанието до точка во којашто јачината на електричното поле е 12 N/C .

Дадено: $q = 8 \text{ nC} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ $E = 12 \text{ N/C}$	Решение: Од формулата за јачина на електрично поле на точкест полнеж, $E = k \frac{q}{r^2}$, за растојанието од полнежот до точката се добива $r = \sqrt{k \frac{q}{E}} = 2,4 \text{ m}$.
Се бара: $r - ?$	

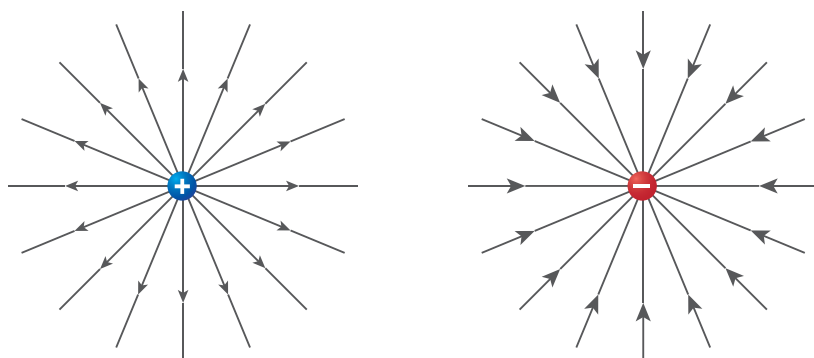
Електрични силиви линии

Електричното поле прегледно може да се прикаже со електрични силиви линии. Електричните силиви линии го покажуваат правецот и насоката на движење на позитивно наелектризирана честичка во полето. Густината на силивите линии е мерка за јачината на полето. Колку е поголем бројот на електричните силиви линии кои пресекуваат одредена површина во просторот, толку електричното поле има поголема јачина. Точкест полнеж формира **радијално поле**. Тоа е поле каде што во сите точки кои се наоѓаат на еднакво растојание од полнежот, јачината на полето има иста вредност и е насочено по радиусот на кружницата што поминува низ таа точка. Радијалното поле е нехомогено поле. Како се оддалечуваме од полнежот, неговата јачина се намалува. Во секоја точка од електричната силова линија,

која во општ случај може да биде и крива линија, како што ќе видиме кај полињата создадени од повеќе полнежи, векторот на јачината на електричното поле во дадена точка е во правец на тангента на електричната силова линија повлечена во таа точка, слика 2.

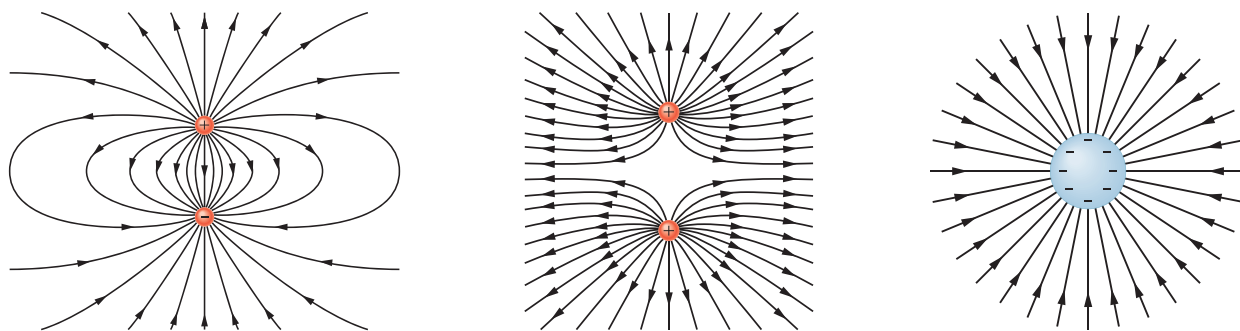
Идејата за воведување на поимот електрични силиви линии ја дал Мајкл Фарадеј. Тој интуитивно претпоставил дека заемнодејството меѓу полнежите мора да се остварува преку електрично поле. Треба да имаме предвид дека во реалноста не постојат електрични силиви линии. Тие се само погоден модел за опишување на електричното поле.

Согласно со анализата на векторската равенка погоре, за правецот и насоката на полето во точка од просторот, може да заклучиме дека насоката на електричните линии е таква што излегуваат од позитивен, а влегуваат во негативен полнеж, слика 3.



Слика 3. Електрични силиви линии на изолиран позитивен и негативен полнеж

Електричните силиви линии **никаде не се сечат**, затоа што во една точка не може да има два различни правци на полето.



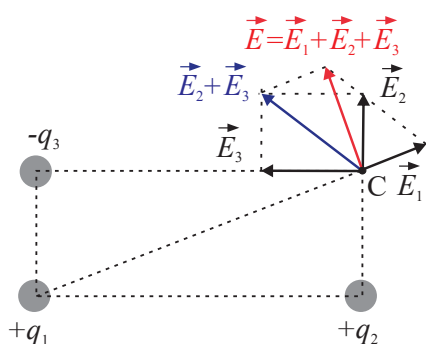
Слика 4. Електрични силиви линии создадени од два полнежа и од наелектризирана сфера. Електричните силиви линии не се сечат никаде во просторот

Електрично поле создадено од повеќе полнежи

Доколку електричното поле во некоја точка од просторот е создадено од два (или од повеќе) полнежи, тогаш векторот на јачината на електричното поле во дадена точка се определува како векторски збир од поединечните полиња што секој полнеж ги создава во таа точка:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n,$$

$\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ и $\vec{E}_n$ се јачините на полињата создадени од секој поединечен полнеж. На слика 5 даден е векторот на електричното поле создадено од три полнежи поставени на темињата на правоаголник.



Слика 5. Векторски збир на електрични полиња создадени од три полнежи.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Одреди ја јачината на електричното поле создадено во во точката С ако страните на правоаголникот прикажан на слика 5 се $a = 10 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, а големините на полнежите се $q_1 = 5 \text{ pC}$, $q_2 = 5 \text{ pC}$ и $q_3 = 10 \text{ pC}$.

Дадено:

$$q_1 = 5 \text{ pC} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ C}, \quad q_2 = 5 \text{ pC} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ C},$$

$$q_3 = 10 \text{ pC} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ C}, \quad a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m},$$

$$b = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

Се бара:

$$E - ?$$

Решение:

Електричните полиња се преставени на сликата подолу.

За да ја пресметаме големината во точката С поставуваме координатен систем прикажан на слика 3. Во тој случај од векторската равенка

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3,$$

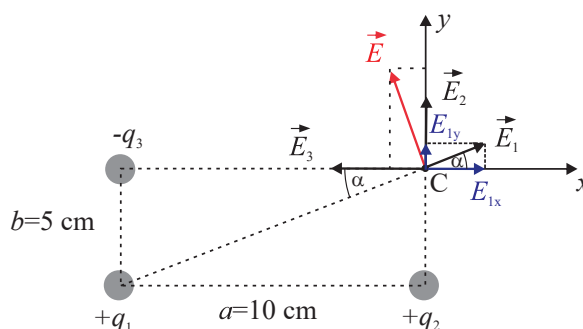
добиваме две скаларни равенки кога електричните полиња ќе ги проектираме на секоја од оските:

$$E_x = E_3 - E_{1x} \quad \text{и} \quad E_y = E_2 + E_{1y},$$

каде што $E_{1x} = E_1 \cos \alpha$ и $E_{1y} = E_1 \sin \alpha$ се проекциите на полето E_1 на x и y оските. Аголот α лесно се одредува со помошна страните на триаголникот: $\tan \alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow \alpha = 26,6^\circ$, додека пак дијагоналата на правоаголникот ќе ја пресметаме со користење на Питагорината теорема односно

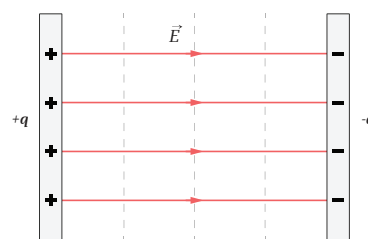
$d = \sqrt{a^2 + b^2} = 0,11 \text{ m}$. Сега кога ги имаме електричните полиња на секоја од оските, користејќи ја Питагорината теорема за резултантното поле добиваме:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 20,4 \text{ N/C}.$$



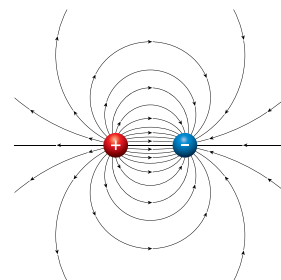
Хомогено електрично поле

За дел од просторот каде што во секоја точка векторот на јачината на електричното поле има ист правец, насока и големина, велиме дека електричното поле е хомогено. Во која било точка од хомогеното поле, на пробниот полнеж му дејствува еднаква сила. Хомогено поле наједноставно се воспоставува меѓу две паралелни метални плочи, од кои едната е позитивно, а другата негативно наелектризирана. Електричните силиови линии на хомогено електрично поле се паралелни и на еднакво растојание една од друга (слика 6).



Слика 6. Хомогено електрично поле во просторот помеѓу две наелектризирани метални плочи

На слика 7 е прикажан распоредот на електричните силиви линии кај електричен дипол. Тоа е систем од два разноимени наелектризирани полнежа со исто количество електричество поставени на одредено растојание еден од друг. Во дел од просторот меѓу полнежите полето е хомогено.



Слика 7. Електрично поле кај електричен дипол.

Спроводници во електрично поле

Во спроводниците има слободни електрони кои може да се движат во спроводникот. Ако спроводникот се стави во електрично поле, овие слободни полнежи се прераспределуваат (електроните се движат во насока спротивна

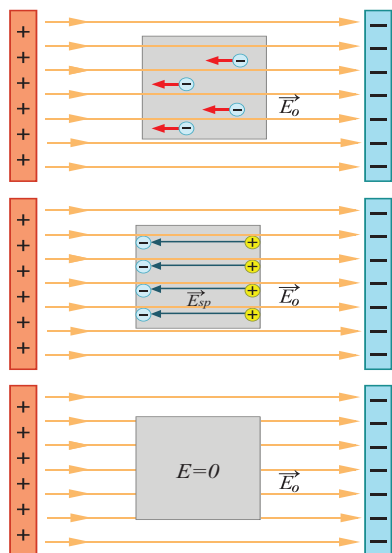
на електричните силиви линии сè додека не се воспостави електростатичка рамнотежа).

Тогаш електричното поле во внатрешноста на спроводникот е нула ($E = 0$), односно збирот на надворешното поле и на полето што се создало внатре во спроводникот е еднаков на:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{sp} = 0 \Rightarrow |\vec{E}_0| = |\vec{E}_{sp}|$$

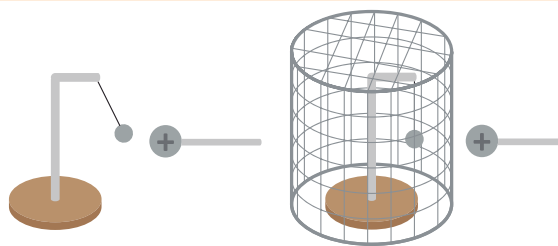
Ова својство е основа за **електростатичко екранирање**, односно за содавање Фарадеев кафез. Тој претставува затворена или делумно затворена конструкција од метален спроводник (мрежа или плочи) и ја штити внатрешноста од надворешни електрични влијанија. Металната каросерија на автомобилите е Фарадеев кафез. Во случај на удар на гром во автомобилот, патниците се целосно заштитени во внатрешноста.

Слика 8. Спроводник во хомогено електрично поле



АКТИВНОСТ 1.

До мало метално топче закачено на конец од изолатор доближи позитивно наелектризирано тело. Забележи дали конечот ќе се отклони од рамнотежната положба. Сега, телото обесено на конец внеси го во метална мрежа (Фарадеев кафез) и повторно доближи позитивно наелектризирано тело. Дали топчето се отклонува од рамнотежната положба? Дискутирајте во паралелката и изведете заклучок.



Слика 9. Заштитно дејство на Фарадеев кафез

Електрично поле во изолатори

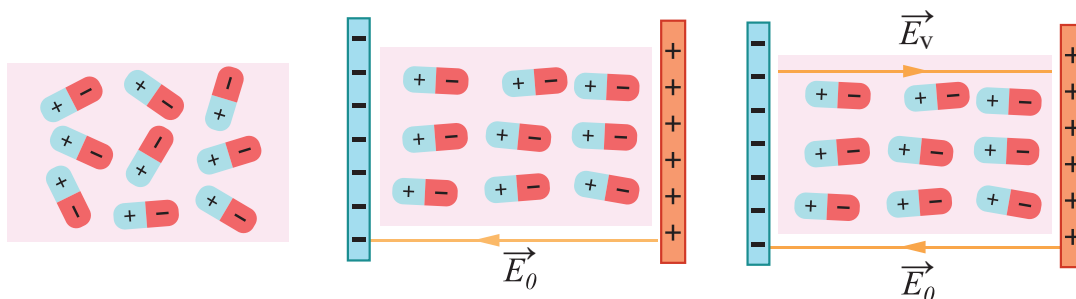
Кога изолаторите (диелектрици) ќе се постават во електрично поле (со јачина E_0), нивните молекули се поларизираат: позитивните и негативните делови на молекулите малку се поместуваат, па во внатрешноста се појавува дополнително поле (E_v) што го ослабува надворешното електрично поле во материјалот во споредба со неговата јачина во вакуум, како што е прикажано на слика 10.

За јачината на полето во диелектрик имаме:

$$E = E_0 - E_v.$$

Ова намалување се опишува со релативната диелектрична константа ϵ_r , која се дефинира како однос меѓу електричното поле во вакуум (E_0) и електричното поле во изолаторот (E):

$$\epsilon_r = \frac{E_0}{E}.$$



Слика 10. Електрично поле во диелектрик

Бидејќи во изолаторот полето е ослабено, важи $\epsilon_r > 1$. Колку е поголема релативната диелектрична константа на материјалот, толку е поголемо ослабувањето на електричното поле во него во споредба со вакуумот. Имајќи ја предвид последната релација за јачината на електричното поле создадено од точкест полнеж сместен во диелектрична средина, имаме:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q}{r^2} \vec{r}_0.$$

**АКТИВНОСТ 1.**

Може да истражуваш за електрично поле и за силиви линии на полето во PhET симулацијата Charges and Fields - Electric Field | Electrostatics на следниов линк:
https://phet.colorado.edu/sims/html/charges-and-fields/latest/charges-and-fields_all.html

Обиди се да создадеш хомогено електрично поле.

**Електризирање во природата**

Ако настане електрично празнење меѓу облак и земјата, велиме удрил гром. За заштита од гром се користи громобран. Тоа е спроводник во форма на прачка. Громобранот е зашилен на врвот и се поставува на највисоките места од објектите. Громобранот поставен на врвот на објект со спроводници се поврзува со земјата. На тој начин полнежите се пренесуваат во земјата.

Облаците, ситните капки вода, ледените кристали и ледените зрна, поради воздушните струења, постојано се движат и се судираат едни во други. При движење доаѓа до триење, а со тоа и до раздвојување на електричните полнежи. Кога се судираат (при допир), настанува пренесување на полнежите. Овие процеси придонесуваат долниот дел од облакот да биде негативно наелектризиран, а горниот позитивно. Наелектризираните облаци, преку електризирање со влијание, ја електризираат земјата и високите предмети (дрвја, кули, громобрани). Полнежите најмногу се натрупуваат кај зашилените делови на предметите. Негативните полнежи во долниот дел од облакот предизвикуваат електризирање на Земјината површина според принципот на електростатска инфлуенца: тие одбиваат електрони во површинскиот слој на земјата надолу и Земјината површина под облакот станува позитивно наелектризирана. Кога електричното поле во облакот и меѓу облакот и земјата ќе стане многу силно, воздухот почнува да се јонизира и се создава тесен канал низ кој полесно ќе се движат полнежите. Од облакот се спушта сноп од наелектризирани честички, при што настанува нагло електрично атмосферско празнење, односно молња. Воздухот околу молњата се загрева до многу висока температура и нагло се шири, а тоа го слушаме како грмотевица.

**НАУЧИ ПОВЕЌЕ**

Електрично поле на наелектризирана сфера направена од спроводник и наелектризирана сфера од диелектрик.

Кај наелектризирана сфера со радиус R направена од спроводник полнежот q во електроста-

тичка рамнотежа се распоредува само на површината. Во внатрешноста на сферата јачината на електричното поле е нула, а надвор од сферата (на растојание r) може да се пресмета со равенката

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ за } r \geq R,$$

што е исто како поле на точкест полнеж поставен во центарот на сферата. Електричните силиви линии се нормални на површината на сферата.

Кај наелектризирана сфера од диелектрик (изолатор), полнежот не се движи слободно по површината, туку може да биде распределен во волуменот. Ако диелектричната сфера има вкупен полнеж q рамномерно распределен во волуменот, тогаш во внатрешноста на сферата (за $r < R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^3},$$

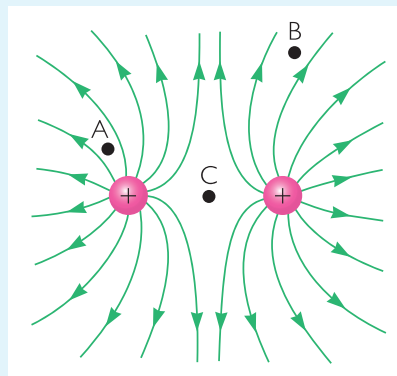
при што полето расте линеарно со r . Надвор од сферата (за $r \geq R$) полето е еднакво на полето што би го создала и наелектризирана спроводна сфера, односно

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто велиме дека јачината на електричното поле е силова карактеристика на полето?
2. За кое електрично поле може да кажеме дека е хомогено?
3. Во која од трите точки на цртежот јачината на електричното поле ќе биде најголема? Образложи го твојот одговор.
4. Два точкести полнежа, 3 nC и 5 nC, се наоѓаат на меѓусебно растојание од 14 cm. Колкава е јачината на електричното поле во точка што се наоѓа на средина меѓу полнежите? На кое растојание од првиот полнеж јачината на полето ќе биде еднаква на нула? (Решение: 3,7 kN/C; 8,1 cm)
5. Да се пресмета јачината на електричното поле и потенцијалот во точката P на сликата десно доколку $q = 10^{-10}$ C, а $d = 20$ cm. Полнежите да се сметаат за точкести. Во која трите точки на цртежот јачината на електричното поле ќе биде најголема? Образложи го твојот одговор. (Решение: 303 N/C; 42,8 V)
6. Помеѓу две метални плочи поставени во хоризонтална положба, воспоставено е хомогено електрично поле со јачина од $2 \cdot 10^3$ N/C (горната плоча е позитивно наелектризирана). Во една точка од полето се наоѓа топче со маса од 0,2 g, наелектризирано со точкест полнеж од $-5 \mu\text{C}$. Со колкаво забрзување и во кој правец ќе се движи топчето доколку е препуштено самото на себе? Почетната брзина на топчето е нула. Средината меѓу плочите е вакуум. (Решение: 50 m/s^2)



1.4. Електричен потенцијал и напон

Електрична потенцијална енергија

Електричното поле има голема сличност со гравитационото поле, бидејќи и двете претставуваат полиња во коишто дејствуваат бесконтактни, конзервативни сили. Гравитационото поле го создава тело со маса m , а електричното поле го создава наелектризирано тело со електричен полнеж q . Кога едно тело се движи во гравитационо поле, на пример, паѓа од одредена висина, неговата вкупна механичка енергија не се менува, но се менува односот меѓу кинетичката и потенцијалната енергија. Потенцијалната енергија се намалува, а кинетичката енергија се зголемува. Ако сакаме телото да го подигнеме нагоре, спротивно на гравитационата сила, мора да извршиме работа и на тој начин да ја зголемиме неговата потенцијална енергија.

Слично на тоа, и наелектризираното тело во електрично поле се движи во насока во којашто неговата електрична потенцијална енергија се намалува, а неговата кинетичка енергија се зголемува. Полнежот се движи од точка каде има поголема кон точка каде има помала потенцијална енергија.

Да разгледаме позитивен полнеж кој создава електрично поле и позитивен пробен полнеж. Ако сакаме пробниот полнеж да го придвижиме спротивно на насоката на полето, односно да го приближиме до изворот на електричното поле, мора да извршиме работа. Во тој случај неговата потенцијална енергија се зголемува. Ако го пуштиме слободно да се движи, тој ќе се движи во насока на полето и ќе се забрзува: кинетичката енергија ќе расте, а потенцијалната ќе се намалува.

Кога електричното поле е создадено од негативно наелектризирана честичка, тогаш позитивниот пробен полнеж ќе се движи кон негативно наелектризираната честичка со забрзување, намалувајќи ја својата електрична потенцијална енергија. Ако сакаме да го оддалечиме, мора да извршиме работа, со што ја зголемуваме електричната потенцијална енергија.

Електричната потенцијална енергија е резултат на заемнодејството меѓу две наелектризирани тела, односно меѓу два полнежа. Секое наелектризирано тело во електричното поле има одредена електрична потенцијална енергија E_p .

Работа во електрично поле

Нека на растојание r_1 од точкестиот полнеж q се наоѓа пробниот полнеж q_p (слика 1). Под дејство на електричната сила, полнежот q_p се преместува на растојание r_2 од полнежот q . При ова преместување се менува неговата електрична потенцијална енергија.



Слика 1. Пробен полнеж q_p во полето на позитивен полнеж q .

Работата што ја врши електричната сила е еднаква на негативната промена на електричната потенцијална енергија на пробниот полнеж, односно:

$$A = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} .$$

Бидејќи електричната сила во полето на точкест полнеж не е константна, за пресметување на работата се воведува средна електрична сила $\bar{F}$ и работата може да се запише како:

$$A = \bar{F}(r_2 - r_1) .$$

Оттука следува:

$$E_{p1} - E_{p2} = \bar{F}(r_2 - r_1) .$$

Силата во почетната положба изнесува $F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_1^2}$, а во крајната положба изнесува:

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_2^2} .$$

Средната сила $\bar{F}$ е геометриска средина од почетната и крајната сила бидејќи силата не зависи право-пропорционално од растојанието:

$$\bar{F} = \sqrt{F_1 F_2} .$$

Со замена се добива:

$$\bar{F} = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_1^2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_2^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_1 r_2} .$$

Ако овој израз се внесе во равенката за промената на потенцијалната енергија, се добива:

$$E_{p1} - E_{p2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_p}{r_1 r_2} (r_2 - r_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_p}{r_1} - \frac{qq_p}{r_2} \right) .$$

Членовите од десната страна на равенката ја претставуваат електричната потенцијална енергија на пробен полнеж q_p во почетната и крајната положба. Оттука следува дека електричната потенцијална енергија на пробен полнеж q_p на растојание r од точкест полнеж q е:

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_p}{r} ,$$

каде што q и q_p се полнежите кои заемнодејствуваат, а r е растојанието меѓу нив.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Во хомогено електрично поле со јачина од $4,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ се наоѓа полнеж $3,0 \text{ } \mu\text{C}$. Полето е насочено хоризонтално, а полнежот се преместува од точката А до точката В. Растојанието меѓу тие две точки е $0,25 \text{ m}$, а полнежот се движи во насока на електричното поле.

а) Колкава работа врши силата на електричното поле при преместување на полнежот од точката А во точката В?

б) Колкава е промената на електричната потенцијална енергија на полнежот?

Дадено:

$$E = 4,0 \cdot 10^4 \text{ V/m} , \\ q = 3,0 \text{ } \mu\text{C} = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ C} , \\ d = 0,25 \text{ m}$$

Се бара:

$$A - ? , \Delta E_p - ?$$

Решение:

а) Во хомогено електрично поле работата е $A = qEd$. Ако ги замениме бројните вредности за работата на електричното поле, се добива: $A = 3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$. Полнежот се движи во насока на полето, па работата на електричната сила е позитивна.

б) Врската меѓу работата и промената на потенцијалната енергија е $A = -\Delta E_p$, при што за промената на потенцијалната енергија на полнежот се добива $\Delta E_p = -3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$. Потенцијалната енергија на полнежот се намалува бидејќи силата врши позитивна работа.

Електричен потенцијал

Пробниот полнеж има различна потенцијална енергија во различни точки на полето. Различни полнежи во исти точки од полето, исто така, имаат различна потенцијална енергија. Во точката 1 (слика 1), наместо пробен полнеж со количество електричество q_p , да донесеме полнеж со двапати поголемо количество електричество $2q_p$. Согласно со равенката за пресметување потенцијална енергија, потенцијалната енергија на тој полнеж ќе биде $2E_p$. Полнеж со количество електричество $3q_p$ ќе има потенцијална енергија $3E_p$. Ако го определиме односот на потенцијалната енергија на пробниот полнеж и неговото количество електричество, имаме:

$$\frac{E_p}{q_p} = \frac{2E_p}{2q_p} = \frac{3E_p}{3q_p} = \text{const.}$$

Овој количник е константна величина за полето во точката 1 и не зависи од количеството електричество на пробниот полнеж. Таа величина е важна карактеристика на електричното поле и ја нарекуваме електричен потенцијал, а ја означуваме со ознаката φ (се чита „фи“). Поимот електричен потенцијал го користиме за да го претставиме дејството на електричното поле во одредена точка, независно од тоа колкав е полнежот што се наоѓа во таа точка. Потенцијалот претставува потенцијална енергија по единица полнеж, односно тој бројно е еднаков на потенцијалната енергија што би ја имал единичен електричен полнеж во таа точка, или запишано со формула:

$$\varphi = \frac{E_p}{q_p},$$

каде што:

- φ е електричниот потенцијал (мерен во волти, V),
- E_p е електричната потенцијална енергија (во џули, J),
- q е електричниот полнеж (во кулони, C).

За точкест полнеж, потенцијалот се пресметува според формулата:

$$\varphi = k \frac{q}{r}.$$

Може да се забележи дека **потенцијалната енергија зависи од големината на донесениот полнеж**, но **електричниот потенцијал зависи само од положбата на полнежот во полето**. Значи, потенцијалот е својство на **електричното поле**, а не на наелектризираната честичка што се движи во него.

Основна единица за електричен потенцијал во SI е еден **волт 1V**. Од формулата за електричен потенцијал следува

$$1\text{V} = \frac{1\text{J}}{1\text{C}}.$$

Потенцијалот е скаларна величина и неговата бројна вредност може да биде позитивна или негативна, во зависност од знакот на полнежот што го создава полето и од изборот на референтното ниво на потенцијалот. Во електростатиката се смета дека еден полнеж има електрична потенцијална енергија нула (со тоа и потенцијал нула) на бесконечно големо растојание од полнеж што го создава полето.

Електричниот потенцијал во дадена точка може да биде резултат на создадени потенцијали од повеќе полнежи. Притоа, придонесот на секој полнеж кон електричниот потенцијал во дадена точка може да се определува независно, а вкупниот електричен потенцијал во таа точка е алгебарски збир од потенцијалите создадени од секој полнеж поединечно:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Во рамнина се наоѓаат два точкести полнежа: $+6 \text{ pC}$ и -3 pC . Точката Р се наоѓа на растојание од 30 cm од првиот полнеж, а 20 cm од вториот полнеж. Одреди го вкупниот потенцијал во точката

Дадено:

$$q_1 = 6 \text{ pC} = 6 \cdot 10^{-12} \text{ C}, \quad q_2 = -3 \text{ pC} = -3 \cdot 10^{-12} \text{ C}, \quad r_1 = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}, \quad r_2 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

Се бара:

$\varphi - ?$

Решение:

$$\varphi_1 = k \frac{q_1}{r_1}, \quad \varphi_2 = k \frac{q_2}{r_2}, \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 0,18 \text{ V} + (-0,135) \text{ V} = 0,045 \text{ V}.$$

Електричен напон

Кога пробниот полнеж се движи во електричното поле, рековме дека работата што ја врши електричната сила е еднаква на промената на потенцијалната енергија, односно важи равенката:

$$A = E_{p1} - E_{p2}.$$

Или, имајќи ја предвид равенката со којашто се пресметува потенцијал создаден од точкест полнеж, може да запишеме:

$$A = q_p (\varphi_1 - \varphi_2).$$

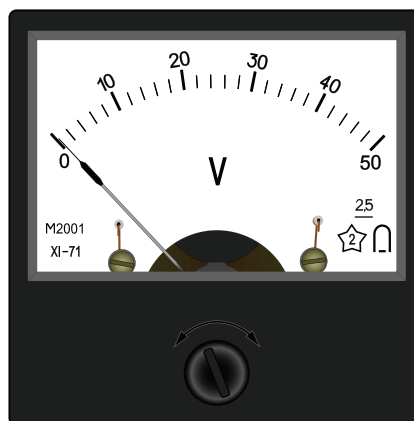
Изразот $\varphi_1 - \varphi_2$ претставува разлика на потенцијалот меѓу две точки во полето, во овој случај меѓу точките 1 и 2 и се вика **електричен напон**, $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Физичката величина напон ја означуваме со U , а основната мерна единица е иста како за потенцијал, еден волт **IV**. Од равенката погоре, може да го изразиме напонот преку работата на електричната сила:

$$U = \frac{A}{q_p}.$$

Напонот меѓу две точки во полето е еднаков на работата што ја врши електростатската сила при преместување на единичен пробен позитивен полнеж од една до друга точка во полето.

Напонот (или потенцијалната разлика) меѓу две точки се мери со инструмент за мерење на напон, наречен **волтметар**. На слика 2 се прикажани аналоген волтметар и дигитален мултиметр (инструмент со којшто може да се мерат повеќе електрични физички величини меѓу кои и напон).

а)



б)



Слика 2. а) Аналоген волтметар
б) Дигитален мултиметар

Од равенката $A = qU$ следува дека работата што ја врши електричното поле при преместување на електричен полнеж зависи од напонот меѓу двете точки и од количеството електричество на полнежот. Ако разгледаме случај кога полнежот е елементарен електричен полнеж, електрон, тогаш енергијата што ја добива или губи електронот при движење помеѓу две точки со одредена потенцијална разлика може да се изрази со посебна единица за енергија, наречена **електронволт**.

Електронволт (eV) ја претставува работата што ја врши електричното поле кога елементарен електричен полнеж ($e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) се пренесува меѓу две точки меѓу кои постои потенцијална разлика од 1 V односно:

$$A = eU = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}.$$

Електронволтот е единица за енергија и не припаѓа на Меѓународниот систем на единици (SI), но е особено погодна за изразување на многу мали енергии. Поради тоа, тој често се користи за опишување на енергии во атомската и нуклеарната физика.

Еквипотенцијални површини

Електричното поле, во различни точки од просторот, има различни вредности за електричниот потенцијал. Сепак, постојат површини кај кои сите точки имаат **ист потенцијал**. Таквите површини ги нарекуваме **еквипотенцијални површини**. Еквипотенцијална површина претставува геометриско место на точки во просторот во коишто потенцијалот има една иста вредност. Значи, ако пробниот полнеж се движи по еквипотенцијална површина, неговата потенцијална енергија **не се менува** $\Delta E_p = 0$, бидејќи не се менува потенцијалот. Затоа, при движење по еквипотенцијална површина, **не се врши работа** $A = q(\varphi_1 - \varphi_1) = 0$. Ова е една од најважните карактеристики на еквипотенцијалните површини.

Еквипотенцијалните површини секогаш се нормални на електричните силиви линии. Причината е што силивите линии го покажуваат правецот во кој електричното поле може да изврши работа врз полнежот и да ја промени неговата потенцијална енергија. Бидејќи при движење по еквипотенцијална површина потенцијалот не се менува, полето не врши работа. Затоа движењето по еквипотенцијалната површина мора да биде под прав агол во однос на правецот на електричната силова линија. Бидејќи површината на метален спроводник претставува еквипотенцијална површина, електричните силиви линии што излегуваат од неа или влегуваат во неа секогаш се нормални на површината на спроводникот.

Во **хомогено електрично поле**, еквипотенцијалните површини се **паралелни рамнини** поставени нормално на силивите линии. Во електрично поле на **точкест полнеж**, еквипотенцијалните површини се **концентрични сфери** околу полнежот (слика 3).



Слика 3. Еквипотенцијални површини претставени со испрекинати линии: во а) Хомогено електрично поле б) Поле создадено од точкест полнеж в) Поле создадено од електричен дипол



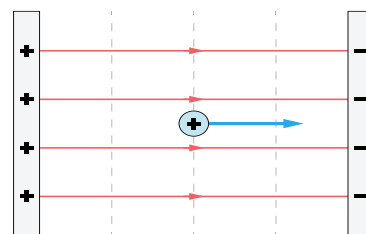
АКТИВНОСТ 1.

Површината на металните спроводници е еквипотенцијална површина. Ова може да се покаже експериментално со помош на електрометар. Главата на електрометарот е поврзана со подвижна пробалка, а другата електрода е заземјена. Металниот спроводник се поставува на изолатор и се електризира. Потоа, со пробалката се допира на различни места од неговата површина. Се забележува дека отклонот на електрометарот останува ист при допир на која било точка од површината на металниот спроводник, што потврдува дека потенцијалот е ист по целата површина. Според тоа, површината на металот е еквипотенцијална површина. Ова важи за метални спроводници во електростатичка рамнотежа, т.е. кога низ нив не тече струја.

На слика 4 е претставено хомогено електрично поле меѓу две наелектризирани спроводни плочи. Со испрекинати линии се претставени еквипотенцијалните површини. Тие се паралелни рамнини поставени нормално на електричните силиви линии. Електричното поле во која било точка меѓу плочите има иста јачина и може да се определи со формулата:

$$E = \frac{U}{d},$$

каде што U е напонот меѓу плочите каде што е создадено полето, а d е растојанието меѓу нив. Од оваа формула следува дека јачината на електричното поле може да се изрази и во единицата волт на метар (V/m).



Слика 4. Хомогено електрично поле меѓу две паралелни спроводни плочи и еквипотенцијални површини во него



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Во хомогено електрично поле, како што е претставено на слика 4, растојанието меѓу двете наелектризирани плочи е 5 cm. Напонот меѓу нив е 150 V. Колкава е јачината на електричното поле меѓу плочите? Колкава работа ќе изврши силата на полето за да пренесе полнеж од 2 μC од позитивната на негативната плоча?

Дадено: $d = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m},$ $U = 150 \text{ V}, q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$	Решение: За хомогено електрично поле важи релацијата $E = \frac{U}{d}$. Ако ги внесеме бројните вредности, за јачината на полето се добива $E = 3000 \text{ V/m}$. Работата во електрично поле ќе ја пресметаме од формулава $A = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot U$. Со замена на бројните вредности за работата, се добива $A = 3 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.
Се бара: $E = ?, A = ?$	



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Електронските читачи, како што е „Kindle“, користат т.н. e-ink (електронско мастило), технологија што ја имитира хартијата и функционира благодарение на електричниот потенцијал. Површината на дисплејот е изградена од милиони микрокапсули исполнети со просирна течност во којашто „пливаат“ бели честички со позитивен полнеж и црни честички со негативен полнеж. Разликата во електричниот потенцијал создава електростатичко поле што ги подредува честичките според нивниот полнеж: позитивните бели честички се привлекуваат кон негативните електроди, а негативните црни честички кон позитивните.

Така, ако белите честички се подигнат кон горната страна на микрокапсулата, пикселот изгледа бел; ако нагоре се подигнат црните честички, пикселот е црн. Со контролирање на електродната матрица под секоја микрокапсула, уредот ги формира текстот и сликите на екранот, а делумното распоредување на честичките овозможува различни нијанси на сиво.

Една од најголемите предности на e-ink технологијата е тоа што не троши енергија за одржување на сликата. Откако честичките ќе се наместат во позиција што го создава саканиот приказ, веќе не е потребна дополнителна електрична



енергија за да останат таму. Батеријата се троши само при прелистување, кога дисплејот треба повторно да ги распореди честичките. Ова објаснува зошто понекогаш екранот „трепка“ при менување на страницата: уредот прави кратко, но целосно бришење за да ги врати честичките во неутрална почетна состојба и да ги избегне трагите од претходниот текст.

Бидејќи e-ink дисплејот не емитува светлина, туку ја рефлектира светлината од околината како хартија, тој е извонредно читлив под силна сончева светлина и не ги заморува очите. Комбинирајќи електростатички сили, овој уред е еден од примерите за примена на електричниот потенцијал во секојдневната технологија.



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Потенцијалот што го создава метална сфера со радиус R наелектризирана со полнеж q распределен рамномерно по нејзината површина, надвор од сферата се пресметува со равенката:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \text{ за } r \geq R .$$

Ова значи дека електричниот потенцијал надвор од сферата е ист со потенцијалот што ќе го создаде точкест полнеж сместен во центарот на сферата. На самата површина, потенцијалот е:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} ,$$

додека, пак, во просторот внатре во сферата, потенцијалот е ист во секоја точка, или:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \text{ за } r \leq R .$$



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Што е електрична потенцијална енергија и која е причината за постоење на таа енергија?
2. Како се дефинира електричниот потенцијал и зошто се смета за својство на полето?
3. Што претставува електричниот напон и како е поврзан со потенцијалите во две точки на полето?
4. Колкав е потенцијалот на оддалеченост од 2 nm од јадрото на хелиум во коешто има два протона? Колкава е потенцијалната енергија на електронот што е на таа оддалеченост од јадрото? (Решение: 1,44 V; $-2,3 \cdot 10^{-19}$ J)
5. Четири еднакви позитивни точкести полнежи наелектризирани со количество електричество од 2 nC во вакуум се наоѓаат во темињата на квадрат со страна од 0,15 m. Колкав е електричниот потенцијал во средината на квадратот? (Решение: 679 V)
6. Во просторот се наоѓаат два неподвижни точкести полнежа од 6 nC и од -12 nC, поставени на меѓусебно растојание од 50 cm. Одреди го електричниот потенцијал во точката од просторот во којашто јачината на електричното поле е еднаква на нула. (Решение: $x = 1,21$ m; -18,5 V)

1.5. Електричен капацитет. Кондензатори

Кога ќе протриеш балон од косата, балонот се електризира со електричен полнеж којшто е доволен да привлече ситни парчиња хартија. Ова е едноставен пример за тоа дека едно тело може да се наелектризира и дека наелектризираното тело има енергија. Полнежи може да се донесат и на метален спроводник, на пример, на главата на електроскоп.

Ако со заземјен електрометар се мери потенцијалот, се забележува дека ако на главата се донесе полнеж q , потенцијалот на електрометарот ќе биде φ , ако двапати го зголемиме полнежот, потенцијалот ќе биде 2φ итн. Забележливо е следново, колку е поголем полнежот што е донесен на електрометарот, толку е поголем и неговиот потенцијал. Односот на полнежот со којшто е наелектризиран спроводникот и потенцијалот до којшто е наелектризиран спроводникот е константна величина, односно:

$$\frac{q}{\varphi} = \frac{2q}{2\varphi} = \frac{3q}{3\varphi} = \text{const}.$$

Односот на количеството електричество на даден спроводник и неговиот потенцијал се нарекува електричен капацитет. Електричниот капацитет се означува со C , односно:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Бидејќи со заземјениот електрометар ја мериме потенцијалната разлика меѓу спроводникот и Земјата (чиј потенцијал се зема дека е еднаков на нула $\varphi_z = 0$), за електричниот капацитет може да запишеме:

$$C = \frac{q}{\varphi - \varphi_z}, \text{ односно } C = \frac{q}{U}.$$

Според последната формула, капацитетот на даден спроводник е бројно еднаков на полнежот што треба да се донесе за неговиот напон да биде 1V. Единицата во којашто се изразува електричниот капацитет е **1 фарад 1F**:

$$1 \frac{C}{V} = 1F,$$

изменувана во чест на големиот англиски научник Мајкл Фарадеј.

Наједноставен начин за испитување на својствата на капацитетот на спроводник е преку изучување на електричниот капацитет на сфера направена од спроводник. Потенцијалот на површината на ваква сфера, со радиус R , наелектризирана со полнеж q , се пресметува со формулата:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}.$$

Користејќи ја формулата за електричен капацитет за капацитетот на сферата, добиваме:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R.$$

Од последната равенка може да се заклучи дека електричниот капацитет не зависи од материјалот од којшто е направен спроводникот, туку само од радиусот на сферата. Капацитетот на сфера со радиус од 1 m може да се пресмета дека изнесува приближно $1,1 \cdot 10^{-10}$ F. Можеме да заклучиме дека изолираните спроводници може да чуваат мали количества полнеж, бидејќи со зголемување на полнежот брзо се зголемува и нивниот потенцијал, па најчесто доаѓа и до губење на полнежот преку разелектризирање од околната средина или преку прескокнување искра. За практична примена во техниката, потребни се уреди со мали димензии кои можат да складираат големо количество електричество.

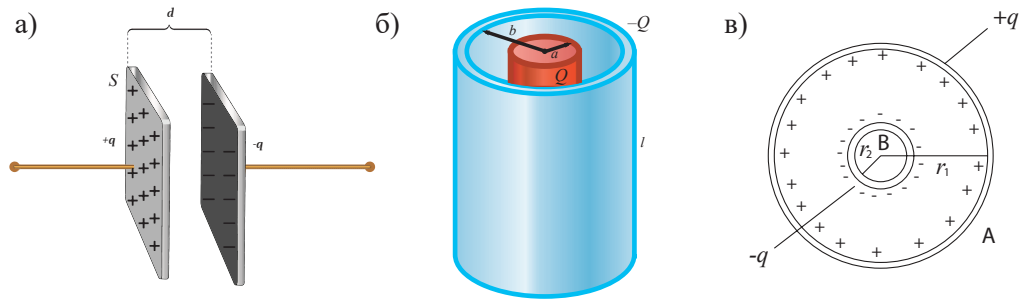
Со експерименти било покажано дека наместо еден спроводник, во систем од два спроводника, меѓу кои се наоѓа изолатор (диелектрик), може да се складира поголемо количество електричество, а со тоа и повеќе енергија. Од формулата за електричен капацитет следи колку поголемо количество електричество може да складира таквиот уред при одреден напон, толку е поголем неговиот капацитет.

Уредот составен од два спроводника поставени блиску еден до друг и одвоени со диелектрик се нарекува електричен кондензатор. Ваквиот уред има предност во однос на изолиран спроводник, бидејќи при електризирање со големи количества на полнеж, електричниот напон меѓу двата спроводника останува мал. Спроводниците се електризираат разноимено, па заемното привлекување меѓу нив ја зголемува можноста за дополнително складирање полнеж. Диелектрикот што е поставен меѓу двата спроводника го спречува разелектризирањето на спроводниците. Кај електричните кондензатори се одбира таква форма и поставеност на спроводниците при која електричното поле создадено од полнежите е само во внатрешноста на кондензаторот. Притоа, полето може да биде хомогено или нехомогено, но принципот на работа е ист.

Во зависност од формата на спроводниците и како се поставени, имаме:

- **плочест кондензатор** (слика 1a) составен од две паралелни спроводни плочи меѓу кои е поставен диелектрик,

Слика 1.
Видови кондензатори
во зависност од
геометријата на
спроводниците:
а) Плочест
б) Цилиндричен
в) Сферен



- **цилиндричен кондензатор** (слика 1б) составен од два коаксијални цилиндрични спроводника меѓу кои е поставен диелектрик,
- **сферен кондензатор** (слика 1в) составен од две концентрични спроводни сфери меѓу кои е поставен диелектрик.

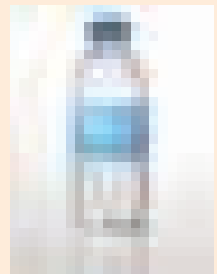
Диелектрикот меѓу спроводниците може да биде вакуум, воздух, керамички материјал, тенок метален оксид, пластична фолија, мика (лискун) и друго. Според тоа, кондензаторите може да бидат воздушни, керамички, електролитски, фолиски (пластични), мика-кондензатори или лискунски итн (слика 2).

Слика 2. Различни кондензатори (елементите обоени со сина боја) поставени на електронски уред



АКТИВНОСТ 1.

Од што зависи капацитетот на еден кондензатор? За да откриеме од што зависи електричниот капацитет на еден кондензатор, ќе направиме аналогја со капацитетот на едно шише за вода (слика 3). Всушност, капацитетот на шишето е волуменот на вода што може да се собере во шишето. Очигледно, неговиот волумен не зависи од тоа до каде е наполнето шишето. Тој зависи од неговиот облик, формата, односно од неговата геометрија, но не и од материјалот од којшто е направено шишето. Шише во коешто може да се стави 1 литар вода, направено од стакло и од пластика, има ист капацитет. Аналогна е ситуацијата и со електричниот кондензатор, неговиот капацитет зависи од геометријата на двата спроводника, но не и од материјалот од којшто се направени.



Слика 3. Шише за вода со одреден капацитет (волумен).

За изолиран спроводник, со натрупување на повеќе полнежи, се зголемува потенцијалот на спроводникот. Слично е и кај кондензаторот, поголемо количество електричество на спроводниците создава поголем напон меѓу нив. Да утврдиме како напонот помеѓу плочите на кондензаторот е поврзан со количеството електричество донесено на плочите и неговиот капацитет.



АКТИВНОСТ 2.

Главата на заземјен електрометар поврзи ја со едната спроводна плоча на плочест кондензатор, а другата плоча заземји ја (слика 4). На плочата поврзана со електрометарот донеси полнеж, било со инфлуентна машина или со пробалка. Заземјената плоча на кондензаторот, поради инфлуенца, ќе се наелектризира со ист по големина полнеж, но со спротивен знак. Помеѓу плочите се воспоставува хомогено електрично поле. За дадено количество електричество на плочите, прочитај ја вред-

носта на потенцијалот на електрометарот. Со зголемување на количеството електричество на плочата се зголемува и потенцијалот на плочата поврзана со електрометарот. Значи, се зголемува и напонот меѓу плочите на кондензаторот.

Слика 4. Заземјен електрометар поврзан со плочест кондензатор



Експерименталните мерења покажуваат дека за даден кондензатор односот од количеството електричество и напонот меѓу плочите е константна величина. Тој количник го викаме **електричен капацитет на кондензаторот** и го пресметуваме според формулата:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Каде што q е полнежот на секоја од плочите, а U напонот меѓу плочите. Иако овој израз формално го поврзува капацитетот на кондензаторот со полнежот и со напонот, сепак, капацитетот на кондензаторот не зависи од полнежот донесен на плочите на кондензаторот и напонот помеѓу плочите на кондензаторот како променливи величини. Значи, капацитетот на кондензаторот не зависи од количеството електричество на плочите и на напонот меѓу нив, туку зависи од димензиите на плочите и од видот на диелектрикот меѓу нив.

Кондензатор има капацитетот од еден фарад ако при полнеж од 1 C на плочите, напонот меѓу нив е 1 V. Еден фарад е многу голема единица за капацитет на кондензаторот. Затоа, во практиката најчесто се користат помали мерни единици, како што се микрофарад (μF), нанофарад (nF) и пикофарад (pF).

Видовме дека плочестиот кондензатор се состои од две наелектризирани спроводни плочи меѓу кои постои електрично поле. Плочите имаат еднакво по големина количество електричество $+q$ и $-q$. Во просторот меѓу плочите електричното поле е хомогено, а неговата јачина е:

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 S},$$

каде што q е количеството електричество на плочите, а S е плоштината на плочите. Во овај случај се смета дека помеѓу кондензаторските плочи диелектрикот е вакуум. **Внимавајте:** Иако едната плоча е наелектризирана позитивно, а другата негативно, во формулата за пресметување јачина на електричното поле се зема само полнежот на едната спроводна плоча q . И во општ случај, кога се вели дека кондензаторот е наелектризиран со полнеж q , се зема предвид само полнежот на едниот од двата спроводника, односно позитивниот полнеж со којшто е наелектризиран едниот спроводник.

Ако јачината на електричното поле се изрази преку напонот меѓу плочите, тогаш за електричниот капацитет на плочест кондензатор се добива формулата:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}.$$

Капацитетот на плочест кондензатор зависи од големината на плочите (S), растојанието меѓу нив (d) и од својствата на средината меѓу нив. Величината ϵ_0 , што ја воведовме кај Кулоновата сила, е наречена диелектрична константа на вакуумот и нејзината вредност изнесува $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$. При дадена геометрија на кондензаторот, таа величина одредува колкав е неговиот капацитет. Нејзината мала вредност (ред на величина 10^{-12}) покажува дека, ако меѓу плочите диелектрикот е вакуум, капацитетот ќе биде многу мал. За зголемување на капацитетот на кондензаторите при непроменети димензии на плочите, меѓу нив се поставува диелектрик што го ослабува електричното поле меѓу плочите. Така, кога наместо вакуум, просторот меѓу плочите е исполнет со диелектрик, јачината на електричното поле се намалува, а капацитетот на кондензаторот се зголемува при непроменето количество електричество на плочите. Величината што го менува својството на просторот во поглед на

електричните карактеристики е релативна диелектрична константа ϵ_r на диелектрикот. Капацитетот на плочест кондензатор кај кои меѓу плочите има диелектрик со релативна диелектрична константа ϵ_r , може да се пресмета со формулата:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}.$$

Бидејќи $\epsilon_r > 1$ за сите диелектрици, следува дека со внесување на диелектрик меѓу плочите на кондензаторот, неговиот капацитет се зголемува.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Плочест кондензатор има плочи со плоштина од 30 cm^2 , а растојанието меѓу нив е 2 mm . Кондензаторот е приклучен на извор на напон и се полни. Потоа, активната површина на којашто дејствуваат плочите се намалува на 25 cm^2 . Колку пати и како ќе се смени количеството електричество на плочите на кондензаторот поради намалување на плоштината со којашто тие се препокриваат?

Дадено:

$$S_1 = 30 \text{ cm}^2,$$

$$S_2 = 25 \text{ cm}^2,$$

$$U_1 = U_2 = U,$$

Се бара:

$$\frac{q_2}{q_1} - ?$$

Решение:

Капацитетот на плочест кондензатор со различни големина на кондензаторските плочи е опишан со следниве равенки:

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S_1}{d} \text{ и } C_2 = \epsilon_0 \frac{S_2}{d}.$$

Кога кондензаторот се приклучува на извор на напон, тој се полни, односно на неговите плочи се донесува електричен полнеж. Количеството полнеж се пресметува со следниве формули:

$$q_1 = C_1 U = \epsilon_0 \frac{S_1}{d} U \text{ и } q_2 = C_2 U = \epsilon_0 \frac{S_2}{d} U.$$

Бидејќи напонот останува константен, односот на количеството електричен полнеж пред и по промената на плоштината се добива како:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{\epsilon_0 \frac{S_2}{d} U}{\epsilon_0 \frac{S_1}{d} U} = \frac{S_2}{S_1} = 0,83.$$

Со намалување на плоштината на плочите на кондензаторот, за ист процент се намалува и количеството електричество што се складира на плочите, бидејќи полнежот е пропорционален на плоштината кога напонот е константен.

Кондензаторите складираат електрична енергија во просторот меѓу плочите и ја ослободуваат кога е потребно. Треба да имаме предвид дека, за разлика од галванските елементи (батерии) во кои е складирана хемиска енергија, во кондензаторите е складирана електрична енергија. Таа енергија може да се претвори во друг вид енергија. Притоа, ослободената електрична енергија од кондензаторот е еднаква на работата потребна за негово електризирање и се пресметува со формулата:

$$E = \frac{qU}{2},$$

каде што q е полнежот на кондензаторот, а U е потенцијалната разлика меѓу неговите плочи. Освен што складира полнежи и електрична енергија, заедно со други елементи во колото, кондензаторот може да го прекинува колото, да филтрира и да исправа наименичен напон, потоа се користи за временско одложување, менување на фреквенција и за постигнување резонанца. Затоа кондензаторите се важни и незаменливи во уреди како што се мобилни телефони, дефибрилатори, блиц-ламби и во електрични кола кај многу други електрични уреди.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Плочест кондензатор има плочи со плоштина од 60 cm^2 , меѓусебно оддалечени 3 mm . Кондензаторот е приклучен на извор со постојан напон од 200 V и целосно се полни.

Потоа, прво се исклучува батеријата, а потоа растојанието меѓу плочите се зголемува на 6 mm. Пресметај ја енергијата складирана во кондензаторот пред и по промената на растојанието меѓу плочите.

Дадено:

$$S = 60 \text{ cm}^2 = 60 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

$$l_1 = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$l_2 = 6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$q_1 = q_2 = q$$

Се бара:

$$E_1 - ?, E_2 - ?$$

Решение:

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{d_1} = 1,77 \cdot 10^{-11} \text{ F}, \quad q_1 = C_1 U = 3,54 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

Енергијата на плочестиот кондензатор може да се определи според формулата:

$$E_1 = \frac{q_1 U}{2} = \frac{C_1 U^2}{2} = 0,354 \mu\text{J}.$$

Откако ќе се смени растојанието меѓу плочите на кондензаторот, ќе се смени и неговиот капацитет.

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{d_2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F}.$$

Бидејќи плочите се исклучени од изворот, полнежот на плочите ќе остане непроменет, односно $q_1 = q_2$. Енергијата на кондензаторот по оддалечување на плочите, може да ја пресметаме со формулата:

$$E_2 = \frac{q_2 U_2}{2} = \frac{q_2^2}{2C_2} = 0,708 \mu\text{J}$$

од каде што за односот на енергиите на кондензаторот при промена на растојанието меѓу плочите се добива:

$$\frac{E_2}{E_1} = 2.$$

Енергијата двојно се зголемува кога растојанието меѓу плочите се зголемува од 3 mm на 6 mm (двојно се зголемува) при ист полнеж. При тоа, надворешна сила врши работа за да ги раздвои плочите, па таа работа се складира како дополнителна енергија во електричното поле.

**ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ**

Дефибрилаторот е медицински уред што се користи за повторна активација на срцето. Главна компонента во овој уред е електричниот кондензатор. Во внатрешноста на дефибрилаторот се наоѓа кондензатор со релативно голем капацитет, кој се полни до висок напон и во себе складира енергија $E = \frac{C \cdot U^2}{2}$.

По активирањето на уредот, оваа енергија се испушта во многу краток временски интервал преку електродите поставени на градниот кош на пациентот, при што се создава контролирана електрична струја што поминува низ срцевиот мускул. Овој краток и силен електричен импулс ја враќа електричната активност на срцето, овозможувајќи му на синоатријалниот јазол да ја преземе контролата и да го воспостави нормалниот синусен ритам. Вредностите на капацитетот и на напонот во дефибрилаторот се внимателно одбрани за да обезбедат струја што ќе биде доволна за успешна и безбедна дефибрилација на пациентот.



Слика 5. Дефибрилатор



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто различни спроводници со ист полнеж може да имаат различен потенцијал? Како е поврзано тоа со капацитетот? Од што зависи електричниот капацитет на еден спроводник?
2. Двете паралелни плочи на кондензаторот се поврзани со извор на напон и се полнат со количество електричество $+q$ и $-q$ соодветно. По полнење на кондензаторот, изворот се исклучува. Потоа, растојанието меѓу плочите се зголемува. Што се случува со капацитетот на кондензаторот, полнежот на плочите и со напонот меѓу плочите?
3. На ненаелектризиран спроводник се доведува електричен полнеж $2,4 \cdot 10^{-5}$ C, при што потенцијалот му се зголемува до 30 V. Одреди го капацитетот на спроводникот. (Решение: $8 \cdot 10^{-7}$ F)
4. Меѓу плочите на плочест кондензатор јачината на електростатското поле е 1,5 MV/m. Ако растојанието меѓу плочите е 2 mm, колкав е напонот на кондензаторот? (Решение: 3 kV)
5. Плочест кондензатор има плоштина на плочите од 40 cm², а растојанието меѓу нив е 4 mm. Кондензаторот е приклучен на извор со постојан напон од 120 V. Колку пати ќе се смени количеството електричество на плочите ако растојанието меѓу плочите го зголемиме за 1 mm? (Решение: $\frac{q_2}{q_1} = 0,8$).
6. Плочест кондензатор има плочи со површина од 200 cm², а растојанието меѓу нив е 4 mm. Меѓу плочите прво има воздух, а потоа меѓу нив се вметнува плоча од пластика со релативна диелектрична константа 4. Одреди го капацитетот на кондензаторот кога меѓу плочите има воздух. Одреди го капацитетот на кондензаторот кога меѓу плочите е вметнат диелектрик. Колку пати се зголемува капацитетот на кондензаторот со внесување на диелектрикот? (Решение: $4,425 \cdot 10^{-11}$ F, $1,77 \cdot 10^{-10}$ F четири пати)
7. Кондензатор со капацитет од 4200 pF е приклучен на напон од 220 V. Колкава е енергијата што е складирана меѓу плочите на кондензаторот? (Решение: $1,016 \cdot 10^{-4}$ J)

1.6. Електрична струја

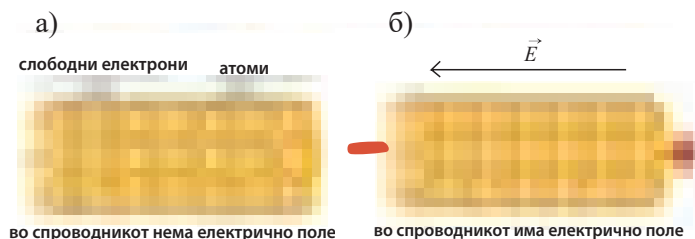
Иако статичкиот електрицитет и појавите на електризирање на телата биле познати уште од античко време, електрицитетот станал основа на модерната технологија дури откако научниците научиле да го контролираат движењето на електричниот полнеж. Затоа, велиме дека на секоја индустриска револуција ѝ претходат значајни научни откритија и технолошки иновации. Секоја индустриска револуција претставува голем пресврт во начинот на производство, развојот на технологијата, економските односи и во општествениот живот. Научните сознанија од областа на механиката и термодинамиката довеле до конструкција на парната машина и до појава на Првата индустриска револуција. Подоцна, научните достигања во електрицитетот и во магнетизмот станале основа за Втората индустриска револуција, чиј почеток бил означен со масовно производство на електричната струја и со нејзината широка примена, односно користење на електричната енергија.

Оттогаш, електричната струја е неразделен дел од нашето секојдневие, но и од нас. Струјата не постои само во техничките уреди, туку ја има и во живите организми. Нервните импулси што се пренесуваат низ човечкото тело се всушност електрични сигнали, базирани на движењето на јони низ клеточните мембрани.

Електричната струја како појава, односно нејзините ефекти прв ги забележал Луиџи Галвани при контракција на нозете од жаба, кога мускулите се допираат до два различни метала (на пример, бакар и цинк). Галвани не успеал да ја објасни оваа појава, но подоцна од Алесандро Волта било разјаснето дека контракцијата била предизвикана од електрична струја што протекува како последица на

постоење на потенцијалната разлика меѓу металите. Волта дошол до сознание дека е доволно да се спојат два различни метала, меѓу кои има електролит, за да се создаде извор на електрична струја. Ова откритие довело до создавање на првата батерија во историјата, што претставува прв вештачки **извор на електрична струја**. Во чест на Луиџи Галвани, сите извори на електрична струја што работат врз основа на хемиски процеси ги нарекуваме галвански елементи. Со усовршување на овие извори на струја, започнала нова ера во физиката и во технологијата, бидејќи за првпат било можно да се произведе струја што може да се контролира и да се користи.

Во металите атомите се распоредени во правилна кристална решетка, а дел од електроните од последниот електронски слој може лесно да го напуштат атомот. По напуштање на атомот, овие електрони може слободно да се движат низ целиот метал и нив ги нарекуваме слободни електрони. Кога во спроводникот не постои електрично поле, слободните електрони се движат хаотично, слика 1а. Нивната брзина на движење е многу голема, од ред на величина 10^5 m/s. Слободните електрони се движат во сите правци, така што не постои насочено движење, па може да сметаме дека нивната средна брзина е нула и низ спроводникот не тече електрична струја.



Слика 1. а) хаотично топлинско движење на слободните електрони во металот. б) насочено движење на слободните електрони во металот

Кога метален спроводник ќе се поврзе во струјно коло со извор на струја (галвански елемент, батерија или акумулатор), во внатрешноста на спроводникот се создава електрично поле. Во ова поле електричната сила дејствува врз слободните електрони и ги насочува да се движат во насока спротивна од насоката на полето, слика 1б. Брзината на насоченото движење на слободните електрони кај металите е многу мала и изнесува од 0,1 mm/s до 1 mm/s. **Насочено движење на слободните електрони низ спроводникот претставува течење на електрична струја**. Во металите, како цврсти спроводници, преносители на полнеж се слободните електрони, а кај електролитите и кај јонизираниите гасови преносители се јоните и електроните.

Јачина на електрична струја

Како кај сите физички величини, така и кај електричната струја, неопходно е таа да може квантитативно да се опише и да се измери. За таа цел, се воведува физичката величина јачина на електрична струја (или пократко, јачина на струја). Интуитивното и логичко размислување покажува дека струјата ќе биде појака ако за ист временски интервал низ напречниот пресек на спроводникот поминува поголемо количество електричество. **Јачината на електричната струја** се дефинира како количество електричество (q) што поминува низ напречниот пресек на спроводникот за единица време. Оваа дефиниција математички се изразува со формулата:

$$I = \frac{q}{t},$$

каде I е ознака за јачина на електричната струја, а t е времето за коешто струјата тече низ спроводникот.

Единица за јачина на електрична струја е **еден ампер (1 A)** и таа е една од седумте основни единици дефинирани во Меѓународниот систем за единици (SI). Со ревидирање на SI во 2019 година, единицата ампер е одредена преку фундаменталните константи: елементарниот електричен полнеж и основната единица за време. Од формулата за јачина на струја, за амперот се добива: $1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$ односно **еден ампер е јачина на постојана електрична струја, при што за 1 s низ напречниот пресек на спроводник поминуваат $6,2415 \cdot 10^{18}$ елементарни електрични полнежи**.

За мерење на јачината на струјата користиме мерен инструмент **амперметар**.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Во едноставно струјно коло низ светилка тече постојана струја со јачина од 2,5 А. Пресметај колкаво количество електричество ќе помине низ светилката за време од 15 минути. Потоа, определи колку време ќе биде потребно за да протече исто количество електричество ако во колото светилката е заменета со друг тип, па сега јачината на струјата низ другата светилка е 1 А.

Дадено: $I = 2,5 \text{ A}$, $t = 15 \text{ min} = 900 \text{ s}$, $I_1 = 1 \text{ A}$	Решение: Јачината на струјата што протекува низ спроводникот е дадена со релацијата: $I = \frac{q}{t}$. Од оваа равенка за количеството електричество што ќе помине низ првата светилка, се добива: $q = I \cdot t = 2250 \text{ C}.$ Кога ќе ја смениме светилката, ќе се смени и јачината на струјата, па за да тече низ спроводникот исто количество електричество, потребно е време: $t_1 = \frac{q}{I_1} = 2250 \text{ s} = 37,5 \text{ min}.$
Се бара: $q - ?$ $t_1 - ?$	



АКТИВНОСТ 1.

Дискутирајте за следниот мисловен експеримент. Низ два метални спроводника, едниот со помал напречен пресек, а другиот со поголем напречен пресек, тече струја со иста јачина. Дали ефектите на струјата кај двата спроводника ќе бидат исти? Дали равенката за јачина на струја ја вклучува и геометријата на спроводникот? Размисли зошто во електричната инсталација во домот спроводните жици до најголем дел од штекерите имаат плоштина на напречен пресек од 2,5 mm², а до оние за бојлер, шпорет и слично, спроводните жици имаат плоштина на напречен пресек од 4 mm².

Физичката величина **густината на електрична струја j** покажува колкава јачина на струја тече низ единица плоштина од напречниот пресек на спроводникот и се пресметува по формулата:

$$j = \frac{I}{S}.$$

Единица мерка за густина на електрична струја е $1 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$. Оваа физичка величина е од особено значење во физиката, електрониката и енергетиката. Големата густина на струја може да доведе до преголемо загревање и оштетување на спроводниците, електричната инсталација и електричните уреди.

Извори на струја и електромоторна сила (ЕМС) на изворот

Електричната струја тече низ спроводник само ако меѓу неговите краеве постои разлика во електричниот потенцијал. Кога два краја на некој спроводник се доведат на различни потенцијали, електроните почнуваат да се движат од местото со понизок кон местото со повисок потенцијал. Ова движење трае кратко време, бидејќи поради разликата во потенцијалот, електроните брзо се прераспределуваат, потенцијалната разлика се намалува и брзо станува нула. За да продолжи струјата да тече, потребно е **постојано одржување на разликата во потенцијалите на краевите на спроводникот**. Уредите што овозможуваат постојана потенцијална разлика се нарекуваат **извори на електрична струја**. Изворот ја надоместува и енергијата којашто носителите ја предаваат на различни елементи на колото додека минуваат низ нив и вршат нивно прераспределување внатре во изворот. Со ова, изворот овозможува струјата да тече континуирано.

Најпознати извори на струја се галвански елемент, батерија, електричен генератор, соларна ќелија. Кај галванските елементи и кај батериите, хемиските процеси во изворот создаваат разлика во потенцијалите на електродите. Кај електричните генератори, преку магнетно и механичко дејство на струјата, се одржува потенцијална разлика во спроводникот. Во првиот случај, хемиската енергија се претвора во електрична, а во вториот, механичката енергија се претвора во електрична. Соларните ќелии ја претвораат светлосната енергија во електрична.

На слика 2 дадена е скица на затворено струјно коло со извор на струја потрошувач и со спроводник. Точката А е на понизок потенцијал, а точката В на повисок потенцијал. Под дејство на електричното поле во спроводникот, електроните низ него се движат од А кон В. Енергијата за пренесување на електроните внатре во изворот ја обезбедува изворот на струја. Под дејство на таа енергија, во изворот се врши работа за електроните да бидат пренесени од В во А.

Важна карактеристична величина за секој извор на струја е електромоторната сила (ЕМС), што ја означуваме со $\mathcal{E}$. Овде зборот „сила“ не е најдобар избор бидејќи тоа не е сила, во механичка смисла, којашто им предава енергија на електроните во изворот.

ЕМС се дефинира преку работата што ја врши изворот за пренесување на единичен позитивен полнеж (1 C) од позитивниот на негативниот пол на изворот:

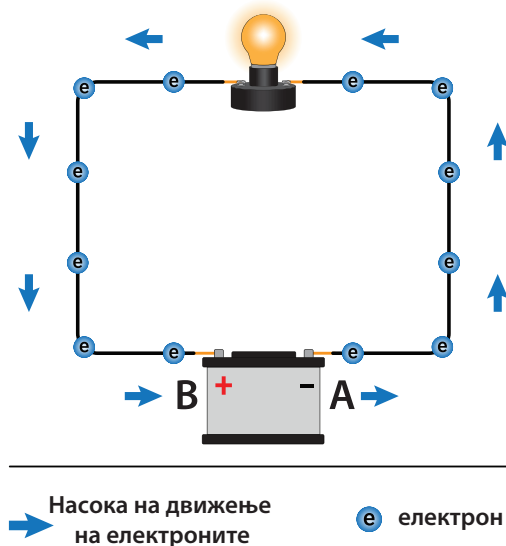
$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}.$$

Единицата мерка за ЕМС е иста со единицата за напон, волт (V). ЕМС е максимален напон што може да го обезбеди изворот кога низ него не тече струја, односно кога колото е отворено. Кога колото е затворено и кога струјата тече, енергијата на изворот се предава и во надворешниот дел од колото и внатре во самиот извор.

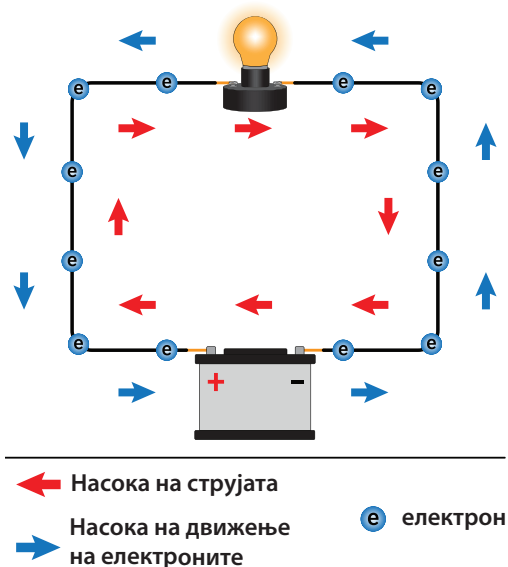
Насока на електричната струја

Научниците истражувале и ја користеле електричната струја сто години пред да биде откриен електронот. Во тоа време, научниците знаеле дека преносители на струја во електролитите се позитивните и негативните јони. Електронот сè уште не бил откриен кога научниците се договориле за насока на струјата во струјно коло да се земе насоката на движење на позитивните јони. Тоа значи, насоката на струјата низ надворешниот дел на колото (низ спроводници и низ потрошувачи), по договор, се зема дека тече од позитивниот кон негативниот пол на изворот.

Подоцна е откриено дека носители на струјата во металите се всушност електроните, кои имаат негативен полнеж и кои низ спроводник (надворешен дел од струјното коло) се движат од негативниот кон позитивниот пол на изворот. И покрај тоа што реалното



Слика 2. Скица на едноставно струјно коло

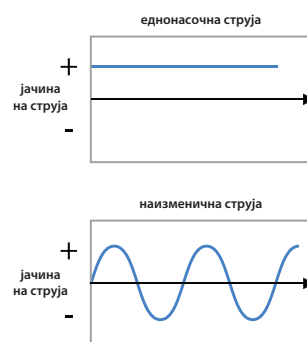


Слика 3. Насока на струјата и насока на движење на слободните електрони

движење на електроните е во насока спротивна од првично дефинираната насока на струјата, од историски причини, и денес е задржана договорената (конвенционална) насока на струјата. За неа може да се сретне и називот техничка насока на струјата, слика 3. Во сите проблеми и задачи со кои ќе се сретнеме кога ќе се зборува за течење на струја, ќе мислиме на техничката насока на струјата.

Еднонасочна и наизменична струја

Електричната струја со текот на времето може да ги менува својата јачина и насока. Во практиката разликуваме права и наизменична струја. Права или еднонасочна струја претставува електрична струја што тече во една насока. Ако нејзината јачина е постојана, со текот на времето оваа струја се нарекува уште и постојана еднонасочна струја (слика 4а). Извори на постојана права струја се галванските елементи, батериите, акумулаторите, соларните панели. За разлика од неа, наизменичната струја е струја којашто дел од времето тече во една насока, а дел во друга насока, односно велиме дека ја менува насоката на течење. Освен насоката на течење, кај наизменичната струја периодично се менува и нејзината јачина. Ваквата струја секојдневно ја користиме во домаќинствата, а ја добиваме од градската електрична мрежа (слика 4б). Правата струја вообичаено се означува со „DC“ (direct current), а наизменичната се означува со „AC“ (alternating current).



Слика 4. а) Постојана еднонасочна струја, б) Наизменична струја.



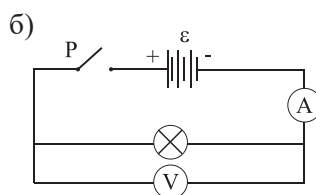
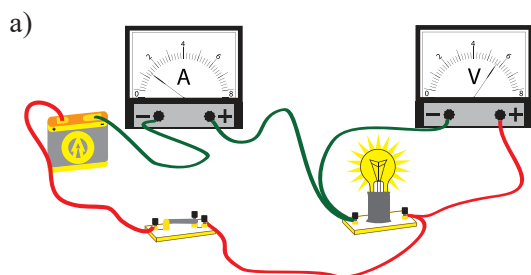
АКТИВНОСТ 2.

Едноставно струјно коло

Состави едноставно струјно коло со следните елементи: извор на струја (галвански елемент од 1,5 V или батерија од 9 V), прекинувач, потрошувач и спроводни жици, слика 5а. Како потрошувач користи различни светилки, електромотор, вентилатор и сл. На располагање имаш и мерни инструменти: амперметар и волтметар. Амперметарот секогаш се поврзува сериски со потрошувачот за кој сакаме да измериме колкава јачина на струја тече низ него. Волтметарот секогаш се поврзува паралелно со потрошувачот за да го измериме напонот на неговите краеве.

Со волтметар, измери ја ЕМС на изворот кога струјното коло е отворено. Потоа, измери го напонот на краевите на потрошувачот кога колото е затворено и спореди ја вредноста со измерената ЕМС на изворот. Дали вредностите се разликуваат и ако се разликуваат, дискутирајте ги причините за тоа.

Сега, со амперметар измери ја јачината на струјата што тече во колото. Измери ја јачината на струјата и во други точки од струјното коло (пред и после прекинувачот). Дали покажувањата на амперметарот се исти или се разликуваат? Дискутирајте за резултатите од мерењата.



Слика 5. а) Едноставно струјно коло во кое е поврзана батерија, светилка, прекинувач и амперметар и волтметар, б) шема на струјното коло

Реалните електрични кола може да ги прикажеме преку поедноставен приказ или преку шема на струјно коло. Притоа, за да ги прикажеме елементите на струјно коло, користиме симболи. На шемите јасно се покажува како се поврзани елементите во струјното коло, како што е дадено на слика 5б. Во електричните шемии, за претставување на елементите во струјно коло, ги користиме симболите прикажани на слика 6.



Слика 6. Симболи за елементи на струјно коло



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Јачината на електричната струја е величина којашто дава информации за струјата низ спроводникот како целина. Густината на струјата е важна бидејќи од неа зависи загревањето на спроводниците, електричната безбедност и работниот режим на електричните уреди. Преголема густина на струјата може да доведе до прегревање, оштетување на материјалите или до дефекти во електричните кола, а правилно одбраната густина обезбедува сигурна и ефикасна работа на електричните системи. Јачината на струјата и нејзината густина се макроскопски величини кои може да се мерат на едноставен начин. Густината на

струјата е поврзана со микроскопски величини, кои не можат толку едноставно да се мерат. Таа зависност е дадена со формулата:

$$\vec{j} = ne\vec{v},$$

каде што n е концентрација на слободни носители на полнеж $n = \frac{N}{V}$ (број на честички во единица волумен) и се изразува во единицата m^{-3} , а v е средната брзина на насочено движење на слободните носители. Оваа формула објаснува зошто металите се добри спроводници на електрична струја. Иако знаеме дека средната брзина на насочено движење на електроните е мала, сепак нивната концентрација во металите е многу голема.

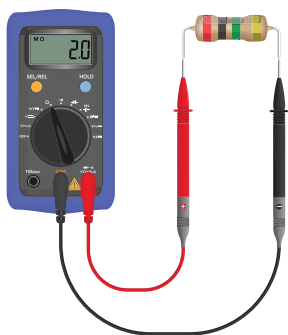


ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто хаотичното движење на електроните не создава електрична струја?
2. Кои услови мора да се исполнат за да тече струја низ спроводник?
3. Каква е врска меѓу електричното поле и електричната струја?
4. Низ електричен грејач тече постојана струја со јачина од 2,5 A за време од 8 min:
 - а) Колкав полнеж поминал низ грејачот? (Решение: 1 200 C)
 - б) Вкупно колку електрони поминале низ грејачот? Полнежот на електронот е $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. (Решение: $7,5 \cdot 10^{21}$ електрони)
5. Низ светилка за време од 3 min тече постојана струја со јачина од 0,8 A. Потоа, со вртење на копчето кај прекинувачот на сидот, светењето на светилката се засилува. Сега низ неа тече струја со јачина од 1,5 A за време од 30 s. Колкаво вкупно количество електричество поминало низ светилката? (Решение: 189 C)

1.7. Електричен отпор. Отпорници

Електричната струја претставува насочено движење на слободните преносители на полнеж низ спроводник, но тоа движење не е непречено. На микроскопско ниво, кај металните спроводници, слободните електрони при своето насочено движење непрекинато се судираат со атомите и со јоните во кристалната решетка на металот, а исто така наидуваат и на дефекти во кристалната решетка, како и на нечистотии (на пример, атоми од други елементи). Тоа не е судирање во буквална смисла на зборот, туку е заемнодејство на слободните електрони со јоните и со сврзаните електрони во металот, при што слободните електрони губат дел од својата кинетичка енергија. Изгубената кинетичка енергија на електроните се претвора во внатрешна енергија на спроводникот, па тој се загрева. Ваквото спротивставување на материјалот кон насоченото движење на електроните на макроскопско ниво го

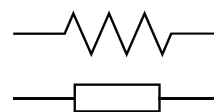


препознаваме како електричен отпор. Електричниот отпор на спроводник или на потрошувач го означуваме со R . Основна мерна единица за електричен отпор е 1 ом ($1\ \Omega$), именувана во чест на германскиот физичар Георг Ом, кој дал значаен придонес во откривање на законите за електричната струја. Поголеми мерни единици што се користат се килоом ($k\Omega$) и мегаом ($M\Omega$). За мерење на електричниот отпор, користиме мерен инструмент омметар, слика 1.

Слика 1. Мерење електричен отпор со омметар

Отпорници

Својството на некои материјали значително да се спротивставуваат на движењето на слободните електрони е искористено кај електричните елементи познати како отпорници. Отпорникот како елемент во струјните кола се користи за контролирање на јачината на електричната струја во колото. Со вклучување на отпорник во струјно коло, може да се намали јачината на струјата, со што ќе се заштитат од оштетување и од прегорување другите елементи во колото. Отпорниците се основни составни делови кај некои грејни уреди, како на пример, фен, пегла, греалка, бојлер, шпорет и други, при што електричната енергија ја претвораат во корисна топлинска енергија. Таквите отпорници ги нарекуваме грејачи. Денес не постои електричен уред што не содржи отпорници кои го регулираат протокот на електрична струја. На слика 2 дадени се симболите што ги користиме за отпорници во шемите на струјните кола.



Слика 2.
Симболи за отпорник



АКТИВНОСТ 1.

Мерење на отпор со омметар (директен метод)

Со дигитален мултиметар, кој има функција за мерење отпор, или со аналоген омметар, измери отпор на неколку отпорници и на потрошувачи. За директно мерење отпор, отпорникот или потрошувачот треба да е исклучен од струјното коло и неговите контакти да се слободни. Постави го подрачјето на мерниот инструмент за мерење отпор на поголема вредност од очекуваниот отпор. Со двете контактни жици од мерниот инструмент допри ги контактите на отпорникот, односно на потрошувачот. Измери го отпорот на неколку отпорници, неколку различни светилки, отпорна жица и на долга спроводна жица, како што е покажано на слика 1.

Видови отпорници

Во зависност од можноста за промена на отпорот, отпорниците може да бидат: отпорници со постојан отпор и отпорници со променлив отпор. Кај првите, вредноста на отпорот е постојана и не може да се менува. Тоа се најчесто користените видови отпорници во струјните кола. Карактеристично за нив е што секогаш имаат ознака (код со бои или со број) што ја покажува нивната вредност, а се изработуваат во различни форми од различни материјали.

Отпорниците со променлив отпор овозможуваат контролирано менување на отпорот во струјното коло, а со тоа може да се регулира електромоторната сила на изворот или јачината на струјата во колото. Најраспространет тип е отпорник со лизгач (слика 3а), кој се состои од намотана жица по која може да се лизга подвижен лизгач. Ваквите отпорници се отпорници со три приклучоци. Во зависност од тоа како е сврзан во струјното коло, со него може да се регулира не само јачината на струјата, туку и електромоторната сила во колото. Ако треба да се регулира електромоторната сила, тогаш отпор-

никот се поврзува во колото со двата краја и со лизгачот и го нарекуваме потенциометар (слика 3б). За регулирање на јачината на струјата, поврзувањето во колото е преку едниот крај и лизгачот, а променливиот отпорник го нарекуваме реостат (слика 3в).

Електричен отпор на линиски спроводник

Од големо значење за електротехниката се спроводниците со многу поголема должина во однос на другите димензии. Таков хомоген метален спроводник со константен напречен пресек по целата должина е линискиот спроводник. Неговата должина l значително го менува отпорот. Подолг спроводник значи дека електроните мора да поминат поголем пат низ спроводникот, при што се случуваат повеќе судири. Затоа, спроводник со поголема должина ќе има поголем електричен отпор. Плоштината на напречниот пресек S на спроводникот, исто така, има голема улога. Кај спроводник со поголем напречен пресек, има повеќе простор за движење на слободните електрони, па отпорот е помал.

За хомоген линиски спроводник со должина l и со напречен пресек S , на кој температурата не му се менува, електричниот отпор се определува со формулата:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

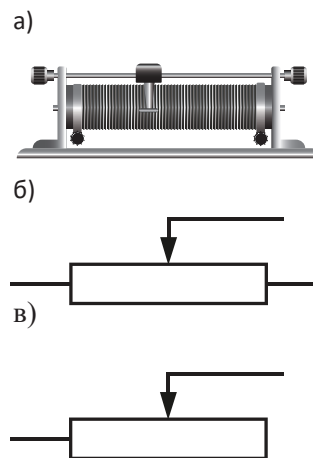
каде што ρ е **специфичниот електричен отпор** на материјалот. Специфичен електричен отпор ρ , е величина што покажува колку материјалот се спротивставува на движењето на слободните носители на полнеж кај линиските спроводници. Металите, како што се среброто и бакарот, имаат мала вредност за ρ , па затоа се користат во електричните инсталации. Изолаторите (гума, пластика, порцелан) имаат многу голема вредност на специфичниот електричен отпор и, практично, не пропуштаат струја, па се користат како материјали за електрична изолација.

Ако од формулата се изрази специфичниот отпор и се заменат мерните единици за величините, се добива дека единица мерка за специфичен електричен отпор е $1 \Omega \cdot m$. Во табела 1 се дадени вредности за специфичниот електричен отпор на неколку материјали.

Материјал (спроводник)	Специфичен отпор ($\Omega \cdot m$)	Материјал (полупроводник)	Специфичен отпор ($\Omega \cdot m$)	Материјал (изолатор)	Специфичен отпор ($\Omega \cdot m$)
сребро	$1,6 \cdot 10^{-8}$	јаглерод	$3,5 \cdot 10^{-5}$	суво дрво (бука, даб)	$10^9 - 10^{12}$
бакар	$1,7 \cdot 10^{-8}$	германиум	0,5	лискун	$10^{11} - 10^{15}$
железо	$9,7 \cdot 10^{-8}$	силициум	20-2300	тврда гума	$10^{13} - 10^{16}$

Табела 1. Специфичен електричен отпор на некои материјали: спроводници, полупроводници и изолатори при температура од $20^\circ C$.

Вредностите за специфичниот отпор кај полупроводниците варираат зависно од чистотата, односно дали има примеси во нив. Кај изолаторите, како што е сувото дрво, влијае процентот на влажност. Вредностите во табелата за бука и за даб одговараат за влажност од приближно 10 %. Кај лискун и гума, освен влагата, влијаат и нечистотиите во материјалот, староста на материјалот и друго.



Слика 3.

- а) Отпорник со лизгач,
б) Потенциометар,
в) Реостат.

**РЕШЕН ПРИМЕР 1.**

Бакарна жица со специфичен отпор $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, дијаметар $1,5 \text{ mm}$ и со должина 120 m треба да се искористи во електрична инсталација. Во проектот е зададено дека отпорот на спроводникот не смее да надмине $1,1 \Omega$. Пресметај колкав отпор ќе има жицата со дадениот дијаметар. Ако отпорот е поголем од дозволеният, определи колкав треба да биде дијаметарот на друга бакарна жица (од ист материјал и иста должина) за отпорот да не ја надмине зададената максимална вредност.

Дадено:

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m},$$

$$d = 1,5 \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$l = 120 \text{ m}, R_{\text{max}} = 1,1 \Omega$$

Се бара:

$$R - ?, d_1 - ?$$

Решение:

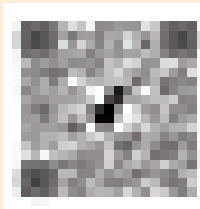
Плоштината на напречниот пресек на спроводникот е всушност плоштината на круг со дијаметар d , па може да запишаме:

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}. \text{ Ако овој израз се замени во равенката за електричен отпор, за отпорот на жицата се добива: } R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{\pi d^2} = 1,15 \Omega.$$

Од пресметаната вредност може да се забележи дека отпорот на жицата е поголем од максимално дозволеният. Затоа, треба да го пресметаме дијаметарот на другата жица, која ќе има отпор $1,1 \Omega$. За дијаметарот на таа жица, добиваме израз: $d_1 = 2 \sqrt{\frac{\rho \cdot l}{\pi R_{\text{max}}}}$ од каде што ако се заменат бројните вредности за дијаметарот на жицата, се добива: $d_1 = 1,54 \text{ mm}$.

**АКТИВНОСТ 2.****Од што зависи отпорот на линиски спроводник - визуелна промена**

Со помош на Phet симулацијата „Отпор на линиски спроводник“, (<https://phet.colorado.edu/mk/simulations/resistance-in-a-wire>) одреди како промената на материјалот, должината и плоштината на напречниот пресек на линискиот спроводник влијаат врз неговиот електричен отпор. Преку визуелниот приказ и прикажаните вредности во симулацијата, набљудувај како при менување на овие параметри се менува и отпорот на спроводникот, па обиди се да изведеш заклучоци за зависноста на електричниот отпор од физичките својства и од геометријата на спроводникот.

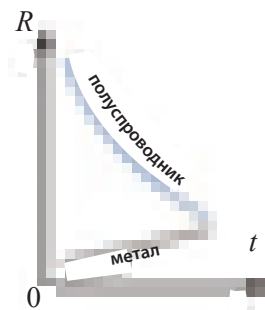
**Зависност на отпорот од температурата**

Специфичниот електричен отпор е карактеристично својство на материјалите и при дадена температура има точно определена вредност. Сепак, со промена на температурата на материјалот, се менува и неговиот специфичен електричен отпор. Според равенката за отпор на линиски спроводник, отпорот зависи од должината, пресекот и од специфичниот електричен отпор. Бидејќи при промена на температурата должината и напречниот пресек на спроводникот се менуваат многу малку (и најчесто може да се занемарат), промената на отпорот главно се должи на промената на специфичниот електричен отпор на материјалот. Кај металите, со зголемување на температурата сезголемува и електричниот отпор, бидејќи атомите почнуваат поинтензивно да осцилираат околу својата рамнотежна положба и со тоа повеќе се спротивставуваат на насоченото движење на електроните. Значи, со зголемување на температурата, амплитудата на осцилациите на честичките од кристалната решетка е поголема. Затоа, заемнодејството на тие честички, со слободните електрони, е поинтензивно. За широк температурен интервал, зависноста на отпорот со температурата е приближно линеарна и може да се изрази со формулата:

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

каде што R е отпор на спроводникот на температура t , а R_0 е отпор на спроводникот на температура од 0°C . Коефициентот α е температурен коефициент на отпорот за дадена супстанца и се изразува во единицата $^\circ\text{C}^{-1}$. За металите α има позитивна вредност, а кај полупроводници негативна вредност, што значи, со зголемување на температурата отпорот на полупроводник се намалува. График на зависност на електричен отпор од температурата за метал и за полупроводник е даден на слика 4.

Зависноста на електричниот отпор од температурата има широка практична примена во техниката и во секојдневниот живот. Таа се користи за мерење на температурата со помош на отпорни термометри, кај кои промената на температурата директно предизвикува промена на отпорот. Врз оваа зависност се темели и работата на термостатите и на системите за автоматска регулација на температурата. Дополнително, со мерење на отпорот, може индиректно да се следи загревањето на електричните уреди и водови, што е важно за нивна заштита и безбедна работа.



Слика 4. Промена на електричен отпор со зголемувањето на температурата за метал и полупроводник

Суперспроводливост

Постои група на материјали кај кои специфичниот електричен отпор, а со тоа и нивниот отпор, се намалува до вредност нула кога се на температура под одредена т.н. критична температура (T_k). Таквите материјали ги нарекуваме суперспроводници, а појавата суперспроводливост. Вообичаено, за повеќето материјали, тоа се случува на неколку келвини над апсолутната нула. Таквите материјали овозможуваат струјата да тече низ нив без загуба. Суперспроводниците не само што покажуваат сосема поинакво електрично однесување во однос на обичните спроводници, туку суперспроводливоста претставува нова физичка состојба на материјата. Првите откриени суперспроводници биле метали, како што се жива и олово. Тие стануваат суперспроводни само на многу ниска температура, блиску до апсолутната нула. Подоцна, појавата била откриена и кај некои керамички материјали, и тоа на повисока температура (90–135) К. Тоа се високотемпературни суперспроводници. Суперспроводниците имаат големо значење во современата технологија. Тие се користат за создавање многу силни и стабилни магнетни полиња, потоа во спроводни жици со нула загуба на електрична енергија, или поконкретно, во медицинската дијагностика, транспортот, кај квантните компјутери, акцелераторите на честички и друго.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Жица изработена од сребро има отпор од $0,85\ \Omega$ на температура од 25°C . Жицата се користи во уред кој при работа достигнува температура од 125°C . Температурниот коефициент на отпор за сребро е $0,0038\ ^\circ\text{C}^{-1}$.

- Опреди го електричниот отпор на жицата на работната температура на уредот.
- Пресметај на која температура отпорот ќе изнесува $2,1\ \Omega$.

Дадено:

$$R_1 = 0,85\ \Omega, \quad t_1 = 25\ ^\circ\text{C}, \quad t_2 = 125\ ^\circ\text{C}, \\ \alpha = 0,0038\ ^\circ\text{C}^{-1}, \quad R_2 = 2,1\ \Omega$$

Се бара:

- R_2 — ?, б) t_1 — ?.

Решение:

а) Согласно со формулата за отпорот на жицата во зависност од нејзината температура, може да го запишеме отпорот на жицата на двете температури: $R_1 = R_0(1 + \alpha t_1)$, $R_2 = R_0(1 + \alpha t_2)$. Изразувајќи го отпорот на жицата на 0°C од првата равенка и заменувајќи го во втората, добиваме:

$$R_2 = \frac{R_1}{(1 + \alpha t_2)} (1 + \alpha t_2) = 1,17 \, \Omega.$$

б) За да ја најдеме температурата на којашто жицата ќе има отпор $R_3 = 2,1 \, \Omega$, ја запишуваме равенката $R_3 = R_0 (1 + \alpha t_3)$, од каде што за температурата добиваме: $t_3 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_3}{R_0} - 1 \right)$. Изразувајќи го отпорот на жицата на 0°C како и во случајот под а) и заменувајќи го во последната равенка, добиваме:

$$t_3 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_3}{R_1} (1 + \alpha t_1) - 1 \right) = 412 \, ^\circ\text{C}.$$



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Физичката величина еднаква на реципрочната вредност на специфичниот електричен отпор претставува специфична електрична спроводливост:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

Специфичната електрична спроводливост ја означуваме со σ (се чита „сигма“), а основна единица мерка е $(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$. Таа величина е карактеристика на материјалот и покажува колку лесно носителите на полнеж се движат низ материјалот. Поголема вредност на σ значи дека тој материјал е добар спроводник на струја. Специфичната електрична спроводливост се појавува како константа на пропорционалност во една важна формула. Според таа формула, густината на струјата е пропорционална со јачината на електричното поле во спроводникот:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}.$$

Овој израз покажува дека микроскопските својства одредени со структурата на спроводникот (σ) влијаат на макроскопските ефекти (густината на струјата). Значи, електричната струја не е изолирана појава. Таа е резултат на дејството на електричното поле врз носителите на полнеж во материјалот, односно колективен резултат од движењето на огромен број честички кои пренесуваат полнеж. Ефектите на електричната струја веднаш се видливи, по воспоставувањето на затворено струјно коло, бидејќи електричното поле се воспоставува многу брзо. Пример, по вклучување на прекинувачот, ние веднаш ја забележуваме светлината од светилката.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто електричните кабли може да се загреат кога низ нив тече струја?
2. На кој начин фенот, кога ќе го поврземе во струјно коло, брзо го загрева воздухот?
3. За да се изработи отпорник со отпор од $3,5 \, \Omega$, треба да се употреби бакарна жица со плоштина на напречен пресек од $0,8 \, \text{mm}^2$. Колкава должина треба да има жицата ако специфичниот отпор на бакарот изнесува $1,7 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}$? (Решение: $l = 165 \, \text{m}$)
4. Спроводна жица од бакар со плоштина на напречен пресек од $4 \, \text{mm}^2$ треба да се замени со спроводна жица од алуминиум, но притоа вкупниот отпор на спроводникот треба да остане ист. Колкава треба да биде плоштината на напречниот пресек на алуминиумската жица ако специфичниот отпор на бакарот е $1,7 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}$, а на алуминиумот $2,8 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}$? (Решение: $S = 6,6 \, \text{mm}^2$)
5. Два спроводника се изработени од различни материјали. Специфичниот отпор на првиот материјал е двојно поголем од специфичниот отпор на вториот. Плоштината на напречен пресек

на првиот спроводник е трипати поголем од пресекот на вториот. Одреди колкава треба да биде должината на првиот спроводник ако должината на вториот е 5 m, за нивните електрични отпори да бидат еднакви. (Решение: $l_1 = 7,5 \text{ m}$)

6. Отпорот на волфрамова жичка во електрична светилка изнесува $18,0 \, \Omega$ на температура од 300°C . Колкава ќе биде температурата на жичката кога отпорот ќе порасне на $96,0 \, \Omega$ ако температурниот коефициент на отпор на волфрам е $0,0045 \, ^\circ\text{C}^{-1}$? (Решение: $t = 1263 \, ^\circ\text{C}$)

1.8. Омов закон за дел и за цело струјно коло

Германскиот физичар Георг Ом во првата половина на XIX век извршил низа експериментални истражувања, врз основа на кои ги формулирал заклучоците кои денес се познати како Омови закони за струјното коло. Првиот закон е наречен Омов закон за дел од струјно коло и ја опишува зависноста меѓу јачината на електричната струја и напонот кај пасивните елементи во струјното коло, како што се отпорник, потрошувач или спроводник. Вториот, Омов закон за цело струјно коло, освен пасивните елементи, го вклучува и активниот елемент во колото, односно изворот на електромоторна сила, кој може да биде галвански елемент, батерија, генератор, соларна ќелија или друг извор. Пасивните елементи во електричното коло ја претвораат електричната енергија во други видови енергија (топлинска, светлинска, механичка и др.), додека активните елементи вршат обратна трансформација, од друг вид енергија создаваат електрична енергија. Во чест на неговиот придонес, единицата за електричен отпор во Меѓународниот систем на единици (SI) го носи името ом (Ω).

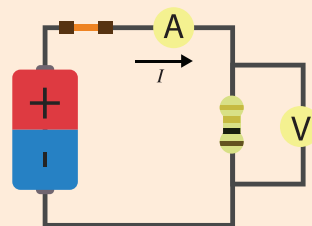


АКТИВНОСТ 1.

Истражување за врската меѓу напонот и јачината на струјата.

Состави едноставно струјно коло со извор на струја, прекинувач, отпорник, амперметар и со волтметар. Амперметарот поврзи го сериски со отпорникот, а волтметарот паралелно со отпорникот, слика 1. За даден напон на краевите на отпорникот што го покажува волтметарот, прочитај ја јачината на струјата што тече низ отпорникот, која ја покажува амперметарот. Податоците внесувај ги во табела 1.

Електромоторната сила на изворот промени ја неколку пати, со додавање галвански елементи во серија или со потенциометар. При секоја промена на електромоторната сила прочитај ги вредностите што ги покажуваат волтметарот и амперметарот и внеси ги во табела. Потоа пресметај го количникот од напонот на краевите на отпорникот и јачината на струјата. Резултатите од истражувањето претстави ги на график. На хоризонталната оска претстави го напонот, а на вертикалната јачината на струјата. Графикот што го доби ја претставува зависноста $I = I(U)$, т.е. промената на јачината на струјата при промена на напонот на краевите на отпорникот. Дали добиената линија е права или крива линија? Од графикот определи го односот $\frac{\Delta U}{\Delta I}$. Потоа, со омметар измери го електричниот отпор на отпорникот кога низ него не тече струја и спореди го со средната вредност на резултатите од последната колона во табелата.



Слика 1.

Струјно коло за истражување на врската меѓу јачината и напонот.

N	$U(\text{V})$	$I(\text{A})$	$\frac{U}{I} \left(\frac{\text{V}}{\text{A}} \right)$
1.			
2.			
3.			

Табела 1. Резултати од мерењата

Омов закон за дел од струјно коло

Ом дошол до заклучок дека за дел од струјно коло (спроводник, отпорник, потрошувач) јачината на струјата што тече низ него е право пропорционална со напонот на неговите краеве, односно:

$$I \sim U.$$

Овој израз покажува дека со зголемување на напонот на краевите на отпорникот се зголемува и јачината на струјата што тече низ тој дел од струјното коло. Константата на пропорционалност зависи од изборот на мерниот систем на единици. Во SI, таа константа е реципрочна вредност од електричниот отпор на тој дел од колото. Согласно со ова, Омовиот закон за дел од струјно коло може да се запише со формулата:

$$I = \frac{U}{R},$$

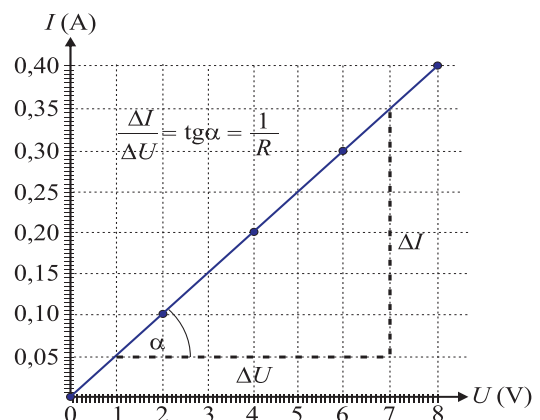
или со зборови: Јачината на струјата низ дел од струјното коло е право пропорционална со напонот на неговите краеве. Константата на пропорционалност е одредена од електричниот отпор во тој дел од колото. Од овој закон произлегува и дефиницијата за единицата мерка за електричен отпор. Од законот на Ом следува $R = \frac{U}{I}$, па според тоа $1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$.

Спроводник има електричен отпор од еден ом ако при напон на неговите краеве од еден волт, низ него тече струја со јачина од еден ампер.

Графикот што го нацрта користејќи ги резултатите од мерењата во Активност 1, треба да е права линија, односно сличен на графикот од слика 2. Ако правата линија се продолжи надолу ќе поминува низ координатниот почеток. Коефициентот на правецот $\frac{\Delta I}{\Delta U}$ е еднаков на реципрочната вредност од електричниот отпор на отпорникот, односно: $\frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{1}{R}$.

Графичката зависност $I = I(U)$ за даден елемент во струјно коло (отпорник, потрошувач и друго) ја викаме волтамперска карактеристика. За елементите во струјното коло, за кои важи Законот на Ом, таа е права линија, додека за некои елементи, како на пример диода, неонски светилки, светилка со влакно, волтамперската карактеристика е крива линија што покажува дека кај нив отпорот зависи од падот на напонот на нивните краеве.

Видовме дека еден начин да се промени јачината на електричната струја во дел од струјното коло е да се промени напонот на тој дел. Но, во некои случаи, како што се електричните кола во домаќинствата, напонот не се менува. Се поставува прашањето: како може да се промени јачината на струјата во некој спроводник или во потрошувач ако напонот на неговите краеве е константен? Во таков случај, согласно со Законот на Ом, може да се менува отпорот на спроводникот, а тоа подразбира да се користи друг материјал, да се промени должината или напречниот пресек.



Слика 2. График на зависноста $I = I(U)$



АКТИВНОСТ 2.

Визуелен начин за прикажување на Омовиот закон за дел од струјно коло е даден преку интерактивната симулација „Омов закон“ на интернет - страницата <https://phet.colorado.edu/mk/simulations/ohms-law>. Истражувај како може да се промени јачината на струјата што тече низ даден спроводник. Во симулацијата, прво менувај го падот на напонот при константен електричен отпор на отпорни-



кот и набљудувај како се менува јачината на струјата што тече низ него. Потоа, при константна вредност на напонот на краевите на отпорникот, менувај го отпорот на отпорникот и повторно забележи ги промените на јачината на струјата.

**РЕШЕН ПРИМЕР 1.**

Потрошувач кој има отпор 55Ω е поврзан на извор со напон од 24 V .

а) Определи ја јачината на струјата низ потрошувачот.

б) Пресметај на колкав напон треба да се поврзе потрошувачот за да тече низ него струја со јачина 1 A , при непроменет отпор.

Дадено:

$$R = 55 \Omega, \quad U = 24 \text{ V}, \quad I_1 = 1 \text{ A}$$

Се бара:

а) $I - ?$, б) $U_1 - ?$

Решение:

а) Од Омовиот закон за дел од струјното коло $I = \frac{U}{R}$ за јачината на струјата низ потрошувачот се добива $I = 0,44 \text{ A}$.

б) Исто така, од законот на Ом следува дека $U_1 = I_1 \cdot R = 55 \text{ V}$.

**РЕШЕН ПРИМЕР 2.**

На графикот се дадени волтамперските карактеристики за два потрошувача. Определи го отпорот на секој од нив.

Дадено:

график $I = I(U)$ за два потрошувачи.

Се бара: $R_1 - ?$ и $R_2 - ?$

Решение:

Знаејќи дека коефициентот на правец на правата

$$\frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{1}{R} \text{ од графикот може да пресметаме } \frac{\Delta U}{\Delta I} = R.$$

Од графикот за првиот потрошувач (график со црвена боја) ако се пресмета количникот $\frac{\Delta U}{\Delta I}$ ќе добиеме вредност $R_1 = 20 \Omega$.

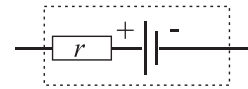
На ист начин, за другиот потрошувач ќе добиеме $R_2 = 40 \Omega$.



Омов закон за цело струјно коло

Струјата што тече во затворено струјно коло, тече и низ изворот на струја. Изворот е активен елемент кој обезбедува енергија за на неговите краеве да се одржува разликата на потенцијалите (ЕМС). Во зависност од видот на изворот, внатре во него сила од неелектрична природа ги пренесува полнежите од едниот до другиот пол на изворот. Бидејќи полнежите во изворот поминуваат низ некој материјал, тоа движење не е без пречки. Така, освен отпорот во надворешниот дел од струјното коло, постои и **внатрешен отпор на изворот**. Тој е присутен кај сите галвански елементи, како што се ба-

тери, акумулатори, генератори и соларни ќелии. Внатрешниот отпор на изворот го означуваме со r , а во електрична шема го претставуваме со мал отпорник поставен блиску до изворот и истиот го сметаме за дел од изворот, слика 3.



Слика 3. Внатрешен отпор на изворот.

Формулата што го дава математичкиот израз на Омовиот закон за цело струјно коло е:

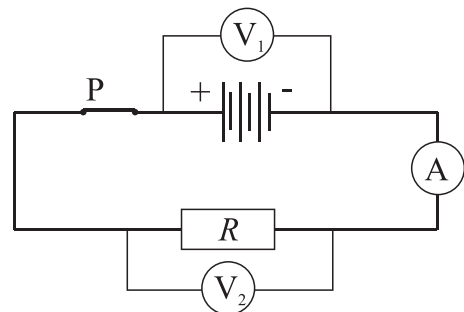
$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

каде што I е јачина на струјата низ колото, ε е ЕМС на изворот, R е отпорот во надворешниот дел од колото и r е внатрешен отпор на изворот. Ако се земе предвид вкупниот отпор во колото (внатрешен и надворешен), тогаш јачината на струјата е право пропорционална со ЕМС на изворот. Константата на пропорционалност е одредена од својствата на изворот (неговиот внатрешен отпор) и од својствата на компонентите во надворешниот дел од колото (отпорот на пасивниот елемент во колото).

Освен со промена на ЕМС на изворот, јачината на струјата во колото може да се менува со промена на отпорот во надворешниот дел од колото R . Свое влијание на струјата има и внатрешниот отпор на изворот. Со зголемување на надворешниот отпор, струјата се намалува, но истото се случува и кога се зголемува внатрешниот отпор. Особено е важно да се знае дека внатрешниот отпор на батеријата се зголемува со нејзиното користење и празнење.

Напон и пад на напон

Кога тече струја низ колото, некоја енергија од неелектрична природа во изворот се претвора во електрична енергија и за сметка на таа енергија се пренесуваат полнежи од едниот до другиот пол на изворот. Разликата на потенцијалите на двата пола на изворот при отворено струјно коло се нарекува електромоторна сила на изворот или напон на изворот. Кога струјата тече низ некој елемент во колото, во кој електричната енергија се претвора во друг вид енергија, потенцијалната разлика меѓу краевите на потрошувачот ја означуваме како пад на напонот. Кога ќе кажеме „напон на потрошувач“, всушност мислиме на падот на напонот на тој потрошувач, односно на разликата на потенцијалите на неговите краеве. Пад на напонот има и во изворот на струја поради внатрешниот отпор на изворот. На слика 4 е прикажано струјно коло во кое со волтметар се мери електромоторната сила на изворот и падот на напонот на отпорникот.



Слика 4. Мерење на потенцијална разлика

Според Омовиот закон за цело струјно коло, ако надворешниот отпор е нула, односно кога постои краток спој, струјата станува максимална и нејзината вредност може да се пресмета со формулата:

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}.$$

Во тој случај, струјата тече само низ изворот, па при краток спој тече најголема струја.

Кога изворот не е поврзан во коло или, пак, прекинувачот е отворен (отворено коло), напонот меѓу неговите полови е еднаков на неговата ЕМС, односно:

$$U_e = \varepsilon.$$

Кога низ изворот тече струја, напонот што го добива потрошувачот се намалува поради внатрешниот отпор r , при што важи:

$$U = \varepsilon - Ir.$$

Кај стара или користена батерија како хемиски извор на струја, поради тоа што реагенсите се трошат, концентрацијата на електролитот се менува, на електродите се создаваат изолациски слоеви итн., внатрешниот отпор на изворот се зголемува, па падот на напонот на потрошувачот се намалува и затоа уредите не можат правилно да работат.



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Извор на струја со ЕМС од 12 V и внатрешен отпор од $1,0 \, \Omega$ е поврзана со отпорник чиј отпор е $9,0 \, \Omega$. Да се пресмета:

- Јачината на струјата во колото.
- Падот на напонот во надворешниот дел од струјното коло.
- Падот на напонот во внатрешниот дел од колото (изворот на струја).

Дадено:

$$\varepsilon = 12 \, \text{V}, \quad r = 1,0 \, \Omega, \quad R = 9,0 \, \Omega$$

Се бара:

$$\text{а) } I - ?, \quad \text{б) } U_n - ?, \quad \text{в) } U_\varepsilon - ?$$

Решение:

а) Од Омовиот закон за цело струјно коло, јачината на струјата е $I = 1,2 \, \text{A}$.

б) Од изразот $U_n = I \cdot R$ добиваме $U_n = 10,8 \, \text{V}$.

в) Од изразот $U_\varepsilon = I \cdot r$ добиваме $U_\varepsilon = 1,2 \, \text{V}$.



РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Извор на електромоторна сила со ЕМС од 4,5 V и внатрешен отпор од $0,25 \, \Omega$ се спојува кратко. Да се пресмета јачината на струјата при краток спој.

Дадено:

$$\varepsilon = 4,5 \, \text{V}, \quad r = 0,25 \, \Omega$$

Се бара:

$$I_{\text{ks}} - ?$$

Решение:

Од формулата што го дава Омовиот закон за цело струјно коло, јачината на струјата при $R = 0 \, \Omega$ е $I_{\text{ks}} = \frac{\varepsilon}{r}$, од каде што пресметките даваат $I_{\text{ks}} = 18 \, \text{A}$.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Резистивниот екран на допир е едноставна, но многу практична технологија која работи врз основа на притисок и промена на јачината на електричната струја во самиот екран. Тој е изграден од два тенки и флексибилни слоја покриени со просирен отпорен материјал, поставени многу блиску еден до друг, но раздвоени со микроскопски растојанија. Во нормална состојба слоевите не се допираат. Кога корисникот ќе притисне со прст или пенкало, горниот слој благо се свиткува и го допира долниот слој. Во моментот кога ќе се воспостави контакт, на тоа мало место се менува електричната струја што тече по површината на отпорниот слој (слика).

Токму тука се применува Омовиот закон, бидејќи контролерот ја одредува точката на допир преку мерење на напонот и на струјата што протекува низ отпорниот слој. Секоја положба на екранот, со допир по должината на слојот, има различен електричен отпор, па со мали промени на напонот и на јачината на струјата, контролерот ги пресметува точните координати x и y на местото каде што се споиле слоевите.

Благодарение на овој принцип, резистивните екрани функционираат со секој физички предмет, како на пример, прст, пенкало, па дури и ракавица, што ги прави особено корисни во индустриски уреди, банкомати и кај навигациски системи кои мора да работат во различни услови. Едукативно видео може да погледнете на линков подолу.

<https://www.bing.com/videos/riverview/relatedvideo?q=how+touch+screen+technology+works+in+physics+explanation&mid=3E44E17E9FEBAC467A543E44E17E9FEBAC467A54&FORM=VIRE>





ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. При краток спој јачината на струјата во колото има голема вредност. Ако отпорот во надворешниот дел од колото е нула, запиши ја формулата според која може да ја пресметаме максималната јачина на струјата при краток спој.
2. Како се менува јачината на струјата што тече низ потрошувач ако внатрешниот отпор на изворот се зголемува?
3. Електричен грејач е поврзан на напон од 125 V и низ него тече струја со јачина 4 A. Пресметај го отпорот на грејачот и определи колкава ќе биде јачината на струјата ако напонот се зголеми на 150 V, претпоставувајќи дека отпорот не се менува. (Решение: $R = 31,3 \, \Omega$, $I_1 = 4,8 \, \text{A}$)
4. Пресметај ја потенцијалната разлика на краевите на бакарна жица со должина од 15 m и плоштина на напречен пресек $1 \, \text{mm}^2$ ако низ жицата тече струја со јачина од 6 A. Специфичниот отпор на бакарот е $1,7 \cdot 10^{-8} \, \Omega \text{m}$. Пресметај колкав напон ќе биде потребен за низ истата жица да протече струја со јачина од 10 A. (Решение: $U = 1,53 \, \text{V}$, $U_1 = 2,55 \, \text{V}$)
5. Батерија со ЕМС од 9 V и внатрешен отпор од $0,8 \, \Omega$ е поврзана со потрошувач. Пресметај го отпорот на потрошувачот ако низ колото тече струја со јачина од 1,5 A. Сега, пресметај го падот на напонот во надворешниот дел од колото. (Решение: $R = 5,2 \, \Omega$, $U = 7,8 \, \text{V}$)
6. Батерија со ЕМС од 7,2 V и со внатрешен отпор од $0,6 \, \Omega$ е поврзана со отпорник чиј отпор е $3,4 \, \Omega$. Пресметај ја јачината на струјата во колото. Потоа, одреди колкав ќе биде напонот на половите на батеријата при ова оптоварување. (Решение: $I = 1,8 \, \text{A}$, $U = 6,12 \, \text{V}$)
7. Извор на струја со ЕМС од 5 V има внатрешен отпор од $2 \, \Omega$. Изворот се поврзува со отпорник чиј отпор може да се менува. Отпорот го местиме на вредност така што напонот на неговите краеве е 3 V. Да се пресметаат јачината на струјата во колото и вредноста на отпорот за овој случај. (Решение: $I = 1 \, \text{A}$, $R = 3 \, \Omega$)

1.9. Кирхофови правила

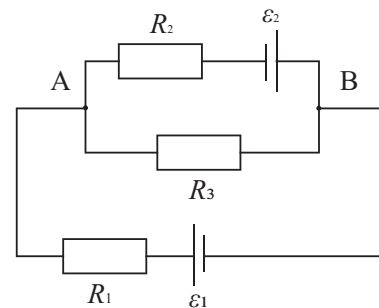
Едноставните струјни кола се корисни за објаснување и за разбирање на електромоторната сила на изворот, падот на напонот на отпорниците и на јачината на струјата што тече во струјното коло. Меѓутоа, во реалноста најчесто се среќаваат сложени струјни кола. Нивната сложеност произлегува од практичните барања во градежништвото, електротехниката, енергетиката и во индустријата, каде што е потребна сигурна електрична инсталација, високо ниво на безбедност и можност за додавање нови потрошувачи. За проектирање и за анализа на сложени струјни кола, законите на Ом за дел и за цело струјно коло не се доволни. Затоа, се повикуваме на Кирхофовите правила кои претставуваат едни од најфундаменталните алатки за анализа на струјните кола. Кирхофовите правила се директна последица на најопштите закони за запазување во природата и имаат клучна улога во физиката, електротехниката и во електрониката, енергетиката, автоматиката, како и во роботиката, комуникациите.

Кирхофовите правила се формулирани од германскиот физичар Густав Роберт Кирхоф во 1845 година, додека работел на семинарска работа во текот на студиите. Тој формулирал две независни, но меѓусебно поврзани правила. Пред да ги разгледаме Кирхофовите правила, треба да ги имаме предвид претпоставките дека спроводните жици се идеални (со занемарливо мал отпор во однос на отпорот на потрошувачите) и ако не е посебно потенцирано, ќе сметаме дека изворот на струја е идеален, т.е. неговиот внатрешен отпор е нула. На слика 1 е дадена шема на едно сложено струјно коло. Прво да ги објасниме поимите што се среќаваат при анализа на сложено струјно коло:

- **Јазол** (или јазолна точка) е место каде што се спојуваат најмалку три спроводници. Тоа е точка која е на одреден електричен потенцијал. Струјното коло на слика 1 има две јазолни точки, А и В.

- **Гранка** е дел од колото меѓу два јазла, или тоа е патот по кај струјата се движи од еден до друг јазол. Во еден јазол се спојуваат најмалку три гранки. На слика 1 има три гранки: $AR_2\varepsilon_2B$, AR_3B и $B\varepsilon_1R_1A$.

- **Затворена контура** е затворена патека во струјното коло по која може да се движиме и да се вратиме во ист јазол. Секоја нова контура треба да содржи барем една гранка што не припаѓа на претходните затворени контури. Во струјното коло на слика 1 има две независни затворени контури: $AR_2\varepsilon_2BR_3A$ и $AR_3B\varepsilon_1R_1A$. Бројот на независни затворени контури (K) во дадено струјно коло е број на гранки (G), минус број на јазли (J), плус 1, или: $K = G - J + 1$.



Слика 1.
Сложено струјно коло.

Прво Кирхофово правило

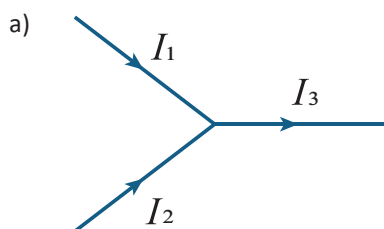
Ова правило е директна последица на Законот за запазување на количеството електричество. Електричниот полнеж не може ниту да создаде, ниту да се изгуби во јазолот, затоа колкав полнеж влегува во даден јазол во единица време, толкав полнеж мора и да излезе од јазолот во единица време. Тоа се применува на даден јазол и е познато уште и како правило на струите. Според него, алгебарскиот збир на јачината на сите струи кои влегуваат и излегуваат од еден јазол е еднаков на нула:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0,$$

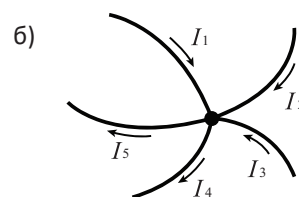
каде што I_i е јачината на секоја од струите што влегуваат или излегуваат од ист јазол, ако во јазолот влегуваат или излегуваат вкупно n струи. Притоа, струите што влегуваат во даден јазол ги земаме со знак плус, а оние што излегуваат од истиот јазол со знак минус. Првото Кирхофово правило може да се искаже и на следниов начин: **збирот од струите што влегуваат во еден јазол е еднаков со збирот на струите што излегуваат од истиот јазол:**

$$\sum I_{\text{излегуваат}} = \sum I_{\text{влегуваат}}.$$

При анализа на струјно коло, за секој јазол се запишува посебна равенка за Првото Кирхофово правило. На пример, ако во еден јазол влегуваат две струи, а излегува само една (слика 2а), тогаш важи $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ или $I_1 + I_2 = I_3$. На слика 2б е даден пример каде што во еден јазол влегуваат три струи, а излегуваат две.



Слика 2.
а) јазол во кој влегуваат и излегуваат вкупно три струи.
б) јазол во кој влегуваат и излегуваат вкупно пет струи



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

Второ Кирхово правило

Ова правило произлегува од Законот за запазување на енергијата и се применува за дадена затворена контура што е дел од сложено струјно коло. Според овој закон, енергијата што ја обезбедуваат изворите на струја (галвански елемент, батерија, генератор и сл.) е еднаква на енергијата што се ослободува во потрошувачите и во другите елементи во колото. Таа енергија најчесто е топлинска, механичка, електромагнетна или енергија складирана во електрични и во магнетни полиња.

Математичкиот израз за Второто Кирхофово правило кажува дека алгебарскиот збир на сите електромоторни сили е еднаков на алгебарскиот збир на сите падови на напон по должината на која било затворена контура во дадено струјно коло:

$$\sum_i \varepsilon_i = \sum_i I_i R_i.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

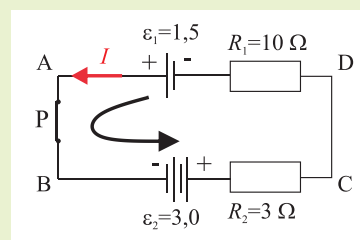
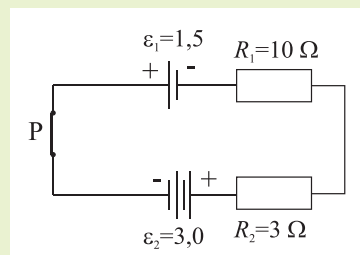
Пресметај ја јачината на струјата што тече низ колото прикажано на сликата.

Решение: Во колото нема разгранување на струјата, т.е. нема јазолна точка. За произволна насока на обиколување на контурата ја земаме насоката ABCDA, насока спротивна од насоката на вртење на стрелките на часовникот. За насока на струјата ја земаме истата насока по која ја обиколуваме контурата. Второто Кирхофово правило за дадената контура е:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = IR_1 + IR_2,$$

од каде што за јачината на струјата добиваме:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = 0,35 \text{ A}.$$



Членовите во алгебарскиот збир од двете страни на равенката може да имаат позитивен или негативен знак. Заради конзистентност и недвосмисленост при анализа на дадено струјно коло, договорени се постапки за примена на Второто Кирхофово правило:

- На шема од електричното коло ги означуваме сите познати и непознати величини.
- За секоја струја што тече низ гранките од колото определуваме произволна насока на струјата, следејќи ги нашата интуиција и знаење за струите и за напоните.
- За секоја независна контура определуваме произволна насока на обиколување по неа, во насока на вртење на стрелките на часовникот или обратно од таа насока.
- При запишување на математичкиот израз на Второто Кирхофово правило за дадена контура, ЕМС има знак плус ако при обиколување по контурата прво се наидува на негативниот, а потоа на позитивниот пол на изворот. ЕМС има негативен знак ако прво се наидува на позитивниот, а потоа на негативниот пол на изворот.
- Исто така, даден пад на напон во равенката има знак плус ако произволната насока на обиколување по контурата е иста со произволната насока на струјата низ тој потрошувач. Ако тие две насоки се спротивни, тогаш тој пад на напон има знак минус.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Запиши ги математичките изрази за Првото и за Второто Кирхофово правило за струјното коло дадено на сликата.

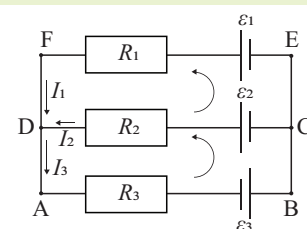
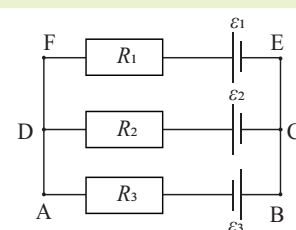
Решение: Најпрво одредуваме произволна насока на обиколување низ контурите. Во конкретниот случај, за двете контури насоките се земени спротивно на насоката на движење на стрелките на часовникот. Потоа задаваме насока на течење на струите во секоја гранка.

За јазолот во точката D го запишуваме Првото Кирхофово правило: $I_1 + I_2 = I_3$.

Второто Кирхофово правило за секоја од контурите е:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 \text{ за контурата DCEFD и:}$$

$$\varepsilon_3 + \varepsilon_2 = I_3 R_3 + I_2 R_2 \text{ за контурата ABCDA.}$$



Кирхофовите правила овозможуваат анализа на сложени струјни кола во кои има повеќе извори и повеќе потрошувачи. Комбинирана примена на двете правила дава систем од линеарни алгебарски равенки кои го опишуваат струјното коло. За решавање на системот, потребни се толку независни равенки колку што има непознати величини во нив. Решението на системот дава вредности за непознатите величини, како што се јачина на струја во гранките, внатрешен отпор на изворите, електромоторна сила на изворите и слично.

Доколку во решението на системот равенки за дадена јачина на струјата добиеме негативна вредност, тоа значи дека во реално струјно коло насоката на таа струја е обратна од произволно избраната насока за таа струја. Ако добиеме негативна вредност за дадена ЕМС, тогаш или поларитетот на изворот во реално коло е обратен или, пак, тој не работи како извор, туку работи како потрошувач. Реален пример би бил полнење на батерија или на акумулатор.



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Пресметај ја јачината на струјата низ секоја од гранките во колото на слика 1 ако $\varepsilon_1 = 12\text{ V}$, $\varepsilon_2 = 6\text{ V}$, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$ и $R_3 = 2\ \Omega$. Запиши ја математичката формула за Второто Кирхофово правило доколку изворот на ЕМС означен со ε_1 има внатрешен отпор r .

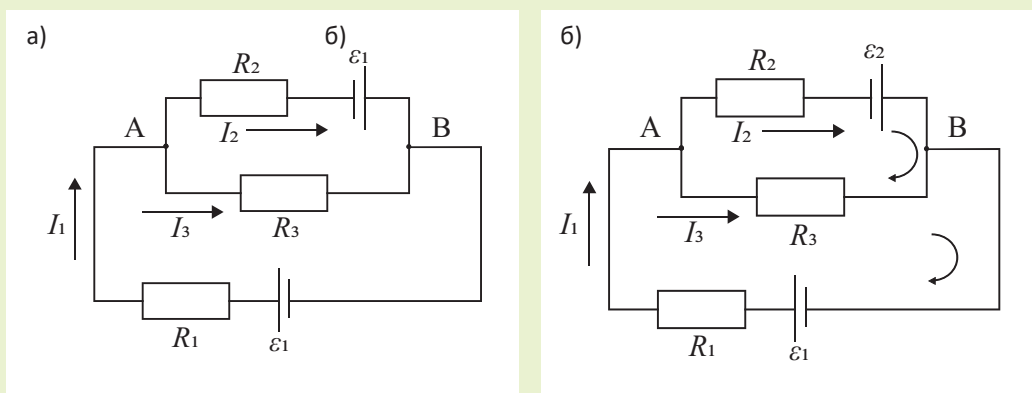
Решение: На слика 3а, освен симболите на елементите во колото, дадена е претпоставената произволна насока на струјата за трите гранки од колото. За јазолната точка А, Првото Кирхофово правило може да се запише како:

$$I_1 = I_2 + I_3, \quad (1)$$

На слика 3б е дадена одбрана произволна насока на обиколување на контурите. Второто Кирхофово правило за контурите $AR_2\varepsilon_2BR_3A$ и $AR_3B\varepsilon_1R_1A$ се:

$$\varepsilon_2 = -I_3R_3 + I_2R_2, \quad (2)$$

$$\varepsilon_1 = I_1R_1 + I_3R_3. \quad (3)$$



Слика 3. а) Струјно коло со произволни насоки на струите
б) Струјно коло со произволна насока на обиколување по контурите

Равенките (1), (2) и (3) претставуваат систем од три равенки со три непознати. Со нивно решавање ја наоѓаме јачината на струјата низ секоја гранка, при што добиваме: $I_1 = 1,24\text{ A}$, $I_2 = 1,41\text{ A}$, $I_3 = -0,18\text{ A}$. Негативната вредност на јачината на струјата I_3 покажува дека струјата тече во спротивна насока од претпоставената насока.

Ако изворот на ЕМС ε_1 има внатрешен отпор r , тогаш равенката (3) ќе гласи:

$$\varepsilon_1 = I_1R_1 + I_3R_3 + I_1r.$$

При разгледување на ваков случај со внатрешен отпор на изворот, на десната страна во изразот за Второто Кирхофово правило, треба да се додаде и член за падот на напонот на изворот, во општ случај $I \cdot r$, во кој I е јачината на струјата што тече низ изворот на ЕМС.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Примената на Кирхофовите правила во домашните електрични инсталации и уреди е многу поширока отколку што изгледа на прв поглед. Иако корисникот обично „гледа“ само приклучоци, прекинувачи и уреди, зад нивната сигурна и правилна работа стои проекција, планирање и анализа која ги вклучува законите на Ом и правилата на Кирхоф. За сите разводни кутии, приклучоци, материјали, видови спроводници и уреди се прави проектирање, избор на материјал, пресметки за безбедност, тестирање и одржување. Ако проектантите, инженерите и електричарите не ги почитуваат правилата и законите, постои опасност од електрично преоптоварување, прегревање, испади во мрежата, загуби на енергија, пожар и други несакани појави.

Кирхофовите правила претставуваат мост меѓу фундаменталната физика и практичната електротехника. Тие зборуваат за важноста и за моќта на законите за запазување и нивната примена во реални системи. Кирхофовите правила се основа за анализа на сложени електрични мрежи, дизајн на електроенергетски системи, пресметка на јачина на струи и напони во индустриски инсталации. Користејќи аналогија, многу процеси во природата може да се моделираат преку Кирхофовите правила. Тука пред сè се мисли на топлински движења, процеси во динамиката на флуиди, потоа мрежи и мрежни модели во статистичката физика, невронски мрежи и други модели во биофизиката.

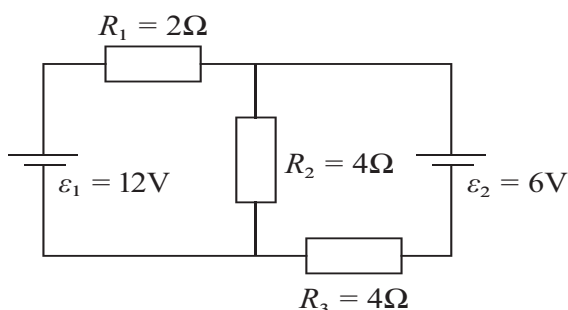
Иако Кирхофовите правила се многу општи, тие не се апсолутно универзални и без ограничување на условите при коишто можат да се применат. Тие важат за струјни кола во кои промените на струјата и на напонот се релативно бавни. Не важат за кола со високофреквентни струи, како што има во микробрановата техника, потоа во случаи кога во колото се појавуваат променливи магнетни полиња, во системите за пренос на електричната енергија и друго. Анализата на струјните кола и примената на Кирхофовите правила во такви случаи, вклучува одредени корекции во пресметките.



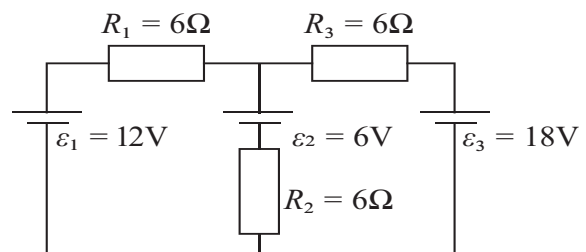
ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Која е разликата меѓу едноставни и сложени струјни кола?
2. Кои се основните поими кај сложено струјно коло, а кои се важни за нивна анализа?
3. Од кои фундаментални закони на природата се изведени Кирхофовите правила?
4. Запиши ги математичките изрази за Кирхофовите правила и истите кажи ги со зборови.
5. Определи ја јачината на струјата низ трите гранки од колата прикажани на сликите.

а)



б)



(Решение: а) 2,25 A; 1,875 A; 0,375 A; б) 0 A; 1 A; 1 A)

1.10. Сврзување на отпорници

При анализата на струјните кола во кои се сврзани повеќе отпорници, јачината на струјата, напонот и отпорот се определуваат со примена Омовите закони и Кирхофовите правила. Секое сложено струјно коло може да го поедноставиме ако повеќе отпорници се заменат со еден отпорник чиј отпор е еквивалентен на отпорот на заменетите отпорници, односно има иста вредност како отпорот на тие отпорници. **Еквивалентен отпор** е отпорот на отпорник кој може да замени два или повеќе отпорници. Притоа, поедноставното коло во коешто е поврзан еквивалентен отпор се однесува исто како посложеното струјно коло во кое биле поврзани повеќе отпорници. Низ поедноставното струјно коло при иста електромоторна сила на изворот, тече струја со иста јачина како и низ сложеното коло.

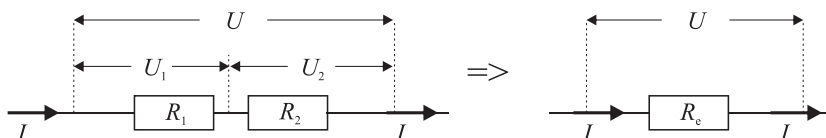
Сите струјни кола, било во електрични инсталации, електронски кола, струјни кола во електричните уреди, се комбинација од **сериска и паралелна врска на елементи во колото**. Познавањето на сериското и на паралелното сврзување на отпорници (потрошувачи) овозможува разбирање на начинот како се распределуваат струјата, падот на напонот и енергијата во елементите од струјното коло. Затоа ќе ги проучиме двата основни начина на сврзување на отпорници: **сериско и паралелно**. Начинот на поврзување ја одредува јачината на струјата што поминува низ нив, како и падот на напонот на краевите на отпорниците. Заклучоците за сврзување на отпорници важат и за сврзување на потрошувачи.

Сериско сврзување на отпорници

Сериското сврзување на отпорници значи тие да се подредени во низа, притоа струјата во колото не се разгранува и низ сите отпорници тече струја со иста јачина. На пример, за два отпорника сврзани сериски, како што е прикажано на слика 1, може да запишеме:

$$I_1 = I_2 = I.$$

Овој заклучок е последица на Законот за запазување на полнежот, кој кажува дека полнежот не може да се натрупа или да исчезне во некоја точка од колото, па истиот полнеж што влегува во некој отпорник во единица време мора и да излезе од тој отпорник за единица време.



Слика 1. Сериско сврзани отпорници се заменуваат со отпорник со еквивалентен отпор.

Според Второто Кирхофово правило, збирот на падовите на напон на сите отпорници сврзани во серија (U_1 и U_2 слика 1) треба да е еднаков на вкупниот пад на напонот на краевите на тие отпорници (U):

$$U = U_1 + U_2.$$

Ако го примениме Омовиот закон за дел од струјно коло, односно ако ги пресметаме падовите на напоните на секој отпорник и падот на напонот на еквивалентниот отпорник ($U_i = IR_i$), добиваме

$$IR_e = IR_1 + IR_2,$$

од каде што, по делење на целиот израз со јачината на струјата низ колото, добиваме:

$$R_e = R_1 + R_2.$$

што претставува формула за пресметување еквивалентен отпор на два сериски сврзани отпорника. Во општ случај, може да запишеме:

$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i.$$

што значи, **еквивалентен отпор на сериски сврзани отпорници е збир од отпорот на поединечните отпорници**. Еквивалентниот отпор на сериски сврзани отпорници е поголем и од најголемиот отпор во серијата.

Според Првиот Омов закон ($U_i = IR_i$), отпорник со поголем отпор има поголем пад на напон. Секое додавање на отпорник во серија со отпорници го зголемува еквивалентниот отпор, а со тоа се намалува јачината на струјата во колото:

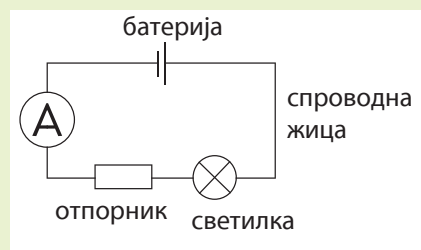
$$I = \frac{U}{R_e}$$

На пример, ако две светилки се сврзани сериски поради тоа што вкупниот отпор расте, јачината на струјата се намалува и тие ќе светат послабо во споредба со тоа кога е поврзана само една светилка. Кај сериско сврзување на отпорници или на потрошувачи, ако во некој дел колото се прекине, тогаш низ него престанува да тече струја.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Во струјното коло на сликата сериски се сврзани отпорник чиј отпор е $10 \, \Omega$ и светилка со непознат отпор. Амперметарот покажува јачина на струја од $0,4 \, \text{A}$. Ако напонот на галванскиот елемент е $12 \, \text{V}$, пресметај го отпорот на светилката. Внатрешниот отпор на изворот го занемаруваме, а исто така и температурните промени на отпорот на светилката. Амперметарот има занемарливо мал внатрешен отпор.



Дадено:

$$R_1 = 10 \, \Omega,$$

$$I = 0,4 \, \text{A},$$

$$U = 12 \, \text{V}$$

Се бара:

$$R_2 - ?$$

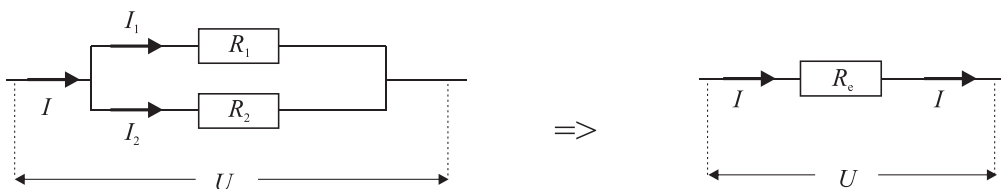
Решение:

Од условите во задачата и начинот на кој се сврзани отпорникот и светилката, еквивалентниот отпор во струјното коло е $R_e = R_1 + R_2$. Напонот на изворот е $U = I \cdot R_e$, односно $U = I \cdot (R_1 + R_2)$ што претставува равенка со една непозната. Ако од неа се изрази непознатиот отпор на светилката, добиваме $R_2 = \frac{U}{I} - R_1$. Со замена на познатите вредности за отпорот на светилката, се добива $R_2 = 20 \, \Omega$.

Паралелно сврзување на отпорници

Кај паралелното сврзување, сите отпорници се поврзани меѓу истите две точки (јазли) во струјното коло, односно нивните краеве се директно приклучени на половите на изворот. Поради тоа, разликата на потенцијалите меѓу краевите на секој отпорник е еднаква и напонот на секој отпорник е ист и е еднаков на напонот на изворот:

$$U_1 = U_2 = U.$$



Слика 2. Паралелно сврзани отпорници се заменуваат со отпорник со еквивалентен отпор

Ако во колото има паралелна врска, тогаш струјата се разгранува, слика 2. Во секоја гранка од колото, јачината на струјата зависи од отпорот во соодветната гранка, при што важи Првото Кирхофово правило:

$$I = I_1 + I_2.$$

Според Омовиот закон за дел од струјно коло $I_i = \frac{U}{R_i}$, произлегува дека појака струја ќе тече низ гранките со помал отпор. Со замена на оваа формула, во формулата за струите добиваме:

$$\frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}.$$

Ако двете страни на овој израз ги поделиме со напонот, ќе добиеме:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Оваа равенка го поврзува еквивалентниот отпор на два паралелно сврзани отпорника со нивните отпори. Во општ случај, за паралелно сврзани отпорници, може да го запишеме изразот:

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

според кој, реципрочната вредност на еквивалентниот отпор на паралелно сврзани отпорници е збир од реципрочните вредности на поединечните отпори. За случај на два отпорника сврзани паралелно, нивниот еквивалентен отпор:

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

При паралелно сврзување на отпорници, еквивалентниот отпор секогаш е помал и од најмалиот отпор вклучен во паралелната врска. Додавањето нова паралелна гранка го намалува еквивалентниот отпор, а тоа значи дека ја зголемува јачината на струјата што тече низ неразгранетиот дел од колото.

Во струјно коло со две светилки поврзани паралелно, падот на напонот на секоја од светилките е ист. Бидејќи струјното коло е разгрането, ако една од светилките прегори, тогаш другата ќе продолжи да работи. Оваа погодност на паралелното сврзување е причина сите уреди во домаќинството да бидат поврзани паралелно.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Во струјно коло како што е прикажано на слика 2, јачината на струјата во не разгранетиот дел од колото е 12 А. Во првата гранка е поврзан отпорник со отпор 3 Ω, а во втората гранка отпорник со отпор 9 Ω. Определи го:

- еквивалентниот отпор во колото,
- напонот на изворот,
- јачината на струјата што тече низ секој од отпорниците.

Дадено:

$$I = 12 \text{ A},$$

$$R_1 = 3 \Omega,$$

$$R_2 = 9 \Omega$$

Се бара:

$$R_e - ?, U - ?,$$

$$I_1 - ?, I_2 - ?$$

Решение:

а) За два паралелно сврзани отпорника, еквивалентниот отпор е $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Со замена на вредностите за отпорите, добиваме $R_e = 2,25 \Omega$.

б) Ако е позната јачината на струјата во неразгранетиот дел од колото, тогаш напонот на изворот е $U = I \cdot R_e$. Со замена на бројните вредности, добивме $U = 27 \text{ V}$.

в) Јачината на струјата во секоја од гранките се пресметува со помош на Омов закон за дел од струјно коло $I_i = \frac{U}{R_i}$. Со замена на вредностите, пресметките даваат: $I_1 = 9 \text{ A}$ и $I_2 = 3 \text{ A}$.

Поврзување на амперметар во струјно коло

Амперметарот е мерен инструмент што служи за мерење на јачината на електричната струја во колото или на некој негов разгранет дел. За да ја измери јачината на струјата правилно, амперметарот мора да се приклучи така што целата струја од одбраната гранка ќе помине низ него.

Амперметарот секогаш се поврзува сериски за целата струја што поминува низ таа гранка да помине и низ амперметарот.

Амперметарот е изработен така што има многу мал внатрешен отпор. Тоа е важно бидејќи мерниот инструмент не треба да влијае на мерењето на јачината на струјата во колото. Ако амперметарот има голем отпор, тогаш тој би претставувал дополнителен отпорник во колото и ќе влијаеле на јачината на струјата во колото.

Поврзување на волтметар во струјно коло

Волтметарот се користи за мерење на разликата во електричниот потенцијал (напон) меѓу две точки во колото. За да ја измери разликата меѓу потенцијалите на два краја од отпорник, потрошувач или извор на струја, волтметарот мора да биде приклучен, така што ги „спојува“ овие две точки. **Затоа, волтметарот секогаш се поврзува паралелно со елементот во колото чиј пад на напон го мери.** Волтметарот има многу голем внатрешен отпор. Според Омовиот закон за дел од струјно коло, на тој начин низ него ќе тече струја со многу мала јачина, која најчесто може да се занемари.



АКТИВНОСТ 1.

Со помош на интерактивната симулација **Поврзи елементи во виртуелно струјно коло („Circuit Construction Kit: DC - Virtual Lab“)** <https://phet.colorado.edu/en/simulations/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab> истражувај за сериско и за паралелно сврзување на отпорници и потрошувачи (светилки). Во колото поврзи уште амперметар и волтметар. Со помош на законите на Ом, пресметај отпор на даден отпорник/потрошувач. Потоа истата постапка повтори ја за два сериски, односно два паралелно сврзани отпорника/потрошувачи или, пак, истражувај за комбинирана врска што вклучува сериско и паралелно сврзување.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Во електричниот фен за коса има грејач направен од метална жица со голем специфичен отпор и електромотор што го врти вентилаторот. За да се добијат два режими на работа (1 и 2), фенот користи комбинација од сериско и паралелно поврзување на различни делови од грејната жица. Во режимот 1, струјата поминува низ поголема ефективна должина на грејачот, што значи поголем вкупен отпор, а поголемиот отпор ја намалува јачината на струјата и грејачот произведува помалку топлина. Во режимот 2, дел од жицата се заобиколува преку паралелна гранка, со што се намалува вкупниот електричен отпор во колото, дозволувајќи да тече струја со поголема јачина и грејачот да се загрева многу повеќе.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Објасни зошто при паралелно сврзување на отпорници или на потрошувачи напонот на сите гранки е ист.
2. За два отпорника сврзани паралелно, еквивалентниот отпор го пресметуваме според формулата

$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Запиши ја формулата според која може да пресметаш еквивалентен отпор на три

отпорници сврзани паралелно. Отпорот на отпорниците е R_1 , R_2 и R_3 .

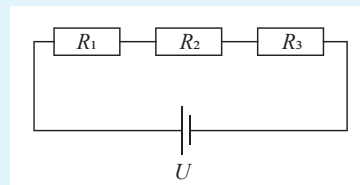
3. Како се распределува струјата по гранките при паралелно сврзување на отпорници?
4. Објасни како промената на вредноста на еден отпорник во паралелна врска влијае врз вкупната струја од изворот.
5. Во струјното коло на цртежот отпорниците имаат вредности $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$ и $R_3 = 6 \Omega$. Напонот на краевите на изворот е $U = 18 \text{ V}$, а внатрешниот отпор на изворот е занемарливо мал. Пресметај го:

а) Еквивалентниот отпор на колото,

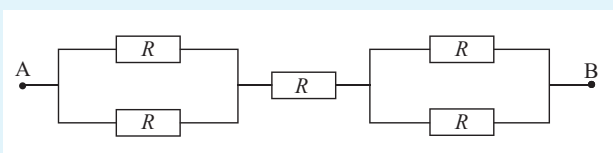
б) Јачината на струјата што тече низ колото,

в) Падот на напонот на секој од отпорниците.

(Решение: $R_e = 12 \Omega$, $I = 1,5 \text{ A}$, $U_1 = 3 \text{ V}$, $U_2 = 6 \text{ V}$, $U_3 = 9 \text{ V}$)



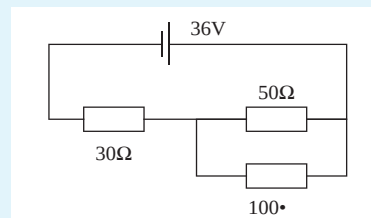
6. Колкав е еквивалентниот отпор на комбинирано сврзаните отпорници меѓу точките А и В ако сите отпорници имаат иста вредност на отпорот $R = 23 \Omega$? (Решение: 46Ω)



7. Три отпорници се споени во струјно коло како што е прикажано на сликата. Колкава е јачината на струјата што тече низ секој отпорник и колкав е падот на напонот на секој отпорник? Внатрешниот отпор на изворот да се занемари.

(Решение: $I_1 = 0,57 \text{ A}$, $I_2 = 0,38 \text{ A}$, $I_3 = 0,19 \text{ A}$, $U_1 = 17 \text{ V}$,

$U_2 = U_3 = 19 \text{ V}$)



1.11. Сврзување на кондензатори

Во лекција 1.5 се запознавме со кондензаторите и со нивната можност да складираат полнеж. Понатаму, научивме дека плочите се разноимено наелектризирани и дека во просторот меѓу плочите се создава електрично поле, но ја разгледавме и вркката меѓу полнежот на кондензаторот, напонот кој владее меѓу неговите плочи и капацитетот на кондензаторот.

Кога кондензатор е поврзан со извор на еднонасочна струја, во многу краток временски интервал во струјното коло протекува струја. Притоа, електроните се движат само низ изворот и низ спроводниците, но не и низ самиот кондензатор, затоа што помеѓу плочите постои диелектрик, кој не дозволува проток на електрична струја. Плочата што е поврзана со негативниот пол на изворот на ЕМС прима електрони и станува негативно наелектризирана. Истовремено, од плочата што е поврзана со позитивниот пол на изворот на ЕМС, електроните се движат кон позитивната електрода на изворот и како резултат на тоа, оваа плоча, на која недостигаат електрони, станува позитивно наелектризирана. Во просторот меѓу плочите се создава електрично поле. Полнењето на кондензаторот продолжува сè додека напонот меѓу плочите не се изедначи со напонот на изворот, по што струјата целосно престанува, па велиме дека кондензаторот е наполнет.

Во струјно коло со кондензатор и со извор на еднонасочна струја, струја тече само додека се полни кондензаторот. За тоа време, во електричното поле што се создава меѓу неговите плочи се складира енергија. Таа енергија потоа може да се ослободи, процес за кој велиме дека претставува празнење на кондензаторот. Како пример, кондензаторот во блиц-уредите кај фотоапаратите, релативно бавно

се полни, а потоа ја ослободува складираната енергија за многу кратко време, создавајќи интензивен светлосен импулс кој батеријата сама не ќе може толку брзо да го обезбеди. Овој пример е само еден од низата каде сè може да се применуваат кондензаторите. Но, тие добиваат уште поголемо значење кога во струјното коло се поврзуваат повеќе кондензатори. **Систем од повеќе сврзани кондензатори се нарекува кондензаторска батерија.** Во неа распределбата на напонот, полнежот и на количеството складирана енергија зависи од тоа како се поврзани кондензаторите. Вкупниот капацитет на кондензаторската батерија, што е еднаков со капацитетот на еден кондензатор што може да ја замени батеријата, се нарекува **еквивалентен капацитет**. Слично како отпорите, и кондензаторите се сврзуваат **сериски и паралелно**. Сврзување на повеќе кондензатори во струјно коло каде што има и сериска и паралелна врска претставува комбинирано сврзување.

Сериско сврзување на кондензатори

При сериско сврзување на кондензатори (слика 1), кондензаторите се поврзуваат еден по друг така што само двете крајни надворешни плочи се приклучени на изворот. Тие се електризираат со полнеж $+q$ и $-q$. Внатрешните плочи на кондензаторите меѓусебно се поврзани со спроводник и се електризираат со инфлуенца. Прераспределбата на полнежите, е таква, што на секоја внатрешна плоча, поради начинот на електризирање, се појавува исто количество електричество, но со спротивен знак од полнежот на соседната плоча.



Слика 1. Сериско сврзани кондензатори се заменуваат со кондензатор со еквивалентен капацитет C_e .

Како резултат на тоа, секој кондензатор што е поврзан во серија се полни со исто по големина количество електричество q , независно од големината на неговиот капацитет. За два кондензатора со капацитети C_1 и C_2 , соодветно поврзани сериски, ќе важи формулата:

$$q_1 = q_2 = q.$$

Вкупниот напон од изворот се распределува меѓу кондензаторите:

$$U = U_1 + U_2.$$

Ако ја искористиме формулата што ги поврзува напонот на кондензаторот со количеството електричество на него $U = \frac{q}{C}$, тогаш претходната формула за распределба на напонот ќе биде:

$$\frac{q}{C_e} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}.$$

Ако двете страни на овој израз ги поделиме со q се добива

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

За еквивалентниот капацитет на n кондензатори сврзани сериски, важи равенката:

$$\frac{1}{C_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Од равенката следува дека еквивалентниот капацитет на сериски сврзани кондензатори секогаш е помал од најмалиот поединечен капацитет во низата. Затоа, кога е потребен помал капацитет од оној што го има еден кондензатор, се користи сериско сврзување. Ако имаме n сериски сврзани кондензатори, секој со ист капацитет (C), тогаш важи равенката: $C_e = \frac{C}{n}$.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Два кондензатора се споени сериски и се приклучени на напон од 150 V. Капацитетот на првиот кондензатор изнесува 6 μF , а количеството електричество што е складирано на него е 720 μC . Одреди го капацитетот на вториот кондензатор.

Дадено: $U = 150 \text{ V}$, $C_1 = 6 \mu\text{F}$, $q_1 = 720 \mu\text{C}$ Се бара: $C_2 = ?$	Решение: Бидејќи кондензаторите се сврзани сериски, количеството електричество на нив е исто: $q_1 = q_2 = q$. Напонот на првиот кондензатор $U_1 = \frac{q}{C_1} = 120 \text{ V}$. Напонот на вториот кондензатор $U_2 = U - U_1 = 150 \text{ V} - 120 \text{ V} = 30 \text{ V}$. Капацитет на вториот кондензатор е: $C_2 = \frac{q}{U_2} = \frac{720 \mu\text{C}}{30 \text{ V}} = 24 \text{ F}$.
--	---

Паралелно сврзување на кондензатори

Кај паралелно сврзување на кондензатори (слика 2) левите плочи од секој кондензатор се на ист потенцијал, кој е еднаков на потенцијалот на негативниот пол на изворот. Истото важи и за десните плочи. Од ова следи дека напонот на кондензаторите е ист и тој е еднаков на напонот кој се јавува помеѓу двата пола на изворот. Односно:

$$U_1 = U_2 = U.$$

При паралелно сврзување на кондензатори, вкупниот полнеж се распределува на тој начин што на кондензаторите со поголем капацитет се собира поголемо количество електричество и обратно, на кондензаторите со помал капацитет се собира помало количество електричество. Согласно со Законот за запазување на количеството електричество, може да запишеме:

$$q = q_1 + q_2.$$

Ако ја искористиме формулата $q = C \cdot U$, ќе ја добиеме равенката:

$$C_e U = C_1 U + C_2 U.$$

Ако двете страни на оваа равенка ги поделиме со напонот, ќе добиеме:

$$C_e = C_1 + C_2.$$

Во општ случај, за сериски сврзани два или повеќе кондензатори, важи изразот:

$$C_e = \sum_{i=1}^n C_i.$$



Слика 2. Паралелно сврзани кондензатори се заменуваат со кондензатор со еквивалентен капацитет.

Вкупниот капацитет на паралелно сврзани кондензатори е еднаков на збирот од нивните поединечни капацитети. Затоа, кога е потребен поголем капацитет отколку што може да обезбеди еден кондензатор, се користи паралелно сврзување. За n паралелно сврзани кондензатори кои имаат ист капацитет (C) важи равенката: $C_e = nC$.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Плочест кондензатор со капацитет $4 \mu\text{F}$ во воздух се потопува вертикално во вода, така што една четвртина од површината меѓу плочите се наоѓа во вода, а преостанатиот дел е во воздух. Релативната диелектрична константа на водата е 81. Одреди го капацитетот на ова кондензаторска батерија.

Дадено:

$$C = 4 \mu\text{F}$$

$$S_{\text{воздух}} = \frac{3}{4} S$$

$$S_{\text{вода}} = \frac{1}{4} S$$

$$\varepsilon_r = 81$$

Да се одреди:

$$C_{\text{ек}} - ?$$

Решение:

Бидејќи дел од кондензаторот е во воздух, а дел во вода, тие делови дејствуваат како **паралелно сврзани кондензатори**.

$$\text{Дел во воздух } \left(\frac{3}{4} \text{ од површината}\right): C_{\text{воздух}} = \frac{3}{4} \cdot 4 \mu\text{F} = 3 \mu\text{F}.$$

$$\text{Дел во вода } \left(\frac{1}{4} \text{ од површината}\right): C_{\text{вода}} = \varepsilon_r \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 \mu\text{F} = 81 \cdot 1 \mu\text{F} = 81 \mu\text{F}.$$

$$\text{Вкупниот капацитет изнесува: } C_{\text{е}} = C_{\text{воздух}} + C_{\text{вода}} = 3 \mu\text{F} + 81 \mu\text{F} = 84 \mu\text{F}.$$

Улогата и примената на кондензаторите во електричните уреди

Практиката покажала дека во одредени случаи кондензаторска батерија во којашто се сврзани повеќе помали кондензатори има предност во однос на еден голем кондензатор кој може да ја замени. Малите кондензатори се полесни за производство, пофлексибилни за комбинирање и ако еден откаже, не мора да значи дека и кондензаторската батерија ќе престане да работи. Бидејќи кондензаторските батерии може брзо да ја складираат и брзо да ја ослободуваат енергијата, тие се користат во уреди каде што е потребно импулсно напојување, како што се дефибрилатори и ласери. Освен тоа, има и други примени, како што се филтрирање на хармоници, намалување на пречките во електрични и во електронски системи, пеглање (израмнување) и стабилизација на напон, за компензација на реактивната моќност во уреди како што се електромотори, трансформатори итн.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

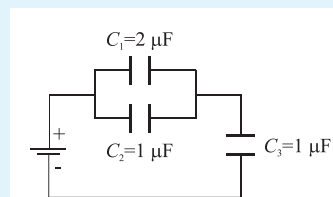
Во електричните автомобили се користи систем наречен рекуперативно сопирање, при што за време на сопирањето електричниот мотор работи како генератор и дел од кинетичката енергија на автомобилот, во посебен уред, се претвора во електрична енергија. Но, оваа енергија се создава наеднаш, во многу краток временски интервал, а батеријата не може толку брзо да ја прими, бидејќи хемиските реакции во неа се одвиваат со ограничена брзина. Затоа, освен батеријата, во автомобилот се додаваат посебни кондензатори наречени суперкондензатори, кои може да се полнат и да се празнат речиси моментално. Бидејќи еден суперкондензатор може да издржи напон меѓу плочите приближно само 2,7 V, а батериските системи на електричните возила работат со напони од 300 V, 400 V па дури и од 800 V, голем број суперкондензатори се поврзуваат во серија, така што напонот на батеријата е збир од напоните на секој од суперкондензаторите, а вкупниот капацитет се намалува. Потоа, за да може системот да складира доволно енергија и да испорачува струја со поголема јачина, повеќе сериски низи се поврзуваат паралелно, со што се зголемува вкупниот капацитет на модулот. На овој начин суперкондензаторите ја примаат големата енергија што моторот (сега во функција на генератор) ја создава при сопирање, ја складираат за неколку милисекунди и потоа ја испорачуваат назад кон моторот при забрзување. Овој систем ја зголемува ефикасноста на автомобилот, а ги намалува оптоварувањето и трошењето на батеријата.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

- Објасни зошто при сериско поврзување на кондензатори вкупниот капацитет е помал од капацитетот на кој било од поединечните кондензатори?

2. Објасни зошто при паралелно поврзување на кондензатори вкупниот капацитет е поголем од секој поединечен капацитет?
3. Во кои ситуации во електрониката е соодветно да се користи:
 - Сериско поврзување на кондензатори?
 - Паралелно поврзување на кондензатори?
 Наведи по еден пример за секој случај.
4. Запиши формула за пресметување на еквивалентниот капацитет на кондензаторска батерија составена од два кондензатора, при што:
 - а) Кондензаторите се сврзани сериски,
 - б) Кондензаторите се сврзани паралелно.
5. На сликата е прикажана кондензаторска батерија:
 - а) Пресметај го еквивалентниот капацитет на кондензаторската батерија. (Решение: $C_e = 0,75 \mu\text{F}$)
 - б) Определи го вкупниот полнеж на кондензаторската батерија ако напонот на изворот е 6 V. (Решение: $q = 4,5 \mu\text{C}$)
6. Кондензатор со капацитет $3 \mu\text{F}$ е приклучен на напон од 90 V, а друг кондензатор со капацитет $6 \mu\text{F}$ е приклучен на напон од 45 V. По нивното полнење, а потоа и исклучување од изворите, двата кондензатора ги сврзуваме паралелно. Колкав ќе биде напонот на вака добиената кондензаторска батерија (Решение: $U = 60 \text{ V}$)?
7. Кондензатор со капацитет $10 \mu\text{F}$ е приклучен на напон од 200 V. Одреди ја енергијата складирана во кондензаторот. Колкава е вкупната енергија ако овој кондензатор се поврзе паралелно уште со еден идентичен кондензатор на истиот напон (Решение: $E_1 = 0,2 \text{ J}$, $E_2 = 0,4 \text{ J}$) ?



1.12. Работа, енергија и моќност на електрична струја. Џул–Ленцов закон

Работа и енергија на електричната струја

Како последица на разликата во електричниот потенцијал што ја создава изворот на струја на краевите на спроводникот, слободните електрони во спроводникот се движат насочено, при што низ спроводникот тече електрична струја. Поради оваа потенцијална разлика, електроните на различни места во спроводникот имаат различна електрична потенцијална енергија и се движат во насока во која таа се намалува, а нивната кинетичка енергија се зголемува. Забрзаните електрони, на својот пат, се судираат со честичките од коишто е изграден спроводникот, и дел од нивната кинетичка енергија се пренесува на спроводникот, при што се зголемува неговата внатрешна енергија. На овој начин, преку насоченото движење на електроните и промената на нивната потенцијална енергија, се остварува пренос на електрична енергија низ струјното коло.

Освен на спроводниците во струјното коло, електроните ја предаваат оваа енергија и на елементите во колото, односно на потрошувачите. Притоа, електричната енергија се претвора во други видови енергија: топлинска, светлинска, механичка, хемиска и слично. На пример, кај грејачите електричната енергија речиси целосно се претвора во топлинска, кај светилките дел во светлинска, а дел во топлинска, додека кај електромоторите најголемиот дел од енергијата се претвора во механичка енергија. Затоа секое електрично коло може да се разгледува како систем во кој енергијата се пренесува и се претвора од еден во друг вид.

Работата што ја врши електричната струја за пренесување на полнеж q од едниот пол на изворот до другиот под дејство на потенцијалната разлика U е еднаква на:

$$A = qU.$$

Имајќи предвид дека полнежот кој поминува низ одреден напречен пресек низ спроводникот може да се пресмета преку јачината на струјата што тече во струјното коло:

$$q = I \cdot t,$$

за работата што ја врши електричната струја, се добива:

$$A = U \cdot I \cdot t.$$

Според формулата, работата што ја врши електричната струја зависи од падот на напонот на краевите на спроводникот, јачината на струјата што тече во него и од времето на течење на струјата. Знаеме дека основна единица мерка за работа е 1 J. Од равенката следува дека $1 \text{ J} = 1 \text{ VAs}$.

Низ металните спроводници електроните се движат со многу мала загуба поради нивниот отпор кој може да сметаме дека е мал, а тоа значи дека најголемиот дел од електричната енергија од изворот се пренесува до електричен уред каде што се претвора во корисна работа. Така, изворот, спроводниците и потрошувачите заедно создаваат постојан циклус на пренос и трансформација на енергијата.

Моќност на електричната струја

Моќноста (P) на електричната струја претставува работа што ја извршува електричната енергија во единица време, но може да се каже дека тоа е и енергијата што електричната струја ја предава на потрошувачот во единица време:

$$P = \frac{A}{t} = U \cdot I.$$

Моќноста ја опишува брзината со која електричната струја врши работа, односно брзината на претворање на електричната енергија во други видови енергија, како што се топлинска, светлинска или механичка енергија. Основна единица за моќност е еден ват (1 W). Моќноста на потрошувачот е еден ват кога при напон од 1 V, низ него тече струја со јачина од 1 A, $1 \text{ W} = 1 \text{ VA}$.

Честопати, во секојдневната комуникација не се зборува директно за „работа на електричната струја“, туку за „потрошена електрична енергија“. **Електрична енергија** што даден уред ја претвора во друг вид енергија е еднаква на работата што ја врши струјата. Иако основна единица за енергија е џул, во секојдневниот живот и во електроенергетиката многу често се користи единицата **киловат-час (kWh)**, бидејќи таа е посоодветна за изразување на поголеми количества енергија. Врската меѓу овие единици е: $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$. Еден киловат-час ни кажува колку електрична енергија ќе „потроши“ уред со моќност од 1 kW ако работи непрекинато 1 час. Потрошената електрична енергија што се чита на броилата е изразена токму во оваа единица (слика 1). Таа е внесена во сметките за електрична енергија. Практичната употреба на единицата киловат-час е појасна, на пример: ако се знае дека едно просечно семејство за еден месец троши околу 300 kWh електрична енергија, што е точно $1\,080\,000\,000 \text{ J}$.



Слика 1. Броило за мерење на потрошена електрична енергија.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Кога на краевите на еден електричен грејач е вклучен напон од 220 V, неговата моќност е 2000 W.

- Колкава е јачината на електричната струја што тече низ грејачот?
- Колкав е отпорот на грејачот?

Дадено:

$$U = 220 \text{ V}, P = 2000 \text{ W}.$$

Се бара:

- $I - ?$, б) $R - ?$

Решение:

а) За да ја одредиме јачината на струјата што поминува низ грејачот, ја користиме формулата за електрична моќност:

$$P = U \cdot I \text{ следува } I = \frac{P}{U} = \frac{2000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 9,1 \text{ A}.$$

б) Отпорот на грејачот може да го најдеме со Омовиот закон за дел од струјно коло:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{9,1 \text{ A}} = 24,2 \Omega.$$

Коефициентот на корисно дејство

Во секој електричен уред се врши претворање на електричната енергија во други форми на енергија: светлинска, топлинска, механичка, звучна и др. Но, ниеден уред не може целата примена електрична енергија да ја претвори во корисна работа. Во секој уред, дел од електричната енергијата се губи во околината најчесто во облик на топлина. Затоа се воведува величината **коефициент на корисно дејство**, која покажува колкав дел од вкупната примена енергија се претвора во корисна енергија.

Коефициентот на корисно дејство се означува со η (се чита: „ета“) и се определува со односот:

$$\eta = \frac{E_k}{E_{vk}}.$$

каде што со E_k е означена енергијата претворена во корисна работа или во посакуваниот друг вид енергија, а со E_{vk} вкупната енергија. За секој уред или за машина, коефициентот на корисно дејство има вредност помал од единица. Ако равенката ја множиме со 100, вредноста за η ќе ја добиеме во проценти:

$$\eta = \frac{E_k}{E_{vk}} \cdot 100 \%.$$

Ако електричен уред има коефициент на корисно дејство од 80%, тоа значи дека 80% од вложената електрична енергија се претвора во корисна работа, а преостанатите 20% се губат, најчесто во форма на топлина.

Џул – Ленцов закон

Кога слободните електрони се движат низ спроводник кој има голем електричен отпор, тие често се судираат со јоните во кристалната решетка. Со секој судир, дел од енергијата на електроните се претвора во внатрешна енергија на материјалот, што доведува до негово загревање. Токму на овој принцип работат електричните грејачи, светилките со влакно, пеглите, бојлерите и многу други уреди во кои електричната енергија се претвара во топлинска или во светлинска енергија. Но, истите микроскопски појави се причина за непосакуваните загуби: прегревање на каблите, намалување на ефикасноста на електромоторите, како и топлинска загуба во трансформаторите и во другите електрични уреди. Топлинското дејство на електричната струја има свој ефект кај секој елемент во струјното коло. Како мерка за големината на тоа дејство е количеството топлина што се ослободува во него.

Топлинскиот ефект на електричната струја математички се изразува преку Џул–Ленцовиот закон:

$$Q = I^2 R t,$$

според кој количеството топлина Q ослободена во спроводникот или во потрошувачот зависи од квадратот на јачината на струјата што тече низ спроводникот/потрошувачот, од отпорот на потрошувачот и од времето на течење на струјата. Горната формула може да се изведе под претпоставка дека работата на електричната струја се претвора во енергија и имајќи го предвид првиот Омов закон:

$$Q = U \cdot I \cdot t = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t .$$

Овие формули имаат големо практично значење. Со нив се објаснува зошто тенките жици при иста јачина на струја се загреваат повеќе од дебелиите, зошто далноводите се прават од материјал со мал специфичен отпор и зошто осигурувачите се направени така што при преголема струја се прегреваат и го прекинуваат колото.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Колку топлина ќе се ослободи во спроводник со отпор од $4 \, \Omega$ низ кој тече струја од $2 \, \text{A}$ за време од $30 \, \text{s}$?

Дадено:

$$R = 4 \, \Omega, \quad I = 2 \, \text{A}, \quad t = 30 \, \text{s}$$

Се бара:

$$Q - ?$$

Решение:

Го користиме Џул–Ленцовиот закон: $Q = I^2 R t = 480 \, \text{J}$.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Во секојдневниот живот постојано користиме електрични уреди, како што се фрижидери, машини за перење, клима-уреди, бојлери, шпорети и осветлување. Секој од овие уреди работи со определена електрична моќност, која покажува со колкава брзина уредот ја троши електричната енергија.

Колку е поголема моќноста на уредот, толку повеќе електрична енергија се користи во единица време. Затоа уредите со голема моќност, како што се бојлерите, електричните шпорети и клима-уредите, имаат значително поголема потрошувачка на електрична енергија во споредба со уредите со мала моќност, како што се LED-светилките или полначите за мобилни телефони, дури и кога работат при ист напон.

Освен моќноста, за вкупната потрошена електрична енергија е важно и времето на работа на уредот. Електричната енергија што ја троши еден уред се определува со изразот

$$E = P \cdot t,$$

што значи дека уред со поголема моќност ќе потроши повеќе енергија за ист временски интервал или истото количество енергија за пократко време.

За да им се помогне на потрошувачите да направат поекономичен избор, на повеќето електрични уреди, поставена е енергетска етикета. Таа ја прикажува енергетската ефикасност на уредот, односно односот меѓу корисната енергија што ја дава уредот и електричната енергија што ја троши. Уредите со повисока енергетска класа (на пример, A или A+) трошат помалку електрична енергија за истата намена во споредба со уредите со пониска енергетска класа.

Изборот на енергетски поефикасни уреди доведува до помала потрошувачка на електрична енергија, пониски сметки за потрошена електрична енергија и до намалена енергетска загуба. На тој начин, поимите електрична моќност, работа и енергија добиваат јасна практична примена во секојдневниот живот и придонесуваат за поодговорно користење на електричната енергија.



Слика 2.

Енергетски етикети на електрични уреди.

Моќноста на уредот и времето на работа ја одредуваат вкупната потрошена електрична енергија.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто при течење на електрична струја низ спроводник се создава топлина?
2. Зошто електричните грејачи (пегла, тостер, калорифер) се загреваат многу повеќе од обичните спроводници во истото коло, иако низ нив тече иста струја?
3. Зошто во електричните кола каде течат струи со големи јачини мора да се користат дебели спроводници, а не тенки жици?
4. Објасни зошто спроводните жици на полначите за телефони се загреваат повеќе ако телефонот брзо се полни, дури и ако полначите користат ист напон.
5. Два отпорника со отпори $20\ \Omega$ и $30\ \Omega$ се сервиски поврзани и приклучени на извор со напон од 120 V . Да се определи:
 - а) Моќноста што се развива на секој отпорник,
 - б) Вкупната моќност на колото. (Решение: а) $115,2\text{ W}$, $172,8\text{ W}$, б) 288 W)
6. Два потрошувача со отпори $R_1 = 10\ \Omega$ и $R_2 = 40\ \Omega$ се паралелно поврзани и приклучени на извор со ЕМС од 120 V и со занемарлив внатрешен отпор. Да се определи:
 - а) Јачината на струјата низ секој потрошувач,
 - б) Моќноста што се развива на секој потрошувач. (Решение: а) 12 A , 3 A б) 1440 W 360 W)

1.13. Електрична струја низ течности и гасови

Молњата претставува електрично празнење низ воздухот. Но, како е можно да се појави кога гасовите при нормални услови се изолатори и не дозволуваат да тече електрична струја? И како во одредени случаи струја може да тече и низ течности?

Електричната струја може да тече низ различни средини, но за разлика од металите, каде што носители на електричната струја се слободните електрони, во течностите и во гасовите струјата се пренесува на поинаков начин и под специфични услови.

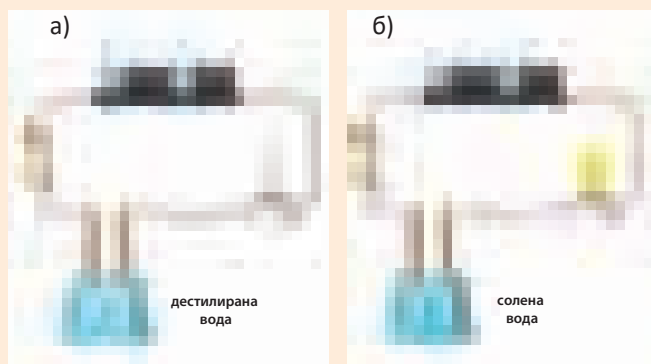
Електрична струја низ течности



АКТИВНОСТ 1.

Две електроди поврзани со извор на струја и светилка потопи ги во сад со дестилирана вода. Затвори го прекинувачот во струјното коло. Дали светилката свети? Наместо светилка, во колото може да поврзеш амперметар. Следно, во садот со вода додади готварска сол. Дали сега светилката свети откако ќе го затвориш прекинувачот?

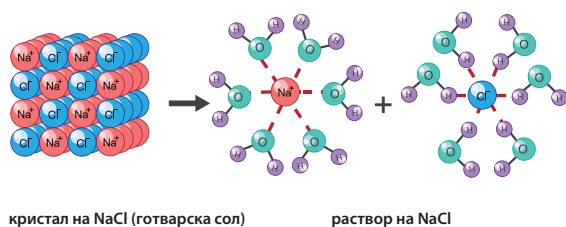
Слика 1. а) Дестилирана вода не спроведува струја б) Солена вода спроведува струја.



Во оваа активност се покажа дека дестилираната вода не спроведува струја, но растворот на сол во вода е спроводник на струја (слика 1). Светилката ќе свети или амперметарот ќе покажува течење на струја и ако во водата наместо сол раствориш база или киселина. Значи, **растворите на соли, бази или на киселини спроведуваат струја**. Од друга страна, ако сол се додаде во масло, растворот останува изолатор. Тоа укажува дека спроводливоста не зависи само од присуството на растворена супстанца, туку дали во течноста има подвижни носители на електричен полнеж.

Електролитна дисоцијација

Може да претпоставиме дека во растворот од сол и вода настанале промени кои довеле до создавање на полнежи, преносители на струја. Имено, под дејство на водата молекулите на солта се распаѓаат на јони. Процесот на разделување на молекулите на растворената супстанца на јони го нарекуваме **електролитна дисоцијација**. Како резултат на тој процес, во растворот се создаваат **позитивни јони (катјони)** и **негативни јони (анјони)**. Токму овие јони се носители на електричната струја во течностите. Водата е добар растворувач бидејќи нејзините молекули се поларни, односно молекули во кои електричниот полнеж не е рамномерно распределен. Еден крај од молекулата е позитивно наелектризиран, а другиот негативно.



Слика 2.
Електролитна дисоцијација
на натриум хлорид.

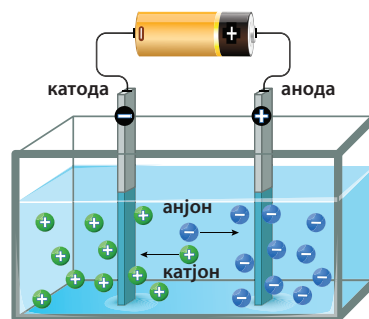
Кога солта ќе се стави во вода, поларните молекули на водата се ориентираат така што нивните спротивни полнежи се насочени кон соодветните јони: негативниот дел од молекулата на водата се привлекува кон Na^+ , а позитивниот дел кон Cl^- . На тој начин молекулите на водата ја ослабуваат врската што ги држи јоните во кристалната решетка и доаѓа до создавање на позитивни и негативни јони опкружени со молекули на вода, слика 2.

Овие слободни јони може да се движат низ растворот. Токму нивната подвижност овозможува течноста да спроведува електрична струја кога електро-

дите ќе се вклучат на извор на струја, при што позитивните јони (катјони) се движат кон негативната електрода (катада), а негативните јони (анјони) кон позитивната електрода (анода). Со тоа низ растворот протекува струја. Кај маслото ситуацијата е поинаква. Неговите молекули се неполарни, па не можат да ги „раскинат“ јонските врски во молекулите на натриум хлорид. Затоа солта останува недисоцирана, во растворот нема подвижни јони, па маслото не спроведува електрична струја. **Течностите кои спроведуваат електрична струја ги викаме електролити.** Поради тоа што струјата во нив претставува насочено движење на јоните, нивната спроводливост е јонска.

Електролиза

Ако во електролитот нема електрично поле, тогаш топлинското движење на јоните е хаотично. Но под дејство на електричното поле создадено меѓу две електроди поврзани со извор на едностраночна струја, јоните се движат насочено. Негативните јони (анјони) се движат кон позитивната електрода (**анода**), а позитивните јони (катјони) се движат кон негативната електрода (**катада**). Јоните пристигнуваат на електродите и таму учествуваат во хемиски реакции, при што анјоните го предаваат вишокот електрони на анодата, а катјоните го надоместуваат недостигот на електрони од катодата (слика 3). **Процесот при којшто под дејство на електричната струја низ електролит, на електродите се издвојуваат или се таложат супстанции од електролитот или продукти од секундарни хемиски реакции го нарекуваме електролиза.**



Слика 3. Движење на јоните во електролит.

Фарадееви закони на електролиза

Во струјното коло на слика 3, струја со иста јачина тече низ металните спроводници, низ електродите и низ електролитот. При процесот на електролиза, за исто време, анодата прима толку електрони колку што оддава катодата. Меѓутоа, различни јони или честички што учествуваат во електролизата

имаат различна маса. Мајкл Фарадеј истражувал од што зависи масата на супстанцата што се таложи на електродата или се ослободува како гас.

Ако за дадено време t низ електролитот тече струја со јачина I , тоа значи дека низ него ќе помине количество електричество $q = I \cdot t$. Колку повеќе честички се таложат на електродата за тоа време, толку поголема ќе биде масата m на супстанцата што се таложи на електродата, односно $m = m_0 \cdot N$, каде што m_0 е масата на една честичка, а N е нивниот број.

Бидејќи количеството електричество може да го изразиме преку полнежот на јоните кои се пренесители на струјата во електролитот (ze), како: $q = N \cdot z \cdot e$, тогаш добиваме дека $N = \frac{q}{ze}$.

Оваа равенка ја внесуваме во равенката за масата, а потоа броителот и именителот на изразот од десната страна ги множиме со Авогадров број (N_A):

$$m = m_0 \cdot \frac{q}{ze} \cdot \frac{N_A}{N_A}.$$

Ако се земе предвид дека $m_0 \cdot N_A = M$, а производот од две константи, пак, дава константа, т.е. $e \cdot N_A = F$, тогаш добиваме формула за масата на супстанцата на електродата:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{z} \cdot q,$$

каде што F е Фарадеева константа, M е моларна маса (маса на еден мол супстанца), а z е валентност на атомот, односно полнежот на јоните.

Со последната формула математички се искажани заклучоците на Фарадеј познати како **Фарадееви закони**. Според **Првиот Фарадеев закон**, масата на издвоената супстанца на електродите е пропорционална на количеството електричество што поминува низ електролитот, т.е.

$$m = k \cdot q,$$

каде k е коефициент на пропорционалност што го викаме електрохемиски еквивалент. Тој зависи од видот на супстанцата и се изразува во единицата $\frac{\text{kg}}{\text{C}}$. Бидејќи во експеримент полесно е да се измери јачината на струјата што тече низ електролитот (I) и времето за кое таа струја тече (t), Првиот Фарадеев закон можеме да го запишеме во попрактична форма односно:

$$m = k \cdot I \cdot t.$$

Според вториот Фарадеев закон масата на супстанцата што се таложи или што се ослободува на електродата зависи и од видот на супстанцата. Со други зборови, може да се искаже на следниов начин: електрохемискиот еквивалент на супстанцата е пропорционален со нејзиниот хемиски еквивалент $\frac{M}{z}$. Математички може да го запишеме со следната формула:

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{z}.$$

каде што изразот $\frac{M}{z}$ е хемиски еквивалент на супстанцата, а константа на пропорционалност е реципрочната вредност на Фарадеевата константа. Фарадеевата константа има вредност $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C/mol}$ и претставува количество електричество што треба да помине низ електролитот за да на катодата се издвои еден мол на едновалентна супстанца ($z = 1$).



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колку никел ќе се издвои при течење на струја со јачина од 15 А низ раствор од никелова сол за време 1 час? Електрохемискиот еквивалент на никелот е $3,04 \cdot 10^{-7} \text{ kg/C}$.

Дадено:

$$I = 15 \text{ A}, t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s},$$

$$k = 3,04 \cdot 10^{-7} \text{ kg/C}$$

Се бара:

$$m = ?$$

Решение:

Од вториот Фарадеев закон $m = k \cdot q$, ако количеството електричество го изразиме преку јачината на струјата $m = k \cdot I \cdot t$ и со замена на бројните вредности, добиваме $m = 16,4 \text{ g}$.

**РЕШЕН ПРИМЕР 2.**

При електролиза на растоп на алуминиум оксид (Al_2O_3) потрошени се 50 kWh електрична енергија за добивање на 0,7 kg чист алуминиум на катодата.

- Пресметај го електрохемискиот еквивалент на алуминиумот. Вредностите за моларната маса на алуминиумот и за неговата валентност земи ги од Периодниот систем на елементите.
- Пресметај го напонот меѓу електродите во електролитот.

Дадено:

$$E = 50 \text{ kWh} = 50 \cdot 1000 \cdot 3600 \text{ Ws} = 1,8 \cdot 10^8 \text{ J},$$

$$m = 0,7 \text{ kg}$$

Се бара:

$$\text{a) } k = ?$$

$$\text{б) } U = ?$$

Решение: а) Од Вториот Фарадеев закон $k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{z}$, со податоците за $M = 26,98 \text{ g/mol}$ и $z = 3$ од Периоден систем на елементите, пресметките даваат вредност $k = 9,32 \cdot 10^{-8} \text{ kg/C}$.

а) Во Првиот Фарадеев закон $m = k \cdot I \cdot t$, изразот за производот $I \cdot t$ може да го земеме од изразот за енергија на електричната струја $E = U \cdot I \cdot t$. Со таа замена за напонот меѓу електродите, добиваме $U = k \frac{E}{m}$, а пресметките даваат $U = 24 \text{ V}$.

**ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ**

Електролизата има голема примена во науката и во технологијата. На пример, електрохемијата е посебна гранка од хемијата што се занимава со проучување на хемиските процеси кои на каков било начин се поврзани со електричната струја. Во металургијата, со помош на електролиза, се рафинира (прочистува) даден метал, со цел да се добие чист метал без примеси. При електролитичко рафинирање на бакар, катодата е плоча од чист бакар, анодата суров бакар, а како електролит се користи воден раствор на бакар сулфат. Притоа, бакарот што се добива на катодата е со чистота над 99 %, а дополнително може да се добијат и благородни метали.

Во индустриско-технолошките системи електролизата се користи за добивање метали. За некои метали чиишто руди, најчесто оксиди или соли на металот, се многу стабилни или, пак, имаат висока точка на топење, електролизата е единствен начин на добивање. Такви метали се алуминиум, литиум, натриум, калиум, магнезиум и други. За добивање алуминиум од боксит, руда што содржи Al_2O_3 , рудата прво се раствора во раствор кој ја намалува температурата на топење и ја зголемува неговата спроводливост. Тој раствор се користи како електролит, а како електроди се користат графитни прачки. Како продукт се добива чист метал отпорен на корозија.

Во многу случаи, индустријата има потреба од некои предмети изработени од метал да се обложат со друг метал, било заради поголема цврстина, естетика, заштита од корозија, да се подобри изгледот (декоративно покривање) или за поголема сјајност. Најчесто се врши покривање со

бакар, цинк, никел или со хром. Процесот на обложување на метални предмети со тенок слој на друг метал со електролиза се нарекува галванизација. На тој начин, зависно од металот што се нанесува, може да се врши позлатување, посребрување, пониклување, хромирање, поцинкување и сл. Како катода се користи метал или предметот што треба да се обложи, а како анода прачка од металот што се таложи. Како електролит се користи воден раствор на сол од металот што се нанесува. Галванизацијата е процес кој често се користи, но целта и намената можат да бидат различни. Сличен принцип се користи во галванопластиката, која е постапка за електролитичко добивање на предмети со дебел слој, како копија на оригиналите. Прво се избирава калап од восок, гипс, пластика кој потоа се премачкува со графитен прав за да биде површината спроводлива за струјата. Потоа, на истиот начин опишан погоре, калапот се става во електролит и се нанесува метал. На овој начин се изработуваат релјефни копии на предмети за индустријата, за комерцијални цели, во спортот, уметноста и во други области.

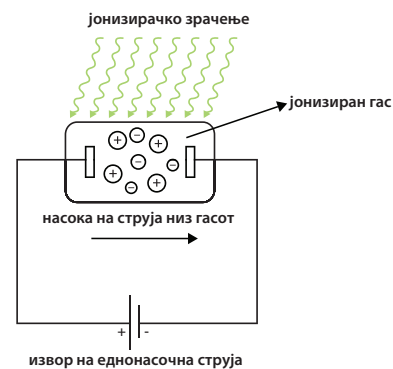
Електрична струја низ гасови

Гасовите се изградени од неутрални атоми и молекули и при нормални услови тие се електрични изолатори. Но, под одредени услови, гасовите може да станат спроводници. Ако на некој начин во нив се создадат електрони и јони, тие честички може да бидат носители на електричната струја. Процесот на одвојување на електроните од неутрални атоми или од молекули се нарекува јонизација. На тој начин во гасот се создаваат позитивни јони и електрони. Во гасот може да се создадат и негативни јони кога кон неутралните атоми или молекули ќе се спои слободен електрон. Надворешното дејство што е причина за процесот на јонизација на гасот го нарекуваме јонизатор, а тоа може да биде висока температура, потоа изложување на гасот на јонизирачко зрачење (ултравиолетово, рендгенско или гама-зрачење) силно електрично поле и судирање со брзи честички. За да почне процесот на јонизација на гасовите, треба да се донесе доволно енергија на граббената честичка на гасот што се нарекува енергија на јонизација.

Несамостојно и самостојно празнење

Кога две електроди ќе се вклучат на извор на струја, во просторот меѓу нив се создава електрично поле. Ако напонот меѓу електродите е мал, полето исто така е слабо и низ гасот не тече струја, иако во гасот секогаш има мал број електрони и јони кои се создадени од природното космичко зрачење или од ретките судири меѓу молекулите. Додека полето е слабо, не може да се регистрира течење на струја низ гасот. Ако со помош на јонизатор (пламен од свеќа, радиоактивен извор на гама-зрачење) гасот се јонизира, т.е. се зголеми бројот на електрони и позитивни јони во него, дури и при слабо надворешно поле, доаѓа до течење на струјата. Процесот на протекување струја низ гасот се нарекува електрично празнење. Течењето на струјата што настанува и се одржува под дејство на надворешен јонизатор го нарекуваме несамостојно гасно празнење, слика 4.

Ако напонот меѓу електродите значително се зголеми, електричното поле станува доволно силно и ги забрзува слободните електрони кои постојат во гасот. Забрзаните електрони добиваат поголема кинетичка енергија и при судир со неутрална молекула на гасот, може од него да одвојат еден електрон. Кога се случува тоа, молекулата на гасот станува позитивно наелектризирана. Новиот слободен електрон добива кинетичка енергија и продолжува да се движи низ гасот. Секој нов електрон може да ослободи уште еден електрон, судирајќи се со неутрална молекула на својот пат, па така бројот на електрони и позитивни јони се зголемува многукратно, како што е прикажано на слика 5. Овој процес е наречен **судирна јонизација**. Единствената причина за јонизацијата е кинетичката енергија што електроните ја добиваат од големото електрично поле. Ако напонот меѓу плочите е доволно голем, тогаш судирната јонизација станува самоодржлива, односно постојано се одвива. При доволно голема јачина на полето, гасот преминува



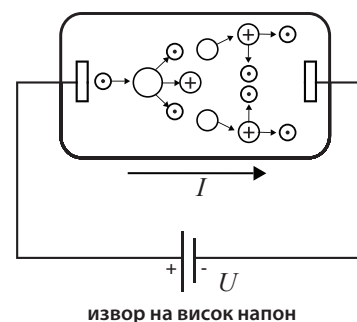
Слика 4.

Несамостојно гасно празнење.

во состојба во којашто сам создава нови јони и електрони, без потреба од надворешно јонизирачко влијание. Тогаш велíme дека се појавува самостојно празнење на гасот.

Тоа празнење може да биде краткотрајно, како искра, или подолготрајно, како електричен лак. Во природата, истиот механизам постои кај молњата. Таа претставува електрично празнење меѓу облак и земјата (или меѓу облак и облак), при што се создава многу силно електрично поле што го јонизира воздухот и создава канал низ кој тече многу јака струја.

За практична примена, важно е контролираното електрично празнење, при што гасот се затвора во сад и се намалува притисокот на гасот. Со тоа се постигнува изолирање на гасот и може да се контролира должината на патот меѓу два судира на честичките од гасот (среден слободен пат) како и лесно се управува со јачината на електричното поле. Ваквото празнење на гасот се применува во лабораториски и во научни истражувања, кај ласерите на гас, катодните цевки, потоа кај неонските ламби за осветлување, кај светлечките цевки со разредени гасови, како што се аргон, криптон итн.

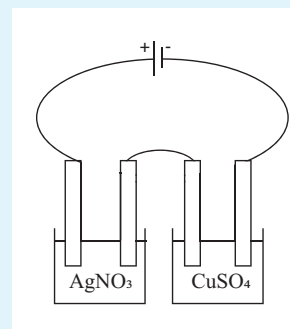


Слика 5.
Самостојно гасно празнење.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Кои честички се носители на електричната струја во електролитите, а кои во гасовите?
2. Објасни зошто масата на металот што се таложи на катодата е пропорционална на јачината на струјата што поминува низ електролитот.
3. Објасни го процесот на галванизација.
4. Каква улога има електричното поле во процесот на сударна јонизација?
5. Објасни ја разликата меѓу несамостојно и самостојно празнење низ гас.
6. При електролиза на CuSO_4 , низ електролитот протекува струја со јачина од 4 А. Пресметај ја масата на бакарот што се таложи на катодата ако струјата низ електролитот тече 12 часа. (Решение: 57 g)
7. Во два сада истовремено се одвива електролиза на соли на бакар и на сребро, како што е прикажано на сликата. Колкава е масата на издвоеното сребро ако масата на одвоениот бакар е 100 g? На сликава обележи на која електрода ќе се одвои бакар, а на која сребро. (Решение: $m_{\text{Ag}} = 399 \text{ g}$)



1.14. Магнетно поле

Магнетизмот е физичка појава позната уште од древните цивилизации, кои забележале дека природниот минерал магнетит може да привлекува ситни предмети од железо. Според историските извори, името **магнет** и **магнетизам** потекнуваат од античката област Магнезија, во Турција, каде што биле пронајдени овие руди. Некои материјали имаат природно својство да привлекуваат предмети од железо и таквите материјали ги нарекуваме магнетни материјали. Тие имаат магнетни својства, заемнодејствуваат со магнетното поле, можат да се намагнетизираат и да заемнодејствуваат со природните магнети. Во групата материјали што имаат магнетни својства, спаѓаат железо, никел, кобалт, челик и некои други легури, како што се AlNiCo и NdFeB (неодиумски магнети).

До почетокот на 17 век природната особина на некои руди да привлекуваат железни предмети немала научно објаснување. Тоа било само необично својство на некои камења. Во тоа време, Вилијам Гилберт, англиски научник и лекар, ја издал книгата „За магнетите“. По долгогодишни истражувања

и експерименти, ги објавил научните сознанија кои од денешен аспект се фасцинантни за времето во коешто живеел. Според него, Земјата претставува огромен магнет со сопствени магнетни полови. Гилберт го урнал митот за голем магнетен остров на Северниот Пол на Земјата и за моќта на свездата Северница, посочувајќи дека компасот не „гледа кон свездата“, туку заемнодејствува со магнетното поле на Земјата.

Магнет и магнетни полови

Секој магнет има два пола: северен и јужен. При секое кршење или раздвојување на магнетот, се добиваат нови магнети со по два пола, слика 1. Многу физичари се обидуваа да добијат магнет со еден пол (магнетен монопол), но сите обиди биле безуспешни. Никогаш не е откриен изолиран магнетен пол. Не постои магнет со еден пол, затоа што магнетизмот во материјата произлегува од внатрешната градба на материјалот, како резултат на диполни (со два пола) структури.

Особено важен уред што произлегол од сознанието за својствата на природните магнети е **компасот**. Едноставно, тоа е прачкест магнет чиешто функционирање се заснова на постоењето на магнетното поле на Земјата. Компасот се состои од магнетна игла што може слободно да ротира околу своето тежиште. Иглата е поставена во кукиште од немагнетен материјал, како што се алуминиум, пластика и стакло. По договор, крајот на иглата, кој се насочува кон северниот географски пол на Земјата, го нарекуваме **северен магнетен пол** (и се означува со N), а крајот на иглата што е насочен кон јужниот географски пол на Земјата е **јужен магнетен пол** (и се означува со S). За ориентација во просторот и за одредување на насоката на географскиот северен пол, компасот се поставува во хоризонтална положба, се чека стрелката да се смири и тогаш северниот магнетен пол на иглата покажува кон север (слика 2).



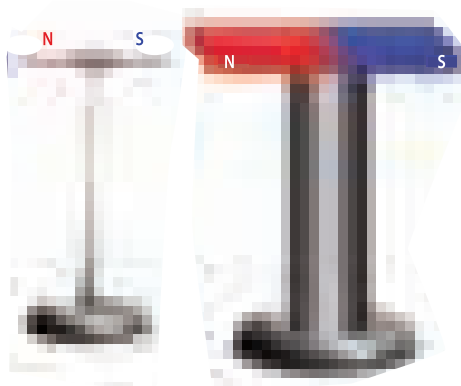
Слика 1.
Секој магнет
има два пола.



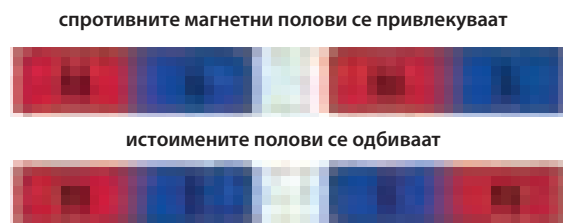
Слика 2.
Компас.

Заемнодејството на два магнета може лесно да се демонстрира со магнетна игла. Ако магнетна игла, која слободно може да ротира околу своето тежиште, се доближи до северниот магнетен пол на прачкест магнет, иглата ќе се постави така што спротивните магнетни полови се привлекуваат, а истоимените се одбиваат (слика 3а). Истиот заклучок важи и за заемнодејство на два прачкести магнета: спротивните полови (N–S или S–N) се привлекуваат, а истоимените полови (N–N или S–S) се одбиваат (слика 3б).

а)



б)



Слика 3. а) Заемнодејство на магнетна игла и на прачкест магнет.
б) Заемнодејство на два прачкести магнета.



АКТИВНОСТ 1.

Земи прачкест магнет и магнетна игла поставена на основа или компас. Магнетот постави го на немагнетен материјал. Полека доближувај ја иглата до едниот пол на магнетот, како што е прикажано на слика 3а, и набљудувај го нејзиното однесување. Сега, обиди се со доближување на иглата до другиот пол на магнетот. Што забележуваш? Во кој случај силата е привлечна, а во кој одбивна. Во тетратката нацртај скица и означи ги силите со кои заемно дејствуваат магнетот и магнетната игла.

Забелешка: за оваа активност може да ја користиш и симулацијата:

Магнет и компас (Magnet and Compass), што може да ја најдеш на следнава интернат-страница:
<https://phet.colorado.edu/mk/simulations/magnet-and-compass>.



Магнетно поле и магнетни силиви линии

Секој магнет го менува просторот во неговата близина, а таа промена се остварува преку создавање **магнетно поле**. Како што околу секој полнеж постои електрично поле, така околу секој магнет постои магнетно поле. Преку магнетното поле се остварува заемнодејството на магнет со друг магнет или со спроводник низ кој тече струја. За визуелизација и за прегледно графичко прикажување на магнетното поле во просторот, користиме **магнетни силиви линии**. Тие се само модел, односно корисна алатка за полесно разбирање на својствата на магнетното поле. Магнетните силиви линии се замислени линии кои во реалноста или во материјална смисла не постојат.



АКТИВНОСТ 2.

На работната маса постави прачкест магнет или потковичест магнет, а врз него постави тенка плоча од плексиглас или од пластика. Врз плочата посипи ситни струготини од железо. Направи неколку нежни потчукнувања со прстите врз плочата со струготини. Набљудувај го распоредот на железните струготини (слика 4). Дискутирај за нивниот распоред и за густината.

а)



б)

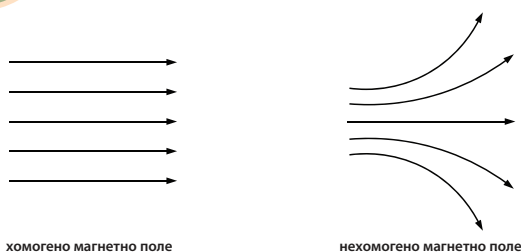


Слика 4.
Демонстрација на магнетни силиви линии со железни струготини:
а) Прачкест магнет.
б) Потковичест магнет.

Насоката на магнетните силиви линии во дадена точка се определува со насоката што ја зазема северниот пол на магнетната игла во таа точка. Според овој договор, надвор од магнетот, магнетните силиви линии излегуваат од северниот магнетен пол, а влегуваат во јужниот магнетен пол (слика 5). Тие не се сечат никаде и ја следат карактеристичната форма на полето околу магнетот. Магнетните силиви линии се затворени линии, а тоа е уште еден доказ дека изолиран магнетен пол не постои. Густината на магнетните силиви линии, што претставува бројот на магнетните силиви линии што минуваат низ единица плоштина, е мерка за



Слика 5. Магнетни силиви линии на прачкест магнет.



Слика 6.

Хомогено и нехомогено магнетно поле.

големината на магнетното поле. На слика 5 може да се забележи дека густината на магнетните силиви линии е најголема близу до половите на прачкестиот магнет.

Ако силивите линии се паралелни и еднакво оддалечени, велиме дека полето е **хомогено**, а во спротивен случај, имаме **нехомогено магнетно поле** (слика 6). За доследно претставување на просторниот распоред на магнетното поле и на неговата насока во две димензии, користиме договорени ознаки. Ако линиите на полето се нормални на рамнината на хартијата или на таблата и влегуваат во неа, ја користиме ознаката $\otimes$, а ако излегуваат од неа, тогаш ја користиме ознаката $\odot$.

Магнетното поле на земјата

Познато е дека иглата на компасот како мал прачкест магнет се ориентира приближно во насока југ-север. Ориентацијата на магнетната игла укажува на тоа дека Земјата се однесува како огромен прачкест магнет. Бидејќи, по договор е земено дека крајот на магнетната игла што се ориентира кон север треба да биде северен магнетен пол на иглата, тогаш северниот магнетен пол на Земјата се наоѓа близу до јужниот географски пол, а јужниот магнетен пол на Земјата е близу до северниот географски пол (слика 7).

Причината за ова магнетно поле се наоѓа длабоко во внатрешноста на Земјата. Во централниот дел Земјата има внатрешно јадро што е во цврста агрегатна состојба и околу него надворешно јадро што е во течна агрегатна состојба. Надворешното јадро е составено од железо и од никел, кои се електрично спроводливи. Поради топлинските струења и дополнително поради ротацијата на Земјата околу својата оска, настанува движење на спроводна течност, односно движење на полнежи. Ваквото движење, односно струење на полнежите создава магнетно поле коешто понатаму се самоодржува, појава позната како геодинамо.



Слика 7.

Магнетно поле на земјата.

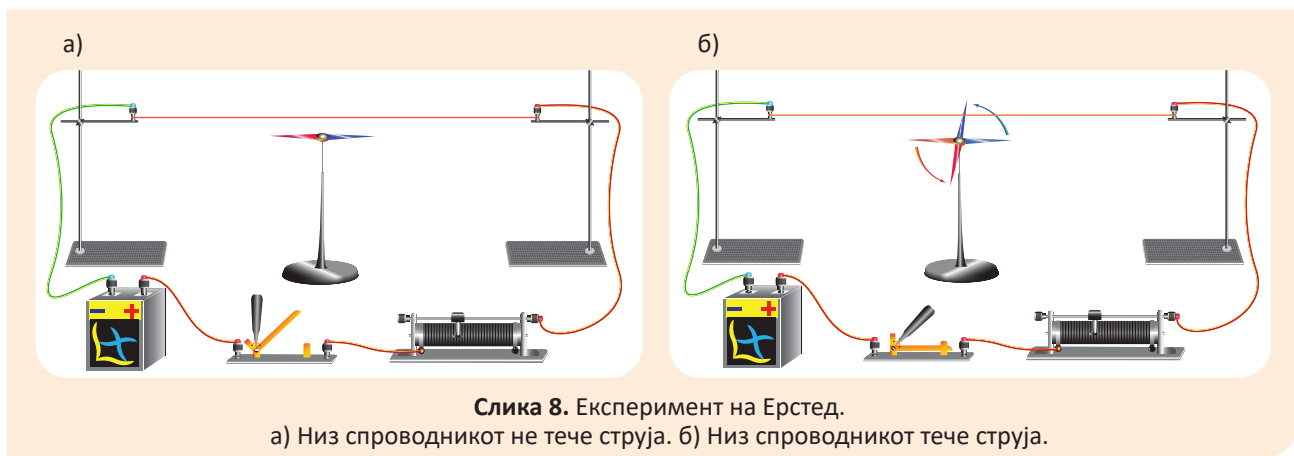
Магнетното поле создадено од електрична струја

Ако го разбереме Земјиното магнетно поле, ќе можеме да го разбереме и историското откритие на Ханс Кристијан Ерстед. Во 1820 година, тој забележал дека иглата на компасот се отклонува кога над неа е поставен прав спроводник, ориентиран во правец север-југ, низ кој тече електрична струја (слика 8). Магнетното поле на струјата било доволно силно да го измени магнетното поле на Земјата во негова непосредна близина. Ова бил првиот јасен доказ дека околу спроводник низ кој тече струја се создава магнетно поле и дека електричните и магнетните појави не се изолирани, туку се заемно поврзани.

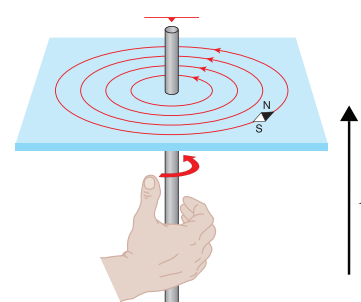


АКТИВНОСТ 3.

Во општ случај, магнетно поле се создава од полнежи кои се движат, а тоа значи и околу спроводник низ кој тече струја. Дека навистина постои магнетно поле околу спроводник низ кој тече струја, може да се покаже со едноставна демонстрација слична на она што го направил Ерстед. Поврзи струјно коло со извор на струја, прекинувач, реостат и спроводни жици. Дел од спроводникот е поставен во права линија точно во правец север-југ и под него е поставена магнетна игла. Кога низ спроводникот не тече струја, магнетната игла е поставена во правецот север-југ, како што е прикажано на слика 8а. Кога ќе го затвориме колото, магнетната игла се отклонува од првобитната положба, прикажано на слика 8б.

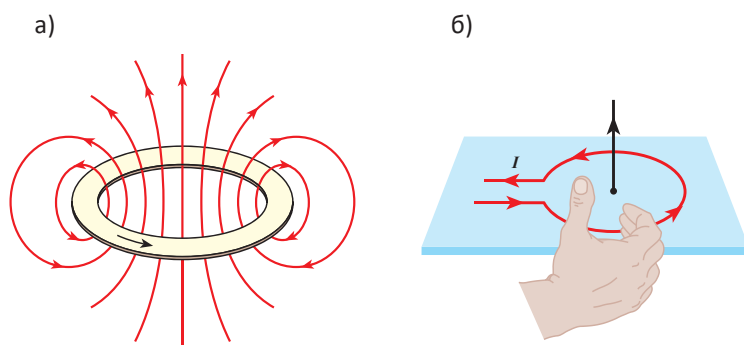


Ако магнетната игла ја поместуваме во просторот каде што постои праволиниски спроводник низ кој тече еднонасочна струја, нејзината поставеност ќе биде таква што во секоја точка ќе ја покажува насоката на магнетното поле во таа точка. Ако се нацртаат линиите што минуваат низ различните положби на иглата, ќе се добијат концентрични кружници како на слика 9. Значи, магнетните силиви линии на праволиниски спроводник се концентрични кружници. Насоката на магнетните силиви линии околу праволиниски спроводник се одредува со **правило на десната рака**. Ако го опфатиме спроводникот со десната рака така што палецот ја покажува насоката на струјата, тогаш свитканите прсти ја покажуваат насоката на магнетните силиви линии.



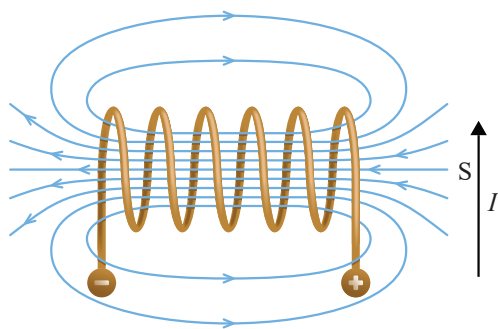
Слика 9. Магнетно поле на праволиниски спроводник низ кој тече струја.

Сега, наместо праволиниски спроводник да разгледаме струја низ спроводник свиткан во форма на кружница. Ваквата кружна струјна контура ја викаме магнетен лист. Густината на магнетните силиви линии е најголема во центарот на кружницата, затоа што сите сегменти од спроводникот (мали делови од спроводникот) создаваат поле во иста насока во внатрешноста на кружницата, како што е прикажано на слика 10. Ова може да се види со едноставна демонстрација: ако кружниот спроводник поминува низ картон на кој се посипани железни струготини, тие ќе се подредат така што најгусти ќе бидат во централниот дел. Густината на струготинките ја прикажува големината на полето, при што поголема густина значи посилено магнетно поле. За насоката на магнетните силиви линии и овде важи правилото на десна рака. Ако свитканите прсти од десната рака ја покажуваат насоката на струјата низ кружниот спроводник, тогаш палецот го покажува северниот пол на магнетот.

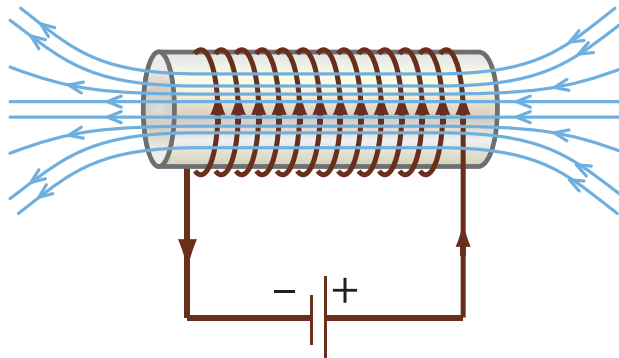


Слика 10. а) Магнетно поле на кружна струја б) Насока на магнетното поле на кружна струја.

Ако долг спроводник е свиткан во повеќе намотки една до друга, слично на цилиндар, тогаш имаме калем или соленоид. Ако повторно, низ соленоидот е протнат картон на кој се посипани струготини, ќе забележиме дека тие внатре се распоредуваат во паралелни линии со еднаква густина. Ова укажува на тоа дека магнетното поле не само што е многу посилено од полето на една кружна контура, туку во внатрешноста на соленоидот тоа е хомогено, односно има ист правец, насока и големина во секоја точка, прикажано на слика 11.



Слика 11.
Магнетно поле на соленоид



Слика 12.
Електромагнет

Насоката на полето во соленоидот, слично како кај магнетен лист се одредува со правилото на десната рака: кога прстите ќе се свиткаат во насока на течење на струјата во намотките, палецот го покажува северниот магнетен пол на соленоидот. Соленоид низ кој тече постојана струја се однесува како прачкест магнет. Притоа, насоката на магнетните силиви линии надвор од соленоидот е од северниот магнетен пол кон јужниот магнетен пол, а внатре во соленоидот од јужниот кон северниот магнетен пол, слично на магнетните силиви линии кај прачкест магнет.

Ако во соленоид ставиме железно јадро, тогаш магнетното поле на струјата уште повеќе се засилува и таквиот магнет го викаме **електромагнет**. Во споредба со магнетното поле на постојан магнет, магнетното поле на електромагнет може да се контролира преку вклучување, исклучување и менување на јачината и насоката на струјата (слика 12).



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Постојаните магнети и денес имаат широка примена во едноставните уреди, но вистинската револуција започнала со откритието дека магнетното поле може да се создаде и околу спроводник низ кој тече електрична струја, односно при движење на електричните полнежи. Ова доведе до развој на електромагнети, т.е. магнети кај кои магнетното поле може да се вклучи, исклучи или да се засили по потреба, што ги прави многу употребливи во современата техника. Изучувањето на магнетните појави и магнетните полиња отвори нови предизвици во производството на нови вештачки магнетни материјали. Денес вештачките магнети се составен дел од технологијата за складирање и обработка на податоци, електротехника и енергетика, сообраќај и транспорт, во медицинската дијагностика, квантни технологии и во сите области каде што се бара поголема прецизност, помали димензии или подобра контрола и поголема ефикасност при користење на енергијата.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Што е компас?
2. Објасни што претставуваат магнетните силиви линии.
3. Опиши како со помош на железни струготини може да се визуелизираат силивите линии на магнетно поле.
4. Како што се однесува магнетен лист, а како што соленоид низ кој тече струја?
5. Кои предности ги има електромагнетот во однос на постојаните магнети?
6. Одбери некоја од темиве: вештачки магнети, складирање и обработка на податоци, медицинска дијагностика, електротехника и енергетика, сообраќај и транспорт и сл. и истражи за примена на магнетите и на магнетното поле во таа област.

1.15. Магнетни сили

Околу секој магнет постои магнетно поле. Експериментот на Ерстед покажа дека и околу спроводник низ кој тече електрична струја постои магнетно поле. Привлекувањето и одбивањето на два магнета, завртување на магнетна игла во близина на прачкест магнет или поместувањето на магнетна игла во близина на спроводник низ кој тече струја се примери за заемнодејство, а величина како мерка за тоа заемнодејство е силата. Заемнодејството што настанува поради присуство на магнетно поле го нарекуваме **магнетно заемнодејство**. Соодветно на тоа, силите што го карактеризираат магнетното заемнодејство ги нарекуваме **магнетни сили**. Тие сили, исто како и електричните сили, може да бидат привлечни и одбивни.

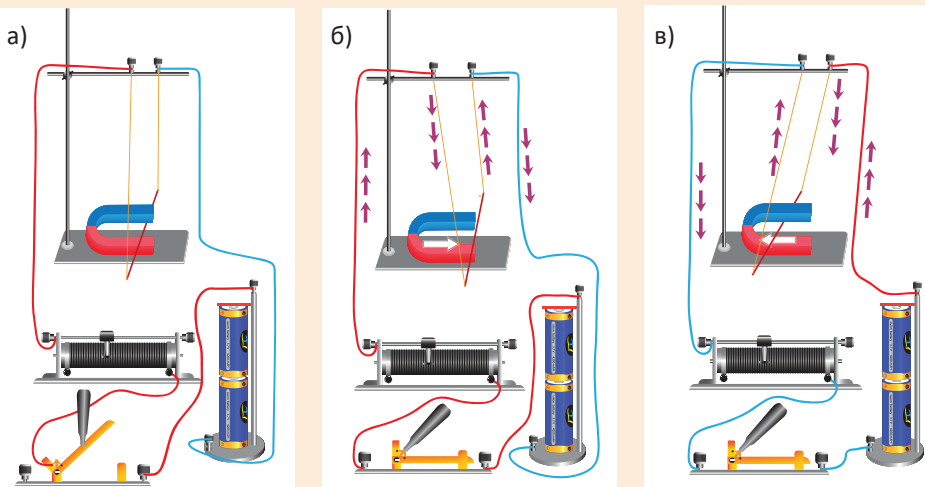
Амперова сила

Сила што дејствува на спроводник низ кој тече струја, поставен во магнетно поле, се нарекува **Амперова сила**. Амперовата сила настанува како резултат на заемнодејството на магнетното поле со полнежите кои насочено се движат во спроводникот.



АКТИВНОСТ 1.

Праволиниски спроводник кој е дел од струјно коло постави го меѓу половите на потковичест магнет така што спроводникот е поставен нормално на магнетните силиви линии. Спроводникот е обесен во просторот меѓу половите на магнетот за да биде ефектот видлив. Ако низ спроводникот не тече струја, тогаш спроводникот мирува, слика 1а. Кога низ спроводникот ќе тече струја, тој се поместува во одредена насока. Ако ја смениме насоката на течење на струјата низ спроводникот, тогаш тој се поместува на спротивната насока.



Слика 1.
Амперова сила:
а) Низ спроводникот не тече струја
б) Струјата низ спроводникот тече во една насока
в) Струјата низ спроводникот тече во спротивна насока

Фактот што регистрираме поместување на спроводникот, укажува на тоа дека на него дејствува сила. Експериментално е утврдено дека силата што дејствува на спроводникот зависи пропорционално од јачината на струјата што тече во спроводникот и од должината на спроводникот што е во магнетното поле, но и од величината карактеристична за магнетното поле. Константата на пропорционалност е карактеристика за магнетното поле и вообичаено се означува со B . Големината на Амперовата сила во случај кога магнетното поле зафаќа прав агол со спроводникот е:

$$F_A = B \cdot I \cdot l,$$

каде што I е јачината на струјата низ спроводникот, а l е должината на дел од спроводникот што е во просторот каде што има магнетно поле.

Физичката величина B се нарекува **магнетна индукција** и таа е карактеристика за магнетното поле. Таа е векторска величина, што значи, има големина, правец и насока. Во општ случај, правецот

на $\vec{B}$ е по тангентата на магнетните силиви линии во дадена точка, а насоката е иста со насоката на магнетните силиви линии. Големината на магнетната индукција може да ја определиме посредно, т.е. преку големината на Амперовата сила, со која магнетното поле дејствува на спроводник низ кој тече струја, поставен нормално на магнетните силиви линии. Тргувајќи од равенката за Амперова сила:

$$B = \frac{F_A}{I \cdot l},$$

може да заклучиме дека големината на магнетната индукција е бројно еднаква на големината на Амперовата сила што дејствува на спроводник со должина од $l = 1\text{ m}$ низ кој тече струја со јачина на струја од 1 A , односно $I = 1\text{ A}$, ако спроводникот е поставен нормално на магнетните силиви линии. Единицата во која се изразува магнетната индукција е **тесла (Т)**, наречена според големиот научник Никола Тесла.

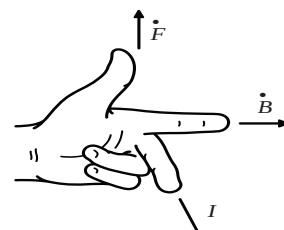
Од горната формула може да заклучиме дека $1\text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$.

Ако спроводникот не е поставен нормално на магнетната индукција, туку зафаќа агол α во однос на магнетните силиви линии, тогаш придонес има само компонентата на $\vec{B}$ што е нормална на спроводникот, а таа е $B_{\perp} = B \cdot \sin \alpha$. Во таков случај, Амперовата сила се пресметува со формулата:

$$F_A = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

што е поопшта формула за пресметување на Амперовата сила. Од оваа формула следува $F_A = B \cdot I \cdot l$, ако се земе дека спроводникот е поставен под прав агол во однос на правецот на векторот на магнетната индукција ($\alpha = 90^\circ$). Ако, пак, спроводникот е паралелен со векторот на магнетната индукција ($\alpha = 0^\circ$), на спроводникот не дејствува Амперовата сила.

Амперовата сила секогаш е нормална, и на спроводникот и на векторот на магнетната индукција. Насоката на Амперовата сила се одредува со **Флемингово правило на левата рака**: Ако три прсти од левата рака ги поставиме нормално еден на друг така што покажалецот ја покажува насоката на магнетната индукција, средниот прст ја покажува насоката на течење на струјата, тогаш палецот ќе ја покажува насоката на Амперовата сила, слика 2.



Слика 2.
Флемингово правило
на левата рака



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Спроводник низ кој тече струја со јачина од $2,8\text{ A}$ е поставен со еден дел во магнетно поле со индукција од $0,5\text{ T}$, како што е прикажано на сликата. Праволинискиот дел од спроводникот (делот од А до В), кој е во просторот каде што има магнетно поле, има должина од 12 cm . Пресметај ја големината на Амперовата сила што дејствува на спроводникот и определи го нејзиниот правец и насоката.

Дадено:

$$I = 2,8\text{ A}, \quad B = 0,5\text{ T}, \\ l = 12\text{ cm} = 0,12\text{ m}$$



Се бара:

$F = ?$ правец и насока на силата

Решение:

Според цртежот, векторот на магнетната индукција е нормален на спроводникот, а ознаката $\otimes$ покажува дека насоката на $\vec{B}$ е од нас кон листот. Уште од цртежот се гледа дека насоката на струјата низ спроводникот е од А кон В. Според законот на Ампер, $F = B \cdot I \cdot l$, за вредноста на големината на силата се добива $F = 0,17\text{ N}$.

Знаеме дека векторот на силата $\vec{F}$ треба да биде нормален и на векторот $\vec{B}$ и на спроводникот АВ. Согласно со Флеминговото правило на левата рака, силата ќе дејствува во рамнината на листот со насока нагоре.

Магнетен флуks

Во секоја точка од просторот, магнетната индукција $\vec{B}$ има одредена големина, правец и насока. Во некои случаи, наместо вредноста на магнетната индукција во дел од просторот, поважен е бројот на магнетни силиви линии кои поминуваат низ определена површина, како што се правоаголна рамка, намотка или магнетен лист. Од тие причини, воведена е величината **магнетен флуks**. Ако дадена површина е поставена нормално на векторот на магнетната индукција, како што е прикажано на слика 3а, тогаш магнетниот флуks се пресметува со формулата:

$$\Phi = B \cdot S,$$

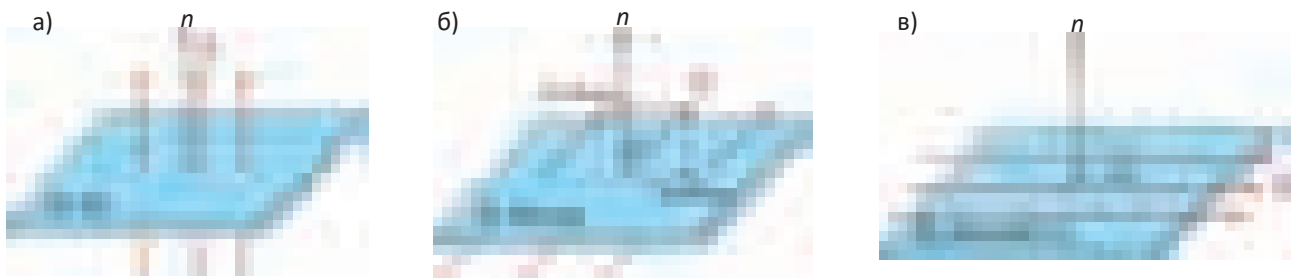
каде што $\vec{B}$ е магнетната индукција, а S е плоштината на дадената површина (слика 3а). Во општ случај, кога векторот $\vec{B}$ и нормалата на површината $\vec{n}$ зафаќаат агол α , можеме да сметаме дека магнетната индукција има две компоненти. Првата компонента е компонентата на магнетната индукција која е нормална на површината (или паралелна со нормалата на површината) и ја означуваме со B_n , додека втората компонента е паралелна со површината низ која го одредуваме флуksот (или нормална на нормалата на рамнината) и ја означуваме со B_p (слика 3б). Големината на овие компоненти е:

$$B_n = B \cdot \cos \alpha \text{ и } B_p = B \cdot \sin \alpha.$$

Удел во магнетниот флуks има само компонентата на $\vec{B}$ што е нормална на површината (паралелна со нормалата на површината) односно $B_n = B \cdot \cos \alpha$. Во случај кога магнетните индукција зафаќа одреден агол со нормалата магнетниот флуks се пресметува со формулата:

$$\Phi = B_n \cdot S = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Ако рамнината е поставена паралелно со векторот на магнетната индукција, ниту една силова линија не ја сече површината и $\Phi = 0$ (слика 3в).



Слика 3. Магнетен флуks: а) $\alpha = 0^\circ$, б) $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, в) $\alpha = 90^\circ$.

Основна единица за магнетен флуks е еден **вебер (1 Wb)** и таа се изведува од формулата за магнетен флуks, при што се добива $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2$. Магнетниот флуks низ дадена површина е 1 Wb кога магнетните силиви линии на магнетно поле со индукција 1 T минуваат низ плоштина од 1 m^2 поставена нормално на векторот на магнетната индукција.

Амперова сила меѓу два паралелни спроводници

Магнетното поле околу праволиниски спроводник низ кој тече струја е нехомогено. Со оддалечување од спроводникот, магнетната индукција се намалува. Формулата за големината на магнетната индукција во точка што е на растојание r од бесконечно долг праволиниски спроводник низ кој тече струја со јачина I е:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

каде што константата на пропорционалност μ_0 , наречена **магнетна пермеабилност на вакуум**, има вредност:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}},$$

Ако спроводник низ кој тече струја создава магнетно поле, тогаш логички се поставува прашањето: Што се случува ако два праволиниски спроводника низ кои тече струја се постават паралелно еден до друг? Досегашното знаење укажува на тоа дека ќе се појави заемнодејство меѓу нив, а согласно со Третиот Њутнов закон, на секој од нив ќе дејствува магнетна сила.

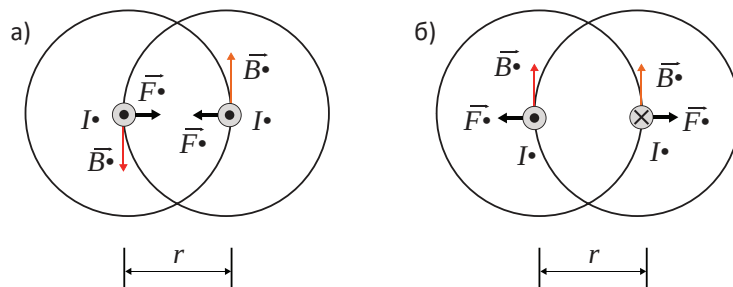
Да разгледаме два долги праволиниски спроводника поставени паралелно еден до друг на растојание r . На слика 4 тие се поставени нормално на рамнината на листот. Разгледуваме два случаја, кога низ нив тече струја во иста насока (од листот кон нас), слика 4а и кога низ нив течат струи во спротивни насоки, слика 4б.

Секој спроводник се наоѓа во магнетното поле создадено од другиот спроводник. Магнетните сили линии во близина на првиот спроводник се концентрични кружници и го сечат другиот спроводник под прав агол. Со помош на Флеминговото правило на левата рака, може да ја определиме насоката на Амперовата сила што дејствува на двата спроводника, во двата случаја. Преку анализа на слика 4, може да се утврди дека два паралелни спроводника низ кои тече струја со иста насока се привлекуваат, а два паралелни спроводника низ кои тече струја во спротивна насока се одбиваат.

Со замена на изразот за магнетна индукција на праволиниски спроводник во формулата за Амперова сила, добиваме:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l.$$

Ова е формула за силата со која си заемнодејствуваат два праволиниски спроводници со должина l низ кои течат струи со јачина I_1 и I_2 соодветно, а се поставени на растојание r еден од друг во вакуум.



Слика 4. Два паралелни спроводника:

а) Струјата тече во иста насока

б) Струјата тече во спротивна насока



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Два долги паралелни праволиниски спроводника се поставени на растојание од 30 cm. Низ првиот спроводник тече струја што е трипати поголема од струјата низ вториот спроводник.

На единица должина, на спроводниците им дејствува Амперова сила со големина од $1,5 \cdot 10^{-7}$ N. Одреди ја јачината на струите што течат низ двата спроводника ако тие се наоѓаат во вакуум.

Дадено: $r = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m},$ $\frac{F}{l} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ N/m},$ $I_1 = 3I_2$	Решение: За два долги паралелни спроводници важи: $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$ Оттука: $I_1 I_2 = \frac{2\pi r}{\mu_0} \frac{F}{l} = \frac{2\pi \cdot 0,30}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} = 0,225 \text{ A}^2$ Бидејќи $I_1 = 3I_2$: $I_1 I_2 = 3I_2^2 = 0,225 \Rightarrow I_2^2 = 0,075 \Rightarrow I_2 = 0,274 \text{ A}$ $I_1 = 3I_2 = 3 \cdot 0,274 = 0,822 \text{ A}.$
Се бара: $I_1 - ?, \quad I_2 - ?$	

Лоренцова сила

Електричната струја во метален спроводник претставува насочено движење на слободните електрони низ него. Ако спроводник низ кој не тече струја се постави во магнетно поле, на него не дејствува

ва Амперовата сила, иако во него постојат слободни електрони кои хаотично се движат. Ова упатува на заклучок дека постоењето на Амперовата сила не се должи на присуството на спроводникот, туку на насоченото движење на електроните во него. Со други зборови, тоа значи дека околу секој полнеж што насочено се движи се создава магнетно поле. Магнетната сила со којашто магнетното поле дејствува на полнеж што се движи во него се нарекува **Лоренцова сила**.

Всушност, Амперовата сила со која магнетното поле дејствува на спроводник е збир од силите со кои магнетното поле дејствува на секој електрон што се движат низ спроводникот. Силата со којашто магнетното поле дејствува на полнежи кои се движат, се нарекува Лоренцова сила. Формулата со којашто може да се пресмета големината на Лоренцова сила (F_L) може да се изведе од формулата за Амперова сила.

Во формулата за Амперова сила $F_A = B \cdot I \cdot l$ јачината на струјата ја изразуваме преку вкупниот бројот на слободни електрони во спроводникот N , односно:

$$I = \frac{Ne}{t}.$$

Електроните, движејќи се со брзина v и за време t нека поминуваат пат l еднаков на должината на спроводникот кој се наоѓа во магнетното поле.

Во тој случај важи $t = \frac{l}{v}$, па добиваме дека

$$F_A = NevB.$$

Последната формула покажува дека на еден електрон со полнеж e што се движи со брзина v во поле со магнетна индукција B ќе му дејствува сила

$$F_L = Bev.$$

Ако честичката што се движи во магнетно поле има полнеж q и се движи со брзина v што е нормална на магнетната индукција, тогаш на неа ќе дејствува Лоренцова сила:

$$F_L = qvB.$$

Во општ случај, кога правецот на брзината на наелектризирана честичка со магнетната индукција зафаќа агол α , големината на Лоренцовата сила ќе биде:

$$F_L = qvB \cdot \sin \alpha.$$

Насоката на Лоренцовата сила се определува со **Флеминговото правило на левата рака**. Ако три прсти од левата рака ги поставиме нормално еден на друг така што показалецот ја покажува насоката на магнетната индукција, средниот прст ја покажува насоката на брзината на позитивно наелектризирана честичка, тогаш палецот ќе ја покажува насоката на Лоренцовата сила. За негативно наелектризирана честичка го користиме истото правило, со тоа што насоката на силата ќе биде во спротивна насока од насоката на палецот.

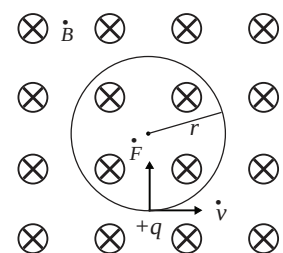
Лоренцовата сила секогаш е нормална на векторот на брзината и на магнетната индукција на полето. Бидејќи Лоренцовата сила е истовремено нормална на магнетното поле и на брзината на наелектризираната честичка, силата постојано ќе ја закривува патеката на честичката, па таа ќе се движи во кружница.

Во таков случај, честичката се движи со центрипетално забрзување, а Лоренцовата сила е причина за појавата на центрипеталното забрзување. Според тоа, може да запишеме:

$$qvB = \frac{mv^2}{r}.$$

од каде што може да се добие израз за радиусот на кружницата по која ќе се движи честичката:

$$r = \frac{mv}{qB}.$$



Слика 5. Лоренцова сила

Ако ја искористиме врската меѓу линиска и аголна брзина, за периодот на обиколување на честичката се добива:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Јон на деутериум се забрзува со напон од 600 V. Масата на јонот е $3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Потоа деутериумот влегува нормално на силовите линии во хомогено магнетно поле со магнетна индукција 0,40 T. Одреди го радиусот на кружницата по која се движи во магнетното поле. Полнежот на деутериумот е: $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Дадено:

$$U = 600 \text{ V},$$

$$B = 0,40 \text{ T},$$

$$m = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Се бара:

$$r = ?$$

Решение:

Јонот се забрзува со напон, па добива кинетичка енергија

$$qU = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Во хомогено магнетно поле (влегува нормално), се движи по кружница: $r = \frac{mv}{qB}$.

При што за радиусот на кружницата се добива:

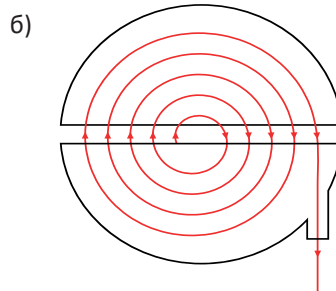
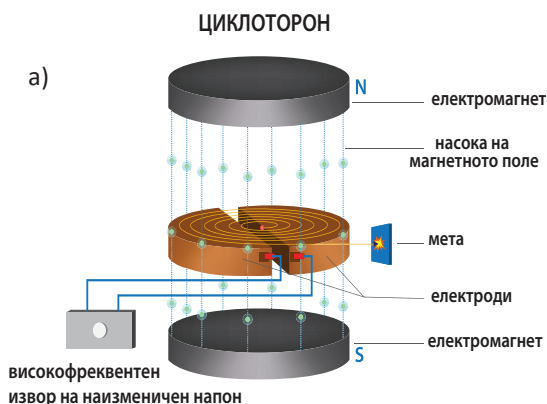
$$r = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}} = 1,25 \text{ cm}.$$

Примена на магнетните сили

Откритијата и истражувањата на магнетните сили доведоа до тоа магнетното поле од апстрактна физичка реалност недостапна за нашите сетила да добие практична примена и да биде дел од нашето секојдневно живеење. Принципот на работа на многу уреди се базира на дејството на магнетните сили. Такви уреди се: електричен мотор, генератор, катодна цевка и осцилоскоп, забрзувачи на честички (акцелератори), масини спектрометри, микрофони и звучници, уреди за медицинска дијагностика, за складирање и за читање на податоци и други.

Циклотронот како акцелератор на честички

Циклотрон е тип на **акцелератор**, уред за забрзување на наелектризирани честички со користење на хомогено магнетно поле и променливо електрично поле. Тој се состои од две шупливи полукружни електроди во форма на буквата D, поставени во вакуум и поврзани со извор на високофреквентна наизменична струја. Целиот систем се наоѓа во хомогено магнетно поле на



Слика 6. а) Шематски прикажана конструкција на циклотрон.
б) патека на забрзана честичка во циклотрон.

но магнетно поле на силен електромагнет. Правецот на магнетната индукција е нормален на рамнината на електродите.

Улогата на магнетното поле што го создава електромагнетот е само промена на правецот на брзината на наелектризи-

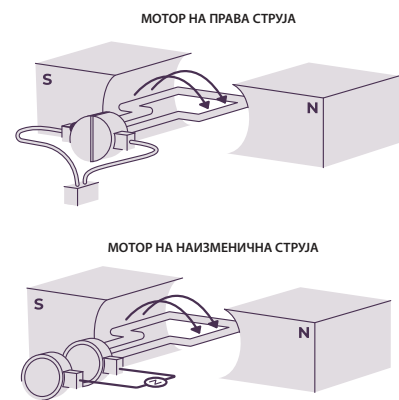
раната честичка поради дејството на Лоренцовата сила. Забрзувањето на честичката настанува само во празнината меѓу полукружните електроди под дејство на електрично поле, чијашто насока периодично ја менува високофреквентниот извор на наизменична струја. Внатре во шуплините од електродите нема електрично поле, затоа брзината на честичката останува константна додека се движи во внатрешноста на секоја од електродите. Фреквенцијата на наизменичниот напон е таква што при секој влез на честичката во празнината меѓу електродите, електричното поле ја менува насоката. Со секое минување низ празнината, честичката добива дополнителна кинетичка енергија.

Како што расте брзината, така се зголемува и радиусот на кружницата по која се движи честичката $r = \frac{mv}{Bq}$, а траекторијата постепено се шири формирајќи спирала. Кога честичката ќе достигне доволно голема енергија и радиус на траекторијата, се насочува надвор од циклотронот.

Електромотор

Сите електрични апарати во домот, електричните алати, индустријските машини, лифтовите, пумпите, електричните и хибридни возила, вентилаторите и дисковите во компјутерот ги движи електричен мотор или **електромотор**. Во него електричната енергија се претвора во корисна механичка работа. Основниот принцип на работа е дејство на магнетна сила врз рамка, односно калем низ кој тече струја, слика 7. Без оглед на тоа дали моторот работи на права или на наизменична струја, принципот е ист.

Секој мотор е составен од недвижен систем (статор) кој го сочинуваат постојани магнети, кукиште и четкици и подвижен дел (ротор) составен од калем и од оска што ја пренесува ротацијата. Неподвижните магнети создаваат магнетно поле. На калемот низ кој тече струја дејствува Амперова сила, притоа се појавува спрега од сили што создаваат вртлив момент. Калемот ротира и тоа движење преку оската на моторот се пренесува на уредот. Кај моторите на права струја има и комутатор, кој ја менува насоката на струјата при секоја полуротација на калемот.



Слика 7. Шематски приказ на електромотор на права и на наизменична струја



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

1. Магнетна индукција на магнете лист и соленоид

Кога електричен спроводник е свиткан во форма на кружница и низ него тече електрична струја, се создава магнетно поле кое е симетрично во однос на кружницата. Ваквата кружна струјна контура ја нарекуваме магнетен лист. Во центарот на кружницата магнетната индукција има најголема вредност, бидејќи придонесите од сите делови на спроводникот се со иста насока. Магнетната индукција во центарот на магнетниот лист со радиус R , низ кој тече струја со јачина I , е определена со изразот:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Ако кружниот спроводник се продолжи во голем број навивки поставени една до друга, се добива соленоид. Во внатрешноста на долг соленоид магнетното поле е приближно хомогено, па магнетната индукција има ист правец, насока и големина во секоја точка. Магнетната индукција во внатрешноста на идеален долг соленоид се определува со формулата:

$$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I,$$

каде што N е вкупниот број навивки, l должината на соленоидот, а n бројот на навивки по единица должина. Надвор од соленоидот магнетната индукција е многу мала и најчесто се занемарува. Соленоид низ кој тече постојана струја, според своето дејство се однесува слично прачкест магнет.

2. Индуцирана електромоторна сила

Индуцирана електромоторна сила се појавува во затворена контура од спроводник и се менува магнетниот флуks. Оваа појава е откриена од Мајкл Фарадеј и е позната како електромагнетна индукција. Промената на магнетниот флуks може да настане ако магнетот се движи во однос на затворената контура, ако контурата се движи во магнетно поле или ако се менува јачината на магнетното поле. Како последица на тоа, во колото се појавува индуцирана електромагнетна сила, која може да се пресмета со равенката:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BS \cos\alpha)}{\Delta t}.$$

Големината на индуцираната електромоторна сила зависи од тоа колку брзо се менува магнетниот флуks. Колку е побрза промената, толку е поголема индуцираната ЕМС. Насоката на индуцираната струја е таква што таа се спротивставува на причината што ја предизвикала промената на магнетниот флуks, што е познато како Ленцово правило. На пример, ако до контурата се приближува магнет, тогаш низ контурата се зголемува флуksот. Струјата што ќе се индуцира во рамката ќе биде со таква насока што полето коешто го создава се стреми да го намали зголемувањето на флуksот.

Индуцираната електромоторна сила има огромно практично значење, бидејќи таа е основа за работата на генераторите на електричната енергија, трансформаторите и на многу други електрични уреди. Благодарение на електромагнетната индукција, механичката енергија може да се претвори во електрична, што ја прави оваа појава клучна за современата техника и за секојдневниот живот.



ПОЗНАТ НАУЧНИК

Никола Тесла (1856–1943) е еден од најзначајните пронаоѓачи и научници во историјата на електротехниката и физиката. Роден е во Смиљан, во тогашната Австриска Империја, денешна Хрватска, во српско семејство, а образованието го стекнал во Европа пред да се пресели во Соединетите Американски Држави. Рано покажал исклучителен талент за математика, физика и за инженерство, како и необична способност за визуелизација на сложени технички идеи, што му овозможувало да проектира уреди без класични цртежи.

Најголемиот придонес на Никола Тесла е во развојот на наизменичната струја и во полифазните електроенергетски системи кои денес претставуваат основа на современото производство и пренос на електрична енергија. Тој го открил принципот на ротирачко магнетно поле, го конструирал индукцискиот мотор и дал клучен придонес во развојот на трансформаторите, генераторите и на далекуводите. Неговите решенија овозможиле ефикасен пренос на електричната енергија на големи растојанија и ја надминале техничката ограниченост на еднонасочните системи.

Освен електроенергетиката, Тесла работел и на безжична комуникација, радиотехника, високофреквентни струи и експерименти со електромагнетни бранови. Во текот на животот не секогаш бил доволно признат, неговите идеи биле присвојувани од други научници и честопати се соочувал со финансиски тешкотии. Неговото дело имало огромно влијание врз развојот на модерната технологија. Денес Никола Тесла се смета за визионер кој со своите идеи го трасирал патот на современата цивилизација.





ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Како може магнетното поле да се открие експериментално и без употреба на магнетна игла или железни струготини?
2. Зошто праволиниски спроводник поставен паралелно со магнетните силиви линии не се поместува, иако низ него тече струја?
3. По што ќе се разликува патеката на електрон и протон кои влегуваат со иста брзина во исто магнетно поле?
4. Низ два долги паралелни праволиниски спроводника, поставени на растојание од 0,60 m, течат електрични струи со еднаква јачина од по 8 A, но во спротивни насоки. Одреди ја магнетната индукција во точката што се наоѓа точно на средината меѓу двата спроводника. (Решение: $1,07 \cdot 10^{-5} \text{ T}$)
5. На хоризонтални метални шини оддалечени 25 cm лежи метален спроводник со маса од 0,60 kg. Шините се наоѓаат во вертикално хомогено магнетно поле со магнетна индукција 0,40 T. Колку голема струја треба да се пропушти низ спроводникот за тој да почне да се движи, ако коефициентот на триење меѓу спроводникот и шините е 0,12? (Решение: 7, 1A)
6. Електрон влегува во хомогено магнетно поле нормално на силивите линии. Брзината на електронот при влегување во полето е $2,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Магнетна индукција на полето: $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ T}$
Одреди го:
 - а) Обликот на патеката на електронот и на радиусот на таа патека;
 - б) времето што електронот го поминува во магнетното поле;
 - в) дали се менуваат брзината и кинетичката енергија на електронот при движењето низ магнетното поле? Одговорот образложи го.
 Масата на електронот е $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, а неговиот електричен полнеж е $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
(Решение: 7,1 mm; $2,23 \cdot 10^{-8} \text{ s}$)

1.16. Магнетни својства на материјалите

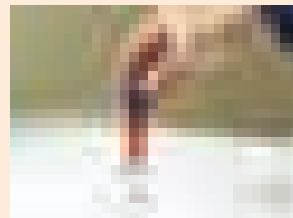
Секоја супстанца има своја карактеристична микроструктура. Нејзините магнетни својства, освен од составот и од микроструктурата, зависат и од надворешните услови, како што се температурата, обработката на материјалот, механичките напрегања и деформации и магнетната историја, т.е. дали претходно бил подложен на магнетно поле. Уште пред околу двесте години, Мајкл Фарадеј открил дека сите материјали покажуваат магнетни својства. Тоа магнетно однесување го манифестираат на различен начин и со различен интензитет на заемнодејство со полето во коешто се внесени. Магнетните својства на материјалите одредуваат како тој ќе се однесува ако е во магнетно поле или кога ќе го донесеме во близина на магнет. Овие својства се од големо значење во физиката, техниката и во секојдневниот живот, бидејќи од нив зависи дали материјалот ќе биде привлечен, одбиен или речиси воопшто нема да заемнодејствува со магнетното поле.

Наједноставно кажано, магнетните својства на даден материјал опишуваат како магнетното поле навлегува низ материјалот и како тој материјал го менува т.е. го засилува, ослабува или не го менува магнетното поле. Ако некој материјал се наоѓа во магнетно поле, во него може да настане магнетизација, појава при којашто материјалот покажува магнетно однесување, што може да биде привремено или трајно. Состојбата низ која минува материјалот при внесување во магнетно поле ја нарекуваме магнетизирање.



АКТИВНОСТ 1.

Земи десетина спојници за хартија и провери дека тие меѓу себе не се одбиваат ниту се привлекуваат. Наместо спојници, може да користиш и железни клинчиња. Земи магнет, било прачкест или потковичест магнет, или електромагнет. Едниот пол на магнетот полека доближувај го кон спојниците без да го допираш до нив. Што забележуваш? Дали заемнодејството е привлечно или одбивно? Дали заемнодејството е контактно или бесконтактно? Сега, земи други спојници (или железни клинцци) и повтори ја постапката со приближување на другиот пол на магнетот. Дали во овој случај силата е привлечна или одбивна?



Слика 1.
Магнетизирање
на предмети

Магнетното поле на даден магнет може да ја менува состојбата на некои материјали што се во негова близина или велиме, може да ги магнетизира. Кога до предмет направен од магнетен материјал ќе доближиме магнет, предметот се магнетизира, исто како спојниците или клинците направени од железо. На тој начин и предметот станува магнет со спротивен пол од магнетниот пол на поблискиот крај од магнетот, што резултира со привлекување. Без оглед на тоа кој пол од магнетот го доближуваме до предметот, по магнетизирање на предметот, магнетната сила меѓу нив е привлечна.

Причини за магнетните својства на материјалите

Иако магнетизмот како појава се забележува на макроскопско ниво, како сила на заемнодејство, причините за магнетните особини на материјалите треба да се бараат на микроскопско, односно на атомско ниво. Магнетните својства потекнуваат од микроскопската структура на материјалите, поточно од однесувањето на електроните во атомите и меѓусебната интеракција меѓу атомите. Со истражување на причините за магнетните својства на материјалите, научниците можеле да објаснат зошто некои материјали се силно магнетни, други слабо реагираат на магнетното поле, а трети воопшто не покажуваат забележливи магнетни ефекти.

Уште пред да биде откриен електронот и пред да бидат дадени идеите за моделите на атомот, Ампер претпоставил дека на микроскопско ниво постојат елементарни струи или „молекуларни струи“. Според него, тоа се затворени струи, слично на струја низ магнетен лист, кои создаваат магнетно поле. Хипотезата за тие струи е поврзана со фактот дека околу секој спроводник низ кој тече струја постои магнетно поле.

Од денешен аспект, секој атом е составен од јадро и од електрони кои се движат околу него. Електрон кој се движи по кружна патека претставува магнетен дипол, исто како и секој магнет со два пола, северен и јужен. Пример за дипол е и магнетниот лист (кружен спроводник низ кој тече струја). Секој дипол создава свое магнетно поле. Својствата на диполот се опишуваат преку векторската величина магнетен момент:

$$\vec{P} = I \cdot \vec{S},$$

производ од јачината на струјата (I) и плоштината на површината по која обиколува струјата (S). Секој атом, поради движењето на електроните околу јадрото, претставува мал дипол со магнетен момент што го викаме орбитален магнетен момент. Дополнително, електронот има спин, т.е. својство кое исто како масата и електричниот полнеж е негова внатрешна карактеристика. Спинот може да го замислиме како ротација на честичката околу својата оска. Поради спинот, електронот има и спински магнетен момент. Атомот како целина има магнетен момент во кој придонес имаат и орбиталниот и спинскиот магнетен момент. Магнетниот момент на атомот создава магнетно поле и затоа може да сметаме дека тој се однесува како елементарен магнет (мал магнет). Начинот на кој тие мали магнети се ориентирани меѓусебно, како и нивното подредување во надворешно магнетно поле, ја одредува магнетната природа на материјалот.

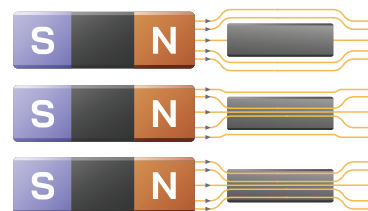
Релативна магнетна пермеабилност

Видовме дека магнетната индукција и магнетниот флуks се величини што го опишуваат полето во просторот. Кога магнетното поле е создадено во вакуум и кога магнетната индукција на тоа поле во вакуум ќе ја означиме со B_0 . Ако на ист начин истото тоа поле е создадено во некоја друга материјална средина, магнетната индукција во материјалот ќе има различна вредност од онаа во вакуум. Магнетната индукција на полето во материјалот да ја означиме со B . Бидејќи материјалната средина го менува полето во просторот, таа има магнетно својство карактеристично за неа. За опишување на тоа својство, воведуваме физичка величина **релативна магнетна пермеабилност** μ_r , а ја дефинираме како количник од магнетната индукција на полето во материјалот и магнетната индукција на тоа поле во вакуум:

$$\mu_r = \frac{B}{B_0},$$

при што од формулата се гледа дека таа е бездимензионална величина. Релативна магнетна пермеабилност е карактеристика за даден материјал и таа кажува како се менува магнетната индукција на полето во тој материјал во однос на магнетната индукција на полето во вакуум. Врз основа на вредноста на μ_r , материјалите според нивните магнетни својства се поделени на: дијамагнетни, парамагнетни и феромагнетни материјали, или дијамагнетици, парамагнетици и феромагнетици.

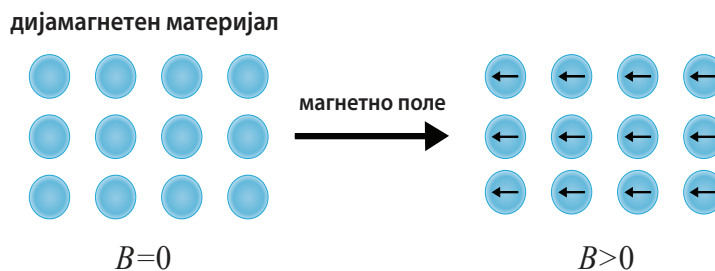
Зборот „пермеабилност“ значи пропустливост, а во контекст на магнетните својства укажува на способноста на материјалот да го пропушта магнетното поле низ него. Колку повеќе го пропушта низ него, толку повеќе го засилува полето во материјалот, како што е претставено на слика 2. Оттаму, се гледа дека феромагнетниците најдобро го пропуштаат магнетното поле, а тоа значи дека имаат најголема вредност за релативната магнетна пермеабилност.



Слика 2. Пермеабилност на магнетните материјали

Дијамагнетици

Кај дијамагнетниците релативната магнетна пермеабилност е малку помала од еден ($\mu_r < 1$) и тие го ослабуваат магнетното поле. Во отсуство на надворешно поле, вкупниот магнетен момент кај овие материјали е нула, бидејќи орбиталниот и спинскиот магнетен момент се ориентирани во спротивни насоки. Ако дијамагнетен материјал се внесе во магнетно поле, магнетните диполи се ориентираат во насока спротивна од насоката на магнетното поле, слика 3. Материјали што покажуваат вакви магнетни својства се: вода, сребро, бакар, бизмут, готварска сол, повеќето гасовите и други. Тие го ослабуваат надворешното магнетно поле и затоа „бегаат“ од полето, слика 2.

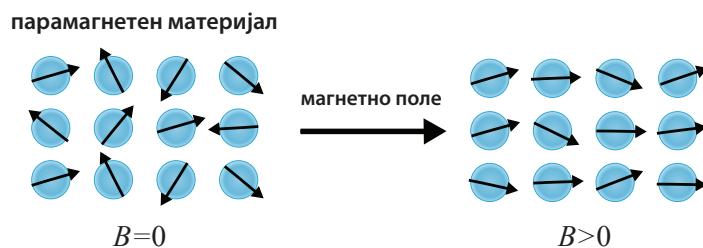


Слика 3. Дијамагнетен материјал

Парамагнетици

Парамагнетните материјали имаат релативна магнетна пермеабилност поголема од еден ($\mu_r > 1$). Кај нив доминира орбиталното магнетно поле, односно атомите имаат орбитален магнетен момент различен од нула. Во отсуство на магнетно поле, вкупниот магнетен момент на телото или на материјалот кој го добиваме како векторски збир од магнетните моменти на сите атоми е еднаков на нула. Магнетните моменти се ориентирани во сите правци без некој ред и магнетните ефекти се поништуваат. Затоа таквите материјали не покажуваат забележливи магнетни својства. Кога парамагнетикот ќе се внесе

во надворешно магнетно поле, дел од магнетните моменти се подредуваат во насоката на полето, слика 4. Поради ова делумно подредување, магнетната индукција во неговата внатрешност се зголемува. Овој ефект е релативно слаб бидејќи усогласувањето на елементарните магнети е само делумно, што е прикажано и на сликата, каде што ориентацијата на магнетните моменти е само делумно насочена во правец на надворешното поле. По отстранување на магнетното поле, парамагнетиците брзо се враќаат во хаотична ориентација и целосно го губат индуцираниот магнетен момент. Типични примери за парамагнетици се алуминиум, натриум, калиум, волфрам, платина и кислород.

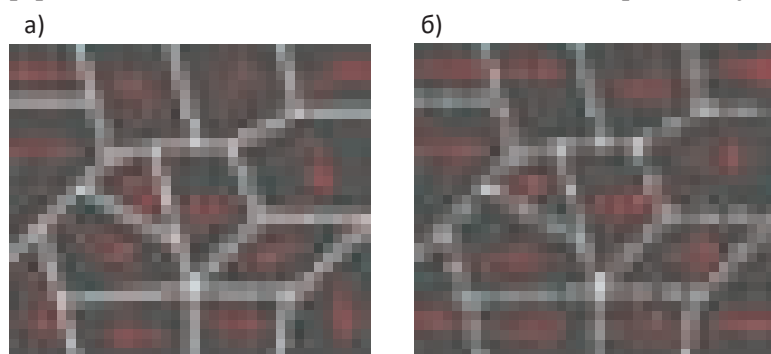


Слика 4. Парамагнетен материјал

Феромагнетици

Овие материјали имаат изразено силни магнетни особини, а тоа се должи повеќе на спинскиот магнетен момент отколку на вкупниот момент на атомот како целина. Тие можат силно да се магнетизираат. Феромагнетиците имаат многу голема релативна магнетна пермеабилност. Таа е многу поголема од единица ($\mu_r \gg 1$), од неколку десетици илјади до милион, што значи, тие многу го засилуваат надворешното магнетно поле. Феромагнетни својства покажуваат железото, кобалтот, никелот и нивните легури.

Во овие материјали постои силно заемно дејство меѓу магнетните моменти на соседните атоми, па големи групи атоми чии спинови се во иста насока, формираат региони што се нарекуваат магнетни домени. Во нив постои спонтанна самоорганизација и кога феромагнетикот не е во надворешно магнетно поле. Големината на домените најчесто може да биде речиси од 10^{-3} mm до 1 mm. Во немагнетизиран материјал, домените се безредно ориентирани, како што е прикажано на слика 5а. Кога феромагнетик ќе се постави во магнетно поле, ориентацијата на магнетните полиња во секој домен



Слика 5. Магнетни домени во феромагнетик

а) во отсуство на надворешно магнетно поле, б) во магнетно поле.

ќе се промени така што тие ќе се постават во насока на надворешното поле, слика 5б. Ова подредување го засилува дејството на надворешното магнетно поле. Ваквото однесување им овозможува на некои материјали, на пример, на немагнетизираното железо, да се намагнетизираат кога ќе се најдат во близина на силен магнет или кога ќе се протријат со постојан магнет. Постепеното подредување на домените доведува железото да стане привремено или трајно намагнетизирано.

За разлика од дијамагнетиците и парамагнетиците, само материјали со кристална структура може да имаат феромагнетни својства. Ако феромагнетик премине во течна или во гасовите состојба, тогаш тој се однесува како парамагнетик. Тоа укажува дека нивните магнетни својства се одредени и од кристалната структура. На пример, феромагнетен материјал може да ги изгуби магнетните особини и да премине во парамагнетик со загревање. Температурата на која феромагнетикот ги губи феромагнетните својства и преминува во парамагнетик се нарекува Кириева температура. За железото таа е 770°C , а за никелот е многу пониска и изнесува 360°C . Феромагнетикот може да ги изгуби магнетните својства

и со поставување во променливо магнетно поле, а исто така и при нагли и силни механички напрегања. На пример, со удирање, домените се разместуваат, при што се нарушува нивната подреденост, а со тоа материјалот ги губи магнетните својства.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Познавањето на магнетните својства на материјалите, освен теоретското значење, претставува основа за развој на многубројни технолошки уреди, како што се електромотори, генератори, мемориски уреди и сензори, апарати за медицинска дијагностика, кои се незаменлив дел од современиот живот.

Од дијамагнетици се изработуваат одредени делови на прецизни инструменти и сензори во кои не смее да има магнетни пречки. Исто така, дијамагнетните особини на водата и на органските ткива се важни за принципот на работа на уредите за магнетна резонанција. На пример, се користат парамагнетици како контрастни средства. Некои сензори го користат својството на кислородот како парамагнетна супстанца за негово детектирање.

Од феромагнетици се прават перманентни магнети, јадра на електромотори, генератори и трансформатори, потоа се користат кај уредите за складирање информации, магнетни брави, звучници, микрофони итн. Разбирањето на магнетните својства овозможува правилен избор на материјали и оптимално искористување на магнетните појави во техниката и во науката. Некои од нив се користат како трајни магнети, а други како меки магнетни материјали кај кои магнетизацијата лесно се менува.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Од што зависат магнетните својства на материјалите?
2. Како ја дефинираме релативната магнетна пермеабилност?
3. Што е карактеристично за дијамагнетниците?
4. Кои се сличности и разлики меѓу парамагнетици и феромагнетици?
5. Што е Кириева температура?

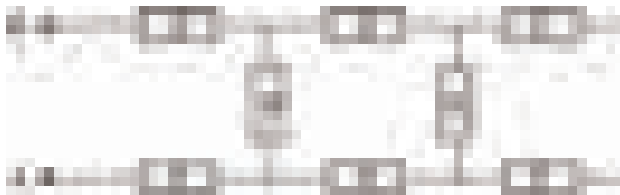
Тема 1: ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Наелектризирана метална сфера се допира со неутрална метална сфера што има ист радиус, а потоа се одделуваат. Како ќе се распредели полнежот при допирот на сферите? Објасни го твојот одговор. Како ќе се распредели полнежот ако едната сфера има двапати поголем радиус од другата?
2. Два полнежа се поставени така што во една точка електричното поле е нула. Дали во таа точка мора да биде нула и електричниот потенцијал? Образложи.
3. Ако знаеме дека брзината на насочено движење на електроните низ метален спроводник е многу мала, тогаш зошто светилката засветува веднаш по вклучување на прекинувачот?
4. Објасни од каде произлегува потребата мерниот инструмент за мерење на јачина на струјата (амперметар) да има многу мал внатрешен отпор? Како треба да се поврзе амперметарот со потрошувачот во струјно коло?
5. Во струјно коло паралелно се сврзани две исти светилки. Ако една од светилките прегори, како таа промена во колото ќе влијае на јачината на струјата низ другата светилка?
6. Два отпорника со исти димензии и направени од ист материјал, во струјно коло, се сериски сврзани. Ако електромоторната сила во колото нагло се зголеми, што ќе се случи со ослободената топлина во секој отпорник? Објасни.
7. Во струјно коло со постојан напон сврзан е отпорник. Ако во колото се додаде уште еден ист отпорник сериски сврзан со првиот, тогаш како ќе се смени:
 - а) Јачината на струјата во колото?
 - б) Вкупната моќност во колото?
 Во двата случаи во колото е врзан ист извор на електромоторна сила со занемарлив внатрешен отпор. Одговорот образложи го квалитативно, без да правиш пресметки.
8. Праволиниски спроводник низ кој тече струја е поставен во хомогено магнетно поле нормално на силовите линии на магнетната индукција. Што ќе се случи со Амперовата сила што дејствува на спроводникот ако истиот го поставиме паралелно со силовите линии на магнетната индукција?
9. Низ бакарна пружина тече електрична струја. Како ќе се однесува пружината додека низ неа тече струја?
10. Електрон и протон се движат во хомогено магнетно поле со еднаква брзина, така што нивните кружни патеки имаат различен радиус. Објасни од што зависи таа разлика. Која честичка ќе има патека со поголем радиус?
11. Два точкести полнежа со големини $+5 \text{ pC}$ и $+2 \text{ pC}$ се наоѓаат во вакуум, на меѓусебно растојание од 30 cm . Одреди ја јачината на електричното поле во точка што се наоѓа меѓу полнежите, на растојание од 10 cm од првиот полнеж. (Решение: $E = 4,1 \text{ N/C}$)
12. За време на лет, металната површина на авион може да се наелектризира поради триење со воздухот до електричен потенцијал од 200 kV . Притоа, вкупниот капацитет на авионот е 1 nF .
 - а) Колкава електрична енергија е складирана во авионот?
 - б) Зошто ова не претставува опасност за патниците во кабината? (Решение: $E = 20 \text{ J}$)
13. Кондензатор се полни до напон од 200 V и потоа се исклучува од изворот. Сега, ако меѓу плочите на кондензаторот се внесе диелектрик, кој има релативна диелектрична константа 4, тогаш:
 - а) Како ќе се смени напонот на краевите од кондензаторот?
 - б) Како ќе се смени јачината на полето меѓу плочите?
 - в) Како ќе се смени енергијата на кондензаторот? (Решение: а) $U_1 = U/4$, б) $E_1 = E/4$, в) $E_{c1} = E_c/4$)

14. Дефибрилатор користи кондензатор од $150 \mu\text{F}$ наполнет до напон од 1800 V .
 а) Одреди ја складираната енергија.
 б) Ако празнењето на кондензаторот трае 5 ms , одреди ја моќноста на дефибрилаторот.
 в) Како ќе се смени складираната енергија ако напонот се намали двапати, а капацитетот остане ист?
 (Решение а) $E = 243 \text{ J}$, б) $P = 49 \text{ kW}$, в) $E_1 = E/4$)

15. Определи ги јачината на струјата низ трите гранки од струјното коло прикажано на сликата:
 (Решение: $0,91 \text{ A}$, $0,18 \text{ A}$, $0,73 \text{ A}$)

16. а) Колкав е еквивалентниот отпор на комбинирано сврзаните отпорници ако изворот на електромоторна сила се поврзува меѓу точките А и В, ако сите отпорници имаат иста вредност на отпорот R ?
 (Решение: $R_e = \frac{30}{11} R$)



- б) Пресметај го еквивалентниот капацитет на кондензаторската батерија, прикажана на сликава, ако капацитетот на секој од кондензаторите е C . (Решение: $C_e = \frac{4}{7} C$)

17. Одреди го напонот на краевите на кондензаторот во струјното коло дадено на сликата. Колкаво количество електричество ќе се акумулира на неговите плочи?
 (Решение: 3 V , $6 \mu\text{C}$)

18. Две светилки со моќност од 60 W и од 100 W , кои се приклучени на напон од 220 V , во колото се поврзуваат:

а) сериски и б) паралелно.

Во двата случаја одреди која светилка ќе свети посилено

а) таа со моќност од 60 W ,

б) таа со моќност од 100 W

19. Два долги паралелни спроводника поставени се во вакуум на растојание од 6 cm еден од друг во вертикална рамнина. Низ првиот спроводник тече струја со јачина од 10 A , а вториот има маса од $0,04 \text{ kg}$ по метар должина и може слободно да се движи во вертикална рамнина.

а) Во која насока треба да тече струјата низ вториот спроводник за тој да виси над првиот спроводник?

б) Колкава треба да биде јачината на струјата низ вториот спроводник? (Решение б) $I_2 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ A}$)

20. Наелектризирана честичка влегува во област каде што истовремено постојат електрично поле E и магнетно поле B , меѓусебно нормални. Честичката се движи по права линија. Ваквиот систем дејствува како филтер или како селектор на брзини.

а) Изрази ја врската меѓу E , B и брзината на честичката.

б) Објасни при кои услови и зошто честичката што влегува во тој простор ќе продолжи да се движи во истиот правец.

в) Наведи барем една практична примена на ваквиот селектор на брзини.

(Решение: а) $E = vB$)



ТЕМА 2:

Механички осцилции и бранови

Во природата и во секојдневниот живот честопати се среќаваат појави што се повторуваат во времето или се пренесуваат низ просторот, како што се движењето на нишалото, треперењето на струната, ширењето на звукот или бранувањата на водната површина. Иако на прв поглед различни, овие појави имаат заеднички физички карактеристики и се опишуваат со исти основни закони.

Гранката на физиката што ги проучува периодичните механички движења се нарекува механика на осцилации, а пренесувањето на осцилациите низ средината се опишува со бранови. Во оваа тема ќе се запознаеш со механичките осцилации и со механичките бранови, нивните основни својства и меѓусебната поврзаност.

Ќе ги проучуваш хармониското осцилаторно движење, математичкото нишало и еластичниот осцилатор, како и поимите период, фреквенција, амплитуда и енергија. Понатаму, ќе се разгледаат механичките бранови, нивното настанување и ширење, како и појавите на одбивање, прекршување и сложување на брановите.

Законите кои ќе ги изучуваш во темата осцилации и бранови имаат широка примена: во музиката и акустиката, преку ултразвукот, до современите комуникациски технологии. Знаењата што ќе ги добиеш ќе ти овозможат подобро да ги разбереш многуте појави што секојдневно ги набљудуваш.

Резултати од учењето

Ученикот/ученичката ќе биде способен/-на да:

1. објаснува и споредува различни видови на механички осцилации и бранови, пре-познавајќи нивни примери во природата и техниката;
2. ги анализира карактеристиките на хармониското осцилаторно движење, математичко нишало и еластичен осцилатор, и да ги применува равенките за пресметка на период и фреквенција;
3. одредува, експериментално, зависности кај осцилаторни движења и интерпретира резултати, споредувајќи ги со теоретските предвидувања;
4. го применува Законот за зачувување на енергијата при осцилаторни и бранови појави и да ги објасни трансформациите на енергијата во тие процеси;
5. разликува и објаснува видови на механички бранови (лонгитудинални, трансверзални, рамен, сферен) и да ја применува равенката на бран при решавање на задачи;
6. анализира појави на одбивање, прекршување и сложување на бранови преку графички и експериментални примери, изведува заклучоци за нивното ширење низ различни средини;
7. објаснува настанување и ширење на звукот, да разликува тон, шум и бучава и да применува мерки за заштита од штетно дејство на бучавата;
8. истражува и да применува примери на инфразвук, ултразвук и ехо во технологијата, медицината и во секојдневниот живот;
9. објаснува појави во астрономијата и медицината поврзани со појавата на Доплеров ефект.

2.1. Механички осцилации и хармониски осцилатор

Во прва година учевте за различни видови движења. Кај некои од нив движењето се повторува за одреден временски интервал по истата траекторија. Ваквите движења, кои се повторуваат по еднакви временски интервали, се нарекуваат **периодични движења**.

Периодичното движење може да се одвива по различни патеки. Еден чест пример е движењето по кружна патека. На пример, движењето на гондолата од панорамско тркало. Гондолата се движи по кружна патека и по одреден временски интервал повторно се враќа во почетната положба. Поради редовното повторување, ваквото движење е периодично движење. Сличен пример е и движењето на секундната стрелка на часовникот, која по ист временски интервал секогаш се враќа во почетната положба.

Најмалиот временски интервал по кој се повторува периодичното движење се нарекува **период** и се означува со T . Кај секундната стрелка од часовникот периодот изнесува 60 s , бидејќи по 60 секунди, таа повторно се враќа во истата почетна положба. Кај панорамското тркало, периодот зависи од брзината на движење: колку побрзо се движи, толку е пократок периодот. Ова се примери за периодични движења по кружна патека.



Слика 1. Две нишалки, една, со дете, која изведува периодично движење и една во рамнотежна положба

Сепак, постојат и периодични движења кои не се одвиваат по кружна патека. Кај нив телото не кружи, туку при движењето поминува низ една посебна положба, наречена **рамнотежна положба**. Рамнотежна положба е положбата во којашто резултантната сила што дејствува на телото е еднаква на нула. На пример, кај нишалката во парк, рамнотежната положба е најниската положба во однос на површината на Земјата, односно положбата во којашто нишалката се наоѓа кога мирува (слика 1).

Механичко **осцилаторно движење** е периодично механичко движење при коешто материјална точка или тело се движи околу стабилна рамнотежна по-

ложба, под дејство на **повратна сила**, чијашто насока секогаш е кон рамнотежната положба и чијашто големина зависи од големината на поместувањето на телото од рамнотежната положба. Телото што изведува вакво движење се нарекува **осцилатор**. Движењето на нишалка, движењето на струната на гитара или движењето на тегот закачен на пружина се примери за осцилаторно движење, а нишалката, жицата или тегот се осцилатори. **Сите осцилаторни движења се периодични движења, но не секое периодично движење е осцилаторно.** Пример за периодично, но неосцилаторно движење е движењето по кружна патека.

Секое осцилаторно движење се одвива меѓу две **крајни положби**, во кои телото за момент застапува, па ја менува насоката на движење. Осцилацијата е еден целосен циклус на осцилаторното движење, по кој движењето се повторува на ист начин. Кај нишалката, една полна осцилација е движењето од една крајна положба (точка А на слика 2), преку рамнотежната положба (точка Б), до другата крајна положба (В) и повторно назад до првата положба (А).

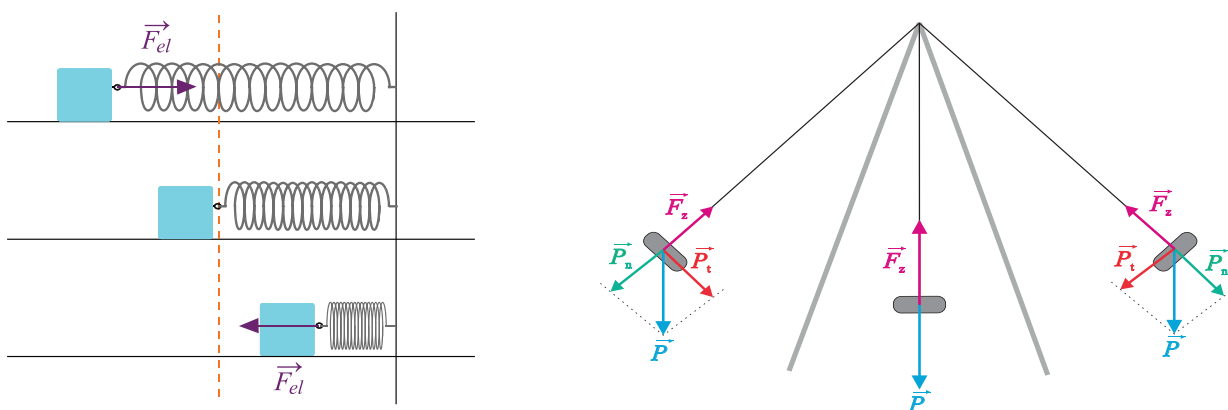
За да настане осцилаторно движење, мора да бидат исполнети два услова:

Првиот услов е телото да поседува енергија. Под дејство на сила, кога се врши работа врз телото тоа добива енергија. На пример, кога ќе ја турнеме нишалката, таа почнува да осцилира. Исто така, ако ја повлечеме нишалката од рамнотежната положба на некоја висина и ја пуштиме, таа ќе почне да осцилира.

Вториот услов е на телото да му дејствува сила којашто постојано го враќа кон рамнотежната положба. Кај тело закачено на пружина и поместено од рамнотежната положба, тоа е еластичната сила на пружината (слика 3, лево). Кај нишалката тоа е компонентата од Земјината тежа насочена кон рамнотежната положба (слика 3, десно).



Слика 2. Шематски приказ на рамнотежната положба (Б) и на двете крајни положби (А и В) кај осцилаторно движење на нишалка

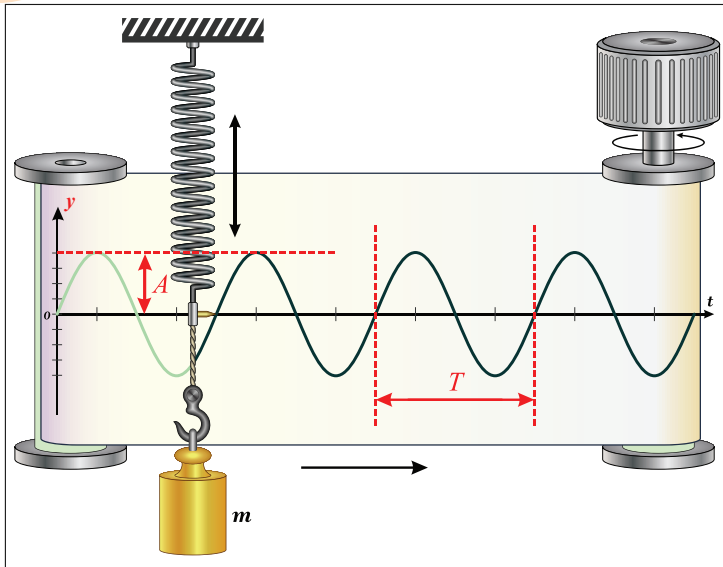


Слика 3. Силите кај тело закачено на пружина (лево) и кај нишалка (десно) кои се причина за осцилации. Кај пружината нема триење меѓу телото и подлогата.

Осцилаторот по одредено време престанува со осцилирањето затоа што врз него дејствуваат сили на триење и на отпор, како што се триењето во лежиштата, отпорот на воздухот или внатрешното триење во материјалот. Овие сили вршат негативна работа врз осцилаторот, при што неговата механичка енергија постојано се намалува. Во понатамошните лекции, заради поедноставување, ќе сметаме дека кај сите осцилаторни движења силите на триење и на отпор на воздухот може да се занемарат, а подоцна ќе го разгледаме и нивното дејство.

Да разгледаме тело со маса m закачено на пружина. На телото е прицврстен молив, а зад него се поставува лента од хартија која се движи во хоризонтален правец со константна брзина (слика 4). Кога телото мирува, пружината се наоѓа во рамнотежната положба. Во тој случај, моливот остава права линија на хартијата, бидејќи неговата положба не се менува со времето.

Кога телото ќе се помести од рамнотежната положба и ќе се пушти, тоа започнува да осцилира горе–долу околу рамнотежната положба. Истовремено, хартијата се движи во хоризонтален правец. Трагата што ја остава моливот на хартијата го прикажува поместувањето на телото од рамнотежната положба во зависност од времето. Преку оваа трага може да се воведат неколку важни физички величини кои го опишуваат осцилаторното движење.



Слика 4. Искртување на осцилациите кај тег закачен на пружина

Фреквенција е бројот на осцилации во една секунда и се означува со f . Единица за фреквенција е секунда на минус прва (s^{-1}) или херц (Hz), при што важи $1s^{-1} = 1Hz$. Ако осцилаторот извршува една осцилација за 2 s, тогаш неговата фреквенција е $f = 0,5s^{-1} = 0,5Hz$. Фреквенцијата на осцилаторното движење и периодот се поврзани преку следнава едноставна зависност:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Хармониски осцилатор

Хармониски осцилатор е модел со кој се прикажува осцилирањето на физички систем кај којшто осцилаторното движење се изведува под дејство на сила што е пропорционална на поместувањето од рамнотежната положба и секогаш е насочена кон рамнотежната положба. Во овој модел не се земени предвид некои физички величини, како што се димензиите на телото, отпорот на средината и триењето, со цел поедноставно да се проучи осцилаторното движење. Пример за хармониски осцилатор е тело закачено на еластична пружина, прикажано на слика 5. Во рамнотежната положба должината на пружината е l_0 .

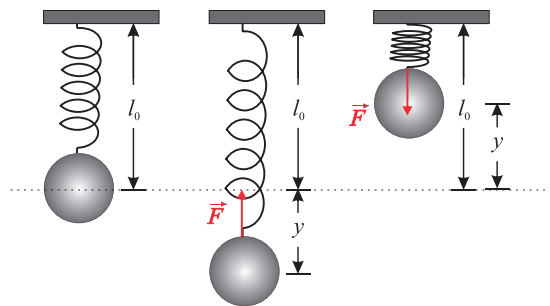
Ако пружината се издолжи и телото се пушти, тоа ќе почне да осцилира. Според Хуковиот закон, на телото секогаш му дејствува сила што е пропорционална на промената на должината на пружината. Силата под чиешто дејство се вршат осцилациите кај телото закачено на пружина, може да ја запишеме како:

$$F = -ky,$$

каде што y е поместувањето на телото од рамнотежната положба, односно елонгацијата, а k е коефициент на еластичност на пружината. Знакот минус во равенката укажува на тоа дека силата секогаш е насочена спротивно на поместувањето на телото, односно таа секогаш е насочена кон рамнотежната положба.

Движењето на ваков систем се нарекува **хармониско осцилирање**. Кај хармониското осцилирање, елонгацијата се менува со текот на времето на периодичен начин, а нејзината зависност од

Поместувањето на телото од рамнотежната положба во даден момент на времето се нарекува **елонгација**. Во зависност од правецот на осцилирање на телото, елонгацијата може да ја означуваме со x (доколку телото осцилира во хоризонтален правец) или со y (доколку телото осцилира во вертикален правец). Максималното поместување (или најголемата елонгација) на телото од рамнотежната положба се нарекува **амплитуда**. Амплитудата се означува со A . **Период** е времето потребно телото да изврши една полна осцилација. На пример, ако на осцилаторот му се потребни 2 s за една цела осцилација, тогаш неговиот период е $T = 2s$.



Слика 5. Тело закачено на пружина изведува хармониско осцилаторно движење

времето има форма на синусна или на косинусна функција (слика 5).



Слика 6. График на синусна и на косинусна функција



АКТИВНОСТ 1.

Отворете онлајн графички калкулатор „Desmos – Graphing Calculator“ на следниов линк: <https://www.desmos.com/calculator>

1. Нацртајте ги следниве функции на ист координатен систем:

$$y = \sin t \text{ и } y = \cos t.$$

Ќе ги добиете графиците прикажани на слика 6.

2. На нов график нацртајте ја следнава функција:

$$y = A \cos t.$$

За коефициентот A одберете ја опцијата „додади лизгач“ (add slider). Ќе се појави лизгач кој ќе овозможи менување за вредноста на A . Менувајте ја вредноста на A и забележете што се случува со графикот. Особено обрнете внимание на следниве случаи:

$$y = 2 \cos t \text{ и } y = 0,5 \cos t.$$

- Што се смени на графикот кога ја менуваше вредноста на A ?

- Како ја нарекуваме физичката величина што се менуваше?

3. Нацртајте ја следнава функција:

$$y = A \cos(nt).$$

Додадете го коефициентот n со опцијата „add slider“ и поставете $A = 1$. Менувајте ја вредноста на n и забележете што се случува со графикот. Особено обрнете внимание на следниве случаи:

$$y = \cos(2t)$$

$$y = \cos(0,5t).$$

- Што се промени кај графикот кога ја менуваше вредноста на n ?

- Како се смени бројот на осцилации во ист интервал на t ?

- Како ја нарекуваме физичката величина што се менува?

4. Нацртајте ја следнава функција:

$$y = A \cos(nt + p).$$

Додадете го коефициентот p со опцијата „add slider“, а за другите коефициенти зададете вредности $A = 1$ и $n = 1$. Менувајте ја вредноста на p и набљудувајте што се случува со графикот.

- Како се менува графикот?

- Дали се менуваат амплитудата и бројот на осцилации?

5. Користејќи го графичкиот калкулатор, нацртајте график со следниве карактеристики:

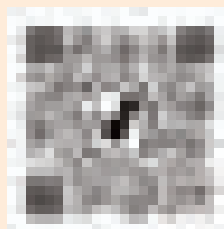
а) Максималната вредност на функцијата да биде 2,

б) Двојно поголемо растојание помеѓу два соседни максимума во споредба со графикот $y = A \cos t$,

в) Почетната точка се наоѓа во нулата.

Запишете ја равенката на функцијата и нацртајте го соодветниот график.

Забелешка: Активноста може да се изработи и на графички калкулатор, но ќе треба вредностите за коефициентите да се менуваат рачно.



Во Активност 1 графиците на функциите што ги нацртавте не се само математички криви. Тие имаат ист облик што се добива при определување на елонгацијата (поместувањето) на тело што осцилира. Таков облик на зависност се добива, на пример, при осцилации на:

- Тело закачено на пружина
- Математичко нишало

Оттука следува дека параметрите кои беа истражувани во активността имаат јасно физичко значење при описот на хармониското осцилаторно движење. Коефициентот A ја определува максималната и минималната вредност што ја достигнува функцијата. Кај хармонискиот осцилатор, доколку на вертикалната оска ја прикажеме елонгацијата, овој коефициент го претставува максималното поместување од рамнотежната положба, односно **амплитудата**.

Коефициентот n влијае на должината на интервалот по кој функцијата се повторува, односно на растојанието помеѓу две соседни целосни повторувања на графикот. Во физичка смисла, оваа промена е поврзана со бројот на осцилации во единица време, односно со **фреквенцијата** на осцилирањето. Во математичкиот опис на хармониското осцилаторно движење, наместо фреквенцијата, најчесто се користи **кружната (аголна) фреквенција**, што се означува со ω (се чита „омега“). Врската меѓу фреквенцијата и кружната фреквенција, како и врската меѓу периодот и кружната фреквенција е дадена со формулите:

$$\omega = 2\pi f, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Кружната фреквенција се изразува во единицата радијан во секунда (rad/s).

Последниот параметар p предизвикува промена на вредноста што ја има графикот во почетниот момент. Кај осцилаторното движење, оваа величина се нарекува **почетна фаза**. Почетната фаза ги определува положбата и насоката на движење на осцилаторот во моментот $t = 0$ и се означува со φ_0 (се чита „фи“).

Изразот $(\omega t + \varphi_0)$, кој претставува аргумент на синусната или на косинусната функција, ја определува положбата на осцилаторот во секој момент од времето. Овој израз се нарекува **фаза на осцилацијата** и се изразува во радијани.

Ако се обединат сите елементи, се добива **равенката за хармониското осцилаторно движење**:

$$y = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

со којашто може да се определи елонгацијата на телото коешто осцилира, во било кој момент на времето.

Рамноправно, истото движење може да се опише и со синусна функција, при што почетната фаза φ_0 ќе има друга вредност, но физичкото значење на движењето останува исто. На пример, ако равенката со којашто се опишува осцилаторното движење е $y = A \cos(2t - \frac{\pi}{4})$, истата равенка може да се запише и како $y = A \sin(2t + \frac{\pi}{4})$.

Од равенката за хармониското осцилаторно движење, со употреба на математика на ниво кое не се изучува во втора година средно образование, следуваат равенките за брзина и за забрзување на хармониското осцилаторно движење. Поради тоа тие само ќе бидат дадени како готови.

Кај хармониското осцилаторно движење, телото не се движи со иста брзина во текот на една осцилација. Кога телото се наоѓа во рамнотежна положба, тоа се движи најбрзо, а кога стигнува до амплитудните положби, за момент застанува и ја менува насоката на движење. Брзината на хармонискиот осцилатор се менува периодично со времето, исто како и елонгацијата, но не достигнува максимум во истите моменти. Со равенка, тоа се запишува на следниов начин:

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = -v_{\max} \sin(\omega t + \varphi),$$

каде што со $v_{\max}$ е означена најголемата вредност на брзината што може да ја има осцилаторот во процесот на осцилирање.

Иако брзината на телото е нула во амплитудните положби, тоа не значи дека телото таму нема забрзување. Напротив, токму во тие положби телото ја менува насоката на движење, што е можно само ако има забрзување. Кај хармониското осцилаторно движење, забрзувањето секогаш е насочено кон рамнотежната положба, а големината на забрзувањето зависи од тоа колку телото што осцилира е оддалечено од рамнотежната положба. Колку е поголема елонгацијата, толку е поголемо и забрзувањето. Во рамнотежната положба, забрзувањето е еднакво на нула. Равенката за забрзување кај хармониското осцилаторно движење е:

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -a_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$$

каде што со $a_{\max}$ е означена најголемата вредност на забрзувањето што може да го има осцилаторот во процесот на осцилирање. Последната равенка може да се запише уште и како:

$$a = -\omega^2 y,$$

што е доказ дека забрзувањето е пропорционално на елонгацијата на осцилаторот, но секогаш е насочено во спротивна насока.

За секое хармониско осцилаторно движење ако забрзувањето на телото што осцилира може да се претстави преку елонгацијата, како во случајот на горната равенка. Тогаш множителот пред елонгацијата е еднаков на квадратот на кружната фреквенција на тоа осцилаторно движење.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Хармониски осцилатор осцилира со аголна фреквенција од 0,5 rad/s. Амплитудата на осцилацијата е 0,08 m. Напишете ја равенката за зависноста на елонгацијата со текот на времето, ако во почетниот момент телото се наоѓа во амплитудната положба.

Решение:

Равенката на хармониското осцилаторно движење е:

$$y = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Бидејќи во почетниот момент $t = 0$ телото се наоѓа во амплитудната положба, неговата елонгација во тој момент е $y(0) = A$. Значи,

$$A = A \cos(\omega \cdot 0 + \varphi_0),$$

$$\cos \varphi_0 = 1.$$

Косинусната функција има вредност 1 за агол од 0 степени. Значи, почетната фаза е $\varphi_0 = 0$.

Со замена на дадените вредности

$$A = 0,08 \text{ m}, \quad \omega = 0,5 \text{ rad/s},$$

се добива равенката:

$$y = 0,08 \text{ m} \cdot \cos\left(0,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t\right).$$



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Наведи три примери за периодично движење и три примери за осцилаторно движење. Зошто осцилаторното движење е периодично, но не секое периодично движење е осцилаторно?
2. Кои физички величини го карактеризираат осцилаторното движење?
3. Што е хармониски осцилатор?
4. Зошто вертикалното осцилаторно движење на тело закачено на пружина може да се опише со истата равенка како и хоризонталното осцилаторно движење?
5. Равенката на осцилаторот е дадена со изразот: $y = 0,04 \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)$, каде што амплитудата е дадена во метри, а времето во секунди. Одредете ги амплитудата, кружната фреквенција, перио-

дот и почетната фаза. (Решение: $0,04 \text{ m}$, $\frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$, 8 s , $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$)

6. Равенката на осцилатор е дадена со изразот: $y = 0,02 \sin \frac{\pi}{4}(2t + 1)$, каде што амплитудата е дадена во метри, а времето во секунди. Одредете ги амплитудата, кружната фреквенција, периодот и почетната фаза. (Решение: $0,02 \text{ m}$, $\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$, 4 s , $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$)
7. Амплитудата на хармониско осцилаторно движење е 24 cm , а периодот е 3 s . Во почетниот момент елонгацијата е нула и телото се движи во насока $+y$. Одредете ги елонгацијата, брзината и забрзувањето во моментот $T/8$. (Решение: 17 cm , $35,5 \text{ cm/s}$, $-74,5 \text{ cm/s}^2$)

2.2. Примери за хармониски осцилатори: еластичен осцилатор и математичко нишало

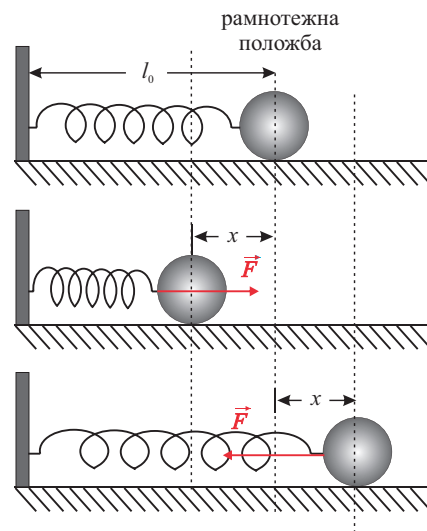
Еластичен осцилатор

Нека тело со маса m , прикачено на еластична пружина со коефициент k , е поставено на идеално мазна хоризонтална површина (силите на триење се занемаруваат). Ако телото се помести од рамнотежната положба и потоа се пушти, поради дејството на еластичната сила телото започнува да осцилира, при што се добива едноставен **еластичен осцилатор**.

Периодот на осцилирање на овој осцилатор се определува според формулата:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Според формулата, периодот на осцилирање на еластичниот осцилатор зависи од масата на телото и од еластичните својства на пружината. Периодот на осцилирање не зависи од амплитудата на осцилирање. Осцилирањето на еластичен осцилатор е прикажано на слика 1.



Слика 1. Еластичен осцилатор. Силата што дејствува на телото секогаш е насочена во спротивна насока од елонгацијата



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Со примена на Хуковиот закон и на Вториот Њутнов закон, определи ја равенката за периодот на осцилирање на еластичен осцилатор составен од тело закачено на идеална пружина.

Решение:

Нека x е елонгацијата, односно поместувањето на телото, што се мери во однос на рамнотежната положба. Според Хуковиот закон, еластичната сила со којашто пружината дејствува на телото е $F = -kx$. Бидејќи оваа сила секогаш е насочена кон рамнотежната положба, таа е повратна сила и се запишува со знак минус.

Применувајќи го Вториот Њутнов закон $F = ma$, за осцилаторното движење се добива:

$$ma = -kx \Rightarrow a = -\frac{k}{m}x.$$

Забрзувањето е пропорционално на елонгацијата и има спротивна насока, што значи, множителот пред елонгацијата е еднаков на кружната фреквенција на осцилаторното движење (потсети се на објаснувањето во последниот пасус на претходната лекција). Според општата равенка $a = -\omega^2 x$, за кружната фреквенција на еластичниот осцилатор добиваме:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$



АКТИВНОСТ 1.

Активност 1: Да се спроведе истражување со коешто ќе се одреди од што зависи периодот T на осцилатор составен од пружина и од тело што осцилира во вертикална рамнина.

Истражувањето да се изведе во три серии на мерења:

Зависност на T од масата m (со иста пружина).

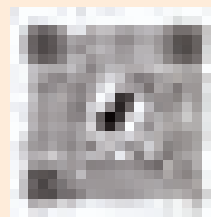
Зависност на T од коефициентот на еластичност k (со иста маса, различни пружини).

Зависност на периодот на осцилаторот од амплитудата на осцилирање.

Резултатите прикажи ги табеларно и графички и објасни ја постапката на работа. Направи проценка на грешката.

Забелешка: За истражувањето може да се користи и PhET симулацијата Маса и пружини (Masses and Springs), која може да се најде на следнава интернет-страница:

<https://phet.colorado.edu/mk/simulations/masses-and-springs>



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

На две еднакви пружини закачени се тела со различни маси, чиј однос на масите е $4 : 1$. Каков е односот на периодите на осцилирање на тие тела?

Дадено: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{4}{1}$

Се бара: $\frac{T_1}{T_2} = ?$

Решение: Периодот на хармониско осцилирање на тело закачено на пружина е:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Бидејќи пружините се еднакви, вредноста на k е иста за двете пружини, заменуваме:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{4}{1}} = 2.$$

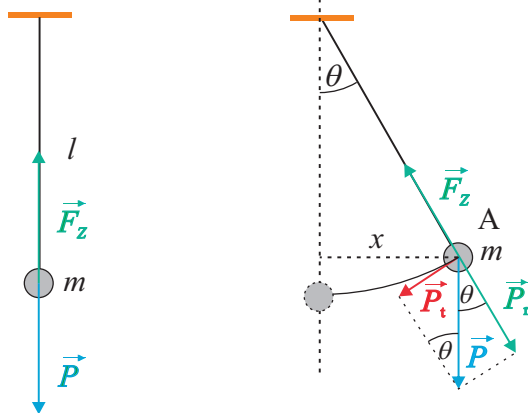
Математичко нишало

Ако закачиш две топчиња, едното со многу поголема маса од другото, на конец со иста должина и ги пуштиш да осцилираат од иста почетна точка, што мислиш, кое ќе се ниша побрзо? За да даде одговор на ова прашање, физиката користи идеализиран модел наречен математичко нишало. Секое тело што може да се ниша, односно да осцилира околу неподвижна точка што не се совпаѓа со неговиот центар на маса се нарекува нишало. Математичко нишало е модел на наједноставно нишало. За **математичко нишало** може да се смета секој систем од тело со занемарливи димензии, закачено на конец

кој не може да се издолжува. Едниот крај од конецот се прицврстува неподвижно во точка, по што математичкото нишало може да осцилира во вертикална рамнина.

За да се опише осцилаторното движење кај математичкото нишало, ќе разгледаме топче со маса m , чиито димензии може да се занемарат, закачено на нерастеглив конец со должина l . Ако топчето се помести за мал агол θ од рамнотежната положба и потоа се пушти, тоа почнува да осцилира околу рамнотежната положба. Осцилирањето се одвива во вертикална рамнина под дејство на Земјината тежа.

Да ги разгледаме силите што дејствуваат на топчето во двете положби прикажани на слика 2. Кога конецот е во рамнотежна положба, на топчето му дејствуваат Земјината тежа $\vec{P}$ и силата на затегнување на конецот, $\vec{F}_z$ (слика 2, лево). Во оваа положба, резултантната сила е нула, па математичкото нишало мирува. Кога топчето ќе се извади од рамнотежната положба (слика 2, десно), на телото повторно дејствуваат истите две сили, но нивниот збир е различен од нула.



Слика 2. Две положби на топче закачено на конец

Кога топчето се наоѓа во положба А, Земјината тежа може да се разложи на две компоненти:

- Радијална компонента (P_r), насочена по должината на конецот и
- Тангенцијална компонента (P_t), насочена нормално на конецот.

Топчето се движи забрзано кон рамнотежната положба поради тангенцијалната компонента на Земјината тежа. Силата на затегнување на конецот и радијалната компонента на Земјината тежа се нормални на насоката на движење и придонесуваат само за тоа движењето да се одвива по кружен лак.

Од експериментите со нишало може да се забележи дека периодот T не зависи од масата на телото, туку од должината на конецот и од гравитационото забрзување. За мали агли на поместување (до 10°), математичкото нишало извршува хармониско осцилаторно движење, при што периодот на осцилирање е определен со формулата:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

каде што l е должината на нишалото, а g е Земјиното гравитационо забрзување. Во овој момент доаѓаме и до одговорот на прашањето поставено на почетокот. Ако две топчиња со различни маси се закачени на нерастегливи конци со еднаква должина и се поместени од рамнотежната положба за мали агли, кога ќе се пуштат да осцилираат, двете топчиња ќе осцилираат со еднакви периоди, бидејќи периодот на математичкото нишало не зависи од масата на топчето закачено на конецот.



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Со анализа на силите што дејствуваат на математичко нишало, определи од што зависи периодот на математичкото нишало.

Решение:

Според слика 2 (десно) топчето се движи забрзано кон рамнотежната положба поради тангенцијалната компонента на Земјината тежа која е еднаква на:

$P_t = mg \sin \theta$, каде што $\sin \theta = \frac{x}{l}$. Со што, за повратната сила, која секогаш е насочена кон рамнотежната положба се добива равенката: $P_t = -mg \frac{x}{l}$.

Според Вториот Њутнов закон $F = ma$, односно $ma = -mg \frac{x}{l}$.

Тогаш, за забрзувањето на телото се добива $a = -g \frac{x}{l}$.

Овој израз покажува дека забрзувањето е пропорционално на елонгацијата, што е карактеристично за хармониското осцилаторно движење. Општата формула за забрзувањето кај хармониското осцилаторно движење е $a = -\omega^2 x$. Со споредба на овие две релации, се добива:

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Бидејќи $\omega = \frac{2\pi}{T}$, за периодот на осцилирање на математичкото нишало се добива

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Овој резултат покажува дека периодот на математичкото нишало зависи само од должината на конецот и од Земјиното забрзување, а не зависи од масата на топчето. Доколку станува збор за мали агли, како во случајов, периодот на осцилирање не зависи ниту од амплитудата на осцилирање.



РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Математичко нишало со должина од 2 m осцилира со мали агли. На Монт Еверест гравитационото забрзување е приближно $9,76 \text{ m/s}^2$, а на Јужниот Пол е $9,83 \text{ m/s}^2$. За колку проценти периодот на нишалото поставено на Еверест е поголем (или помал) од периодот на нишалото поставено на половите? Да се занемари отпорот на воздухот.

Дадено: $g_E = 9,76 \text{ m/s}^2$, $g_P = 9,83 \text{ m/s}^2$

Се бара: $\Delta T\% - ?$

Решение:

Периодот на Јужниот Пол и на Монт Еверест ги запишуваме како $T_P = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_P}}$ и $T_E = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_E}}$. За споредба го земаме односот на периодите:

$$\frac{T_E}{T_P} = \sqrt{\frac{g_P}{g_E}} = \sqrt{\frac{9,83}{9,76}} \approx 1,0036 \Rightarrow \Delta T = 0,36\%.$$

Периодот на нишалото поставено на Еверест е за 0,36 % поголем во однос на периодот кога нишалото е поставено на Јужниот Пол.

Со помош на мерење на периодот на математичко нишало и на должината на нишалото, може експериментално да се определи вредноста на гравитационото забрзување.



АКТИВНОСТ 2.

Користејќи го научниот метод, осмисли и изведи експеримент со кој ќе ја одредиш вредноста на Земјиното забрзување во местото каде што живееш.

Чекор 1: Со помош на потребниот материјал, обмисли го експериментот. Потребен материјал: конец, мало метално топче (или навртка, тег), држач (статив), метарска лента, стоперица (или мобилен телефон), калкулатор.

Чекор 2: Одреди независни, зависни и контролни променливи.

Чекор 3: Постави хипотеза.

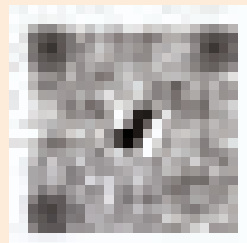
Чекор 4: Изведи го експериментот. Направи табела и резултатите внеси ги во табелата. Внимавај на следново:

- Нишалото се поместува за мали агли (помали од 10°),
- Се мери времето за 20 полни осцилации,
- Мерењето се повторува неколку пати за различни должини на нишалото.

Зошто е подобро да се мери времето за повеќе осцилации и зошто мерењето треба да се повторува неколку пати?

Чекор 5: Определи го периодот на осцилирање. Нацртај график како се менува T^2 во зависност од l . Од графикот, одреди го наклонот на правата и пресметај ја вредноста на g . Спореди ја добиената вредност со табеларната вредност и провери ја точноста на поставената хипотеза.

Забелешка: За истражувањето може да се користи и PhET симулацијата: Лабораторија за нишало (Pendulum Lab) на следнава интернет-страница: <https://phet.colorado.edu/mk/simulations/pendulum-lab>



Иако и математичкото нишало и еластичниот осцилатор извршуваат просто хармониско осцилаторно движење, периодот и фреквенцијата на нивното осцилирање не се опишуваат со иста формула. Причината за тоа е што кај овие два система повратната сила има различна природа, па периодот зависи од различни физички величини.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Принципот на математичкото нишало има значајна примена во сеизмологијата, наука што ги проучува земјотресите и внатрешната структура на Земјата. Кај основните модели на сеизмометри, масивно тело е закачено на механизам што му овозможува да остане приближно во рамнотежна положба додека подлогата (Земјината површина) осцилира за време на земјотрес. Поради инерцијата, телото не го следи веднаш движењето на подлогата, туку заостанува, при што се регистрира релативното движење меѓу телото и Земјата.

Ова однесување е аналогно на математичко нишало, при што масивното тело може да се смета за концентрирана маса. Осцилациите што се јавуваат се резултат на повратни сили и можат да се анализираат со истите физички закони како и осцилациите на математичкото нишало. Со мерење на периодот, амплитудата и времетраењето на осцилациите, се добиваат информации за јачината на земјотресот и за својствата на средината низ која се шират сеизмичките бранови.

Освен тоа, математичкото нишало има значајна историска улога и во мерењето на гравитационото забрзување. Бидејќи периодот на нишалото зависи од g , мерењето на периодот за точно позната должина овозможува да се определи локалната вредност на Земјиното гравитационо забрзување. Овие мерења покажале дека g не е исто на сите места на Земјата, што е поврзано со формата на Земјата и со нејзината нерамномерна внатрешна структура.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Како ќе се промени периодот на математичкото нишало ако истото нишало се пренесе од Земјата на Месечината, каде што гравитационото забрзување е приближно шест пати помало? Колкав ќе биде периодот на нишалото ако се најде во бестежинска состојба? (Решение: 2,45 пати поголем од периодот на Земјата).
2. Што ќе се случи со периодот на математичкото нишало ако должината на конецот на кој е закачено топчето се намали на една четвртина од почетната, а сè друго остане исто?
3. Зошто кај еластичниот осцилатор периодот зависи од масата на телото, за разлика од математичкото нишало?

4. Како ќе се промени периодот на осцилирање на еластичен осцилатор ако се употреби пружина со поголем коефициент на еластичност?
5. На која височина над површината на Земјата периодот на осцилирање на математичкото нишало ќе се зголеми двапати? За радиусот на Земјата земи дека е 6400 km. (Решение: 6400 km)
6. Две математички нишала осцилираат со мали агли. Првото нишало извршува 48 осцилации во минута и има должина од 0,8 m. За колку треба да се разликува должината на второто нишало во однос на првото, за второто нишало да извршува 36 осцилации во минута? (Решение: 0,62 m)
7. Пружина на којашто е закачено тело осцилира така што извршува 60 осцилации во минута. Како и колку пати треба да се промени масата на телото за системот да осцилира со 40 осцилации во минута? (Решение: $m_2 = 2,25m_1$)

2.3. Енергија на осцилаторното движење

Осцилаторното движење е поврзано со постојана промена на потенцијалната и кинетичката енергија, при што вкупната механичка енергија на системот останува константна. За да почне осцилирањето, системот мора да биде изведен од рамнотежната положба, односно на него мора да му се предаде енергија. Кога телото што може да осцилира го поместуваме од рамнотежната положба и го доведеме во почетната (амплитудна) положба, вршиме работа врз системот. Со таа работа на системот му предаваме механичка енергија, што во таа положба се складира во форма на потенцијална енергија, а кинетичката енергија е еднаква на нула. Извршената работа при поместувањето на телото од рамнотежната до амплитудната положба е еднаква на зголемувањето на потенцијалната енергија на системот, односно важи:

$$A = \Delta E_p.$$

Кај еластичен хармониски осцилатор, за што имаш учено во прва година, потенцијалната енергија на деформирана пружина зависи од нејзиното поместување од рамнотежната положба. Ако осцилаторот го поместиме од рамнотежната положба за A , тогаш може да сметаме дека неговата потенцијална енергија во амплитудната положба е:

$$E_{p,\max} = \frac{kA^2}{2}.$$

Оваа енергија е вкупната механичка енергија што е предадена на еластичниот хармониски осцилатор.

Откако телото ќе се пушти, под дејство на повратната сила, тоа почнува да се движи кон рамнотежната положба, при што се воспоставува осцилаторното движење. Енергијата што му е предадена на системот не се губи, туку во текот на осцилирањето непрекинато се претвора од потенцијална во кинетичка енергија и обратно. При приближување кон рамнотежната положба, телото се движи со сè поголема брзина, па кинетичката енергија се зголемува за сметка на намалувањето на потенцијалната енергија. Кога телото ќе помине низ рамнотежната положба и под дејство на инерцијата, ќе продолжи да се оддалечува од рамнотежната положба, при што брзината на телото се намалува, а кинетичката енергија се претвора во потенцијална.

Во произволен момент при осцилаторното движење, системот има одредена кинетичка енергија E_k , што зависи од брзината на телото, и потенцијална енергија E_p , определена од неговата положба во однос на рамнотежната положба, односно определена од големината на елонгацијата. Вкупната механичка енергија на системот е еднаква на збирот од овие две енергии и се запишува како:

$$E = E_k + E_p.$$

Доколку силите на триење, отпорот на воздухот или други сили што предизвикуваат загуба на енергија може да ги занемариме, важи Законот за запазување на механичката енергија, според кој

вкупната енергија E останува константна во текот на осцилирањето. Иако кинетичката и потенцијалната енергија се менуваат со текот на времето, нивниот збир има постојана вредност.

Кога телото поминува низ рамнотежната положба, потенцијалната енергија е минимална, а кинетичката енергија ја достигнува својата најголема вредност. Кинетичката енергија на телото тогаш изнесува:

$$E_{k,\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

каде што m е масата на телото, а $v_{\max}$ е брзината со којашто системот поминува низ рамнотежната положба.

Како што телото се оддалечува од рамнотежната положба, така неговата брзина се намалува, а кинетичката енергија се претвора во потенцијална енергија. Потенцијалната енергија на еластичниот осцилатор е еднаква на еластичната потенцијална енергија на пружината и е дадена со изразот:

$$E_p = \frac{kx^2}{2},$$

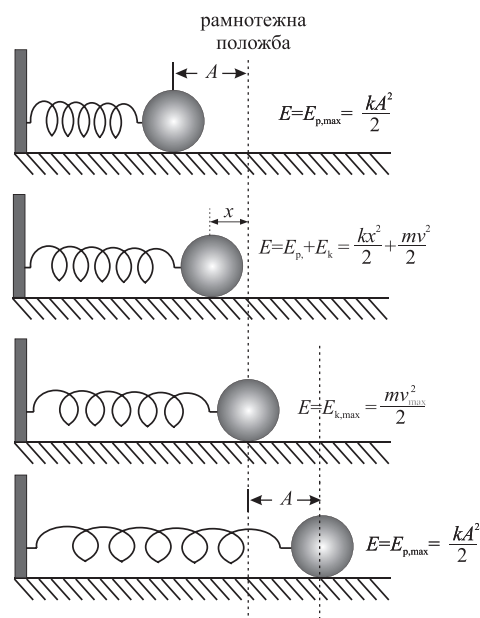
каде што k е коефициент на еластичност на пружината, а x елонгација. Во амплитудната положба елонгацијата има максимална вредност, односно $x = \pm A$, а брзината на телото е нула. Затоа, кинетичката енергија е нула, а целата механичка енергија на системот е потенцијална. Во таа положба, потенцијалната енергија ја има својата максимална вредност:

$$E_{p,\max} = \frac{kA^2}{2}.$$

Бидејќи вкупната енергија на системот е иста во сите положби, вкупната енергија на осцилаторното движење може да се изрази преку максималната потенцијална енергија и таа може да се запише како:

$$E = E_k + E_p = \frac{kA^2}{2}.$$

Овој израз јасно покажува дека вкупната енергија на осцилаторот во која било точка и во кој било момент од времето е пропорционална на квадратот од амплитудата и таа не зависи од времето.



Слика 1. Енергија на еластичен осцилатор во 4 различни положби



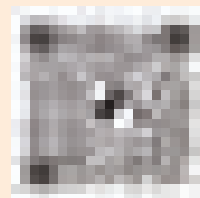
АКТИВНОСТ 2.

Закон за запазување на енергијата кај хармониски осцилатор

Со помош на интерактивна компјутерска симулација, да се испита како се менуваат кинетичката и потенцијалната енергија кај хармониски осцилатор и да се провери Законот за запазување на механичката енергија во идеален случај.

Постапка

- Отвори ја PhET симулацијата Маса и пружини („Masses and Springs“) и одбери го делот Енергија („Energy“) на следнава интернет-страница: https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_all.html?utm_source=chatgpt.com
- Постави го осцилаторот така што:
 - Нема триење (damping = 0).
 - Телото е закачено на пружина во вертикална положба.
- Повлечи го телото надолу од рамнотежна положба и доведи го во амплитудна положба



- Пушти го телото и набљудувај го неговото осцилаторно движење.
- Следи ги прикажаните енергии:
 - Кинетичка енергија E_k .
 - Потенцијална (еластична) енергија E_p .
 - Вкупна механичка енергија E .
- Запиши ги вредностите на енергиите:
 - Кога телото поминува низ рамнотежна положба.
 - Кога се наоѓа во амплитудна положба.
- Повтори ја постапката со поголема амплитуда и спореди ја вкупната механичка енергија во двата случаја.
- Потоа вклучи триење ($\text{damping} \neq 0$) и набљудувај како се менува механичката енергија со текот на времето.

Прашања за размислување и за заклучување

- Во која положба кинетичката енергија има максимална вредност?
- Во кои положби потенцијалната енергија е најголема?
- Дали вкупната механичка енергија се менува кога нема триење? Објасни.
- Како влијае зголемувањето на амплитудата врз вкупната механичка енергија?
- Што се случува со механичката енергија кога во системот има триење?
- Каде „исчезнува“ дел од механичката енергија кога има триење при осцилаторно движење?



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

На растојание 2 cm од рамнотежната положба, кинетичката и потенцијалната енергија на хармонискиот осцилатор се еднакви. Одреди ја амплитудата на осцилаторот.

Решение: Кај хармониски осцилатор вкупната механичка енергија е:

$$E = \frac{1}{2}kA^2,$$

а потенцијалната енергија на оддалеченост y од рамнотежната положба: $E_p = \frac{1}{2}ky^2$.

Тогаш кинетичката енергија е: $E_k = E - E_p = \frac{1}{2}k(A^2 - y^2)$. Од условот на задачата $E_k = E_p$, па имаме: $\frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - y^2)$. Со кратење на заедничкиот множител $\frac{1}{2}k$, добиваме:

$y^2 = A^2 - y^2$, од каде што: $A^2 = 2y^2$, односно $A = \pm y\sqrt{2}$. За $y = \pm 2 \text{ cm}$, се добива

$$A = 2\sqrt{2} \text{ cm} \approx 2,83 \text{ cm}.$$

Одговорите на прашањата 5 и 6 од Активност 2 покажуваат дека во присуство на силите на триење или отпор на средината, вкупната механичка енергија на осцилаторот повеќе не останува константна. Во реални услови, осцилаторните системи секогаш се изложени на сили како што се триењето и отпорот на средината. Поради нив, дел од механичката енергија на системот се претвора во внатрешна енергија (топлина), а вкупната механичка енергија со текот на времето се намалува. Како последица

од тоа, максималната потенцијална енергија $\frac{kA^2}{2}$ се намалува, а со тоа и амплитудата A постепено се намалува. Ова осцилаторно движење, чија амплитуда се намалува со текот на времето, се нарекува **придушено осцилаторно движење**. Кај придушеното осцилаторно движење, односот на амплитудите на две последователни осцилации на иста страна од рамнотежната положба останува постојан и може да се запише со равенка:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_{n-1}}{A_n} = \beta.$$

Од последнава равенка лесно може да се покаже дека:

$$\frac{A_0}{A_n} = \beta^n,$$

односно

$$A_n = A_0 \beta^{-n}.$$

За време $t = nT$ направени се n осцилации, затоа $n = \frac{t}{T}$, па равенката за амплитудата на n -тата осцилација е:

$$A_n = A_0 \beta^{-\frac{t}{T}}.$$

Константата β се нарекува **фактор на придушување** и зависи од силите на триење. Колку β има поголема вредност, толку побрзо се намалува амплитудата со секоја осцилација.

Кај придушените осцилаторни движења, по доволно долго време осцилациите целосно престануваат. Притоа, амплитудата на осцилациите се намалува побрзо доколку загубите на енергија се големи, односно доколку системот предава поголемо количество енергија на околината при секоја осцилација. Меѓутоа, ако на таков систем дејствува периодична **надворешна сила**, дел од енергијата што ја губи системот се надоместува. На тој начин се спречува целосното згаснување на осцилациите. Во вакви услови, движењето на системот не е определено само од неговите сопствени својства (маса на осцилаторот, константа на еластичност на пружината и слично), туку и од карактеристиките на надворешната сила. Системот продолжува да осцилира под дејство на оваа сила, при што осцилациите се одржуваат благодарение на постојаното доведување енергија преку работата што ја врши надворешната сила. Таквите осцилаторни движења се нарекуваат **присилени осцилации**.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Топче закачено на пружина осцилира во средина со отпор, па амплитудата се намалува со текот на времето. Во почетниот момент амплитудата е 12 cm. По 5 целосни осцилации, амплитудата се намалила на 7,5 cm. Периодот на осцилирање е 0,80 s.

а) Одреди го факторот на придушување.

б) Одреди по колку осцилации и по колку време амплитудата ќе стане помала од 3,0 cm.

Дадено: $A_0 = 12 \text{ cm}$, $A_5 = 7,5 \text{ cm}$, $T = 0,80 \text{ s}$

Се бара: а) β – ? б) n – ? , t – ?

Решение:

а) За време $t = 5T$ се направени $n = 5$ осцилации.

Равенката за амплитудата на n -тата осцилација гласи: $A_n = A_0 \beta^{-n}$.

За $n = 5$: $A_5 = A_0 \beta^{-5}$. Од тука: $\beta^5 = \frac{A_0}{A_5} = 1,6 \Rightarrow \beta = \sqrt[5]{1,6} = 1,1$.

б) Бараме број на осцилации n за кои важи: $A_n < 3,0 \text{ cm}$.

$$\text{Користиме: } \ln A_n = \ln A_0 - n \ln \beta \Rightarrow n = \frac{1}{\ln \beta} \ln \frac{A_0}{A_n} = 14,5.$$

Бидејќи бројот на осцилации мора да биде цел број: $n = 15$ осцилации. Времето потребно за тоа намалување е $t = nT = 15 \cdot 0,80 \text{ s} = 12 \text{ s}$.



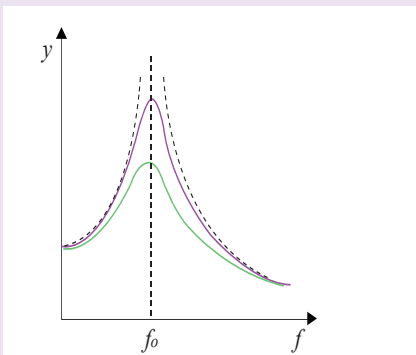
НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Да разгледаме две математички нишала закачени едно до друго на еластичен носач. Должината на нишалата може да се менува. Кога едното нишало ќе се помести од рамнотежната положба и ќе се пушти, тоа почнува да осцилира. По кратко време, преку заедничкиот носач, дел од енергијата на неговото осцилирање се пренесува и на другото нишало кое, исто така, почнува да осцилира. Со менување на должината на нишалата, се забележува дека второто нишало осцилира со најголема амплитуда тогаш кога двете нишала имаат еднаква должина, односно иста сопствена фреквенција.

Оваа демонстрација покажува дека размената на енергија меѓу осцилаторни системи е најефикасна кога нивните сопствени фреквенции се еднакви. Појавата при којашто осцилатор прима најголемо количество енергија од надворешен извор што осцилира со иста фреквенција се нарекува **резонанца**. Системот што ја предава енергијата се нарекува побудувачки осцилатор, а системот што ја прима енергијата се нарекува резонатор.

Кога на осцилатор дејствува периодична надворешна сила, амплитудата на неговото осцилирање зависи од фреквенцијата на таа сила. Најголема амплитуда се добива тогаш кога фреквенцијата на надворешното дејство е еднаква на сопствената фреквенција на осцилаторот. Оваа фреквенција се нарекува резонантна фреквенција. Во идеални услови, без придушување, амплитудата при резонанца ќе расте без ограничување. Меѓутоа, во реални случаи, секогаш постојат сили на триење и отпор на средината, па дел од механичката енергија се губи. Затоа, максималната амплитуда при резонанца има конечна вредност.

Колку придушувањето е поизразено, толку амплитудата при резонанца е помала, а резонантната крива е поширока. Притоа, резонантната фреквенција се поместува кон пониски вредности во однос на сопствената фреквенција на осцилаторот, а ова е дадено на графикот лево.



Резонанцата може да има и штетни последици. Доколку на некој систем му дејствува сила со фреквенција еднаква или многу блиска до неговата сопствена фреквенција, амплитудата на осцилирање постепено се зголемува. Ако ова зголемување стане доволно големо, системот може да се оштети или целосно да се разурне.

Таков пример е мостот Такома во САД, кај кој дејството на ветер со умерена јачина предизвикало појава на резонантни осцилации. Поради континуираното дејство на сила со фреквенција блиска до сопствената фреквенција на мостот, амплитудата на неговото осцилирање брзо се зголемила, што довело до негово уривање за кратко време.





ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Како ќе изгледа претворањето на енергијата ако осцилаторот се пушти да осцилира од рамнотежната положба со почетна брзина?
2. Како присуството на поголемо триење влијае врз брзината на губење на енергијата на осцилаторот?
3. Тело закачено на пружина извршува присилени осцилации под дејство на периодична надворешна сила. Објасни зошто кај присилените осцилации вкупната механичка енергија на осцилаторот не се зголемува со времето, иако надворешната сила постојано врши работа.
4. Тело со маса m хармониски осцилира со амплитуда A . Кога амплитудата на осцилирање на телото ќе се зголеми двапати, што се случува со вкупната енергија на осцилирање на системот?
5. Хармониски осцилатор осцилира со фреквенција од 4 Hz. Во почетниот момент, телото се наоѓа во амплитудната положба. По колку време кинетичката енергија на осцилаторот ќе биде еднаква на една третина од вкупната механичка енергија на системот? (Решение: 0,024 s)
6. Амплитудата на придрушен осцилатор се намалува за 5,0 % при секоја осцилација. Колкав процент од механичката енергија на осцилаторот се губи при секоја осцилација? (Решение: 9,75 %)
7. Тело закачено на пружина изведува придрушени осцилации поради отпорот на средината. Во почетниот момент, механичката енергија на осцилаторот изнесува 2 J. По цели 4 осцилации, амплитудата на осцилаторот се намалила на половина од почетната вредност.
 - а) Колкава е механичката енергија на осцилаторот по 4 осцилации?
 - б) Колкав процент од почетната енергија преминал во друг вид енергија во тој временски интервал? (Решение: 0,5J, 75 %)

2.4. Механички бранови

Ако во мирна вода фрлиме камче, на површината се појавуваат кружни бранови кои се шират од местото на ударот (слика 1). Брановите се оддалечуваат од изворот и се шират во сите радијални правци. Доколку на површината на водата има лист или некое друго лесно тело, ќе забележиме дека тоа се поместува нагоре и надолу, но не се придвижува заедно со бранот во насоката на неговото ширење. По поминувањето на бранот, листот останува на истото место каде што бил и претходно.

Од овој пример може да се заклучи дека при брановото движење **не се пренесува материјата**, туку **се пренесува осцилирањето**, односно побудувањето, низ средината.

За подобро да разбереме како настанува бранот и како се пренесува ова осцилирање, да го разгледаме процесот на неговото создавање на еден поедноставен пример. Да земеме долго јаже и едниот негов крај да го движиме со рака нагоре–надолу (слика 2).

Раката во овој случај претставува **осцилатор**, односно тело што осцилира околу својата рамнотежна положба. Честичките на јажето кои се во непосреден контакт со раката, под дејство на еластичните сили меѓу молекулите на јажето почнуваат да осцилираат. Тие, пак, преку истите еластични сили ги присилуваат соседните честички да осцилираат. На тој начин осцилацијата постепено се пренесува од



Слика 1. Бранови на површината на водата

една честичка на друга по должината на јажето.

Ваквиот начин на пренесување на осцилаторното движење низ еластична средина се нарекува **механички бран**. Кај механичките

бранови, секоја честичка од средината осцилира околу својата рамнотежна положба и ја предава енергијата на соседната честичка, без да се поместува транслаторно. Накратко, механичкиот бран може да се сфати како **пренесување осцилација низ низа од заемно спрегнати осцилатори**.

Телото што го започнува осцилирањето на средината, во овој пример раката, се нарекува **извор на бранот**. Побудувањето (осцилацијата) се пренесува по целото јаже, но честичките не „патуваат“ заедно со бранот; тие само осцилираат околу своите рамнотежни положби. Раката (изворот на бранот) ѝ предава дел од својата енергија на првата честичка, таа на следната и така натаму.

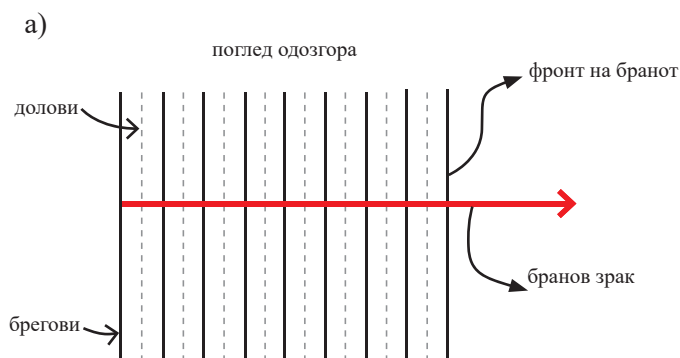
Од погоре кажаното, произлегува дека за ширење на механички бран е неопходно постоење на **материјална (еластична) средина**. Бидејќи во вакуум нема честички кои може да осцилираат и да ја пренесуваат енергијата, механичките бранови не може да се шират во вакуум.

За понатамошна анализа на брановото движење, потребно е да се воведат поими со кои геометриски ќе го опишеме ширењето на бранот во просторот. Да се навратиме повторно на брановите што се создаваат при удар на камче во мирна водна површина. Во моментот кога камчето ќе удри на слободната површина на водата, настанува локално побудување и честичките во таа точка почнуваат да осцилираат. **Геометриското место на честичките од средината до кои во даден момент стигнал бранот се нарекува фронт на бранот**. Фронтот на бранот ја претставува границата меѓу делот од средината каде што честичките веќе осцилирале и делот од средината каде што честичките сè уште не почнале да осцилираат. Со текот на времето, фронтот на бранот се поместува во просторот.

Бранова површина е геометриското место на сите точки од средината кои во даден момент осцилираат на ист начин, односно имаат иста елонгација и се движат во ист правец. Може да се каже дека брановата површина е геометриско место на точки кои во текот на брановиот процес осцилираат со еднакви фази. Тоа значи дека сите честички на една иста бранова површина во истиот момент или се подигаат или се спуштаат. Фронтот на бранот претставува посебен случај на бранова површина.

Во зависност од формата на брановиот фронт, механичките бранови може да се поделат на неколку видови. Најчесто се разгледуваат:

- **рамен бран** (слика 3а), кај кој брановиот фронт е рамнина; вакви бранови се добиваат кога изворот е, на пример, права прачка која осцилира делумно потопена во слој од вода.



Слика 3. Фронт и зрак на бран гледан одозгора: а) Рамен бран б) Сферен бран

- **сферен бран** (слика 3б), кај кој брановиот фронт е сфера со центар во изворот; вакви бранови настануваат при осцилирање на точкест извор, како што се брановите на звучен извор во воздух.

Насоката во која се шири бранот се прикажува со замислена линија наречена **бранов зрак**. Брановиот зрак е линија нормална на брановиот фронт и ја покажува насоката на пренесување на енергијата на бранот. Кај рамните бранови брановите зраци се паралелни прави линии, а кај сферните бранови тие се радијални линии што излегуваат од изворот.

Трансверзални и лонгитудинални бранови

Според насоката на осцилирање на честичките во однос на брановиот зрак, постојат:

- **Трансверзални бранови** (слика 4а) се бранови кај кои честичките од средината осцилираат **нормално** на правецот на ширење на бранот.
- **Лонгитудинални бранови** (слика 4б) се бранови кај кои честичките од средината осцилираат **во правецот** на ширење на бранот.



Слика 4. Трансверзален и лонгитудинален бран на долга играчка-пружина (слинки)

Трансверзални бранови

Кај трансверзалните механички бранови честичките на средината осцилираат **нормално на насоката на ширење на бранот**. Поради ваквото осцилирање, во даден момент средината добива брановидна форма, при што може да се разликуваат **брегови и долови** (слика 5а).

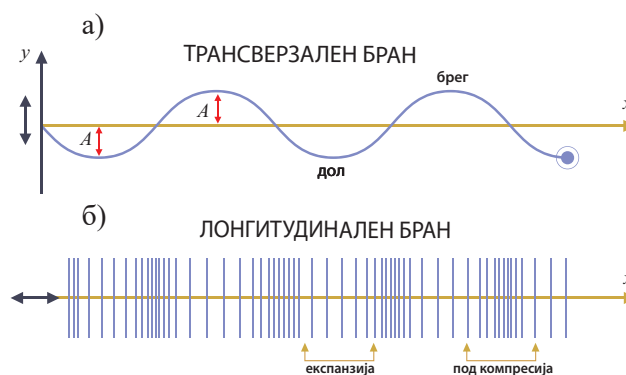
Брег на бранот е положбата во која честичката има најголемо отклонување **над** рамнотежната положба, а **дол на бранот** е положбата во која честичката има најголемо отклонување **под** рамнотежната положба. Овие поими ја опишуваат **моменталната состојба на осцилирање** на честичките, а не нивното движење по должината на бранот. Поимите брег и дол се поврзани со брановидната форма што ја добива средината како целина во даден момент. Еден поединечен осцилатор не може сам по себе да има форма на бран.

Бидејќи секоја честичка изведува хармониско осцилаторно движење, нејзиното осцилирање се карактеризира со **амплитуда**. Кај трансверзалните бранови, амплитудата е еднаква на растојанието од рамнотежната положба до положбата на брегот или на долот на бранот.

При ширењето на трансверзалниот бран се менува формата на средината, а по престанувањето на бранувањето, средината ја враќа својата првобитна форма. Пример за трансверзален механички бран е бранувањето на затегната жица, мембраната на тапан и бранови на површината на водата.

Лонгитудинални бранови

Кај лонгитудиналните механички бранови честичките на средината осцилираат **во насоката на ширење на бранот**. Притоа се појавуваат делови од средината во кои честичките се погусто распоредени и делови во кои тие се поретко распоредени (слика 4б). На овие места од средината настанува **компресија** (згуснување) и **експанзија** (разредување). Во овој случај, не се менува формата на средината, туку се менува нејзината густина.



Слика 5. Шематски приказ на трансверзален и лонгитудинален бран

Бидејќи вакви промени на густината може да се појават во гасови, течности и во цврсти тела, лонгитудиналните механички бранови може да се шират низ сите средини. Најпознат пример за лонгитудинален механички бран е **звукот**.

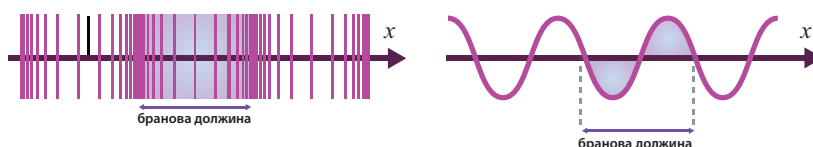
Основни величини на брановото движење

Иако честичките почнуваат да осцилираат во различни моменти, сите осцилираат со иста фреквенција f , што е еднаква на фреквенцијата на осцилирање на изворот на бранот. Фреквенцијата е поврзана со периодот на осцилирање T со релацијата:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Разликата меѓу осцилациите на поединечните честички низ кои се пренесува брановото движење е **во фазата на осцилација**. Фазата ни кажува каде се наоѓа честичката во својот осцилаторен циклус во даден момент, односно ги определува нејзината положба и насоката на движење. Таа зависи од растојанието до изворот и од времето потребно бранот да стигне до дадена честичка.

Друга важна физичка величина со која се опишува брановото движење е **брановата должина** λ . Таа претставува **растојание меѓу две соседни честички што осцилираат со иста фаза** (слика 6).



Слика 6. Бранова должина кај лонгитудинален и трансверзален бран

Брзината на бранот v ја претставува **брзината на пренесување на осцилацијата** низ средината и таа се разликува од брзината со којашто осцилираат честичките. Брзината на бранот зависи од **физичките (еластичните) својства на средината** и од видот на бранот (трансверзален или лонгитудинален).

Ако средината е хомогена, брзината на бранот е константна. За време еднакво на периодот T на една осцилација на изворот, бранот поминува растојание еднакво на брановата должина λ , па затоа:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

При премин на бранот од една во друга средина се менуваат неговата брзина и бранова должина, а фреквенцијата останува иста, бидејќи таа е определена од фреквенцијата на изворот.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Низ некоја средина се шири бран со фреквенција од 120 Hz и со амплитуда од 4 mm. Брановата должина на тој бран е 20 cm. Спореди ја брзината на бранот со максималната брзина на осцилирање на една честичка.

Дадено:

$$f = 120 \text{ Hz}, A = 4 \text{ mm} = 0,004 \text{ m}, \lambda = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

Се бара: $\frac{v}{v_{\max}} - ?$

Решение: Брзината на бранот е $v = \lambda f$, односно $v = 0,20 \cdot 120 = 24 \text{ m/s}$.

За хармониско осцилирање, максималната брзина на осцилирање на една честичка е $v_{\max} = \omega A$ каде $\omega = 2\pi f$. Значи, $\omega = 2\pi \cdot 120 = 240\pi \text{ rad/s}$ и $v_{\max} = 240\pi \cdot 0,004 = 0,96\pi \approx 3,02 \text{ m/s}$.

Оттука следува: $\frac{v}{v_{\max}} = \frac{24}{3,02} \approx 8.$

Равенка на бран

Равенката на бранот го опишува осцилирањето на секоја точка од средината низ која се шири бранот во било кој момент од времето. Во својата суштина, таа претставува равенка на хармониски осцилатор, која се повторува во секоја точка од средината, но со различна фаза. Бидејќи честичките во средината осцилираат со текот на времето, елонгацијата мора да зависи од времето t . Истовремено, бидејќи бранот се простира во просторот, осцилирањето на честичките зависи и од нивното растојание x од изворот на бранот. Затоа, елонгацијата на честичките при браново движење е функција од две променливи: положбата и времето.

Да претпоставиме дека бранот се шири во позитивна насока на x -оската. Тогаш, за хармониски бран, зависноста на елонгацијата може да се запише со равенката:

$$y = A \cos(\omega t - kx),$$

каде што y е елонгацијата на честичката, A е амплитудата на бранот, ω е аголната фреквенција, а k е брановиот број кој е поврзан со брановата должина преку изразот $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Брановиот број се изразува во rad/m . Знакот „-“ пред членот kx укажува дека бранот се шири во позитивна насока на x -оската.

Ако бранот се шири во спротивна насока, равенката ќе гласи:

$$y = A \cos(\omega t + kx).$$

Оваа равенка не може целосно да се прикаже на правоаголен Декартов координатен систем, бидејќи елонгацијата зависи од две независни променливи. Затоа, најсоодветен начин за нејзино прикажување е со анимација, при што може да се следи како секоја честичка осцилира со текот на времето.

Она што најчесто се прикажува на графикот е слика на бранот во даден момент на времето, односно изгледот на бранот во одреден момент. Токму тоа е прикажано на сликите 5 и 6.

Косинусната функција е соодветна за опис на брановото движење бидејќи и хармониското осцилирање на честичките се опишува со ист вид функција. Ако за положбата на честичката што осцилира земеме, на пример, $x = 0$, равенката на бранот преминува во равенка на хармониски осцилатор. Членот kx ја опишува просторната периодичност на бранот, односно фактот дека осцилирањето на честичките се повторува на секоја бранова должина. Затоа, преку брановата должина λ се воведува брановиот број $k = 2\pi / \lambda$.



Слика 7. Графички приказ на бран. Внимавај: оските се y и x , што значи, ова е „фотографија на бран“, односно бран во даден момент на времето $t = t_1$. Кај хармонискиот осцилатор графичите имаа x - и t -оски и покажуваат временска зависност на промената на положбата.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Почнувајќи од равенката за хармониски осцилатор, изведи ја равенката на рамен хармониски бран што се шири во позитивна насока на x -оската низ идеална еластична средина.

Решение:

Осцилирањето на изворот на бранот (слика 7, точка А) го опишуваме со равенката $y = A \cos(\omega t)$, каде што A е амплитудата, а ω е аголната фреквенција на осцилацијата.

Бидејќи бранот се шири со **конечна брзина** v , честичките од средината не почнуваат да осцилираат истовремено. Честичка што се наоѓа на растојание x од изворот (слика 7, точка В) не почнува да осцилира веднаш. Таа почнува да осцилира со **временско задоцнување** τ , што е еднакво на времето потребно бранот да го помине растојанието x е $\tau = \frac{x}{v}$. Оттука следува дека честичка на растојание x од изворот ќе осцилира според законот:

$$y = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right).$$

Со користење на релациите $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $v = \frac{\lambda}{T}$, се добива:

$$\omega \frac{x}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} x.$$

Ако го воведеме брановиот број $k = 2\pi / \lambda$ за рамен хармониски бран што се шири во позитивна насока на x -оската, ја добиваме равенката:

$$y = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \Rightarrow y = A \cos(\omega t - kx).$$



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Некој бран се опишува со равенката: $y = 0,5 \cos \pi(0,25t - x)$. Сите величини се изразени во основни единици. Одреди ги амплитудата, фреквенцијата и брзината на бранот.

Решение:

Општата равенка на хармониски бран е: $y = A \cos(\omega t - kx)$.

При споредба со дадената равенка: $y = 0,5 \cos(\pi \cdot 0,25t - \pi x)$, ги добиваме бараните величини:

- Амплитудата е коефициентот пред косинусот: $A = 0,5 \text{ m}$.

- Коефициентот пред времето t во аргументот е кружната фреквенција:

$$\omega = \pi \cdot 0,25 = 0,25\pi \text{ rad/s}, \text{ а фреквенцијата е: } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0,25\pi}{2\pi} = 0,125 \text{ Hz}.$$

- Коефициентот пред x е брановата константа: $k = \pi \text{ rad/m}$.

- Брзината на бранот е: $v = \frac{\omega}{k} = \frac{0,25\pi}{\pi} = 0,25 \text{ m/s}$.

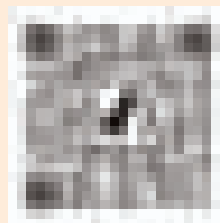


АКТИВНОСТ 1.

Испитај ја зависноста на енергијата од амплитуда и од фреквенција

Постапка

- Отвори ја PhET симулацијата Бран низ затегната жица (Wave on a String) на следнава интернет-страница: https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_all.html



2. Постави:
 - Придушување (Damping = None), за да нема загуба на енергијата на бранот
 - Крај (End = No End) (за да нема одбиен бран)
 - Затегнувањето на жицата да биде константно (Tension = Constant)
3. Одбери (Oscillate) како извор на бранот.
4. Постави почетна амплитуда и фреквенција и набљудувај ја енергијата на бранот.
5. Зголеми ја фреквенцијата 2 пати, без да ја менуваш амплитудата.
6. Набљудувај како се менува енергијата што бранот ја пренесува за време од еден период.
7. Врати ја почетната фреквенција и намали ја амплитудата 2 пати.
9. Одговори на следните прашања:
 - Како се менува енергијата при зголемување на фреквенцијата?
 - Како се менува енергијата при намалување на амплитудата?

Енергија и интензитет на бран

Со механичкиот бран се пренесува **механичка енергија** од една до друга точка на средината низ која се шири бранот. Притоа, честичките на средината не се пренесуваат заедно со бранот, туку осцилираат околу својата рамнотежна положба. Енергијата се пренесува од честичка на честичка.

Механичката енергија на механичкиот бран претставува **збир од кинетичката и потенцијалната енергија** на честичките што осцилираат во даден дел од средината:

$$E = E_k + E_p.$$

Од претходно знаеме дека **вкупната механичка енергија на еден хармониски осцилатор** е константна и може да се изрази преку потенцијалната енергија во амплитудната положба, кога честичката моментално мирува. Кај механичкиот бран **не осцилира една честичка**, туку **многу честички од средината**, распоредени во просторот. Секоја од нив осцилира со иста кружна фреквенција ω и со иста амплитуда A , но со различна фаза.

Ако разгледаме мал дел од средината со волумен ΔV и со густина ρ , во него се наоѓаат голем број честички што осцилираат. Бидејќи енергијата на секоја честичка-осцилатор е пропорционална на A^2 и ω^2 , вкупната енергија на бранот ќе зависи од овие величини. Вкупната енергија на бранот во тој дел од средината е збир од енергиите на сите тие осцилатори. За хармониски механички бран, овој збир може да се запише со изразот:

$$E = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \Delta V.$$

Равенката ни кажува дека количеството енергија што ја пренесува бранот зависи од амплитудата на осцилирање, својствата на средината и од фреквенцијата на бранот. Се гледа дека **енергијата на механичкиот бран е пропорционална на квадратот на амплитудата**. Тоа значи дека ако амплитудата на бранот се зголеми двапати, пренесената енергија се зголемува четири пати.

Интензитет (јачина) на бранот е енергијата што бранот ја пренесува за единица време низ единица плоштина, поставена нормално на правецот на ширење на бранот. Интензитетот се дефинира со изразот:

$$I = \frac{E}{S \Delta t} = \frac{P}{S},$$

каде што P е моќност на бранот. Единица за интензитет на бранот е ват на метар квадратен, W/m^2 .



РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Бран се шири низ хомогена средина со константна брзина. Што ќе се случи со енергијата што ја пренесува бранот за време од еден период ако:

- а) Фреквенцијата на бранот се зголеми 2 пати (амплитудата не се менува)?
 б) Амплитудата на бранот се намали 2 пати (фреквенцијата не се менува)?

Решение:

Енергијата на механичкиот бран во даден дел од средината е пропорционална на квадратот на амплитудата и на квадратот на аголната фреквенција: $E \sim A^2 \omega^2$.

За време од еден период T , бранот напредува за една бранова должина, па низ секоја нормална површина поминува енергијата што ја носи тој „дел“ од бранот. Бидејќи брзината на бранот е константна, важи дека енергијата пренесена за еден период е пропорционална на:

$$E_T \sim A^2 \omega^2 T. \text{ А бидејќи: } \omega = 2\pi f \text{ и } T = \frac{1}{f}, \text{ се добива: } E_T \sim A^2 f.$$

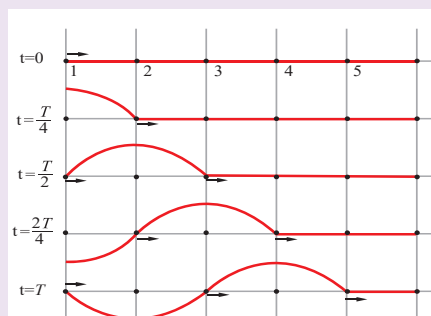
а) Ако: $f' = 2f$, а амплитудата останува иста, тогаш: $E'_T \sim A^2 2f = 2E_T$.

б) Ако: $A' = \frac{A}{2}$, а фреквенцијата останува иста, тогаш: $E'_T \sim \left(\frac{A}{2}\right)^2 f = \frac{1}{4}E_T$.

**НАУЧИ ПОВЕЌЕ**

Да го разгледаме настанувањето и ширењето на трансверзален бран низ јаже. На слика 7 е прикажано како се пренесува осцилацијата низ јаже (или низ друга еластична средина) во текот на еден период T (временски интервал додека изворот направи една осцилација).

Во моментот $t = 0$ сите честички од јажето се во рамнотежна положба. Првата честичка, која го претставува изворот на бранот, добива импулс нагоре и почнува да осцилира. Со текот на времето, поради еластичните сили во јажето, осцилацијата постепено се пренесува од една честичка на друга. На тој начин, секоја честичка почнува да осцилира на ист начин како изворот, но со одредено временско задоцнување (слика 8).



Слика 8. Ширење на трансверзален бран

По истекот на времето $t = T$, изворот извршил една целосна осцилација, а осцилацијата стигнала до петтата честичка, која осцилира во иста фаза како првата. Ова покажува дека при брановото движење се пренесува осцилацијата низ средината, додека честичките осцилираат околу своите рамнотежни положби.

Механичката енергија кај механичките бранови е збир на кинетичката и потенцијалната енергија на сите честички што осцилираат во дел од средината со волумен ΔV . Односно:

$$E = E_k + E_p.$$

Ако механичка енергија на една честичка со маса m_0 е дадена со равенката за енергија на хармониски осцилатор

$$E_1 = \frac{1}{2} m_0 \omega^2 A^2,$$

за вкупната механичка енергија на бранот што зафаќа волумен ΔV се добива:

$$E = NE_1 = N \frac{1}{2} m_0 \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2,$$

каде што $m = Nm_0$.

Бидејќи $m = \rho \Delta V$, се добива:

$$E = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \Delta V.$$

Енергијата на дел од бранот во некоја средина е пропорционална на квадратот на амплитудата на осцилирањето.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

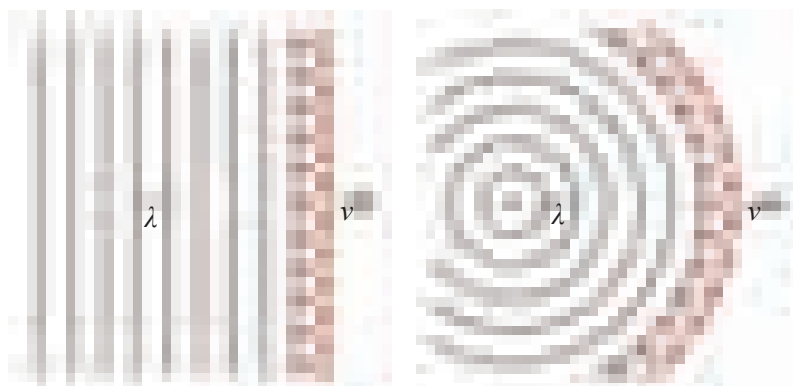
1. Наведи ги разликите помеѓу трансверзалните и лонгитудиналните бранови.
2. Од што зависи брзината на бран што се шири во хомогена средина?
3. Како се менува интензитетот на бран што се шири во дадена средина ако фреквенцијата на изворот се зголемува, а амплитудата останува иста?
4. Дали две точки што во ист момент имаат еднаква елонгација у мора да осцилираат во фаза? Објасни.
5. Бранот е опишан со равенката: $y = 0,05 \sin 2\pi(0,2t - 4x)$. Сите величини се изразени во основни единици. Одреди ги амплитудата, фреквенцијата и брзината на бранот. (Решение: $0,05 \text{ m}; 0,2 \text{ Hz}; 0,05 \text{ m/s}$.)
6. По иста затегната жица се шират два трансверзални бранови со различни амплитуди и фреквенции. Прво се движи бран со амплитуда 1 cm и фреквенција 12 Hz , а потоа бран со амплитуда 2 cm и фреквенција 6 Hz . Одреди го односот на енергиите на двата брана и односот на интензитетите на двата брана. (Решение: $E_1 / E_2 = 1, I_1 / I_2 = 1$)

2.5. Одбивање и прекршување на бранови

Хајгенс-Френелов принцип

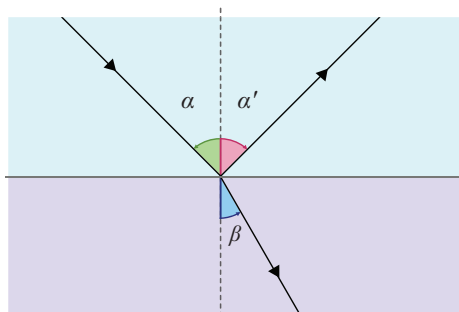
За да се создаде и да се шири бранот, мора да постои извор. Секој бран поседува бранов фронт, што претставува просторот кој ги разделува честичките кои осцилираат од честичките кои сè уште не почнале да осцилираат. При ширењето на бранот, брановиот фронт се оддалечува од изворот, при што постепено сè повеќе честички од средината почнуваат да осцилираат.

Создавањето на нов бранов фронт во моментот $t + \Delta t$ произлегува од положбата на брановиот фронт во моментот t и може да се опише на следниот начин:



Слика 1 . Добивање рамен (лево) и сферен бран (десно)

1. Секој бранов фронт може да се смета како унија од многу точки.
2. Секоја точка од брановиот фронт се однесува како **секундарен извор**, кој создава **секундарни бранови** (мали сферни бранови).
3. По одредено време, секој секундарен бран има **свој мал бранов фронт**.
4. Новиот бранов фронт се добива како заедничка обвивка на сите секундарни бранови.



Слика 2. Одбивање и прекршување на брановите, претставено преку нивните зраци

Ако средината е **изотропна** (има исти физички својства во сите правци), тогаш брановиот фронт ја задржува својата форма, односно рамен бран останува рамен, а сферен останува сферен (слика 1). Овој начин на опишување на ширењето на брановите се нарекува **Хајгенс-Френелов принцип**.

Кога бранот ќе најде на гранична површина меѓу две еластични средини со различни својства, тој делумно се одбива и делумно се прекршува при што го менува правецот на ширење. На слика 2 се прикажани зраците на упадниот, одбиениот и на прекршениот бран, а аглиите α , α' и β се соодветно упадниот, одбиениот и аголот на прекршување мерени во однос на нормалата на граничната површина.

Одбивање на бранови

Кога ќе фрлиме гумена топка кон подот вертикално надолу, таа по ударот се враќа назад без да го промени правецот на движење, туку ја менува само насоката. Ако топката се фрли на подот под некој агол во однос на нормалата повлечена во точката на удар на топката со подот, таа ќе се одбие од подот и ќе го смени правецот на простирање. Аголот под којшто топката удира во подлогата е еднаков со аголот под којшто таа се одбива од подот. На сличен начин се однесуваат и брановите. Кога рамен бран ќе стигне до гранична површина на две средини, ќе се одбие, при што и одбиениот бран, исто така, ќе биде рамен бран. При одбивање на брановите важи: **упадниот бран, нормалата на граничната површина и одбиениот бран лежат во иста рамнина и аголот на одбивање е еднаков на упадниот агол, односно:**

$$\alpha = \alpha'.$$



АКТИВНОСТ 1.

Испитај го одбивањето на брановите на површината на водата и утврди дека аголот на одбивање е еднаков на аголот на упаѓање.

Потребен материјал:

- Плиток сад со вода
- Летвичка или линијар со кои ќе се побудуваат брановите
- Плочка, дрвена летва или пластична препрека

Постапка

1. Наполни плиток сад со вода. Водата треба да има длабочина помала од 1 cm.
2. Потопи ги рамната летвичка или линијарот во водата и предизвикај рамномерни осцилации на линијарот. Со тоа ќе се создадат рамни бранови кои се шират во водата.
3. Постави рамна препрека во садот под агол од 45° во однос на насоката на ширење на брановите.
4. Набљудувај што се случува кога брановите ќе најдат на препреката.
5. Направи фотографија или видео и измери ги упадниот агол и аголот на одбивање.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

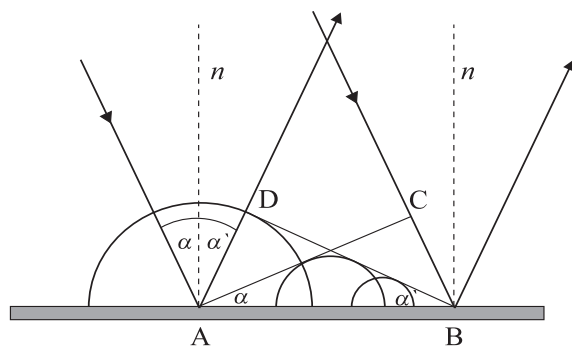
Објасни го одбивањето на брановите со Хајгенс-Френеловиот принцип.

Решение: На слика 3 е прикажан рамен бран чиј бранов фронт наидува на рамна препрека под некој агол. Брановиот фронт на упадниот бран е означен со AC. Бидејќи брановиот фронт удира во препреката под одреден агол, различни делови од брановиот фронт не ја допираат препреката во ист момент. Точката A ја допира прва, а точката B ја допира препреката со задоцнување.

Според Хајгенс-Френеловиот принцип, секоја точка од брановиот фронт што ќе ја допре препреката станува извор на секундарен бран. Така, во моментот кога бранот ја допира препреката во точката А, од таа точка започнува да се шири секундарен бран. Додека бранот стигне и до точката В, секундарниот бран од А веќе се проширил. Новата положба на брановиот фронт се добива како линија што ги допира секундарните бранови во ист момент. Таа линија го претставува брановиот фронт на одбиениот бран DB.

Од геометријата на сликава следува дека аголот под кој бранот упаѓа на препреката е еднаков на аголот под кој се одбива, односно важи законот:

$$\alpha = \alpha'.$$

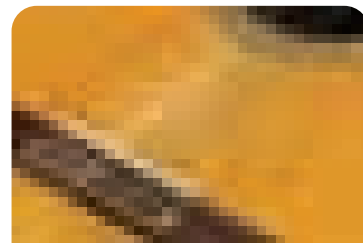


Слика 3. Објаснување на појавата одбивање на брановите со Хајгенс-Френеловиот принцип

Брзина на бран низ различни средини

Брзина на бран низ затегната жица

Жиците на гитарата имаат иста должина и се побудуваат на сличен начин, но не звучат исто (слика 4). Причината за тоа не е во начинот на нивното побудување, туку во својствата на самите жици. Некои жици се потенки, други подебели, а може да бидат и различно затегнати. Кај потенка или позатегната жица, осцилациите на честичките полесно се пренесуваат, па бранот се шири побрзо. Кај подебела или полаба-во затегната жица, пренесувањето на почетната осцилација е побавно. Затоа, иако побудувањето на жиците може да биде исто, брзината на простирање на бранот е различна, што доведува до различна фреквенција на осцилирање и до различна висина на звукот.



Слика 4. Жици со различен дијаметар на напречен пресек и затегнатост – истата побуда, различна брзина на бранот

Брзината на трансверзален бран што се шири низ затегната жица или конец е:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

каде што F е силата со којашто е затегната жицата, односно конецот, а μ е линиската густина на жицата или на конецот (линиската густина е масата на жицата поделена со нејзината должина $\mu = \frac{m}{l}$).

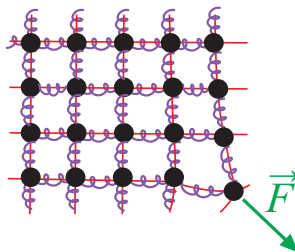
Брзина на лонгитудинални бранови низ цврсти супстанции

Цврстите супстанции може да се замислат како низа честички поврзани со еластични врски, слични на мали пружини (слика 5). Кога една честичка ќе се помести од рамнотежната положба, таа ги деформира врските со соседните честички и осцилирањето се пренесува низ средината. Брзината на ова пренесување зависи од: еластичните својства на супстанцата и од нејзината густина. Брзината со којашто се шират брановите може да се пресмета со равенката:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

каде што E е Јанговиот модул на еластичност, кој е карактеристична величина за цврстите тела и

покажува колку материјалот може да се издолжува под дејство на одредена сила, а ρ е густината на супстанцата.



Слика 5. Ако се побуди една честичка со некоја сила F , бранот ќе се шири поради еластичните сили меѓу честичките

Брзина на лонгитудинален бран низ течности

Кај течностите, лонгитудиналните бранови се шират во вид на периодични компресии и експанзии на честичките од средината. Брзината со која се шири ваквиот бран зависи од механичките својства на течноста, односно од тоа колку таа се компресира и од нејзината густина. Брзината на ширење v на лонгитудиналните бранови во течност се изразува со формулата:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}},$$

каде што B е коефициент на волуменско ширење на течноста, кој покажува колку течноста се спротивставува на компресија, а ρ е густината на течноста.

Брзина на лонгитудинален бран низ гасови

Кај гасовите честичките не се поврзани со трајни еластични врски, но лонгитудиналните бранови се шират како и кај течностите, преку компресии и експанзии. Брзината на лонгитудиналниот бран зависи од: притисокот на гасот (p) и од неговата густина (ρ). Брзината на лонгитудиналните бранови во идеален гас може да се пресмета со формулата:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}},$$

каде што γ е адијабатски коефициент (Поасонова константа), при што бројната вредност зависи од бројот на атоми во градбената честичка на гасот. За едноатомски гас, таа изнесува 1,67; за двоатомски 1,40; а за триатомски и повеќеатомски гасови адијабатскиот коефициент е 1,33. Со користење на равенката за идеален гас, брзината може да се запише и како:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}},$$

при што со R е означена Универзалната гасна константа $R = 8,31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$, M е моларната маса на гасот, а T е температурата на гасот.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Трансверзален бран се шири по должината на жицата што е затегната со сила од 30 N. Еден метар од жицата има маса 5 g. Растојанието меѓу две соседни честички, кои во ист момент се наоѓаат во рамнотежна положба, изнесува 0,5 m. Одреди ги брзината и брановата должина на бранот.

Дадено: $F = 30 \text{ N}$, $\mu = 5 \text{ g/m} = 0,005 \text{ kg/m}$, $d = 0,5 \text{ m}$

Се бара: v ?, λ ?

Решение:

За трансверзален бран на затегната жица, брзината на бранот е: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = 77,46 \text{ m/s}$.

Кај синусен бран честичките се во рамнотежна положба кога $y = 0$, а тоа се случува на секои $\lambda/2$ по должината на жицата.

Затоа: $d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2d = 2 \cdot 0,5 = 1,0 \text{ m}$.

Прекршување на бранови

Кога автомобил се движи по асфалтен пат и со едното предно тркало навлегува во песоклива подлога, тоа тркало почнува да се движи со помала брзина, а другото продолжува да се движи по асфалтот со поголема брзина. Поради разликата во брзината на двете тркала, автомобилот го менува правецот на движење и свртува кон страната каде што движењето е побавно.

На сличен начин се однесуваат и брановите. Кога бранов фронт упаѓа под некој агол на гранична површина меѓу две средини во кои бранот се шири со различни брзини, различни делови од брановиот фронт почнуваат да се движат со различна брзина. Како последица на тоа, бранот го менува правецот на своето простирање. Оваа појава, при којашто бранот го менува правецот на ширење при премин од една средина во друга, се нарекува **прекршување (рефракција) на бранови** (види слика 2).



АКТИВНОСТ 2.

Да се испита прекршувањето на брановите на површината на водата и да се утврди зависноста меѓу брзината и брановата должина на бранот при премин од подлабока во плитка вода.

Потребен материјал:

- Плиток сад со вода
- Летвичка или линијар со кои се побудуваат брановите
- Стаклена плочка со мала височина (за создавање плиток дел од садот)

Постапка

1. Наполни сад со вода. Површината на водата да биде мирна.
2. Во еден дел од садот постави ја стаклената плочка со мала височина, така што во тој дел водата да биде поплатка, а другиот дел да остане подлабок.
3. Со летвичка или со линијар кој осцилира во водата, создади рамни бранови. Брановите да се побудуваат со иста фреквенција.
4. Набљудувај што се случува кога брановите ќе наидат на граничната површина меѓу подлабокиот и плиткиот дел од водата.
5. Забележи ја промената на насоката на ширење на брановите и спореди ја брановата должина во подлабокиот и во плиткиот дел од садот.

Одговори на следниве прашања:

1. Што се случува со правецот на ширење на брановите кога преминуваат од подлабоката во плитката вода?
2. Како се менува брановата должина на бранот во плитката вода во споредба со подлабоката?
3. Ако фреквенцијата на бранот е определена од изворот на бранот и останува иста, а брановата должина се намалува, што може да се заклучи за брзината на бранот во плитката вода?

Набљудувањата покажуваат дека при премин на бранот од подлабока во плитка вода се менуваат правецот на неговото ширење и неговата бранова должина. Фреквенцијата на бранот ја определува изворот на бранот и останува иста при премин од една средина во друга. Бидејќи меѓу брзината v , фреквенцијата f и брановата должина λ важи релацијата $v = \lambda f$, па при промената на брановата должина при иста фреквенција, значи се менува и брзината на ширење на бранот.

При премин во втората средина, различни делови од брановиот фронт не навлегуваат истовремено целосно во таа средина, па почнуваат да се шират со различна брзина. Токму оваа нееднаквост во брзините доведува до промена на правецот на ширење на бранот, односно до појавата што се нарекува прекршување на брановите.

При прекршување на брановите важи следново:

- Упадниот бран, нормалата на граничната површина и прекршениот бран лежат во иста рамнина;

Односот на синусите на аголот на упаѓање и аголот на прекршување е еднаков на односот на брзината на бранот во двете средини:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Овој израз претставува математичка формула на Законот за прекршување на бранови.



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Изведи го Законот за прекршување на брановите, почнувајќи од Хајгенс-Френеловиот принцип.

Решение: На слика 6 е прикажано прекршување на рамен бран при премин од една средина во друга, во кои бранот се шири со различна брзина v_1 и v_2 . Брановиот фронт на упадниот бран е прикажан со отсечката АС, која е нормална на упадните зраци. Бранот упаѓа под одреден агол на граничната површина, па различни делови од брановиот фронт пристигнуваат на граничната површина во различно време. Првиот зрак ја допира граничната површина во точката А, додека другиот зрак во истиот момент се наоѓа во точката С и продолжува да се движи кон точката В.

За времето t , додека зракот од С го поминува растојанието СВ во првата средина со брзина v_1 , точката А станува извор на секундарен бран, кој во втората средина се шири со брзина v_2 и го поминува растојанието АД. Бидејќи брзините на ширење на бранот во двете средини се различни, за исто време важи $СВ \neq АД$. Новиот бранов фронт се добива како заедничка допирна линија на секундарните бранови и е означен со BD. Тој го претставува брановиот фронт на прекршениот бран.

Од геометријата на сликата се забележуваат два правоаголни триаголника, ABC и BAD, кои имаат заедничка хипотенуза АВ. За нив важи:

$$\sin \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}, \quad \sin \beta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}.$$

Бидејќи $\overline{BC} = v_1 t$ и $\overline{AD} = v_2 t$, со делење на двата изрази се добива: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$, што претставува Закон за прекршување на бранови.



Слика 6. Објаснување на појавата прекршување на бранови со Хајгенс-Френелов принцип



РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Во подлабока вода водниот бран има бранова должина од 2,4 m и брзина од 1,2 m/s. Бранот влегува во плитка вода каде што брзината е 0,75 m/s. Аголот на упаѓање е 30° .

- а) Одреди ја фреквенцијата на бранот. б) Одреди ја брановата должина на брановите во плитка вода. в) Одреди го аголот на прекршување.

Дадено: $\lambda = 2,4 \text{ m}$, $v_1 = 1,2 \text{ m/s}$ (подлабока вода),
 $v_2 = 0,75 \text{ m/s}$ (плитка вода), $\alpha = 30^\circ$

Се бара: а) f – ? б) λ_2 – ? в) β – ?

Решение:

а) Фреквенцијата на бранот е $v = f \lambda \Rightarrow f = \frac{v_1}{\lambda_1} = 0,5 \text{ Hz}$.

б) Фреквенцијата не се менува при премин, па брановата должина во плитка вода е:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = 1,5 \text{ m}.$$

в) За прекршување на брановите важи:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \sin \beta = \sin \alpha \cdot \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \beta = \arcsin(0,3125) \approx 18,2^\circ.$$

Апсолутен и релативен индекс на прекршување

За појавата прекршување на бранови корисно е да се воведат и поимите апсолутен индекс на прекршување и релативен индекс на прекршување, кои овозможуваат споредување на брзината на бранот во различни средини.

Апсолутен индекс на прекршување на некоја средина се дефинира како однос на брзината на бранот во референтна средина и брзината на бранот во дадена средина. Кај механичките бранови, како што се брановите на вода или звучните бранови, како референтна средина најчесто се зема средина во којашто бранот се шири со најголема брзина. Апсолутниот индекс на прекршување е даден со изразот:

$$n = \frac{v}{v_0},$$

каде што v_0 е брзината на бранот во референтната средина, а v е брзината на бранот во разгледуваната средина.

Во практични ситуации кај механичните бранови почесто се користи **релативниот индекс на прекршување**, кој го споредува ширењето на бранот во две конкретни средини. Релативниот индекс на прекршување на средината 2 во однос на средината 1 е дефиниран како однос на брзините на бранот во тие средини:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Ако бранот преминува од средина во којашто се шири со поголема брзина во средина во којашто се шири со помала брзина ($v_2 < v_1$), тогаш релативниот индекс на прекршување е поголем од 1 и бранот се прекршува кон нормалата. Ако, пак, бранот преминува од средина со помала брзина на ширење во средина каде што неговата брзина на ширење е поголема, тој се прекршува од нормалата. Со воведување на релативниот индекс на прекршување, Законот за прекршување на брановите, при премин од една во друга средина, може да се запише и со формулата:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21},$$

што јасно покажува дека прекршувањето на брановите е директна последица на различната брзина на нивното ширење во различни средини.



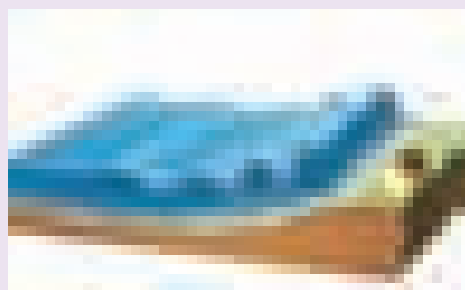
НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Цунами-брановите се долги водни бранови што настануваат како последица на нагли вертикални поместувања на големи водни маси, најчесто предизвикани од подводни земјотреси, вулкански ерупции или од свлечишта на морското дно. За разлика од обичните морски бранови, кои се создаваат под дејство на ветерот и се ограничени на површинскиот слој, цунами-брановите го зафаќаат целиот воден столб, односно од морското дно до површината.

Во длабока вода, цунами-брановите имаат исклучително голема бранова должина и многу мала амплитуда, па најчесто остануваат незабележливи. Тие се шират со голема брзина, што зависи од длабочината на водата, па во длабока вода може да достигне стотици километри на час. Поради нивната голема бранова должина, цунами-брановите губат многу малку енергија при ширењето и може да поминат големи растојанија.

При приближување кон брегот и навлегување во плитка вода, брзината на цунами-бранот значително се намалува. Бидејќи фреквенцијата на бранот е определена од изворот и не се менува при премин од една средина во друга, намалувањето на брзината доведува до намалување на брановата должина. Во исто време, вкупната енергија на бранот приближно се запазува, па таа се распределува на помал простор, што предизвикува нагло зголемување на амплитудата (слика 7).

Поради оваа причина, цунами-брановите претставуваат една од најразорните природни појави на крајбрежјата, иако во длабоко море нивното присуство е речиси незабележливо.

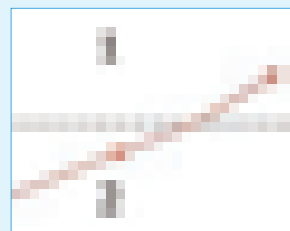


Слика 7. Менување на брановата должина и на амплитудата на цунами-брановите



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Што би се случило со правецот на ширење на бранот ако брзината на ширење во втората средина е иста како во првата? Дали ќе има прекршување?
2. Зошто фреквенцијата на бранот не се менува при премин од една средина во друга, а брановата должина и брзината на бранот се менуваат?
3. Од што зависи брзината на брановите? И како?
4. На сликата десно прикажано е движење на бран. Во која средина бранот се движи со поголема брзина? Објасни.
5. На еден крај од челична прачка со должина од 400 m се создава звучен сигнал со удар на чекан. Јанговиот модул на еластичност на челикот е $2,0 \cdot 10^{11}$ Pa, а неговата густина 7800 kg/m^3 . Брзината на звукот во воздух е 340 m/s. Одреди ја брзината на звукот низ челичната прачка. Низ која средина звукот ќе стигне побрзо и за колку време? (Решение: челик; 1,1 s)
6. Звучен бран со бранова должина од 85 cm се шири низ воздух и преминува во морска вода:
 - а) Одреди ја брановата должина на звукот во водата.
 - б) Ако бранот упаѓа на површината на водата под агол од 3° , колкав е аголот на прекршување? За брзината на звукот земи: во воздух: 340 m/s, во вода: 1480 m/s. (Решение: $3,7 \text{ m}$; $13,2^\circ$)



2.6. Звук и карактеристики на звук

Во секојдневниот живот постојано сме изложени на различни звуци: разговор со пријателите, музиката што ја слушаме, бучавата од сообраќајот или ненадејни гласни тресоци. Човечкиот глас настанува поради треперење на гласните жици со фреквенции од неколку десетици до неколку илјади херци. Звучникот создава звук со осцилации на мембраната која ги придвижува честичките на воздухот. Сообраќајната бучава потекнува од осцилации на различни делови на возилата, при што истовремено се присутни многу различни фреквенции.

Секој звук настанува како резултат на осцилации на некое тело, што се нарекува **извор на звук**. Осцилациите на изворот се пренесуваат на честичките на околната еластична средина и создаваат механички бран. За да се дефинира произведениот бран како **звук** што може да се регистрира со човечкото уво, фреквенцијата на осцилациите на изворот мора да биде во интервал од 20 Hz до 20 kHz. Осцилации предизвикан од извор со фреквенција помала од 20 Hz создаваат **инфразвук**, а со фреквенција поголема од 20 kHz, **ултразвук**, и истите не се чујни за човечкото уво.

Звукот претставува лонгитудинален механички бран што се шири низ материјална средина (гас, течност или цврсто тело) и може да биде регистриран од човечкото уво. Бидејќи звукот е механички бран, тој не може да се шири во вакуум. При ширењето на звучниот бран, честичките на средината осцилираат околу својата рамнотежна положба, при што се пренесува енергија, но не се пренесува супстанца со бранот.

Како слушаме?



Слика 1. Пресек на уво и неговите составни делови

коски функционираат како лост, при што ја засилуваат механичката осцилација и ја пренесуваат понатаму кон внатрешното уво.

Засилените осцилации пристигнуваат до полжавчето (кохлеа) што се наоѓа во внатрешното уво и е исполнето со течност. Во полжавчето се наоѓа базилярната мембрана, на која има голем број еластични влакна со различна должина, од околу 0,04 mm на влезот во полжавчето приближно до 0,5 mm на неговиот крај. Поради различната должина и еластичност, секое влакно има сопствена фреквенција на осцилирање. Кога звучниот бран ќе предизвика осцилирање на течноста во полжавчето, осцилациите ги прифаќаат само оние влакна чијашто сопствена фреквенција е еднаква на фреквенцијата на звукот. На тој начин, различните фреквенции се детектираат на различни места по должината на базилярната мембрана.

До секое од овие влакна допираат завршоците на слушниот нерв. Кога ќе затреперат влакненцата, тие ги стимулираат нервните завршоци и се создаваат електрични импулси. Овие импулси се пренесуваат преку слушниот нерв до центарот за слух во мозочната кора, каде што се обработуваат и се создава осетот за звук.

Тонови

Тоновите може да бидат чисти или сложени тонови. **Чист тон** или само **тон** е звук што го создава извор кој врши хармониски осцилации, како, на пример, звучната виљушка (слика 2). Основна карактеристика на чистите тонови е тоа што имаат само една фреквенција.



Слика 2. Звучна виљушка. Уред кој при удар почнува да осцилира и создава чист тон со точно определена фреквенција. Најчесто се користи за штимање музички инструменти и за демонстрации во акустиката.

Чистиот тон се опишува со синусна (или со косинусна) функција:

$$y = A \sin(\omega t + kx).$$

На слика 3а е прикажан графикот на оваа функција во одреден момент. Звучите што ги создаваат музичките инструменти се сложени тонови. Сложениот тон е тон што се добива како резултат на собирање повеќе чисти тонови со различна фреквенција, односно е збир од повеќе синусни функции:

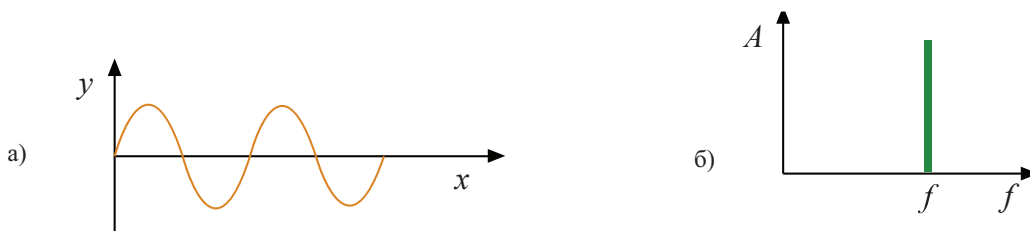
$$y = \sum_{n=1}^N A_n \sin(\omega_n t + k_n x),$$

каде што со A_n е означена амплитудата на n -тиот чист тон, ω_n е кружната фреквенција на n -тиот чист тон, а k_n е брановиот број на n -тиот чист тон.

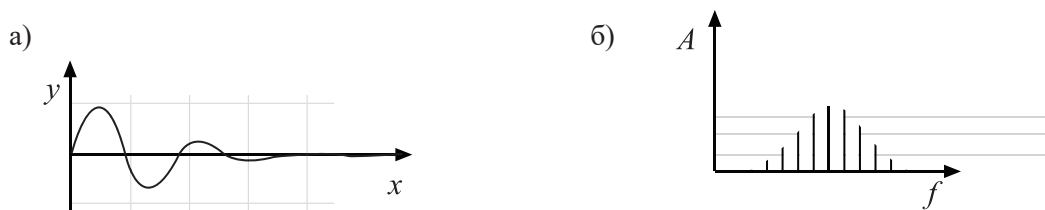
Сложениот тон (слика 4а) може да се разложи на чисти тонови. Најмалата фреквенција f_1 при таквото разложување одговара на основниот тон, а преостанатите тонови имаат поголема фреквенција. Тие се нарекуваат повисоки хармониски тонови, односно обертонови. Кај повисоките хармониски тонови фреквенциите се цел број пати поголеми од фреквенцијата на основниот тон:

$$f_n = n f_1 \quad (n = 2, 3, 4, \dots).$$

Распоредот на фреквенции со нивните соодветни амплитуди, од кои е составен еден тон, се нарекува **спектар на тон**. На сликите 3б и 4б прикажани се спектрите на чист и на сложен тон.



Слика 3. а) Графички приказ на чист тон б) Спектар на чист тон



Слика 4. а) Графички приказ на сложен тон б) Спектар на сложен тон



АКТИВНОСТ 1.

Чист и сложен тон – суперпозиција на хармоници

Потребен материјал:

- Компјутер, таблет или паметен телефон

PhET симулација Фурие анализа: Создавање бранови (Fourier: Making Waves), која може да се најде на следнава интернет-страница: <https://phet.colorado.edu/mk/simulation/fourier-making-waves>



Дел 1: Чист тон

1. Отвори ја симулацијата и одбери го режимот Дискретен (Discrete).
2. Активирај само еден хармоник (основниот), така што само вредноста на првата амплитуда е $A_1 = 1$, а сите други се нули.

3. Набљудувај ја формата на сигналот. Забележи дека двата графика, обележани со Хармоници (Harmonics) и со Збир (Sum), се исти.

Дел 2: Сложен тон

1. Постепено додавај втор, трет и четврти хармоник, така што ќе ги зголемуваш вредностите на амплитудите $A_2, A_3, A_4, \dots$.
2. Следи ја промената на сигналот и на звукот.
3. Забележи дека иако формата на сигналот се менува, периодот останува ист.

Прашања:

- Дали периодот на сложениот тон е ист како кај чистиот тон? Објасни зошто.
- Која фреквенција ја одредува висината на звукот?
- Зошто сложениот тон не е синусоида?
- Што се менува во звукот кога се додаваат повисоките хармоници, а што останува исто?
- Што мислиш, кое е објаснувањето зошто различни инструменти звучат различно?

Тонот има **висина** и **боја**. **Висината на тонот** е определена од основната фреквенција f_1 . **Бојата на тонот** е определена од повисоките хармоници и нивните амплитуди.

Благодарение на различната боја на тонот, може да се разликува музичкиот инструмент или кој човек зборува. Тон со основна фреквенција 440 Hz (нотата „ла“) произведен од виолина и од клавирир има иста висина, но различна боја, бидејќи нивните спектри на хармоници се различни (слика 5).



Слика 5. Тонот A4 (440 Hz) отсвирен од клавирир (горе лево) и од виолина (долу лево) и соодветните спектри (горе и долу десно)

Шум, тресок и бучава

Освен тоновите, кои генерално се пријатни за слушање, постојат и други видови звуци кои може да бидат пријатни или непријатни. **Шумот** е резултат на многу сложени, непериодични осцилации со различни амплитуди и фреквенции. Тој не може да се разложи на прости хармониски осцилации со

точно определени фреквенции. **Тресок** е силен, краткотраен и ненадеен шум. **Бучава** е збир од голем број различни шумови, најчесто со голем интензитет, кои се непријатни или штетни за човекот.

Интензитет на звукот

Звучниот бран пренесува енергија. **Интензитет на звукот** (или јачина на звучниот бран) е енергијата што бранот ја пренесува во единица време низ единица површина поставена нормална на правецот на неговото ширење. Бидејќи моќноста се дефинира како енергија пренесена во единица време, интензитетот на звучниот бран може да се запише како:

$$I = \frac{P}{S}.$$

каде што P е моќноста на звучниот извор, а S е површината низ која се пренесува енергијата. Единица

за интензитет на бранот е: $\frac{\text{J}}{\text{m}^2\text{s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$

Различни извори на звук создаваат звуци со различен интензитет. На пример, тивкиот разговор се карактеризира со мал интензитет, сообраќајот создава звук со среден интензитет, додека млазен авион при полетување претставува извор на звук со многу голем интензитет, кој може да предизвика болка во ушите.

Најмалиот интензитет на звук што нормалното човечко уво може да го регистрира изнесува $I_{\min} = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ и се нарекува **праг на чујност**. Интензитет од $I_{\max} = 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ е максималниот интензитет на звук што човековото уво може да го регистрира и се нарекува **праг на болка**.

Гласност

За разлика од интензитетот на звукот, кој е апсолутна физичка величина, **гласноста на звукот** е субјективна величина, бидејќи зависи од начинот на којшто човечкото уво го восприема звукот. Таа не зависи само од интензитетот, туку и од фреквенцијата на звукот и од чувствителноста на сетилото за слух. Човечкото уво не ја доживува јачината на звукот линеарно. Ако интензитетот на звукот се зголеми неколку пати, осетот за гласност не се зголемува исто толку пати. Експериментално е утврдено дека осетот за звук расте логаритамски со интензитетот. Затоа, за да се доживее звукот како двапати погласен, интензитетот мора да се зголеми 10 пати.

Поради оваа особина на слухот, во акустиката се воведува величината **гласност**, означена со L . Таа се дефинира во однос на прагот на чујност и се пресметува со равенката:

$$L = \log_{10} \frac{I}{I_{\min}}.$$

Гласноста на звукот се изразува во бели (B), а при практична примена најчесто во децибели (dB), при што важи $1 \text{ B} = 10 \text{ dB}$. Во децибели, изразот за гласност на звукот се запишува како:

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_{\min}}.$$

Некои вредности на гласност на звукот се дадени во табела 1.

Звук / средина	Гласност L (dB)	Интензитет I (W/m^2)
Праг на чујност	0	10^{-12}
Тивка просторија	≈ 30	10^{-9}
Нормален разговор	≈ 60	10^{-6}
Рок-концерт	≈ 110	10^{-1}
Болка во увото	≥ 120	≥ 1



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Прагот на чујност е 0 dB, а прагот на болка 120 dB.

За колку пати е поголем интензитетот на звукот на прагот на болка од прагот на чујност?

Дадено: $L_{\min} = 0 \text{ dB}$, $L_{\max} = 120 \text{ dB}$

Се бара: $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} - ?$

Решение: За два звука, разликата на гласноста е: $L_2 - L_1 = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$, а во нашиов случај:

$$120 = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_{\max}}{I_{\min}} \right).$$

Ако го изразиме односот на интензитетите, се добива: $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = 10^{12}.$

Интензитетот на звукот на прагот на болка е 10^{12} пати поголем од интензитетот на звукот на прагот на чујност. Овој резултат покажува колку е голем динамичкиот опсег на човечкиот слух и зошто гласноста се мери со логаритамска скала.



АКТИВНОСТ 2.

Со помош на PhET симулацијата Звучни бранови (Sound Waves), која е на интернет-страницата:

<https://phet.colorado.edu/en/simulations/sound-waves/about>, испитај ги својствата на звучните бранови. Спореди ги добиените резултати со општите својства на брановите што ги изучуваше претходно (бранова должина, фреквенција, брзина на ширење, амплитуда).



Ехо

Како и другите механички бранови, и звукот може да се одбива од површини. Кога звучниот бран ќе најде на далечна пречка, како што се карпа, сид или зграда, тој се одбива и може повторно да стигне до слушателот. **Ехо** е појава при која одбиениот звучен бран по одредено време повторно стигнува до слушателот, така што се слуша како повторување на првичниот звук. Бидејќи звукот се шири со конечна брзина, од времето помеѓу звукот и ехото може да се одреди растојанието до пречката од којашто се одбил звукот. За да се слушне ехото како јасно одделен звук, потребно е одбиениот звук да пристигне најмалку по приближно 0,10 s по емитирањето на звукот. Ако времето е пократко, одбиениот звук се спојува со првичниот и се доживува како продолжување на звукот. Исто така, ехото често не се слуша затоа што одбиениот звук е ослабен поради апсорпција од околните предмети и површини.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Ученик стои на растојание x од вертикална карпа. Тој плеска со рацете и мери дека ехото се слуша по 0,84 s од моментот на плескањето. Пресметај го растојанието од ученикот до карпата. Брзината на звукот во воздухот е 340 m/s. Дали во овој случај ехото ќе се слушне како јасно одделен звук?

Дадено: $t = 0,84 \text{ s}$, $v = 340 \text{ m/s}$

Се бара: $x - ?$

Решение:

Ехото се враќа до ученикот откако звукот ќе го помине патот до карпата и назад, значи вкуп-

ниот пат е $s = 2x$. Од дефиницијата за брзина $s = vt$, патот што го поминува звучниот бран е $2x = vt = 340 \cdot 0,84 = 285,6 \text{ m}$. Значи, карпата е оддалечена од ученикот $x = 142,8 \text{ m}$.

За да се слушне ехото како јасно одделен звук, одбиениот звук треба да пристигне најмалку по 0,10 s. Бидејќи во овој случај времето е 0,84 s, ехото ќе се слушне како јасно одделен звук.

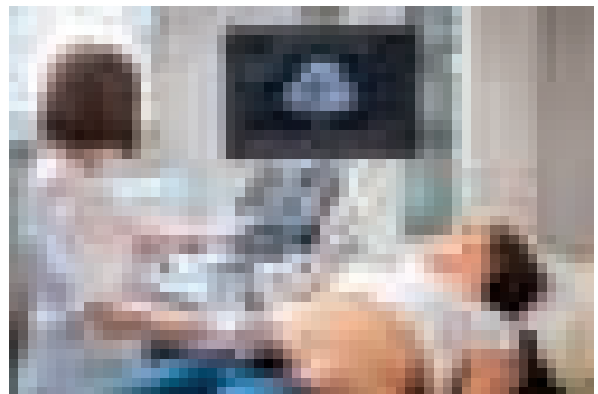
Инфразвук и ултразвук и нивната примена

Инфразвук се звучни бранови со фреквенција помала од 20 Hz, кои не можат да се регистрираат со човечкото уво, но имаат значајна примена во науката и во техниката. Инфразвукот се создава при природни појави, како што се земјотреси, вулкански ерупции, силни морски бранови и експлозии. Поради малата фреквенција и големата бранова должина, инфразвучните бранови може да се шират на многу големи растојанија со релативно мало слабеење на нивниот интензитет. Затоа, тие се користат за рано откривање и следење на земјотреси и на вулканска активност, како и за проучување на атмосферски и на океански појави. Инфразвук произведуваат и некои животни, на пример слоновите, кои го користат за комуникација на големи растојанија.

Ултразвук се звучни бранови со фреквенција поголема од 20 kHz. Поради високата фреквенција, ултразвучните бранови имаат мала бранова должина, што овозможува нивно прецизно насочување и јасно одбивање од мали објекти и граници меѓу различни средини. Најпозната примена на ултразвукот е во медицинската дијагностика, каде што се користи за неструктивно испитување на внатрешните органи. Ултразвучниот преглед, наречен ехографија, се заснова на одбивање на ултразвучните бранови од ткивата и од органите во телото. Одбиените бранови (ехо) се регистрираат и со помош на компјутерска обработка се создава слика на внатрешната структура. Со ултразвук се следи развојот на фетусот и се проценува протокот на крв во крвните садови (слика 6).

Во техниката ултразвукот се применува во сонарни системи, каде што, исто така, се користи принципот на одбивање на звукот за мерење длабочина и за откривање објекти под вода. Дополнително, ултразвукот се користи во индустријата за ултразвучно чистење на фини и тешко достапни делови, како и за откривање пукнатини и дефекти во метални конструкции.

Слика 6. Преглед при бременост со ултразвук



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

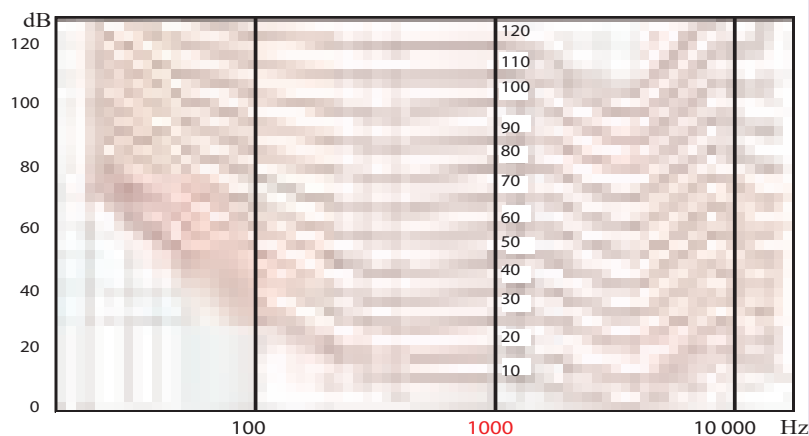
Гласност на звукот во фони

Гласноста на звукот не зависи само од тоа колку е силен звукот (интензитет), туку и од неговата фреквенција. Човечкото уво не е еднакво чувствително на сите фреквенции. Оваа зависност е прикажана со криви на еднаква гласност (Вебер-Фехнерови криви) на слика 7. Секоја крива ги поврзува сите звуци кои човекот ги доживува како еднакво гласни, иако имаат различни фреквенции и интензитети.

Фоните покажуваат колку гласно човекот го слуша звукот. Бројот на фони се одредува со споредување со тон од 1 kHz, при што бројната вредност во фони е еднаква на гласноста на тој референтен тон изразена во децибели. На пример:

- Тон од 1000 Hz со јачина од 40 dB има гласност од 40 ph;
- Звук со пониска фреквенција, на пример 100 Hz, мора да има поголема гласност (околу 50 dB) за да се доживее исто толку гласно, односно како звук од 40 ph.

Ова покажува дека човечкото уво е помалку чувствително на ниски фреквенции, па за тие звуци е потребен поголем интензитет за да се слушаат исто толку гласно како и звуците со средна фреквенција.



Слика 7. Криви на еднаква гласност



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Звук со фреквенција од 1 kHz и со гласност од 40 dB, има гласност од 40 ph. Од графикот на кривите на еднаква гласност се гледа дека звук со фреквенција од 100 Hz ќе има иста гласност во фони, како претходниот звук при 50 dB. За колку пати е поголем интензитетот на вториот звук?

Дадено: $L_1 = 40 \text{ dB}$ (1 kHz), $L_2 = 50 \text{ dB}$ (100 Hz)

Се бара: $\frac{I_2}{I_1} = ?$

Решение:

Релацијата меѓу гласноста (во dB) и интензитетот на звукот е: $\Delta L = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1}$.

Разликата на гласноста изнесува $\Delta L = 50 - 40 = 10 \text{ dB}$, па следува:

$$10 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10.$$

Интензитетот на звукот со фреквенција од 100 Hz е 10 пати поголем од интензитетот на звукот со фреквенција од 1 kHz, за да се доживеат со иста гласност.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

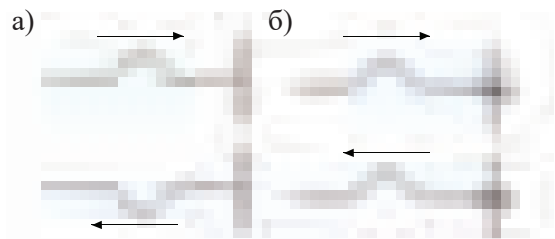
1. Зошто звукот може да биде само лонгитудинален бран?
2. Како промената на средината (воздух, вода) ќе влијае на брзината, брановата должина и на фреквенцијата на звукот?
3. Зошто зголемувањето на амплитудата на осцилациите ја менува гласноста на звукот, но не и неговата висина?
4. Ехолокацијата кај лилјациите се заснова на емитување и на прием на ултразвучни бранови. Одбиените звучни бранови му овозможуваат на лилјакот да ги одреди положбата, големината и формата на инсектите додека лета ноќе. Лилјакот користи ехолокација за да открие инсект со димензија од 5 mm. Тој може да емитува ултразвучни бранови со фреквенции од 10 kHz до 80 kHz (некои видови лилјаци може да емитуваат и до 200 kHz). Брзината на звукот во воздухот е 340 m/s.

- а) Пресметај ја брановата должина на звучниот бран за двете фреквенции.
- б) Објасни која фреквенција е посоодветна за ехолокација и зошто (спореди со 5 mm). (Решение: 3,4 cm; 4,25 mm)
5. Еден звучник произведува звук со моќност од 0,15 W. Звукот се шири рамномерно во сите правци, па може да се смета дека звучните бранови се сферни.
- а) Пресметај го интензитетот на звукот на растојание од 2,5 m од изворот.
- б) Објасни како се менува интензитетот со зголемување на растојанието од изворот.
- (Решение: а) $1,9 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$ б) $I \sim \frac{1}{r^2}$)
6. Во еден кафе-бар гласноста на звукот во попладневните часови, кога има мал број гости и тивка музика, изнесува 55 dB. Навечер, кога барот е полн и музиката е значително погласна, гласноста на звукот се зголемува на 85 dB. Пресметај за колку пати е поголем интензитетот на звукот навечер во споредба со попладнето. (Решение: 1000 пати)

2.7. Сложување на бранови. Стојни бранови

Бранов импулс е бран што се создава кога еднаш кратко ќе се придвижи раката со која се држи крајот на затегнато јаже во насока горе–долу. Кога таков бранов импулс, кој се шири по затегнато јаже, ќе наиде на граница каде што јажето е прицврстено за неподвижен сид, тој се одбива (рефлектира) и се шири назад по јажето. Во моментот кога брановиот импулс стигнува до сидот, јажето му дејствува на сидот со сила насочена вертикално нагоре, а истовремено сидот дејствува врз крајот на јажето со еднаква сила по големина, но спротивно насочена (важи Третиот Њутнов закон), и оваа сила ја менува насоката на деформацијата/елонгацијата, при што доаѓа до промена на фазата на бранот за π (слика 1а).

Ако крајот на јажето не е прицврстен, туку е слободен да се движи (на пример, врзан за прстен што може да се лизга по вертикален столб), условите на границата се сосема поинакви. Кога брановиот импулс ќе пристигне до слободниот крај, тој се рефлектира наназад, но не доаѓа до промена на фазата на бранот (слика 1б).

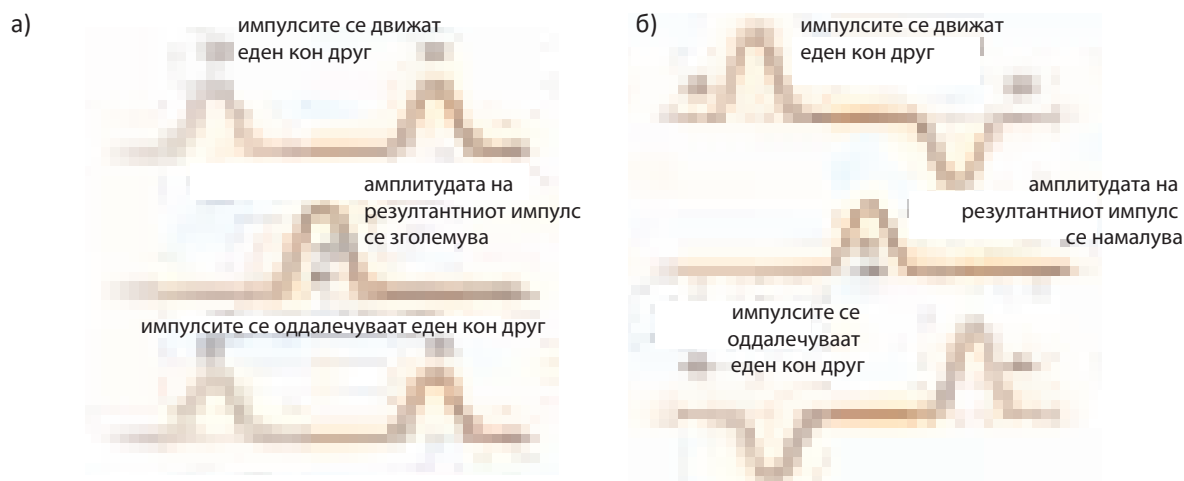


Слика 1. Рефлексија на бранов импулс од а) Цврста средина б) Слободен крај

Сложување (суперпозиција) на бранови

На истото затегнато јаже да создадеме два бранови импулса од спротивните краеве на јажето, така што тие се движат еден кон друг. Додека двата импулса се оддалечени, секој од нив се шири независно и предизвикува осцилирање на честичките на јажето. Но, во моментот кога тие ќе се сретнат, се забележува дека кога двата импулса се преклопуваат, тогаш и деформацијата на јажето станува поголема или помала, во зависност од ориентацијата на брановите импулси.

Ако двата импулса имаат иста по знак амплитуда, на местото каде што ќе се сретнат се добива импулс чијашто амплитуда е збир од амплитудите на двата импулса (слика 2а). Ако импулсите имаат различна според знакот амплитуда, на местото каде што ќе се сретнат, може да се добие импулс чијашто амплитуда е разликата од амплитудите на поединечните импулси (слика 2б). Ако двата импулса имаат еднакви амплитуди, но со различен знак, резултантниот импулс ќе има амплитуда нула. По моментот на поминување од точката каде што се сретнале двата импулса, секој бранов импулс продолжува да се движи понатаму непроменет, како да не дошло до средба.



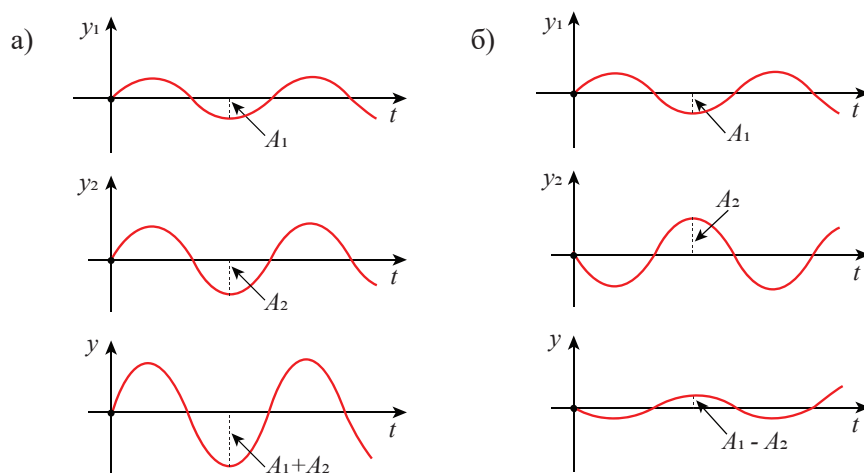
Слика 2. Сложување на бранови импулси а) Со иста насока б) Со спротивна насока

Иако досега разгледувавме што се случува кај поединечните импулси, истите принципи важат и за хармониските бранови. Кога два или повеќе хармониски бранови истовремено се шират низ иста материјална средина, тие може да се преклопат, при што нивното заеднодејство доведува до зголемување или до намалување на амплитудата со којашто осцилираат честичките на средината.

Особено важен е случајот кога низ иста средина истовремено се шират два или повеќе хармониски бранови со иста фреквенција и со постојана фазна разлика. Тогаш доаѓа до **интерференција на брановите**. Секој бран поединечно предизвикува осцилирање на честичките на средината околу нивната рамнотежна положба. Кога два или повеќе бранови ќе пристигнат во иста точка од средината во ист момент, честичките во таа точка се под истовремено дејство на сите бранови. Во таков случај важи **Принципот на суперпозиција на брановите**, според кој резултантниот бран е еднаков на алгебарскиот збир на поединечните бранови. Односно, запишано со формула:

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n.$$

Ако брановите се **во фаза**, амплитудата на осцилирање на честичките во средината се зголемува. Оваа појава се нарекува **конструктивна интерференција** (слика 3а). Ако брановите се **противфаза**, амплитудата на осцилирање на честичките во средината се намалува. Во посебен случај, при простирање на два брана со еднакви амплитуди кои се во противфаза, амплитудата на осцилирање на честичките каде што се простираат брановите ќе биде нула, односно нема осцилирање. Оваа појава се нарекува **деструктивна интерференција** (слика 3б).



Слика 3.
Сложување
(суперпозиција)
на бранови со иста
фреквенција кога:
а) Брановите се во фаза
б) Брановите се во
противфаза

Овој принцип важи за механичките бранови и претставува основа за добивање **стојни бранови**.



АКТИВНОСТ 1.

Бранови со играчка-пружина (слинки)

Потребна апаратура: слинки пружини (слика 4) и статив на кој ќе може да се прицврстат пружините. Ако слинки пружините се метални, експериментот може да се повтори за поголем опсег на фреквенции и издолжувања.

Дел 1: Бранов импулс (пулс)

1. Постави ја пружината на подот или на поголема работна маса.
2. Едниот крај на пружината прицврсти го за статив.
3. Другиот крај држи го со рака и лесно затегни ја пружината.

4. Со кратко и брзо движење на раката лево-десно, создади еден бранов импулс. Раката треба да биде постојано во висина на масата.

5. Набљудувај како брановиот импулс се движи по пружината и што се случува кога ќе стигне до прицврстениот крај. Создади два импулса, брзо, еден по друг и обиди се да ја забележиш појавата на интерференција.

Прашања за набљудување:

- Што се случува со брановиот импулс? Дали се движи или останува на едно место?
- Што се случува со брановиот импулс при одбивање од крајот?
- Дали честичките на пружината патуваат заедно со импулсот?

Дел 2: Бранови со различни фреквенции

1. Со ритмично движење на раката, создавај периодични осцилации со постојана фреквенција.
2. Набљудувај ја формата на бранот што се шири по пружината.
3. Продолжи со истата фреквенција и набљудувај дали формата на бранот се менува со времето.
4. Зголеми ја или намали ја фреквенцијата на движење на раката, без значително да ја менуваш затегнатоста на пружината.

Прашања:

- Каков бран се создава кога движењето е периодично?
- Дали растојанието меѓу соседните згуснувања/намотки останува исто?
- Што се пренесува по пружината: честичките или осцилациите?
- Како се менува брановата должина на брановите кога фреквенцијата се зголемува?
- Што останува исто, а што се менува при промена на фреквенцијата?

Дел 3: Промена на затегнувањето

1. Зголеми го затегнувањето на пружината. Тоа направи го така што наместо за последната намотка, ќе го фатиш за повеќе намотки наеднаш. Така, пружината ќе има иста должина, но просторот помеѓу намотките ќе се смени.

2. Повтори го експериментот од дел 2, за различни фреквенции на движењето на раката.
3. Повтори го и со повеќе различни затегнувања.



Слика 4. Слинки пружини



Прашања:

- Кога ја менуваш фреквенцијата на движење на раката, дали промените во бранот се исти како во Дел 2 или се разликуваат? Објасни.
- Што се случува со формата на бранот кога фреквенцијата е иста, а затегнувањето различно? А кога затегнувањето е исто, а фреквенцијата различна?
- Кои фактори го определуваат изгледот на бранот што се шири по пружината: движењето на раката или состојбата на пружината?

Стојни бранови

Во претходната активност, со помош на слинки пружина, беше набљудувано ширење на бранов импулс и на хармониски бранови. Пружината ја користевме како модел за затегната жица. При периодично побудување и во жица, се создава бран што се шири по жицата и при пристигнување до прицврстениот крај се одбива назад. Бидејќи крајот на жицата е фиксиран, одбиениот бран се враќа со **промена на фазата за π** . Така, во жицата истовремено се шират два брана: бран што се движи од изворот кон неподвижниот крај на жицата и одбиен бран што се движи во спротивна насока.

Овие два брана имаат **иста фреквенција и иста амплитуда**, а нивната суперпозиција доведува до појава на **стоен бран**. Ваквиот бран има карактеристична форма и изгледа како да „стои“ на истото место. Стојниот бран не претставува посебен вид бран, туку резултат на суперпозицијата на два брана кои се движат во спротивни насоки. Стојниот бран не пренесува енергија, бидејќи е составен од два брана кои пренесуваат енергија во спротивни насоки. Кога е создаден стоен бран, на жицата има места кои се нарекуваат **јазли** и кои воопшто не осцилираат. Во исто време, постојат места од жицата кои осцилираат со максимална амплитуда. Овие места се нарекуваат **мевови**. Бројот на јазлите и на мевовите зависи од фреквенцијата на побудување и од должината и затегнувањето на жицата. Кај жица што е прицврстена на двата краја, краевите на жицата секогаш се јазли. Растојанието меѓу два соседни јазла (или два соседни мева) е: $\frac{\lambda}{2}$.

Бидејќи жицата е прицврстена на двата краја, може да се формираат стојни бранови само ако должината на жицата L е цел број на половинки бранови должини, односно:

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

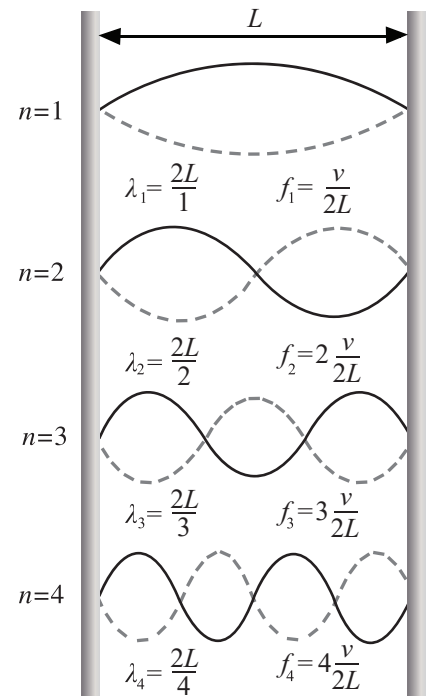
Најголемата бранова должина ($n = 1$) одговара на **првиот хармоник** кога жицата има еден мев меѓу двата јазла. Со зголемување на редниот број n , се појавуваат сè повеќе мевови, а брановата должина на стојниот бран на жицата се намалува (слика 5). Брановата должина на произволен хармоник од горната равенка може да се пресмета како:

$$\lambda = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Фреквенцијата f на стојниот бран може да се пресмета преку брзината на брановите кои се простираат во жицата и со брановата должина:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Со оваа формула се објаснува зошто кај жичените музички инструменти висината на тонот зависи од повеќе фактори. Должината на жицата ја определува брановата должина на стојниот бран, така што пократките жици даваат повисоки тонови, а подолгите



Слика 5. Стоен бран на жица - основен хармоник ($n = 1$) и виши хармоници ($n > 1$)

пониски. Силата на затегнување на жицата влијае врз брзината на ширење на брановите по неа, при што поголема сила на затегнување, значи поголема брзина, а со тоа и поголема фреквенција на осцилирање. Линеарната густина на жицата, исто така, има значајна улога: жиците со поголема линеарна густина осцилираат побавно и создаваат пониски тонови, а жиците со помала линеарна густина создаваат повисоки тонови.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Жица со линеарна густина од $0,005 \text{ kg/m}$ е затегната со тег со маса од 2 kg . Должината на жицата е 1 m .

а) Одреди ја брзината со која брановите се шират по жицата.

в) Колкав тег треба да се закачи на крајот на жицата за да се гледаат 5 мева при фреквенција од 50 Hz ?

Дадено: $\mu = 0,005 \text{ kg/m}$, $L = 1 \text{ m}$, $m_1 = 2 \text{ kg}$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Се бара: $v_1 - ?$, $f_1 - ?$, $m - ?$

Решение:

а) Користејќи ја равенката за брзината на бран, се добива: $v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{\mu}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{\mu}} = 62,6 \text{ m/s}$.

б) За жица со фиксирани краеве: $\lambda_1 = 2L$, па основната фреквенција е: $f_1 = \frac{v_1}{2L} = 31,3 \text{ Hz}$.

в) $n = 5$. За стојни бранови: $f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow v = \frac{2Lf}{n}$. Од $v = \sqrt{F/\mu}$ следува: $F = \mu v^2$. Конечно, за масата на тегот имаме: $m = \frac{\mu v^2}{g} = 0,2 \text{ kg}$.

Стојни бранови во воздушен столб (цевки)

Кај дувачките музички инструменти не осцилира жицата, туку воздухот во цевката. Честичките на воздухот осцилираат напред-назад околу рамнотежната положба, во правец на ширење на бранот, при што се создаваат лонгитудинални бранови. Како и кај жицата, брановите се одбиваат од краевите на цевката и, поради суперпозицијата на упадните и на одбиените бранови, може да се создадат стојни бранови. Кај цевка отворена на двата краја, воздухот на краевите може слободно да осцилира. Затоа, на двата краја се појавуваат мегови. Меѓу двата последни мева може да се смести цел број половини бранова должина (слика 6). Ова е спротивно од стојните бранови кај жицата, каде што на краевите имаше јазли.

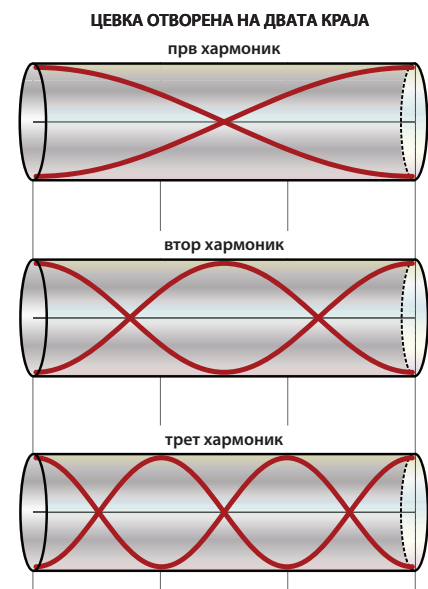
Условот за појава на стоен бран и во овој случај, како и кај формирањето на стојни бранови кај жица затегната на двата краја, е:

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

од каде што следува:

$$f = \frac{nv}{2L}.$$

Овој тип стојни бранови се создава кај инструменти како



Слика 6. Стоен бран во воздушен столб отворен од двете страни - основен и виши хармоници.

што е флејтата и кај сите други музички инструменти со отворени цевки.

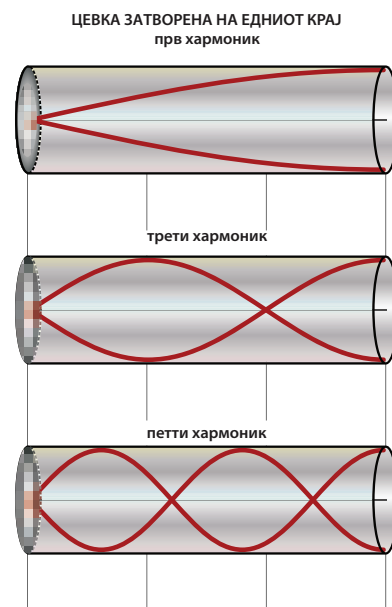
Кај цевка затворена на едниот крај, воздухот на затворениот крај не може да осцилира, па таму се појавува **јазол**. На отворениот крај, воздухот може слободно да осцилира и таму се појавува **мев** (слика 7). Поради оваа распределба, меѓу краевите може да се смести само непарен број четвртини од брановата должина.

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Притоа, следува:

$$\lambda = \frac{4L}{(2n-1)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \text{ и } f = (2n-1)\frac{v}{4L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Значи, кај затворената цевка на едниот крај, постојат само непарни хармоници. Ова го објаснува карактеристичниот звук на дувачките инструменти со писка, **кај кои не постојат парни хармоници**.



Слика 7. Стоен бран во воздушен столб, затворен од едната страна – основен и виши хармоници



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Отворена цевка од двата краја има должина од 0,75 m. Брзината на звукот е 340 m/s.

а) Одреди ја основната фреквенција.

б) Одреди ја фреквенцијата на вториот хармоник.

в) Одреди ја брановата должина што одговара на вториот хармоник и прикажи го распоредот на јазлите и на мевовите во цевката.

Дадено: $L = 0,75 \text{ m}$, $v = 340 \text{ m/s}$

Се бара: $f_1 - ?$, $f_2 - ?$, $\lambda_2 - ?$

Решение:

Цевката е отворена на двата краја, односно на краевите има мевови. За отворена цевка важи:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L} (n = 1, 2, 3, \dots).$$

а) Основна фреквенција ($n = 1$): $f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{340}{2 \cdot 0,75} = \frac{340}{1,5} = 226,7 \text{ Hz}.$

б) Втор хармоник ($n = 2$): $f_2 = \frac{2v}{2L} = \frac{v}{L} = 453,3 \text{ Hz}.$

в) Бранова должина за вториот хармоник : $\lambda_2 = \frac{2L}{2} = L = 0,75 \text{ m}.$

За $n = 2$: мевови се на 0 , $L/2$ и L ; јазли се на $L/4$ и $3L/4$.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. По што се разликува рефлексијата на бран од фиксиран крај и од слободен крај на жица (во однос на фазата и амплитудата)?
2. Во кои средини најчесто се создаваат стојни бранови?
3. Каква е врска меѓу стојните бранови и музичките инструменти?

4. Објасни зошто при промена на фреквенцијата на изворот, положбата на јазлите и на мевовите кај стојните бранови се менува.
5. Затегната жица која е прицврстена на двата краја има должина од 5,0 m. Брановиот импулс патува од едниот крај до другиот и се враќа назад за вкупно 3,0 s.
 - а) Определи ја брзината на бранот.
 - б) На истата жица се создава стоен бран со 4 мева и со 5 јазли. Со која фреквенција осцилира жицата? (Решение: 3,33 m/s; 1,33 Hz)
6. Жица со должина од 1,8 m е прицврстена на двата краја. Брзината на брановите по жицата е 60 m/s. Определи ги брановата должина и фреквенцијата за првиот, вториот и за третиот хармоник. (Решение: $\lambda_1 = 3,6 \text{ m}$, $f_1 \approx 16,7 \text{ Hz}$; $\lambda_2 = 1,8 \text{ m}$, $f_2 \approx 33,3 \text{ Hz}$; $\lambda_3 = 1,2 \text{ m}$, $f_3 = 50 \text{ Hz}$)
7. Звучна виљушка со фреквенција од 256 Hz е поставена над цевка затворена на едниот крај (на пр., со вода). Должината на водениот столб може да се менува. Која е најмалата должина на воздушниот столб при којашто ќе се слуша најјак звук? (Решение: 0,33 m)

2.8. Доплеров ефект

Кога стоиш на улица додека амбулантно возило со вклучена сирена поминува покрај тебе, ќе забележиш дека висината на тонот на сирената се менува. Таа е поголема додека амбулантното возило се приближува, а помала кога се оддалечува. Висината на звукот зависи од неговата фреквенција, што е определена од изворот на звукот. Фреквенцијата на сирената на амбулантното возило не се менува. Тогаш, како може да се објасни оваа промена на висината на тонот што јасно може да се слушне?

Кога амбулантното возило мирува, набљудувач кој стои на улица ја слуша истата фреквенција како и возачот. Меѓутоа, кога возилото се движи, набљудувачот регистрира промена на висината на тонот: тонот е повисок додека возилото се приближува, а понизок кога се оддалечува. Оваа промена не се должи на промена на фреквенцијата на звукот што го емитува сирената, туку на релативното движење меѓу изворот на звук и набљудувачот.



АКТИВНОСТ 1.

Истражување на Доплеров ефект со симулација

Отвори ја симулацијата за Доплеров ефект (Physics: The Doppler Effect with Sound – GeoGebra) на следнава интернет-страница: <https://www.geogebra.org/m/ffscYCRM>

Подготовка

Активирај го звукот (Sound On).

Стартувај ја симулацијата со извор и со набљудувач што мируваат (подеси Source Velocity = 0 m/s и Observer Velocity = 0 m/s).

- Запиши ја фреквенцијата на изворот (Source Frequency)
- Запиши ја фреквенцијата што ја слуша набљудувачот (Perceived Frequency)
- Опиши ги брановите фронтови околу изворот (дали се еднакво оддалечени)

Случај 1: Изворот се движи, набљудувачот мирува

Подеси:

- Брзина на набљудувачот (Observer Velocity) 0 m/s
- Изворот да се приближува со брзина (Source Velocity) +30 m/s, +60 m/s, +90 m/s
- Изворот да се оддалечува со брзина (Source Velocity) -30 m/s, -60 m/s, -90 m/s



За секоја вредност:

- Забележи го растојанието меѓу брановите фронтови околу изворот
- Запиши ја фреквенцијата што ја слуша набљудувачот (Perceived Frequency)

Случај 2: Се движи набљудувачот, изворот мирува

Подеси:

- Брзина на изворот на звук (Source Velocity) 0 m/s
- Набљудувачот да се приближува со брзина (Observer Velocity) +30 m/s, +60 m/s, +90 m/s
- Набљудувачот да се оддалечува со брзина (Observer Velocity) -30 m/s, -60 m/s, -90 m/s

За секоја вредност:

- Забележи го растојанието меѓу брановите фронтови
- Запиши ја фреквенцијата што ја слуша набљудувачот (Perceived Frequency)

Случај 3: Се движат и изворот и набљудувачот

Подеси повеќе комбинации каде што:

- Набљудувачот се движи со различна брзина (Observer Velocity) ± 30 m/s, ± 60 m/s, ± 90 m/s
- Изворот се движи со различна брзина (Source Velocity) ± 30 m/s, ± 60 m/s, ± 90 m/s

За секоја вредност:

- Забележи го растојанието меѓу брановите фронтови пред изворот
- Запиши ја фреквенцијата што ја слуша набљудувачот (Perceived Frequency)

Прашања:

- Како се менува растојанието меѓу брановите кога изворот се **приближува кон** набљудувачот?
- Како се менува растојанието меѓу брановите кога изворот се **оддалечува од** набљудувачот?
- Дали фреквенцијата на звукот што ја слуша набљудувачот се менува кога се движи изворот? Наведи конкретни бројки за секој случај што го истражуваше.
- Што забележуваш ако ја зголемиш брзината на изворот? Како влијае тоа врз фреквенцијата на звукот што ја слуша набљудувачот?
- Дали забележуваш разлика во фреквенцијата кога набљудувачот стои на исто место, а изворот се движи и кога набљудувачот се движи, а изворот мирува?
- Што се случува кога и набљудувачот и изворот се движат? Од што зависи дали регистрираната фреквенција ќе биде поголема или помала од емитираната?

Во претходната активност, со помош на симулација, ги набљудувавме промените во распоредот на звучните бранови фронтови и во фреквенцијата на звукот што ја регистрира набљудувачот при различни ситуации на движење. Од набљудувањата може да се заклучи дека фреквенцијата на звукот што го слуша набљудувачот не зависи само од фреквенцијата на звукот што го емитира изворот, туку и од релативното движење меѓу изворот и набљудувачот. Промени се забележуваат кога:

1. Се движи само изворот во однос на набљудувачот
2. Се движи само набљудувачот во однос на изворот и
3. Се движат и изворот и набљудувачот.

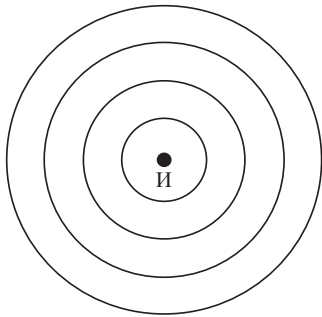
Појавата при којашто регистрираната фреквенција се менува поради релативното движење меѓу изворот и примателот се нарекува **Доплеров ефект**. Таа не се појавува само кај звучните бранови, туку и кај сите други видови бранови, вклучувајќи ги и електромагнетните бранови, како што е светлината. Во продолжение ќе ги разгледаме овие три случаи на релативно движење одделно.

1. Изворот мирува, набљудувачот се движи

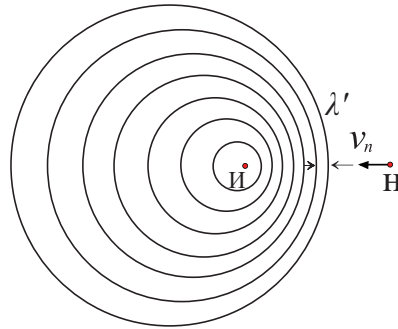
Да разгледаме точкест извор што мирува и што емитира звучни бранови со фреквенција f и со бранова должина λ . Брановите фронтови се шират рамномерно со брзина v . На слика 1 се прикажани како концентрични кружници што се шират од точкест извор кој мирува.

Ако мирува и набљудувачот, тој ја регистрира фреквенцијата на изворот:

$$f = \frac{v}{\lambda}.$$



Слика 1. Изворот и набљудувачот мируваат



Слика 2. Набљудувачот се движи кон изворот, а изворот на бранот мирува

Ако набљудувачот се движи кон изворот (слика 2) со брзина v_n , тогаш брановите го пристигнуваат со релативна брзина $v + v_n$. Фреквенцијата што ја регистрира набљудувачот е:

$$f' = \frac{v + v_n}{\lambda}.$$

Бидејќи изворот мирува и важи: $f = \frac{v}{\lambda}$, следува:

$$f' = f \frac{v + v_n}{v}.$$

Ако набљудувачот се оддалечува од изворот, релативната брзина се намалува и изразот станува:

$$f' = f \frac{v - v_n}{v}.$$

2. Набљудувачот мирува, изворот се движи

Кога се движи изворот, брановите не се емитираат од иста точка во просторот, па брановите фронтови не се концентрични кругови. Во насока на движење на изворот, брановата должина се намалува, а во спротивната насока се зголемува.

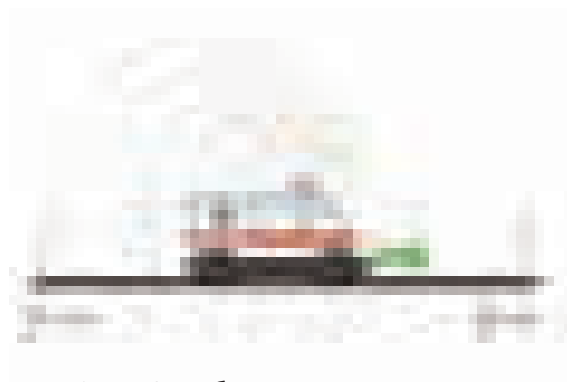
Бидејќи брзината на звукот во дадена средина е иста, промената на брановата должина доведува до промена на фреквенцијата, бидејќи важи: $v = \lambda f$. Ако изворот се движи кон набљудувачот со бр-

зина v_i , за време на еден период T , тој ќе помине растојание $v_i T$. Затоа брановата должина пред изворот е $\lambda' = \lambda - v_i T$, или изразено преку фреквенции:

$$\frac{v}{f'} = \frac{v}{f_i} - \frac{v_i}{f_i}.$$

Ако ја изразиме фреквенцијата f' во случај кога изворот се приближува кон набљудувачот и во случај кога изворот се оддалечува од набљудувачот се добиваат изрази кои со една равенка може да се запишат како:

$$f' = f_i \frac{v}{v \mp v_i}$$



Слика 3. Набљудувачот мирува, а изворот на бранот се движи кон него

каде што:

- „-“ се користи кога изворот се приближува
- „+“ кога изворот се оддалечува



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Полициско возило се движи по права линија со брзина од 90 km/h и има сирена што емитува звук со фреквенција од 750 Hz. Брзината на звукот е 340 m/s. Велосипедист стои во место покрај патот.

- Колкава фреквенција ќе слушне велосипедистот додека се приближува возилото?
- Колкава фреквенција ќе слушне откако возилото ќе го помине и ќе се оддалечи?

Дадено: $v_i = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$, $f_i = 750 \text{ Hz}$, $v = 340 \text{ m/s}$, $v_n = 0$

Се бара: $f' - ?$

Решение:

а) Изворот се приближува:

$$f' = f_i \frac{v}{v - v_i} = 809 \text{ Hz}.$$

б) Изворот се оддалечува:

$$f' = f_i \frac{v}{v + v_i} = 699 \text{ Hz}.$$

3. И изворот и набљудувачот се движат

Во најопштиот случај, кога и изворот и набљудувачот се движат, ефектите од нивните движења се комбинираат. Во тој случај, фреквенцијата што ја регистрира набљудувачот се добива со обединување на изразите од претходните два случаја и е дадена со:

$$f' = f \frac{v \pm v_n}{v \mp v_i}.$$

Во броителот се зема:

- „+“ ако набљудувачот се движи **кон** изворот
- „-“ ако се оддалечува **од** изворот

Во именителот се зема:

- „-“ ако изворот се движи **кон** набљудувачот
- „+“ ако се оддалечува **од** набљудувачот



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Два чамци се движат еден кон друг по права линија. Чамец А се движи со брзина 8 m/s и има звучник што емитува звук со фреквенција 600 Hz. Чамец В се движи со брзина 5 m/s и има звучник што емитува звук со фреквенција од 900 Hz. Брзината на звукот во воздухот над езерото е 340 m/s.

- Која фреквенција од звучникот на чамецот А ја слуша патникот на чамецот В?
- Која фреквенција од звучникот на чамецот В ја слуша патникот на чамецот А?

Дадено:

Брзина на звукот: $v = 340 \text{ m/s}$, Чамец А: $v_A = 8 \text{ m/s}$,
 $f_A = 600 \text{ Hz}$, Чамец В: $v_B = 5 \text{ m/s}$, $f_B = 900 \text{ Hz}$
 Чамците се движат еден кон друг.

Се бара:

$$f'_{A \rightarrow B} - ?,$$

$$f'_{B \rightarrow A} - ?$$

Решение:

Општа формула кога и изворот и примателот се движат еден кон друг: $f' = f_i \frac{v + v_n}{v - v_i}$.

а) Фреквенција од звучникот на А што ја слуша патникот на В:

$$f_i = f_A = 600 \text{ Hz}, v_i = v_A = 8 \text{ m/s}, v_n = v_B = 5 \text{ m/s} \Rightarrow f'_{A \rightarrow B} = 623,5 \text{ Hz}.$$

б) Фреквенција од звучникот на В што ја слуша патникот на А:

$$f_i = f_B = 900 \text{ Hz}, v_i = v_B = 5 \text{ m/s}, v_n = v_A = 8 \text{ m/s} \Rightarrow f'_{B \rightarrow A} \approx 934,9 \text{ Hz}.$$

Забележуваме дека и двајцата патници слушаат повисока фреквенција од емитираната, бидејќи изворот и примателот се движат еден кон друг.

Доплеровиот ефект во астрономијата

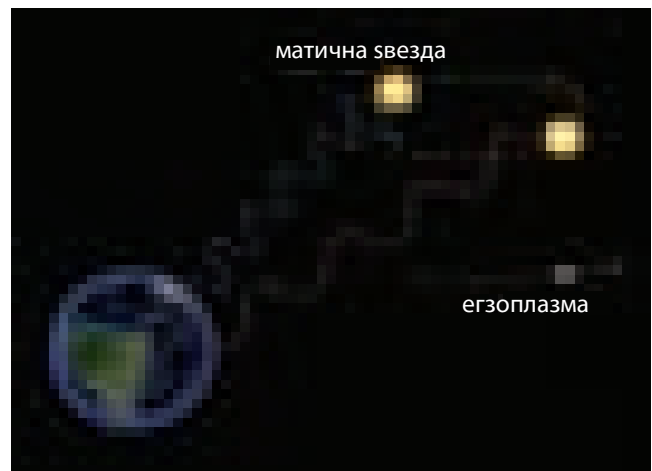
Доплеровиот ефект важи за сите видови бранови, вклучувајќи ги и електромагнетните. Ова е од особено значење за астрономијата, бидејќи речиси сите информации што ги добиваме за небесните тела пристигнуваат до нас во форма на електромагнетно зрачење (светлина).

Со примена на Доплеровиот ефект, во астрономијата се определуваат брзините на движење на небесните тела. На пример, може да се утврди дали некоја ѕвезда се приближува или се оддалечува од Земјата, како и со колкава брзина. Ова е можно затоа што спектарот на светлината што ја емитира една ѕвезда е добро познат. Ѕвезди од ист тип имаат многу сличен спектар, па со споредување на набљудуваниот спектар со лабораторискиот спектар може да се измери поместувањето на спектралните линии. Ако спектарот е поместен кон синиот дел од спектарот (сино поместување), ѕвездата се движи кон нас, а ако е поместен кон црвениот дел (црвено поместување), ѕвездата се оддалечува од нас.

Во последниве децении, Доплеровиот ефект има клучна улога и во пронаоѓањето егзопланети. Присуството на планета предизвикува мало периодично движење на ѕвездата околу заедничкиот центар на масата. Како последица на ова движење, спектарот на ѕвездата покажува мали, периодични Доплерови поместувања, што претставува еден од најефикасните методи за откривање егзопланети (слика 4).

Освен класичниот Доплеров ефект, во астрономијата се среќава и космолошкото црвено поместување. Оваа појава прв ја забележал Едвин Хабл, кој утврдил дека спектрите на далечните галаксии се систематски поместени кон црвениот дел од спектарот. Тоа укажува дека далечните галаксии се оддалечуваат од нас.

Денес е познато дека ова црвено поместување не е последица на класично движење низ просторот, туку на ширењето на Универзумот како целина. Како што се шири Универзумот, заедно со него се „растегнуваат“ и брановите должини на светлината што патува низ просторот. Колку е подалеку изво-



Слика 4. Периодичното движење на ѕвездата под дејство на планета предизвикува периодични Доплерови поместувања

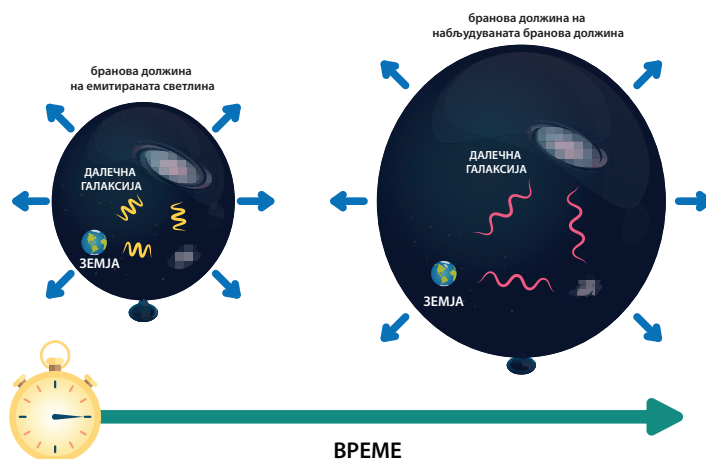
(Слика од European Southern Observatory - European Southern Observatory, CC BY 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5168982>)

рот, толку подолго светлината патувала низ Универзумот што се шири, и толку е поголемо космолошкото црвено поместување (слика 5).

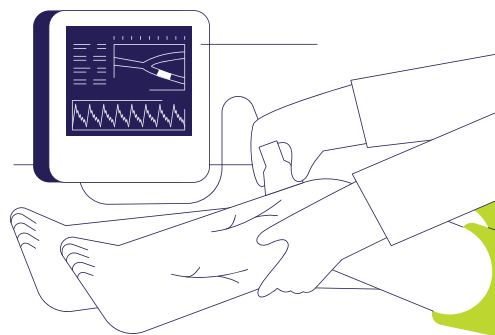
Доплеровиот ефект во медицината

Со примена на ултразвучниот Доплеров ефект, може да се одреди брзината на струење на крвта во крвните садови. Ултразвучните бранови што ги емитура сондата се одбиваат од црвените крвни зрнца, кои се движат заедно со крвта. Поради нивното движење, фреквенцијата на одбиениот ултразвучен бран се разликува од фреквенцијата на емитираниот бран.

Сондата истовремено ги емитура и ги прима ултразвучните бранови, па разликата меѓу фреквенцијата на емитираниот и одбиениот бран може директно да се измери. Оваа разлика во фреквенциите е последица на Доплеровиот ефект и содржи информација за брзината на струење на крвта. Колку е поголема разликата во фреквенцијата, толку е поголема и брзината на крвта.



Слика 5. Космичко Доплерово поместување



Слика 6. Ултразвучен Доплеров ефект во медицината



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Во васкуларна амбуланта се прави Доплер-ултразвучно мерење на брзината на струење на крвта во абдоминалната аорта. Поради различната телесна градба и длабочината на крвниот сад, кај двајца пациенти се користат различни фреквенции на ултразвучната сонда: Пациент 1: сонда со фреквенција од 3,5 MHz. Пациент 2: сонда со фреквенција од 5 MHz. Во двата случаја, ултразвучниот зрак е насочен по должината на струењето на крвта, а апаратот регистрира исто Доплерово поместување од 2 kHz. Брзината на звукот во крвта е 1540 m/s.

- Пресметај ја брзината на струење на крвта кај Пациент 1.
- Пресметај ја брзината на струење на крвта кај Пациент 2.
- Објасни зошто и покрај истото Доплерово поместување, добиените брзини не се еднакви.

Дадено:

$$f_u = 2 \text{ kHz} = 2 \cdot 10^3 \text{ Hz}, \quad v_z = 1540 \text{ m/s}, \quad \text{a)} \\ f = 3,5 \text{ MHz} = 3,5 \cdot 10^6 \text{ Hz}, \quad \text{б)} \quad f = 5 \text{ MHz} = 5 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

Се бара:

$$v - ?$$

Решение:

Прва Доплерова промена (еритроцитот како набљудувач): $f' = f \frac{v_z - v}{v_z}$.

Втора Доплерова промена (еритроцитот како извор, сондата како набљудувач):

$$f'' = f' \frac{v_z}{v_z + v}.$$

Заменуваме: $f'' = f \frac{v_z - v}{v_z} \cdot \frac{v_z}{v_z + v} = f \frac{v_z - v}{v_z + v}$.

Доплерово поместување: $f_u = f - f'' \Rightarrow f_u = f - f \frac{v_z - v}{v_z + v} \Rightarrow v = \frac{f_u}{2f - f_u} v_z$.

а) Пациент 1: $f = 3,5 \text{ MHz} = 3,5 \cdot 10^6 \text{ Hz} \Rightarrow v_1 = 0,44 \text{ m/s}$.

б) Пациент 2: $f = 5 \text{ MHz} = 5 \cdot 10^6 \text{ Hz} \Rightarrow v_2 = 0,31 \text{ m/s}$.

в) Од формулата $v = \frac{f_u}{2f - f_u} v_z$ се гледа дека при исто f_u и исто v_z , брзината v зависи од

фреквенцијата на сондата f . Кога f е поголема, изразот $(2f - f_u)$ е поголем, па добиената брзина v е помала. Затоа, иако Доплеровото поместување е исто (2 kHz), различните фреквенции на сондата даваат различни брзини.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто кај звучните бранови брзината на звукот во средината не се менува и покрај тоа што се менува регистрираната фреквенција?
2. Како се менува Доплеровото поместување ако се зголеми фреквенцијата на изворот, а сите други услови останат исти?
3. Дали Доплеровиот ефект може да се регистрира ако и изворот и примателот се движат со иста брзина и во иста насока? Објасни го твојот одговор.
4. Може ли Доплеровиот ефект да се користи за да се одреди насоката на движење на изворот? Објасни како.
5. Извор на звук мирува и емитира тон со фреквенција од 1000 Hz. Набљудувач А се движи кон изворот со 10 m/s, а набљудувач В се оддалечува со 10 m/s. Пресметај ги фреквенциите што ги слушаат двајцата набљудувачи А и В. (Решение: 1029 Hz и 971 Hz)
6. Извор емитира звук со фреквенција од 500 Hz и се движи кон набљудувач со брзина 15 m/s. Во исто време, примателот се движи кон изворот со брзина 5 m/s. Колкава фреквенција регистрира примателот? (Решение: 531 Hz).
7. Радар испраќа електромагнетен бран со фреквенција 10 GHz и регистрира Доплерово поместување од 1,2 kHz по одбивање од автомобил. Пресметај ја брзината на автомобилот. (Решение: 65 km/h)

Тема 2

ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Два хармониски осцилатори осцилираат со ист период, но вториот има двапати поголема амплитуда од првиот. Спореди ги нивните:
 - а) Максимални брзини.
 - б) Максимални кинетички енергии.
2. Две тела осцилираат со иста фреквенција, при што второто тело има двапати поголема амплитуда од првото. Како се однесуваат нивните периоди на осцилирање? Образложи го одговорот.
3. Дали може во услови на Земјата две математички нишала кои имаат различни должини да осцилираат со ист период? Образложи го одговорот.
4. Кај придушено осцилаторно движење, амплитудата во текот на времето се намалува. Притоа, дали мора да се смени и фреквенцијата на осцилаторот? Објасни.
5. Објасни зошто со брановото движење се пренесува енергија, а не материја.
6. Два брана се шират низ иста средина. Првиот бран има двапати поголема фреквенција, а вториот има двапати поголема амплитуда. Спореди ги брановите во однос на:
 - а) Нивните брзини.
 - б) Енергијата што ја пренесува секој од нив.
7. Бран преминува од поретка во погуста средина. Дали неизбежно мора да се случи прекршување на бранот? Образложи го одговорот.
8. Две точки од даден бран се оддалечени една од друга на растојание $\lambda/4$. Дали овие две точки:
 - а) Се во фаза?
 - б) Дали можат во исто време да поминат низ рамнотежната положба?
9. Во фиксирана жица на двата краја се создава стоен бран со јазли на краевите. Ако се зголеми фреквенцијата на осцилирање на изворот, што мора да се смени за да се добие нов стоен бран? Објасни.
10. Набљудувач и звучен извор се движат еден кон друг. Со помош на формулите за Доплеров ефект, објасни од што зависи фреквенцијата на звукот што ја регистрира набљудувачот при нивното релативно движење.
11. Ученик определува период на математичко нишало со должина од 1,00 m и за периодот добива резултат 1,8 s.
 - а) Колкав е периодот на математичкото нишало пресметан со формула?
 - б) Наведи барем две причини за отстапување на измерената од пресметаната вредност.
 - в) Предложи начин како може да се подобри мерењето и ученикот да добие поточен резултат. (Решение: $T = 2,0$ s)
12. Тело со маса од 0,50 kg е закачено на пружина што има период на осцилирање 1,0 s. Кога телото минува низ рамнотежната положба, неговата брзина е 0,80 m/s.
 - а) Одреди го коефициентот на еластичност на пружината.
 - б) Одреди ја амплитудата на осцилирање.

- в) Колкава е механичката енергија на еластичниот осцилатор?
(Решение: $k = 20 \text{ N/m}$, $A = 0,13 \text{ m}$, $E = 0,16 \text{ J}$)
13. Тело осцилира хармониски. Кога неговата елонгација е $3,0 \text{ cm}$, неговата брзина е 40 cm/s , а кога елонгацијата е $5,0 \text{ cm}$, брзината изнесува 20 cm/s .
а) Одреди ја амплитудата на осцилациите.
б) Одреди ја кружната фреквенција.
в) Одреди го периодот на осцилирање.
(Решение: $A = 5,5 \text{ cm}$, $\omega = 8,7 \text{ rad/s}$, $T = 0,72 \text{ s}$)
14. Хармониски осцилатор има амплитуда A . Во моментот кога елонгацијата е $A/2$, одреди колкав дел од вкупната механичка енергија е потенцијална?
(Решение: 25%)
15. Еластичен осцилатор осцилира со период $0,50 \text{ s}$ и истиот е поврзан со долго затегнато јаже. Ако брзината на бранот по јажето е 25 m/s , одреди ја:
а) Брановата должина на бранот.
б) Фазната разлика меѓу две точки оддалечени на растојание од $3,0 \text{ m}$.
в) Дали тие две точки осцилираат во иста или во спротивна фаза?
(Решение: $\lambda = 12,5 \text{ m}$, $\Delta \varphi = 1,5 \text{ rad/s}$)
16. Бран се шири во една иста средина и во даден момент изворот на бранот ја зголемува фреквенцијата за двапати.
а) Што се случува со брановата должина на бранот?
б) Што се случува со брзината на бранот?
(Решение: $\lambda_2 = \lambda_1 / 2$, $v_2 = v_1$)
17. Во момент $t = 0$, изворот почнува да осцилира со фреквенција од 6 Hz . Брзината на бранот е 15 m/s . По колку секунди од почетокот на осцилациите две точки, оддалечени 100 m , ќе осцилираат во фаза? (Решение $t = 6,67 \text{ s}$)
18. Жица е затегната така што основниот тон е со фреквенција 100 Hz . На неа е прикачен осцилатор што осцилира со фреквенција од 100 Hz и со амплитуда 3 cm .
а) Дали во жицата ќе се формира стоен бран?
б) Ако силата на затегнување на жицата ја зголемиме за четири пати, што се случува со бранот и како ќе се смени неговата брзина? (Решение: а) да; б) $v_2 = 2v_1$)
19. Амплитудата на осцилатор се намалува од $6,0 \text{ cm}$ на $3,0 \text{ cm}$ за 5 осцилации.
а) Одреди го факторот на придушување.
б) По колку осцилации амплитудата ќе биде $1,0 \text{ cm}$?
(Решение: $\beta = 1,15$; 13 осцилации)
20. Извор на звук со фреквенција 500 Hz се движи кон набљудувач со брзина од 10 m/s , додека пак набљудувачот се движи кон изворот со брзина 5 m/s . Пресметај ја фреквенцијата на звукот што ја регистрира набљудувачот.
(Решение: $f' = 523 \text{ Hz}$)

ТЕМА 3:

Геометриска оптика

Светлината е една од најважните појави во природата, бидејќи преку неа го гледаме светот околу нас. Таа ни овозможува да ги забележиме предметите, нивната форма, боја и положба во просторот, а нејзиното однесување може прецизно да се опише со физички закони.

Гранката на физиката што ги проучува законите за простирање на светлината и нејзиното заемнодејство со физичките тела и со оптичките средини се нарекува оптика. Во оваа тема ќе ја разгледуваме геометриската оптика која е дел од оптиката во кој светлината се опишува со идеализиран модел на светлински зраци, што овозможува едноставно и јасно објаснување на оптичките појави.

Во геометриската оптика се проучуваат одбивањето и прекршувањето на светлината, како и формирањето ликови кај огледала и леќи, кои се основа за разбирање на работата на многубројни оптички уреди. Со изучување на геометриската оптика, ќе стекнеш знаења за однесувањето на светлината и за нејзината примена во секојдневниот живот, науката и техниката.

Резултати од учењето

Ученикот/ученичката ќе биде способен/-на да:

1. објаснува и споредува различни теории за природата на светлината и да ја применува равенката за брзина на светлината во различни оптички средини;
2. го објаснува одбивањето на светлината, да го формулира Законот за одбивање и да конструира лик на предмет со рамно огледало, опишувајќи ги неговите карактеристики;
3. разликува видови огледала, да ги идентификува нивните елементи, да конструира ликови и да ја применува равенката за сферно огледало;
4. објаснува и претставува графички прекршувања на светлината низ различни средини и да ја применува равенката за прекршување на светлината при решавање задачи;
5. ја објаснува појавата на тотална рефлексија, да ја применува равенката за граничен агол и да наведува примери за нејзина примена во природата и технологијата;
6. разликува собирни и растурни леќи, да ги идентификува нивните елементи, да конструира ликови и да ја применува равенката за тенка леќа;
7. објаснува создавање на лик во човечкото око, да ги поврзува корекциите на дефектите на окото со оптичката леќа и да опишува создавање на ликови со микроскоп и телескоп;
8. објаснува и демонстрира дисперзија на светлината, да ја анализира равенката за агол на девијација кај призма и да разликува монохроматска и полихроматска светлина.

3.1. Теории за природата на светлината.

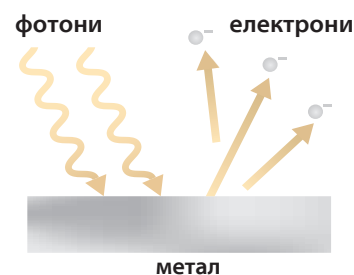
Брзина на светлината

Што е светлина? Ова прашање луѓето си го поставувале со векови, а одговорот до ден-денес не е едноставен. Низ историјата, научниците се обидувале да ја објаснат светлината на различни начини, развивајќи модели што го опишуваат нејзиното однесување. Две од овие теории можат успешно да објаснат одредени појави поврзани со светлината, но ниту една од нив, самостојно, не е доволна за да ги објасни сите нејзини својства. Во оваа лекција ќе разгледаме како експериментите покажале дека за целосно разбирање на светлината е потребно повеќе од една идеја и зошто нејзината природа не може да се опише со еден единствен модел.

Пример што укажува на честичната природа на светлината е фотоелектричниот ефект, со кој детално ќе се запознаеме во наредната тема. Фотоелектричниот ефект (слика 1) покажува дека светлината може да се однесува како честичка. Кога светлина со доволно голема фреквенција паѓа на површина на материјал, од него се избиваат електрони. Овој ефект зависи од фреквенцијата на светлината, а не од нејзиниот интензитет и не може да се објасни ако светлината се разгледува како бран.

Друг пример што укажува на честичната природа на светлината се кометите. Кога кометата се приближува до Сонцето, таа развива опашка која секогаш е насочена спротивно од Сонцето, без оглед на правецот на нејзиното движење (слика 2). Ова покажува дека врз материјата од кометата дејствува сила што ја турка нанадвор.

Во реалноста, оваа појава е резултат на две дејства: сончевиот ветер, составен од наелектризираните честички што ги испушта Сонцето, кој дејствува на јонизираниите гасови од кометата и ја формира јонската опашка и притисокот на зрачењето, дејството на светлината врз ненаелектризираните честички. При судир со честичките, светлината им пренесува импулс и ја создава прашливата опашка. Овој ефект, познат како притисок на зрачењето, претставува доказ дека светлината може да се однесува како честичка.



Слика 1. Фотоелектричен ефект

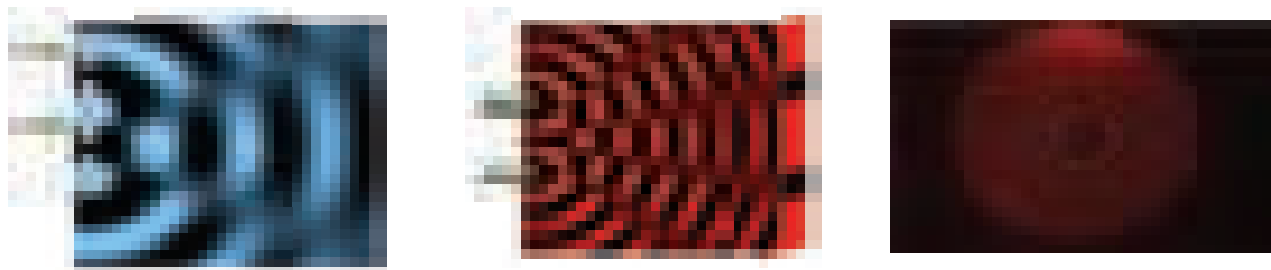


Слика 2. Комета во различни положби на својата орбита околу Сонцето

Теоријата според која светлината се состои од честички се нарекува **Корпускуларна теорија**. Овие честички се нарекуваат **фотони**. Фотоните имаат енергија и импулс, но немаат маса.

Сепак, постојат и експерименти кои не можат да се објаснат со Корпускуларната теорија. Тие покажуваат дека светлината се однесува како бран. Во претходното поглавје учевме за Принципот на суперпозиција на брановите, според кој брановите може да се сложуваат односно интерферираат.

Кога светлината доаѓа од кохерентни извори (извори кои генерираат бранови со иста амплитуда и кружна фреквенција, и чија разлика во фазите е постојана, светлинските бранови интерферираат и на екранот се формира карактеристична шема од светли и темни ленти (слика 3). Овие ленти настануваат како резултат на заемното засилување и ослабување на брановите од различни извори. Ваквата појава не може да се објасни со модел во кој светлината се разгледува како честичка.

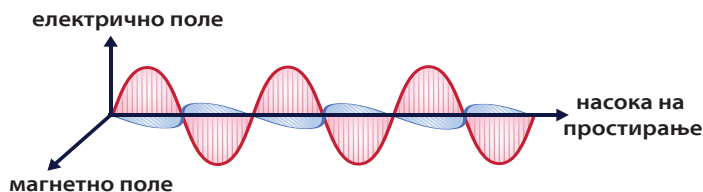


Слика 3. Интерференција на бранови на вода (лево) споредени со светлински бранови (средино) и интерферентна шема на светлина добиена на екран (фотографијата десно)

Светлинските бранови припаѓаат на групата **електромагнетни бранови**. За разлика од механичките бранови, кај кои осцилираат честичките на средината, кај електромагнетните бранови осцилираат електричното и магнетното поле. Овие две заемно поврзани осцилации се пренесуваат низ просторот и се создава електромагнетен бран (слика 4). Електромагнетните бранови се трансверзални и за разлика од механичките бранови, може да се пренесуваат и низ вакуум. Како и сите бранови, нивните карактеристики се опишуваат со амплитуда, фреквенција, период, бранова должина и брзина на простирање.

Според **Брановата теорија**, светлината се однесува како електромагнетен бран, со што успешно се објаснуваат појави како интерференција, дифракција и поларизација.

Бидејќи експериментите ја потврдуваат и брановата и корпускуларната природа на светлината, се вели дека светлината има двојна природа, што се опишува со **Корпускуларно-брановата теорија**.



Слика 4. Електромагнетен бран

Брзина на светлината

Откако ја разгледавме природата на светлината, се поставува прашањето како таа се простира низ просторот. Како и секој бран, светлината се простира со определена брзина, а нејзината најголема вредност се постигнува при простирање во вакуум.

Брзината на светлината во вакуум c , е константна и изнесува точно $299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Оваа точна вредност се користи при дефинирање на метарот, а во пресметки најчесто се применува приближната вредност $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Бидејќи светлината има бранова природа, за неа важат и равенките што ги користевме за брановите појави. Така, и за светлината важи равенката за брзина на бран, изразена преку величините кои го опишуваат бранот, односно фреквенцијата (f) и брановата должина (λ):

$$c = \lambda f,$$

при што фреквенцијата на електромагнетниот бран е определена од изворот што го создава бранот.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Зелената светлина има бранова должина од 550 nm. Колкава е нејзината фреквенција?

Дадено е:

$$\lambda = 550 \text{ nm} = 550 \cdot 10^{-9} \text{ m},$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Се бара: f – ?

Решение:

Ја користиме равенката за брзина на светлината. Преку неа ја изразуваме фреквенцијата: $c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$.

Со заменување на бројните вредности, се добива:

$$f = 545 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1} = 545 \text{ THz}.$$

Брзината на светлината при простирање низ материјална средина е помала отколку во вакуум, поради нејзиното заемнодејство со атомите на материјалот. Таа зависи од електричните и магнетните својства на средината, што е опишано со Максвеловата теорија. Согласно таа теорија, брзината на светлината во дадена материјална средина може да се пресмета со формулата:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}},$$

каде што ϵ_r е релативна диелектрична константа на средината, а μ_r релативната магнетна пермеабилност на средината.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Светлината се користи за пренесување информации во современите телекомуникациски системи, особено преку оптички влакна. Светлински сигнал треба да се пренесе на растојание од 20 km. Брзината на светлината во вакуум изнесува $3 \cdot 10^8$ m/s, а во оптичко влакно се движи со брзина од $2 \cdot 10^8$ m/s.

Да се одреди:

а) Колкаво е доцнењето на сигналот во оптичкото влакно во однос на вакуум.

б) Релативната диелектрична константа на материјалот од којшто е изработено оптичкото влакно, ако се претпостави дека релативната магнетна пермеабилност е 1.

Дадено: $L = 20 \text{ km} = 2,0 \cdot 10^4 \text{ m},$ $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s},$ $v = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \mu_r = 1$	Решение: а) Времето потребно за сигналот да го помине растојанието во вакуум е: $t_0 = \frac{L}{c} = 6,67 \cdot 10^{-5} \text{ s}.$ Времето потребно за сигналот да го помине истото растојание во оптичко влакно е: $t = \frac{L}{v} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}.$ Доцнењето на сигналот во оптичкото влакно во однос на вакуум е: $\Delta t = t - t_0 = 3,33 \cdot 10^{-5} \text{ s}.$ б) Според Максвеловата релација за брзината на електромагнетните бранови: $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}.$ Од каде: $\epsilon_r = \frac{1}{\mu_r} \left(\frac{c}{v} \right)^2 = 2,25.$
Се бара: $\Delta t = ?$ $\epsilon_r = ?$	



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Електромагнетните бранови може да имаат различни фреквенции, а со тоа и различни својства. Затоа, разликуваме радиобранови, микробраново зрачење, инфрацрвено зрачење, видлива светлина, ултравиолетово зрачење, рентгенско зрачење и гама-зрачење. Сиве овие појави претставуваат електромагнетни бранови, кои се разликуваат меѓусебно по својата фреквенција. Ако ги разгледаме сите електромагнетни бранови подредени според фреквенцијата, од најмала до најголема, го добиваме спектарот на електромагнетното зрачење (слика 5).



Слика 5. Спектар на електромагнетни бранови и уреди во кои се применува

**РЕШЕН ПРИМЕР 3.**

Радиоуредите работат на фреквенција од неколку стотици мегахерци. Колкава е брановата должина на овие бранови?

Решение: Бидејќи точната вредност на радиобрановите не е дадена, ќе земеме две вредности за да го истражime опсегот. Како најмала да ја земеме $f_1 = 100 \text{ MHz}$, а најголема $f_2 = 300 \text{ MHz}$. Соодветните бранови должини се:

$$\lambda_{1,2} = \frac{c}{f_{1,2}},$$

$$\lambda_1 = 3 \text{ m} \quad \text{и} \quad \lambda_2 = 1 \text{ m}.$$

Може да заклучиме дека радиобрановите имаат бранова должина од неколку метри. Затоа приемниците на ваквите бранови имаат должина од истиот ред на големина, најчесто неколку десетици сантиметри до неколку метри.

**ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ**

1. Ако фреквенцијата на електромагнетниот бран кој се простира во дадена средина се зголеми, што се случува со неговата бранова должина?
2. Ако електромагнетните бранови се простираат низ вакуум, што точно осцилира во тој случај? Зошто ова не е проблем за брановата природа на светлината?
3. Два електромагнетни брана имаат иста фреквенција, но различна бранова должина. Дали ова е можно во вакуум? Објасни зошто.
4. Каде во секојдневниот живот можеш да препознаеш дека светлината пренесува енергија?
5. Два електромагнетни брана се простираат во вакуум. Кој од нив се движи побрзо: оној со поголема или оној со помала фреквенција?
6. Светлина со фреквенција $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ се простира во вакуум. Колкава е нејзината бранова должина? (Решение: 600 nm)
7. Ако антената на еден радиоприемник има должина речиси од 75 cm , колкав е редот на големина на брановата должина на којашто работи тој приемник? (Решение: 1 m)

3.2. Одбивање на светлината. Рамно огледало

Сончеви зраци, видливи меѓу облаците на слика 1, покажуваат дека светлината се простира праволиниски. За да ги опишеме својствата на светлината, користиме идеализиран модел на светлински зрак. Светлински зрак е замислена права линија што го покажува правецот на простирање на светлината. Повеќе зраци што излегуваат од ист извор и се движат во ист правец и насока формираат **светлински сноп**.

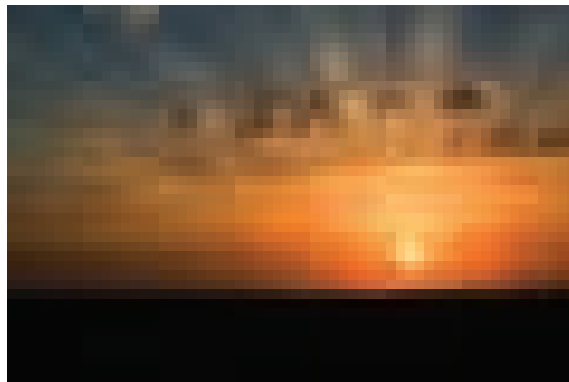
Во контекст на дуалната природа на светлината:

- Во улога на честичка, зракот ја опишува траекторијата на честичката;
- Во улога на бран, зракот го покажува правецот на простирање на бранот.

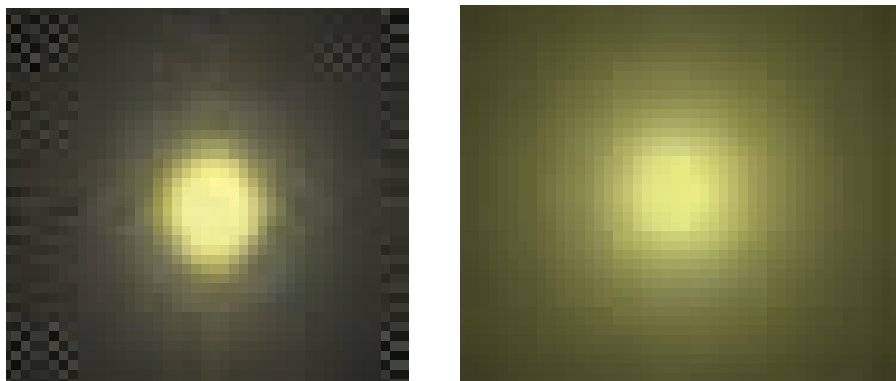
Во наредните лекции ќе разгледуваме како се однесуваат светлинските зраци кога им се менува правецот на простирање, но прво ќе го воведеме поимот паралелен сноп зраци.

Точкест извор на светлина, како далечна звезда или светилка, емитира светлински зраци во сите правци. Светлинскиот зрак е замислена линија што го покажува правецот на простирање на светлината, па од еден извор излегуваат безброј зраци во различни правци (слика 2).

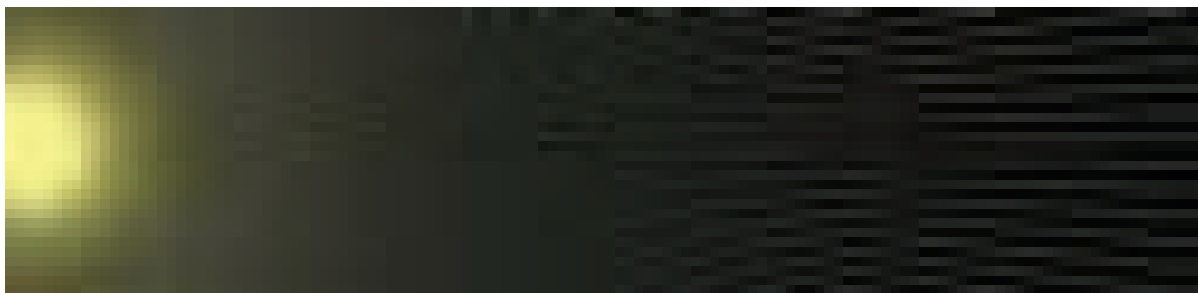
Со зголемување на растојанието од светлинскиот извор, правците на светлинските зраци сè повеќе се приближуваат, па на доволно големо растојание тие изгледаат паралелни (слика 3). Во таков случај се вели дека е формиран **паралелен сноп светлински зраци**.



Слика 1. Сончевите зраци се простираат праволиниски



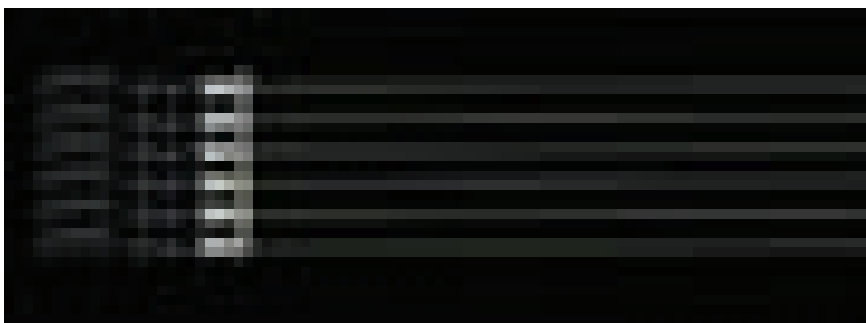
Слика 2. Точкест извор на светлина што емитира зраци во сите правци. Лево е прикажан само дел од зраците, а десно погуст приказ што е поблизок до реалноста, бидејќи од еден извор се емитираат бесконечно многу зраци



Слика 3. Зраците што се емитирани од извор кој се наоѓа на големо растојание се речиси паралелни

Во реални услови, зраците од Сонцето може да се сметаат за паралелни при нивното упаѓање на Земјината површина, поради големото растојание до Сонцето. Паралелни снопови светлина може да се добијат и со ласер или со оптички уреди што го менуваат правецот на простирање на светлината (слика 4).

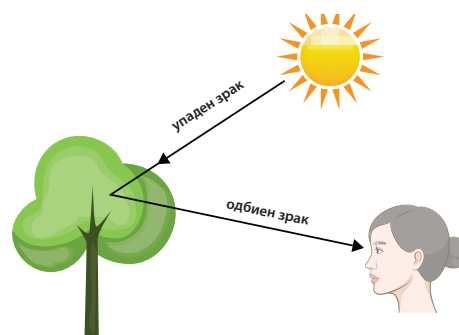
Кога светлината преминува од една во друга средина, таа може да се одбие, да се прекрши во втората средина или да се апсорбира. Овие појави понекогаш се јавуваат и истовремено. Одбивањето на светлината се нарекува рефлексija, на која ќе се задржиме во оваа лекција. Благодарение на рефлексijата, предметите стануваат видливи (слика 5).



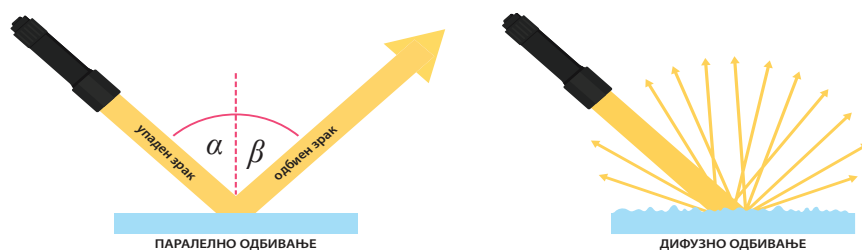
Слика 4. Паралелен сноп зраци добиен од повеќе ласери

Кога светлината упаѓа на рапава површина, одбиените зраци се расејуваат во различни правци, при што правецот на одбивање зависи од локалната форма на површината. Овој вид одбивање се нарекува **дифузно одбивање**. Во практиката, најголем дел од површините ја одбиваат светлината дифузно.

За разлика од ваквото одбивање, кај мазните површини, сноп од паралелни зраци по одбивањето останува паралелен. Овој вид одбивање се нарекува **огледално (паралелно) одбивање**. Разликата меѓу дифузното и огледалното одбивање е прикажана на слика 6.



Слика 5. Сончевите зраци се одбиваат од дрвото и упаѓаат во очите на ученикот кој го гледа дрвото



Слика 6. Паралелно (лево) и дифузно (десно) одбивање на светлината

Рамна и мазна површина од која сноп од паралелни светлински зраци по одбивањето останува паралелен се нарекува **рамно огледало**. Рамните огледала се среќаваат во секојдневието, како во огледалата во домовите, така и кај некои стаклени, технички и декоративно-рефлексивни површини (слика 7).



Слика 7. Лик во рамно огледало

За да се опише одбивањето на светлината од рамно огледало, доволно е да се разгледа однесувањето на еден светлински зрак во точката на упаѓање. Во таа точка се повлекува **нормала**, права што е поставена нормално на површината во која зракот упаѓа. Светлинскиот зрак што доаѓа од светлинскиот извор до огледалото се нарекува **упаден зрак**, а зракот што го сменил правецот на простирање по одбивањето од огледалото се нарекува **одбиен зрак** или **рефлектиран зрак** (слика 8). За полесна ориентација на сликите, задната страна на огледалната површина на скиците вообичаено се означува со засенчување.

Аголот што го зафаќа упадниот зрак со нормалата се нарекува **упаден агол**, а аголот што го зафаќа одбиениот зрак со нормалата се нарекува **агол на одбивање**.

Закон за рефлексija



АКТИВНОСТ 1.

Одбивање на светлината од рамно огледало

Цел: Да се определи зависноста меѓу упадниот агол и аголот на одбивање при одбивање на светлината од рамно огледало.

Апаратура: светлински извор со линиски сноп (или ласер), рамно огледало со рамен долен раб, агломер, линијар, молив, лист хартија.

Постапка:

1. На хартијата се исцртува права линија што ја претставува површината на огледалото. Во една точка на таа линија се повлекува нормала, односно права која е нормална на површината на огледалото.

2. Долниот раб на огледалото се поставува точно по должината на линијата што ја претставува површината. Ласерскиот зрак се насочува под одреден агол во однос на нормалата кон точка во којашто нормалата ја сече површината на огледалото.

3. На лист хартија се обележуваат по две точки на упадниот и на одбиениот зрак. Потоа изворот се исклучува и со помош на линијар се исцртуваат упадниот и одбиениот зрак. Зраците од различни мерења се означуваат, на пример, со 1 и 1', 2 и 2' итн.

4. Постапката се повторува најмалку за пет различни вредности на упадниот агол, при што се менува упадниот агол со поместување на изворот.

5. Со агломер се мерат упадниот агол α и аголот на одбивање β . Измерените вредности се запишуваат во табела со следниве колони:

6. Се пресметува односот α / β за секое мерење и се донесува заклучок врз основа на резултатите.

N	$\alpha(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$	$\frac{\alpha}{\beta}$
1			
2			
...			

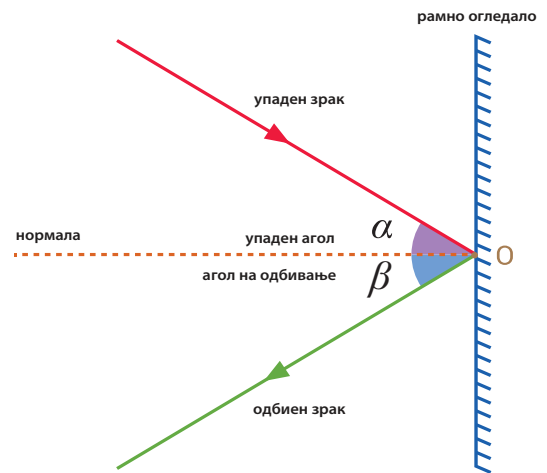
Од резултатите на експериментот се забележува дека односот меѓу упадниот агол и аголот на одбивање во сите мерења приближно е еднаков на 1. Тоа значи дека упадниот агол и аголот на одбивање имаат еднакви вредности.

Оваа зависност е позната како Закон за рефлексija на светлината и гласи: **упадниот агол е еднаков на аголот на одбивање, притоа упадниот зрак, нормалата и рефлектираниот зрак лежат во иста рамнина.**

Законот може да се запише и математички, со ознаките прикажани на слика 8, како:

$$\alpha = \beta.$$

Законот за рефлексija претставува основа за понатамошна анализа на одбивањето на светлината и овозможува да се предвиди положбата на ликот на предмет којшто се наоѓа пред рамно огледало.



Слика 8. Одбивање на светлински зрак кај рамно огледало со обележани елементи

Формирање ликови кај рамно огледало

Кога предмет се наоѓа пред рамно огледало, светлинските зраци што излегуваат или се рефлектираат од него упаѓаат на огледалната површина и се одбиваат според Законот за рефлексija. При набљудување во огледалото, предметот се гледа како да се наоѓа зад огледалната површина, иако таму тој реално не постои.

Во оптиката, **лик на предмет** се нарекува точката или множеството точки каде што предметот изгледа како да се наоѓа по одбивање или по прекршување на светлината од оптички елемент.

На пример може да разгледаме добивање на лик во рамно огледало на растение. За поедноставување, ќе разгледаме две карактеристични точки, на пример врвот и најдолната точка на растението. Зраците што излегуваат од тие точки се простираат во сите правци, при што дел од нив упаѓаат на огледалото и се одбиваат според Законот за рефлексija (слика 9). На скицата се прикажани само неколку зраци, иако во реалноста нивниот број е бесконечен.

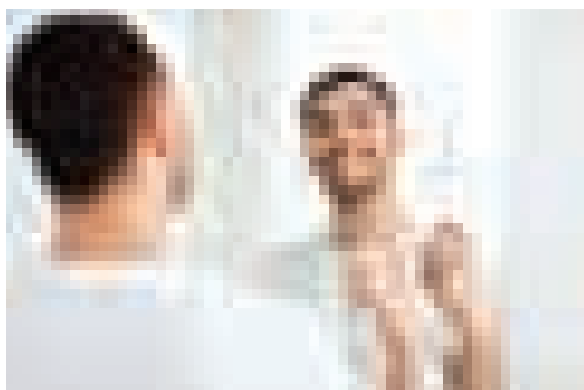
По одбивањето од рамното огледало, одбиените зраци што потекнуваат од секоја од разгледуваните точки на предметот продолжуваат да се оддалечуваат и не се сечат во просторот пред огледалото. Меѓутоа, ако продолженијата на рефлектираните зраци се повлечат зад огледалната површина, тие се сечат во иста точка за секој поединечен дел од предметот. Во тие точки се наоѓаат ликовите на соодветните точки од предметот. Со нивно спојување се добива ликот на предметот.

Бидејќи ликот се добива од продолженијата на одбиените зраци, тој се наоѓа зад огледалото и не може да се проектира на екран, па се нарекува **имагинарен лик**.

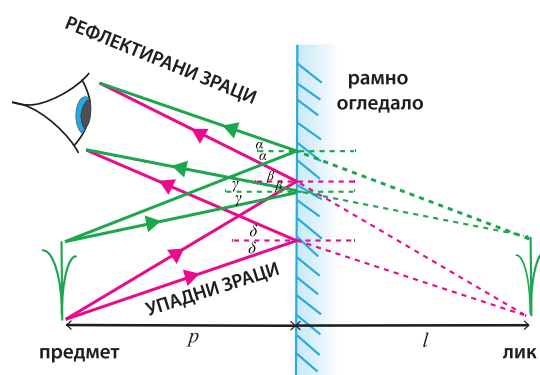
Од геометријата на зраците може да се забележи дека растојанието од предметот до огледалото е еднакво на растојанието од огледалото до ликот. За рамно огледало важи **равенката на рамно огледало**:

$$p = l,$$

каде што со p е означено растојанието од предметот до огледалото, а со l е означено растојанието од ликот до огледалото. Притоа, може да се забележи дека ориентацијата на ликот е иста како ориентацијата на предметот, односно ликот е исправен.



Слика 10. Огледална симетрија кај рамно огледало



Слика 9. Шематски приказ на формирање лик на предмет кај рамно огледало

Кај рамното огледало, левата страна на предметот кај ликот се појавува како десна, а десната како лева. Ова својство се нарекува **огледална симетрија**. Поради тоа, ликот во рамно огледало е огледално симетричен во однос на предметот и огледалната површина (слика 10).

Ликот што се формира кај рамно огледало ги има следниве три основни карактеристики:

Големина: ликот е еднаков по големина со предметот.

Ориентација: ликот е исправен.

Тип на ликот: ликот е имагинарен.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Молив со должина од 15 cm е поставен пред огледало на растојание од 0,5 m од огледалото. Да се определи на кое растојание ќе биде ликот, да се определат неговите карактеристики и да се нацрта скица на предметот, огледалото и на ликот со карактеристичните зраци.

Дадено е:

$$h_p = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$p = 0,5 \text{ m}$$

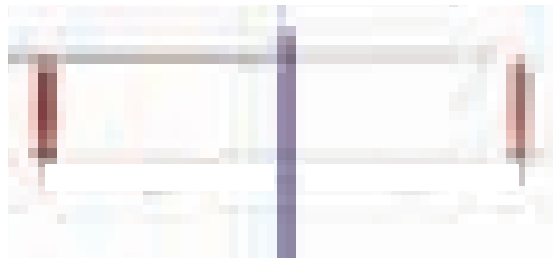
Решение:

Според равенката за рамно огледало, предметот ќе се наоѓа на растојание од огледалото:

$$p = l$$

$$l = 0,5 \text{ m}.$$

Ликот ќе биде еднаков по големина како предметот, исправен со огледална симетрија и имагинарен.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто ликот кај рамно огледало секогаш е имагинарен? Објасни, користејќи го однесувањето на зраците.
2. Како ќе изгледа ликот ако огледалото е многу мало? Што ќе се смени, а што не?
3. Два предмета се наоѓаат на различни растојанија од рамно огледало. Дали нивните ликови можат да се преклопат? Под кои услови?
4. Ако го гледате одразот на аналоген часовник, како на сликата подолу, во која насока се вртат стрелките?
5. Ласерски сноп упаѓа на рамно огледало под агол од 30° во однос на нормалата. Огледалото потоа се завртува за агол θ , при што насоката на упадниот зрак останува иста. Како се менува аголот на одбивање по ротацијата на огледалото? Изрази го аголот на одбивање како функција од θ . (Решение 2 θ)
6. Предметот е поставен на 1,5 m од рамно огледало.
 - а) Колкава е оддалеченоста на ликот од предметот?
 - б) Ако предметот го приближиме за 0,3 m до огледалото, пресметај колкаво ќе биде растојанието меѓу предметот и ликот? (Решение: 3m; 2,4m)



3.3. Сферни огледала

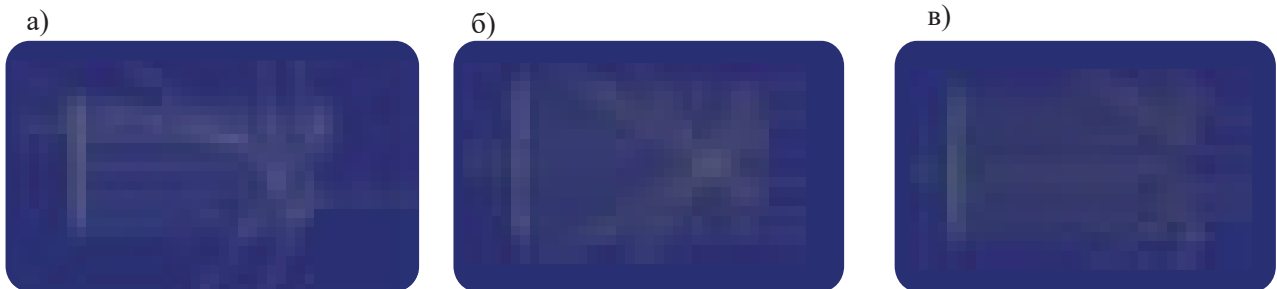
Во претходната лекција разгледавме како светлинските зраци се одбиваат од рамно огледало според Законот за рефлексија и како со помош на одбиените зраци се одредува положбата на ликот.

Да разгледаме сега случај кога паралелен светлински сноп се одбива од повеќе мали рамни огледала прикажани на слика 1a. Иако на скицата се прикажани само неколку зраци, во реалноста нивниот број е бесконечен. Законот за рефлексија важи за секое огледало, но бидејќи тие се поставени под различни агли, одбиените зраци се насочуваат во различни правци. Оваа појава се нарекува **дифузно одбивање**.

Ако мали рамни огледала се постават така што лежат по тангентите на една кружница (слика 1b и 1в), со зголемување на нивниот број и со намалување на нивната големина, нивната заедничка повр-

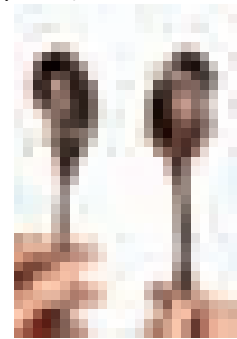
шина сè повеќе наликува на мазна закривена површина. Во граничен случај, кога бројот на огледала станува многу голем, а нивната големина многу мала, се добива континуирана закривена површина.

Бидејќи разгледувањето го вршиме во рамнина, на сликите се прикажуваат делови од кружници. Во просторот, ваквата закривена површина претставува дел од сфера. Огледало чија површина е дел од сфера се нарекува **сферно огледало**.



Слика 1. Паралелен сноп зраци, одбиен од повеќе мали рамни огледала поставени во различни конфигурации: а) Случајно поставени, б) и в) Наредени по тангенти на кружница

Во зависност од тоа која страна на сферната површина ја одбива светлината, сферните огледала може да бидат **испакнати (конвексни)** или **вдлабнати (конкавни)**. Ако огледалната површина е на надворешната страна на сферата, огледалото е испакнато, а ако е на внатрешната страна, тоа е вдлабнато. Секако, еден ист дел од сфера може да има огледална површина од двете страни. Ваков пример се обичните кујнски метални лажици (слика 2).



Слика 2. Огледување во лажица од едната и од другата страна

Главни елементи на сферни огледала

За да го опишеме создавањето на слики кај сферните огледала, најнапред да ги воведеме нивните главни елементи. Потсети се од математика: нормалата на кружница или на сфера во секоја точка секогаш поминува низ нејзиниот центар.

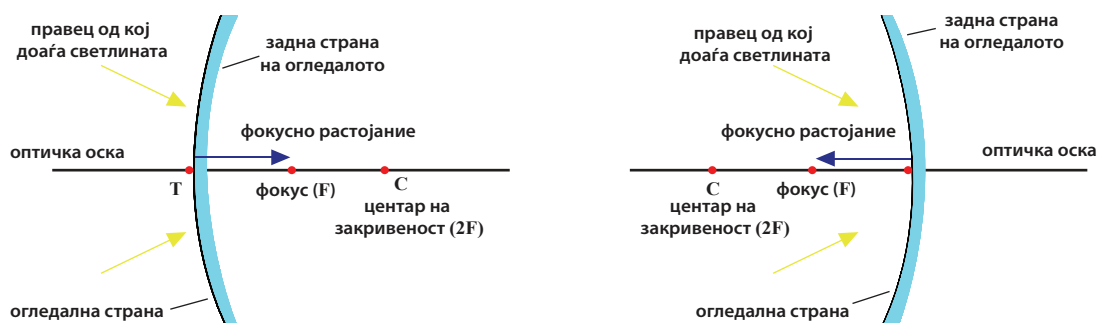
Центар на закривеност C е центарот на сферата од којашто огледалото е еден нејзин дел.

Радиус на закривеност R е растојанието од центарот на закривеност до површината на огледалото, односно тоа е радиусот на сферата од која е добиено огледалото.

Темето T е „најиспакнатата“ точка од површината кај испакнатото огледало, односно „највдлабната точка“ од површината кај вдлабнатото огледало.

Главна оптичката оска е правата повлечена низ темето на огледалото, а поминува и низ центарот на закривеност.

Сите елементи на сферните огледала се прикажани на слика 3.



Слика 3. Главните елементи на сферните огледала: главната оптичка оска, C - Центарот на закривеност, F - Фокусот и T - Темето

Рефлексија на светлината кај сферни огледала

За да се одреди положбата на ликот кај сферните огледала, доволно е да се примени **Законот за рефлексија**.

Да разгледаме паралелен светлински сноп од зраци кој упаѓа на вдлабнато сферно огледало. Снопот зраци е паралелен и со главната оптичка оска (слика 4, лево). Може да забележиме дека сите зраци при одбивање се сечат во една точка која се наоѓа од иста страна со огледалната површина. Сличната постапка може да ја повториме и кај испакнатото огледало. Овој пат, зраците по одбивањето од огледалото се расејуваат во различни правци. Но, ако ги разгледаме продолженијата на одбиените зраци, тие се сечат во една точка, односно изгледа како да потекнуваат од една точка зад огледалната површина (слика 4, десно).

Точката во која се сечат одбиените зраци на светлински сноп што паѓа на вдлабнато огледало, паралелно со главната оптичка оска, или точката во која се сечат продолженијата на одбиените зраци кај испакнатото огледало, се нарекува **фокус на сферното огледало**.

За фокусот на вдлабнатото огледало велите дека е реален, додека, пак, фокусот на испакнатото огледало е имагинарен. Растојанието од фокусот до огледалото се нарекува **фокусно растојание**. Запомнете, фокусот е точка, се означува со голема буква F (слика 3) а фокусното растојание е растојание и се означува со мала буква f .

Кај сферните огледала фокусното растојание е половина од радиусот на закривеност.

Затоа важи:

$$f = \frac{R}{2}.$$

За да ги одредиме положбата и карактеристиките на ликот што се создава со сферно огледало, се користат два од следните три **карактеристични зраци** (слика 5):

Зрак 1

- Кај вдлабнато огледало: зрак што упаѓа паралелно со главната оптичка оска, по одбивањето поминува низ фокусот.

- Кај испакнато огледало: истиот зрак по одбивањето се расејува, како да потекнува од имагинарниот фокус.

Зрак 2

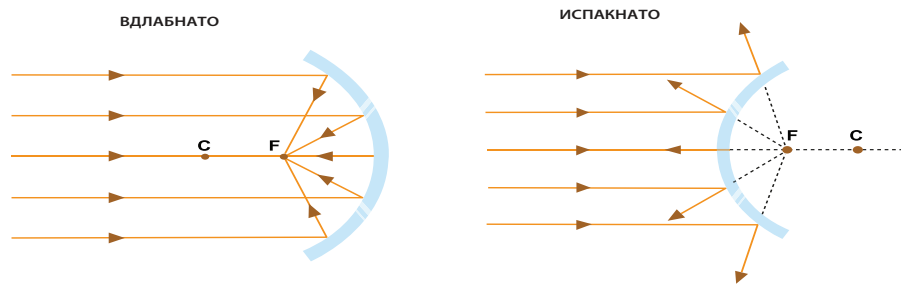
- Кај вдлабнато огледало: зрак што упаѓа низ фокусот, по одбивањето продолжува паралелно со оптичката оска.

- Кај испакнато огледало: зрак што упаѓа кон имагинарниот фокус, по одбивањето продолжува паралелно со главната оптичка оска.

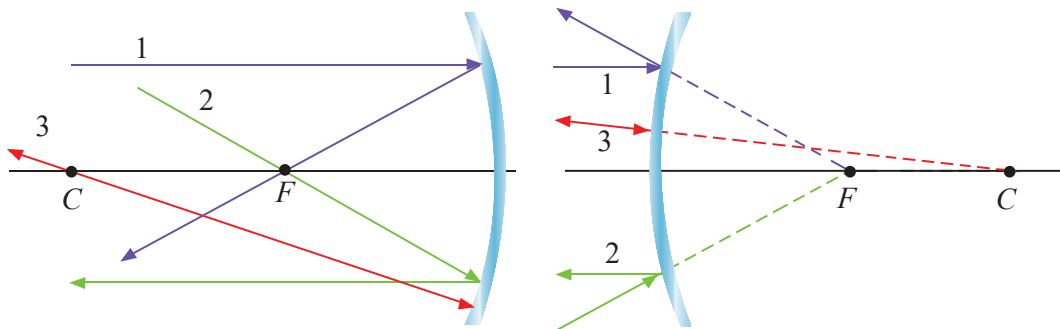
Зрак 3

- И кај двете огледала: зрак што упаѓа низ центарот на закривеност се одбива по истата права.

Овие карактеристични зраци произлегуваат од Законот за одбивање на светлината. Кај испакнатото сферно огледало, одбиените зраци се расејуваат. Затоа, при конструкција на ликот се користат продолженијата на одбиените зраци, кои се сечат зад огледалото.



Слика 4. Одбивање на паралелен сноп зраци од вдлабнато (лево) и испакнато (десно) огледало



Слика 5. Карактеристични зраци кај сферни огледала: вдлабнато (лево) и испакнато (десно).

Конструкција на лик кај сферни огледала

Со помош на карактеристичните зраци ќе го конструираме ликот на предмет кај сферни огледала. Предметот го прикажуваме со стрелка нормална на оптичката оска.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Да се конструира ликот на предмет претставен со стрелка кој се наоѓа пред вдлабнатото сферно огледало, меѓу фокусот F и центарот на закривеност C .

Решение:

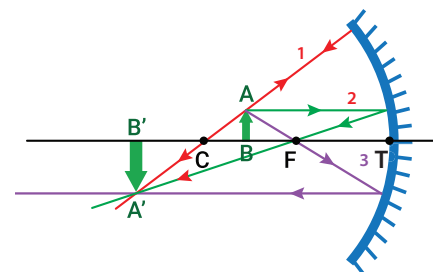
Најпрво се цртаат оптичката оска и огледалото и се означуваат темето T , фокусот F и центарот на закривеност C . Предметот се прикажува со стрелка нормална на оптичката оска, поставена помеѓу точките F и C . Ликот на врвот на стрелката A се конструира со два карактеристични зрака:

- зрак паралелен на главната оптичка оска, кој по одбивањето минува низ фокусот (2) и
- зрак што минува низ фокусот, кој по одбивањето се движи паралелно со главната оптичка оска (3).

Пресекот на одбиените зраци ја одредува точката A' . Бидејќи точката B е на оптичката оска, и нејзиниот лик B' се наоѓа на оптичката оска. Со поврзување на A' и B' се добива ликот $A'B'$.

Од добиената конструкција се гледа дека ликот се формира пред огледалото, на истата страна на која се наоѓа и предметот, при што:

- Се наоѓа подалеку од центарот на закривеност.
- Превртен е во однос на предметот;
- Поголем е од предметот.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Да се конструира ликот на предмет претставен со стрелка, кој се наоѓа пред испакнатото сферно огледало.

Решение:

Најпрво се црта главната оптичка оска и се означуваат темето T , фокусот F и центарот на закривеност C , кои кај испакнатото огледало се наоѓаат зад огледалото. Предметот се прикажува со стрелка нормална на главната оптичка оска, со основа на оската.

Ликот на врвот на стрелката B се конструира со два карактеристични зрака:

- зрак паралелен со главната оптичка оска (2), кој по одбивањето се расејува, при што неговото продолжение зад огледалото минува низ фокусот и

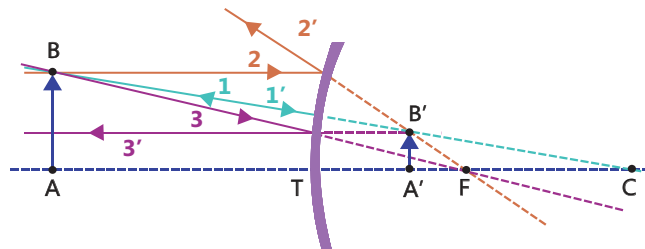
- зрак насочен кон фокусот (3), кој по одбивањето се простира паралелно со главната оптичка оска.

Бидејќи одбиените зраци не се сечат пред огледалото, тие се продолжуваат зад огледалото, а пресекот на нивните продолженија ја одредува положбата на ликот B' . По потреба, конструкцијата може да се провери со трет карактеристичен зрак насочен кон центарот на закривеност.

На сликата се прикажани сите три карактеристични зраци.

Од добиената конструкција се гледа дека ликот се формира зад огледалото, при што:

- Се наоѓа помеѓу темето и фокусот;
- Исправен е во однос на предметот;
- Помал е од предметот.



При конструкција на ликови со сферни огледала, одбиените зраци во некои случаи се сечат, а во други се сечат само нивните продолженија зад огледалото. Оваа разлика е физички значајна, бидејќи од неа зависи дали ликот може да се проектира на екран. Затоа разликуваме реален и имагинарен лик. Реалниот лик се формира во пресекот на одбиените зраци и може да се проектира на екран, додека имагинарниот лик се формира во пресекот на нивните продолженија зад огледалото и не може да се проектира на екран.

За целосен опис на ликот ги разгледуваме следните карактеристики:

- дали ликот е реален или имагинарен;
- неговата положба во однос на огледалото, фокусот и центарот на закривеност;
- големината во споредба со предметот;
- ориентацијата (исправен или превртен).



АКТИВНОСТ 1.

Конструирај ликови на предмет поставен пред вдлабнато сферно огледало како и на предмет поставен пред испакнато сферно огледало и определи ги неговите карактеристики ако предметот е:

- а) Подалеку од центарот на закривеност;
- б) Во центарот на закривеност;
- в) Во фокусот на огледалото
- в) Помеѓу фокусот и темето на огледалото.

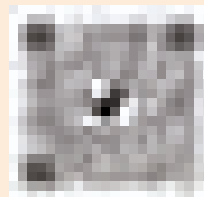
За проверка на резултатите добиени со геометричка конструкција, користи ја интерактивната симулација Геометриска оптика (Geometric Optics) од платформата PhET.

Симулацијата е достапна на следниот линк:

https://phet.colorado.edu/sims/html/geometric-optics/latest/geometric-optics_all.html

Упатство за користење на симулацијата

1. По отворањето на симулацијата, одбери го режимот Огледало (Mirror).
2. Од понудените опции, одбери Конкавно огледало (Concave Mirror) или Конвексно огледало (Convex Mirror).
3. Вклучи ја опцијата за прикажување на:



- а) Фокусот,
- б) Ликот (Virtual image),
- в) Светлинските зраци (Rays > Principal).

4. Предметот може да биде стрелка или други форми. Со помош на глумчето, поместувај го предметот по должината на оптичката оска и набљудувајте како се менуваат:

- а) Положбата на ликот
- б) Неговата големина
- в) Ориентацијата
- г) Дали ликот е реален или имагинарен

Провери ги твоите конструкции зададени на почетокот на оваа активност.

Врз основа на конструкциите што ги разгледавме во примерите и во Активност 1, може да ги подредиме карактеристиките на ликовите добиени со сферни огледала. Во табела 1 се прикажани основните карактеристики на ликот за различни положби на предметот за двата типа сферни огледала.

Табела 1. Карактеристики на ликот кај сферни огледала

Тип на огледало	Положба на предметот	Тип на ликот	Положба на ликот	Големина на ликот	Ориентација
Вдлабнато	Подалеку од фокусот F	Реален	Пред огледалото	Помал или поголем*	Превртен
Вдлабнато	Во фокусот F	—	Лик не се формира	—	—
Вдлабнато	Меѓу F и T	Имагинарен	Зад огледалото	Поголем	Исправен
Испакнато	Секоја положба	Имагинарен	Зад огледалото	Помал	Исправен

*Големината зависи од положбата на предметот во однос на центарот на закривеност.

Равенка на сферно огледало

Досега положбата и својствата на ликот ги определувавме со геометриска конструкција, користејќи карактеристични зраци. Иако овој пристап дава јасна слика за ликот, во многу практични ситуации е попогодно неговата положба и големина да се одредат со пресметка. Особено растојанието на ликот од огледалото.

Со експерименти е утврдено дека меѓу растојанието на предметот од огледалото p , растојанието на ликот од огледалото l и фокусното растојание f постои следната врска:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}.$$

Оваа равенка, наречена **равенка на сферно огледало**, важи за сите сферни огледала.

Кај вдлабнатото огледало фокусното растојание е позитивно, а кај испакнатото огледало фокусот е имагинарен и фокусното растојание се зема како негативно. Растојанието до ликот l се зема како позитивно ако ликот се формира пред огледалото (реален лик), а како негативно ако ликот се формира зад огледалото (имагинарен лик).

Покрај положбата на ликот, важна карактеристика е и колкав е ликот во споредба со предметот. Односот што покажува колку пати ликот е зголемен или намален во однос на предметот се нарекува **зголемување**.

Зголемувањето на огледалото U се дефинира како однос помеѓу висината на ликот h_l и висината на предметот h_p :

$$U = \frac{h_l}{h_p}.$$

Кај сферните огледала, зголемувањето може да се изрази и преку односот на растојанијата до ликот и до предметот:

$$U = \frac{|l|}{p},$$

каде што p е растојанието од предметот до огледалото, а l растојанието од огледалото до ликот.



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Предмет со висина 2 cm е поставен на растојание од 12 cm од вдлабнатото сферно огледало со фокусно растојание од 6 cm. Да се одреди:

- Растојанието на ликот од огледалото l .
- Зголемувањето U .
- Големината и ориентацијата на ликот.

Дадено е:	Решение:
$f = 6 \text{ cm},$	а) Растојанието на ликот се определува со равенката на сферно огледало: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$
$p = 12 \text{ cm},$	Од оваа равенка, за растојанието на ликот l добиваме: $\frac{1}{l} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p},$
$h = 2 \text{ cm}.$	односно $l = \frac{fp}{p-f} = 12 \text{ cm}.$
	б) Зголемувањето на ликот се определува како: $U = \frac{l}{p} = \frac{12 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} = 1.$
	в) Висината на ликот е: $h_l = Uh_p = 2 \text{ cm}.$



РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Предмет со висина 3 cm е поставен на растојание 24 cm од испакнатото сферно огледало. Зголемувањето на ликот е 0,4. Да се одредат:

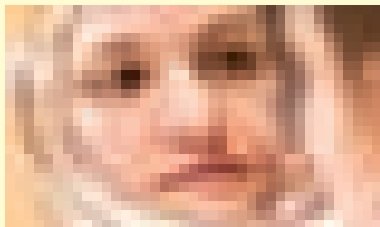
- Растојанието на ликот од огледалото;
- Фокусното растојание;
- Висината на ликот.

Дадено е:	Решение:
$h_p = 3 \text{ cm},$	а) Зголемувањето кај сферните огледала е дадено со: $U = \frac{ l }{p}.$
$p = 24 \text{ cm},$	Од ова следува: $ l = U \cdot p,$
$U = 0,40$	$ l = 0,4 \cdot 24 \text{ cm} = 9,6 \text{ cm}.$
	Но, бидејќи кај испакнатото огледало ликот е имагинарен и се формира зад огледалото, растојанието до ликот е негативно, па: $l = -9,6 \text{ cm}.$
Се бара:	б) Равенката за сферно огледало е: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$
$l = ?$	односно: $f = \frac{pl}{p+l} = -16 \text{ cm}.$
$f = ?$	в) Зголемувањето е дефинирано како однос на висините: $U = \frac{h_l}{h_p},$
$h_l = ?$	од каде што: $h_l = Uh_p = 1,2 \text{ cm}.$
	Ликот се наоѓа на растојание од 9,6 cm од огледалото, има висина од 1,2 cm и е помал од предметот. Негативната вредност на фокусното растојание потврдува дека огледалото е испакнатото, а ликот е имагинарен и се формира зад огледалото.

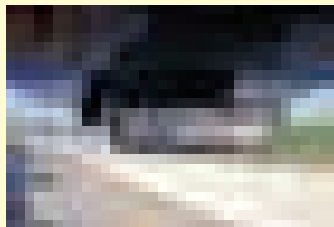


ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

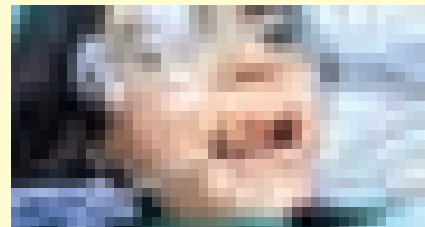
Сферните огледала се многу почести во секојдневието отколку што изгледа на прв поглед. Типичен пример се козметичките огледала, кои од едната страна се рамни, а од другата имаат сферно вдлабнато огледало. Кога лицето се наоѓа блиску до такво огледало, се добива исправен, зголемен и имагинарен лик, што е особено корисно при шминкање или бричење (слика 6).



Слика 6. Одроз во козметичко огледало



Слика 7. Поглед во ретровизор

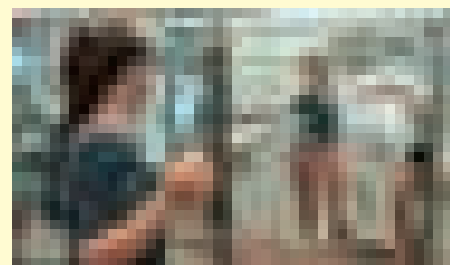


Слика 8. Вдлабнатото огледало на стоматолог

Испакнатоти сферни огледала се користат кај ретровизорите на автомобилите, каде што главната цел е да се добие пошироко видно поле. Иако ликот во таквите огледала е намален и имагинарен, возачот може да забележи повеќе објекти зад себе, што ја зголемува безбедноста во сообраќајот (слика 7).

Во медицината, стоматолозите користат мали вдлабнати огледала за да добијат зголемен лик на тешко достапни површини на забите (слика 8).

Различни сферни огледала се среќаваат и во забавните паркови, во таканаречените „соби со магични огледала“, каде што намерно се создаваат деформирани ликови за визуелен ефект и за забава (слика 9).



Слика 9. Деформиран лик во „соби со магични огледала“



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Колкав е радиусот на закривеност кај рамно огледало? Колкаво е неговото фокусно растојание? Објасни.
2. Држиш сјајна супена лажица со испружена рака и гледаш во задната страна на лажицата. Дали сликата што ја гледаш е исправена или превртена? Дали сликата е зголемена или намалена? Дали сликата е реална или имагинарна?
3. Предмет се наоѓа на растојание од 30 cm од вдлабнатото сферно огледало со фокусно растојание од 15 cm. Определи го растојанието на ликот и дали е реален или имагинарен. (Решение: 30 cm, ликот е реален)
4. Предмет со висина од 4 cm се наоѓа на растојание од 20 cm од испакнатото огледало со фокусно растојание -10 cm.
 - а) Одреди го растојанието на ликот.
 - б) Одреди ја висината на ликот.
 - в) Каков е ликот според тип, големина и ориентација? (Решение: 6,67 cm; 1,33 cm; ликот е имагинарен, намален и исправен)
5. Предмет се приближува кон вдлабнатото огледало, движејќи се од положба далеку од центарот на закривеност кон темето. Опиши како се менуваат положбата, големината и типот на ликот.
6. Дадено е сферно огледало за кое фокусното растојание по апсолутна вредност е двојно помало од растојанието на предметот.
 - а) Изрази го зголемувањето преку односот p / f .
 - б) Разгледај посебно случаи на вдлабнатото и испакнатото огледало.
 - в) Дали е можно во двата случаја зголемувањето да има иста апсолутна вредност?

3.4. Прекршување на светлината

Кога сончевата светлина паѓа на чиста вода, можеме да го видиме дното, но ако водата е матна, светлината тешко поминува низ неа и дното не е видливо.

Средините низ кои светлината може да се простира ги нарекуваме **просирни** или **провидни средини**. Спротивно на нив, средините кои не ја пропуштаат светлината, туку ја апсорбираат или ја одбиваат, се нарекуваат **непросирни** или **непровидни средини**. Многу од материјалите не се ниту целосно просирни ниту целосно непросирни. Тие најчесто пропуштаат само дел од упадната светлина. Колку светлина поминува низ некоја средина опишуваме со нејзината **транспарентност** или **пропустливост за светлина** (T), која се дефинира како однос меѓу интензитетот на пропуштената (I) и на упаднатата светлина (I_0):

$$T = \frac{I}{I_0}.$$

За целосно транспарентна средина, овој однос е 1, додека, пак, за средина што не ја пропушта светлината, овој однос е 0. Средина со определена транспарентност за светлина, во која ќе го разгледаваме простирањето на светлината, ја нарекуваме **оптичка средина**.

Интересна појава е кога светлината поминува од една просирна средина во друга. Кога ги изучуваме брановите, видовме дека при премин од една средина во друга се менува брзината на брановото простирање. Истото важи и за светлината. Воздух, стакло, вода и дијаманти се примери за **просирни средини** низ кои светлината може да се движи.

Кога светлината поминува од една провидна средина во друга, нејзината брзина на простирање се менува. Како последица на оваа промена на брзината, светлината го менува и правецот на своето простирање, при што настанува појавата **прекршување (рефракција) на светлината**. Колку пати брзината на светлината во некоја средина е помала од брзината на светлината во вакуум се опишува со физичката величина **апсолутен индекс на прекршување**. Апсолутниот индекс на прекршување се дефинира како однос меѓу брзината на светлината во вакуум и нејзината брзина во дадена средина:

$$n = \frac{c}{v}.$$

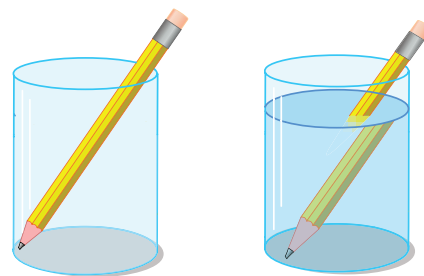
Некои вредности на апсолутниот индекс на прекршување (кој во понатамошниот текст ќе го нарекуваме само индекс на прекршување) се прикажани во табела 1.

Како што е прикажано на слика 1, светлинските зраци што потекнуваат од моливот потопен во водата, при преминувањето од вода во воздух се прекршуваат и го менуваат правецот на простирање. Поради оваа промена, продолжението на прекршените зраци во воздухот создава впечаток дека моливот е „скршен“ или поместен на граничната површина меѓу водата и воздухот.

За да ја испитаме зависноста меѓу упадниот агол и аголот на прекршување при премин на светлината од една во друга средина, ќе разгледаме еден експеримент, но пред тоа ќе дефинираме неколку поими. Светлинскиот зрак кој упаѓа на граничната површина меѓу две просирни средини се нарекува **упаден зрак**. Светлинскиот зрак кој продолжува да се простира во втората средина по преминувањето низ граничната површина се нарекува **прекршен зрак**. Аголот меѓу упадниот зрак и нормалата на граничната површина, повлечена во точката на упаѓање, се нарекува **упаден агол**, а аголот меѓу прекршениот зрак и нормалата, **агол на прекршување**.

Табела 1. Индекс на прекршување на некои материјали

Материјал	Индекс на прекршување
Воздух	1,003
Вода	1,33
Стакло	1,5
Дијамант	2,4



Слика 1. Ефект на прекршување на светлината при преминување од вода во воздух



АКТИВНОСТ 1.

Да се испита зависноста на аголот на прекршување β од упадниот агол α при премин на светлина од воздух во вода.

Опрема: ласер, просирен сад со рамни сидови (аквариум или просирна кутија), кружен агломер (или два обични агломера), вода, малку „заматувач“ (на пр. капка млеко или малку детергент), селотејп, лист хартија/подлога.

Забелешка: „Заматувачот“ овозможува само за светлинскиот зрак да стане видлив во водата. Водата треба да остане речиси просирна.

Постапка:

- Наполни го садот со вода (приближно до $2/3$). Додади многу мало количество „заматувач“ и промешај нежно. Внимавај да нема меурчиња на површината на водата.
- Прицврсти го кружниот агломер на надворешната страна од садот (со селотејп), така што:
- Центарот на агломерот да биде на нивото каде што ласерскиот сноп ќе упадне на површината.
- Хоризонталната линија ($0^\circ - 180^\circ$) да се совпадне со површината на водата.
- Вертикалната линија да ја претставува нормалата на површината.
- Насочи го ласерот од воздух кон површината на водата така што зракот да упаѓа што е можно поблиску до центарот на агломерот (слика 2).
- За секое мерење:
- Измери го упадниот агол α (меѓу упадниот зрак и нормалата во воздух).
- Измери го аголот на прекршување β (меѓу прекршениот зрак и нормалата во вода).
- Повтори го мерењето за повеќе вредности на α , на пример $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, \dots 70^\circ$.



Слика 2. Поставеност на апаратурата во експериментот

Резултати:

- Запиши ги резултатите во табела. Потоа пресметај ги вредностите $\sin \alpha$, $\sin \beta$ и односот $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$.

N	$\alpha(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$	$\sin \alpha$	$\sin \beta$	$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$
1	20				
2	30				
...					

Прашања:

- Дали аголот на прекршување β е поголем или помал од упадниот агол α кога светлината минува од воздух во вода?
- Дали односот $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ е приближно константен за сите мерења?
- Со која позната физичка величина може да се спореди оваа константа?

При премин на светлината од воздух во вода, светлинскиот зрак се прекршува така што аголот на прекршување е помал од упадниот агол. Ова укажува дека брзината на светлината во водата е помала отколку во воздухот. Равенката која ја дава врската меѓу апсолутните индекси на прекршување на секоја од средините, упадниот агол и аголот на прекршување го дава **Законот за прекршување на светлината**:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta.$$

Имајќи во предвид дека апсолутниот индекс на прекршување е поврзан со брзината на простирање на светлината во дадена оптичка средина, односно $n_1 = c / v_1$ и $n_2 = c / v_2$, Законот за прекршување на светлината можеме да го запишеме и како:

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} = \frac{\sin \beta}{v_2}.$$

Графички, прекршувањето на светлински зрак при премин од една во друга просирна средина се прикажува како на слика 3.

Што се случува ако светлинскиот зрак упаѓа од средина со поголем индекс на прекршување кон средина со помал индекс? Како пример, може да го повториме експериментот, но овој пат ласерот да го насочиме од водата кон воздухот. Ќе забележиме дека геометриската слика на прекршување останува иста како на слика 3 и дека Законот за прекршување и понатаму важи, со таа разлика што сега аголот β ја има улогата на упаден агол, а аголот α – на агол на прекршување.

Во практични ситуации, честопати се случува светлината да поминува низ повеќе различни средини една по друга. Во такви случаи, Законот за прекршување се применува посебно за секој премин, при што важи релацијава:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_3 \sin \alpha_3 = \dots$$

Оваа равенка овозможува да се следи промената на насоката на светлината при секој премин едноподруго меѓу различни оптички средини.

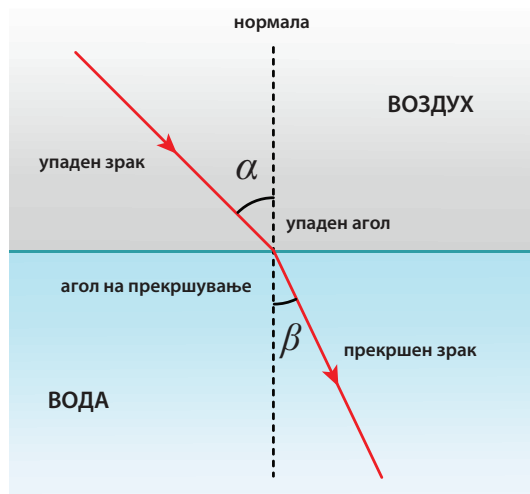
Планпаралелна плочка

Планпаралелна плочка е оптички елемент изработен од материјал со различен индекс на прекршување од околината, кој има две меѓусебно паралелни рамни гранични површини.

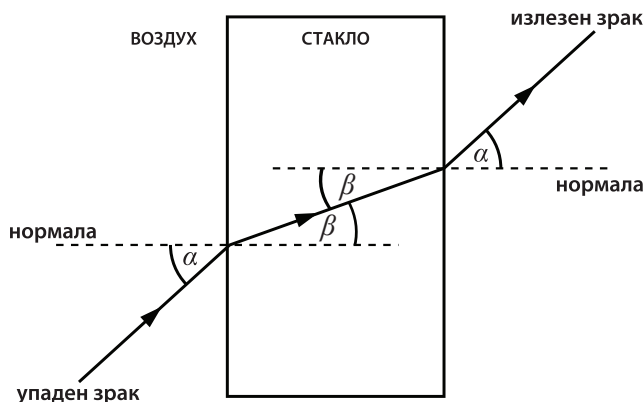
Кога светлински зрак поминува низ планпаралелна плочка, се случуваат две прекршувања:

- Првото при премин од воздух во материјалот на плочката.
- Второто при премин од материјалот повторно во воздух.

При првото прекршување, зракот го менува правецот на простирање во согласност со Законот за прекршување. При второто прекршување, правецот на простирање на зракот повторно се менува, така што излезниот зрак е паралелен со упадниот зрак (слика 4).



Слика 3. Шематски приказ на прекршување на светлината, со обележани главни елементи



Слика 4. Шематски приказ на прекршување на светлината кај планпаралелна плочка

**РЕШЕН ПРИМЕР 1.**

Колкав е аголот на прекршување на последната гранична површина на планпаралелна плочка ако индексот на прекршување на плочката е 1,5 и упадниот агол на првата површина е $\alpha = 30^\circ$? Плочката се наоѓа во воздух.

Дадено: $n_{\text{плочка}} = 1,5$, а плочката е во воздух ($n_{\text{воздух}} \approx 1$).

Се бара: γ - ?

Решение:

Прва гранична површина (воздух $\rightarrow$ стакло) $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$.

$$1 \cdot \sin 30^\circ = 1,5 \cdot \sin \beta; \quad \sin 30^\circ = 0,5 \Rightarrow \sin \beta = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3}; \quad \beta = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) \approx 19,47^\circ.$$

Втора гранична површина (стакло $\rightarrow$ воздух).

Кај планпаралелна плочка двете површини се паралелни, па внатрешниот упаден агол на втората површина е ист:

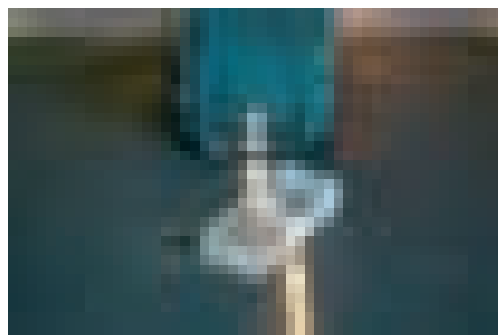
$$\alpha_2 = \beta \approx 19,47^\circ; \quad n_{\text{плочка}} \sin \alpha_2 = n_{\text{воздух}} \sin \gamma; \quad \sin \gamma = \frac{1,5 \cdot \sin 19,47^\circ}{1} = 0,5.$$

За аголот на прекршување на граничната површина стакло - воздух се добива $\gamma = \arcsin(0,5) = 30^\circ$, односно излезниот зрак е паралелен на упадниот, само е поместен.

Кај планпаралелната плочка постои уште еден важен ефект: поместување на светлинскиот зрак. Иако излезниот зрак е паралелен со упадниот, тој не се наоѓа на истата права (слика 5). Големината на ова поместување зависи од:

- Дебелината на планпаралелната плочка.
- Индексот на прекршување на материјалот од којшто е направена планпаралелната плочка.
- Упадниот агол на светлината на првата гранична површина.

Ако дебелината на плочката е позната, поместувањето може да се пресмета со помош на тригонометрија во правоаголен триаголник.



Слика 5. Прекршување на светлината кај планпаралелна плочка

**РЕШЕН ПРИМЕР 2.**

За колку ќе се помести ласерски сноп светлина, во претходниот пример, ако дебелината на планпаралелна плочка е 10 cm?

Дадено:
 $d = 10 \text{ cm}$

$n = 1,5$

$n_1 \approx 1$

$\alpha = 30^\circ$

Се бара:

δ - ?

Во претходната задача добивме дека:

$$\beta \approx 19,47^\circ.$$

Поместувањето δ на светлинскиот

зрак е еднакво на: $\delta = \overline{AB} \cdot \sin(\alpha - \beta)$,

каде што: $\overline{AB} = \frac{d}{\cos \beta}$. Конечно, за

поместување на зракот се добива:

$$\delta = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = 1,94 \text{ cm}.$$

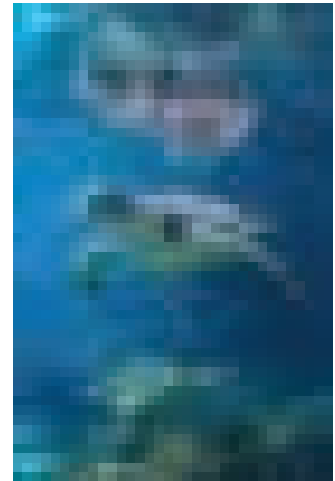


Тотална рефлексција

Да разгледаме премин на светлина од средина со поголем индекс на прекршување кон средина со помал индекс, на пример, од вода во воздух. Ако упадниот агол постепено го зголемуваме, аголот на прекршување расте сè до моментот кога ќе достигне 90° . Упадниот агол, при кој аголот на прекршување е еднаков на 90° , се нарекува **граничен агол**.

Ако упадниот агол се зголеми уште повеќе светлината целосно се одбива од граничната површина (слика 6).

Тотална рефлексција е појава при којашто светлината целосно се одбива од граничната површина кога упаѓа од средина со поголем индекс на прекршување кон средина со помал индекс, под агол поголем од граничниот.



Слика 6. Тотална рефлексција



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Да се пресмета вредноста на граничниот агол меѓу вода и воздух.

Дадено е: $n_1 = 1,33$, $n_2 = 1$

Се бара: $\alpha_g - ?$

Решение:

Според дефиниција, при граничниот агол на упаѓање на светлината, граничниот агол на прекршување е: $\beta = 90^\circ$.

Го запишуваме Законот за прекршување на светлината: $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$.

Го заменуваме $\beta = 90^\circ$ и $\sin 90^\circ = 1$, па упадниот агол станува граничен агол $\alpha = \alpha_g$: $n_1 \sin \alpha_g = n_2$.

Оттука: $\sin \alpha_g = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1,33} = 0,75$.

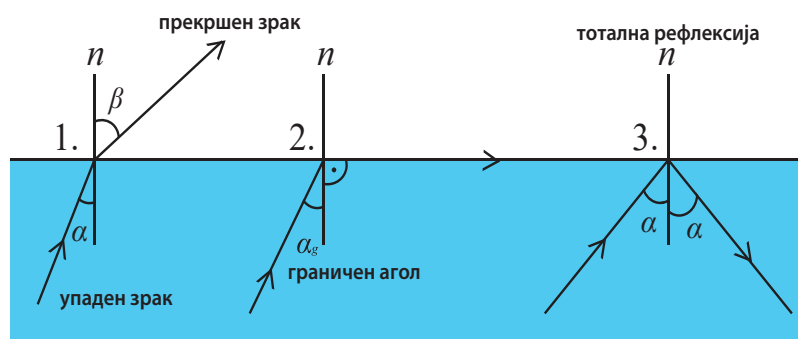
Граничниот агол изнесува: $\alpha_g = 48,8^\circ$.

При премин на светлина од вода во воздух, граничниот агол изнесува $48,8^\circ$. За упадни агли поголеми од оваа вредност, прекршениот зрак веќе не постои и настанува тотална рефлексција.

Во општ случај, за премин од средина со поголем индекс на прекршување n_1 во однос на средина со помал индекс на прекршување n_2 , граничниот агол се определува со равенката:

$$\sin \alpha_g = \frac{n_2}{n_1}.$$

На слика 7 прикажани се случаи на поминување на светлината од средина со поголем индекс на прекршување во средина со помал индекс на прекршување (1). На истата слика е прикажано прекршување на светлината која на граничната површина паѓа под граничен агол (2), како и случај кога светлината паѓа на граничната површина под агол кој е поголем од граничниот агол, односно појавата на тотална рефлексција (3).



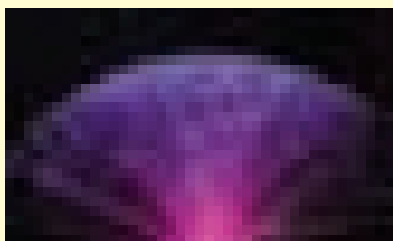
Слика 7. Премин од средина со поголем индекс на прекршување кон средина со помал. При граничен агол, прекршениот зрак се шири по должината на граничната површина.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

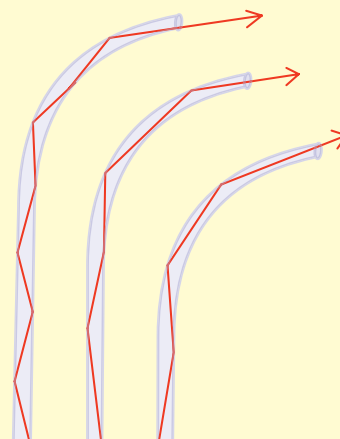
Оптички влакна – примена на тоталната рефлексija

Една од најважните современи примени на појавата тотална рефлексija се **оптичките влакна**. Тие се изработуваат од стакло или од пластика (јдро на влакното), чиј индекс на прекршување е поголем од обвивката на влакното. Кога светлински зрак се движи низ оптичко влакно и ќе упадне на граничната површина меѓу јадрот и обвивката под агол поголем од граничниот, наместо да излезе од влакното, тој целосно се одбива назад. Оваа појава се повторува по целата должина на влакното, така што светлината остава заробена во него (слика 8).



Слика 9. Осветлени оптички влакна кои ја пренесуваат светлината до нивните врвови

Поради повторувањето на тоталната рефлексija, светлината може да се пренесува низ оптичкото влакно дури и кога тоа е свиткано, притоа губејќи многу мал дел од својата енергија. Благодарение на ова својство, оптичките влакна имаат широка примена во телекомуникациите, медицината и во современите компјутерски мрежи (слика 9).



Слика 8. Тотална рефлексija кај оптичко влакно завиткано под различни агли

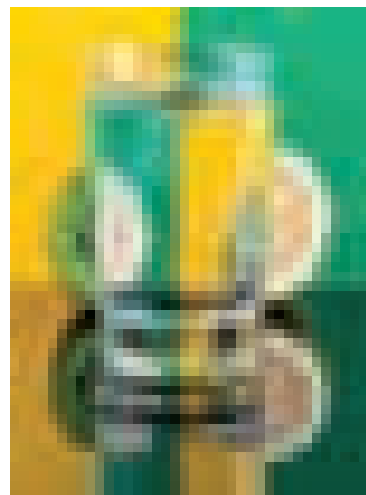


ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто прекршувањето на светлината не зависи од дебелината на средината, туку само од нејзиниот индекс на прекршување?
2. Две средини имаат индекси на прекршување n_1 и n_2 , при што $n_1 > n_2$. Како се менува граничниот агол ако разликата меѓу индексите се зголемува?
3. Брзината на светлината во вакуум е $3,0 \cdot 10^8$ m/s. Ако брзината на светлината во некоја просирна средина е $2,0 \cdot 10^8$ m/s, пресметај го индексот на прекршување на таа средина. (Решение: 1,5)
4. Светлински зрак поминува низ планпаралелна стаклена плочка со индекс на прекршување 1,4 и дебелина 2 mm. Упадниот агол е 45° .
 - а) Пресметај го аголот на прекршување во плочката.
 - б) Пресметај го аголот на излезниот зрак од плочката.
 - в) За колку ќе биде странично поместен зракот при излегување од плочката? (Решение: а) 30° б) 45° в) 5,9 mm)
5. Нуркач се наоѓа на дното на езеро на длабочина од 20 m. Индексот на прекршување на водата е 1,33.
 - а) Пресметај го граничниот агол за премин вода–воздух.
 - б) Под кој најголем агол во однос на вертикалата нуркачот може да гледа нагоре и сè уште да гледа надвор од водата (без тотална рефлексija)? (Решение: а) $48,8^\circ$ б) $48,8^\circ$ в) $22,8^\circ$)
 - в) Колкав е радиусот на „светлосниот круг“ на површината што го гледа нуркачот?
6. Нуркач се наоѓа на дното на езеро и погледнува нагоре. Под агол од 50° во однос на нормалата ја забележува сликата на школка што се наоѓа под површината на водата. Ако длабочината на езерото е 15 m, на кое хоризонтално растојание од нуркачот се наоѓа школката? (Решение: 18 m)

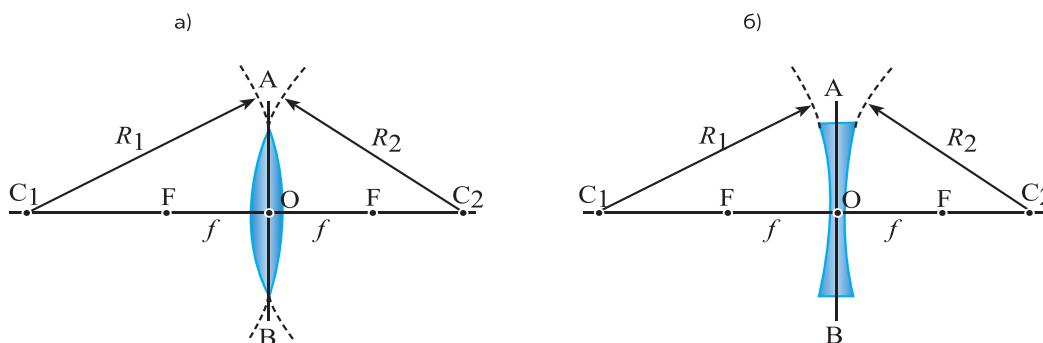
3.5. Оптички леќи

Во претходната лекција видовме што се случува кога светлината преминува од една оптичка средина во друга. Како интересен пример ја разгледавме планпаралелната плочка, што ја среќаваме кај сите рамни стакла околу нас. Но, што ако плочката нема рамни страни, туку закривени? На пример, ако погледнеме низ цилиндрична чаша наполнета со вода (слика 1), ќе забележиме дека ликовите на предметите што се наоѓаат зад чашата се појавуваат изобличени и поместени во однос на нивната вистинска положба. Ова е пример на **оптичка леќа**.



Слика 1. Прекршување на светлината низ чаша со вода

Оптичка леќа е проѕирно тело со индекс на прекршување различен од оној на околината и со најмалку една закривена гранична површина. Кога светлината минува низ леќата, таа се прекршува при влегување и при излегување од неа, слично како кај планпаралелната плочка. Меѓутоа, за разлика од неа, кај леќите граничните површини не се паралелни, па излезните зраци може да се собираат или да се растураат. И кај леќите разликуваме неколку карактеристични елементи: **оптичката оска**, **оптичкиот центар**, **главната рамнина** и **фокус**.



Слика 2. Леќи кои се ограничени со две сферни површини со различни радиуси.

Оптичката (или главна) оска претставува замислена права која минува низ центрите на кривината на сферните површини што ја формираат леќата. На Слика 2 таа е прикажана како права што ги поврзува точките C_1 и C_2 .

Леќата може да се замисли пресечена со рамнина поставена нормално на оптичката оска, така што поминува низ краевите на леќата. Оваа рамнина се нарекува **главна оптичка рамнина** и кај леќите на Слика 2 поминува низ точките A и B.

Точката во која главната оптичка рамнина ја сече оптичката оска се нарекува **оптички центар** на леќата и вообичаено се означува со O.

При поминување низ леќата, светлината се прекршува на двете нејзини гранични површини. Сепак, при разгледување на **тенки леќи**, овие две прекршувања можат да се заменат со едно прекршување, кое се смета дека се случува на главната оптичка рамнина.

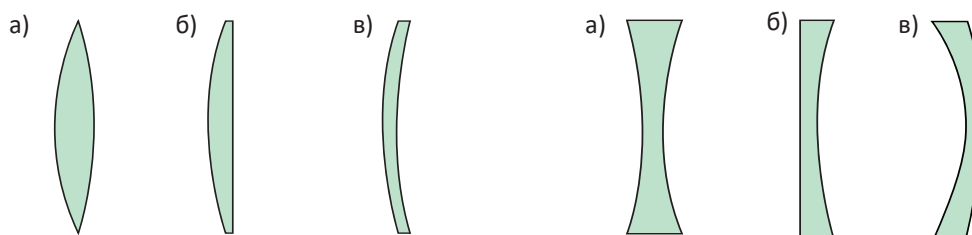
Собирни и растурни леќи

Според обликот постојат два главни вида на леќи: **собирни (конвексни)** и **растурни (конкавни)**.

Собирните леќи, кои често се нарекуваат и испакнати леќи, се карактеризираат со тоа што нивната дебелина е најголема во средишниот дел, а постепено се намалува кон краевите. Неколку типични примери на собирни леќи се прикажани на Слика 3. Во зависност од обликот на нивните површини, собирните леќи се делат на: биконвексни, односно двојно испакнати леќи (Слика 3а), план-конвексни, односно рамно-испакнати леќи (Слика 3б), како и конвексно-конкавни, односно испакнато-вдлабнати леќи (Слика 3в).

Основна и најважна оптичка особина на собирните леќи е нивната способност да ги собираат светлинските зраци. **Собирна леќа** е леќа низ која, по минувањето на паралелен сноп зраци, зраците се собираат во една точка наречена **фокус на собирната леќа** (слика 5а).

Растурните леќи, за разлика од собирните, имаат најмала дебелина во средината, додека нивните краеве се подебели. Примери на растурни леќи се прикажани на Слика 4. И тие, како и собирните леќи, се среќаваат во различни облици: биконкавни или двојно вдлабнати леќи (Слика 4а), план-конкавни или рамно-вдлабнати леќи (Слика 4б), како и конкавно-конвексни или вдлабнато-испакнати леќи (Слика 4в).

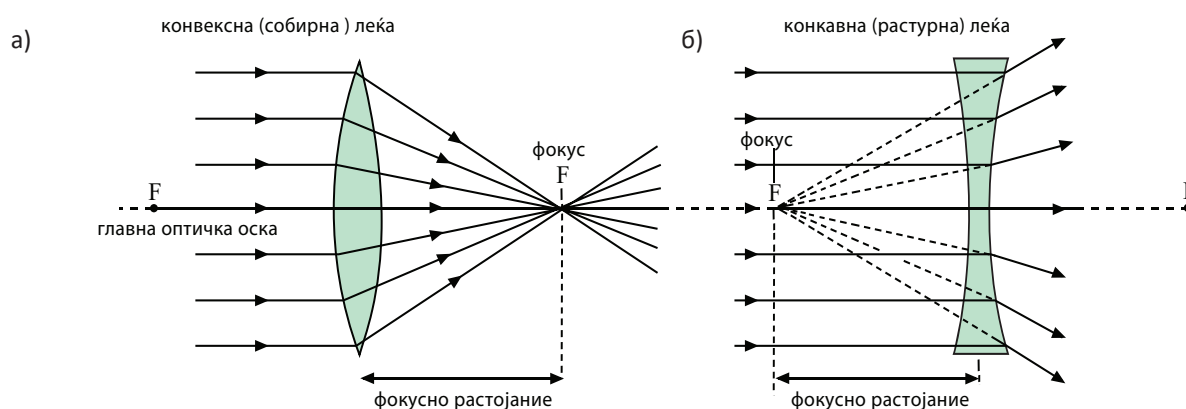


Слика 3. Различни форми на собирните леќи
а) двојно - испакната леќа, б) рамно-испакната леќа
в) испакнатно-вдлабната леќа.

Слика 4. Различни форми на растурните леќи
а) двојно - вдлабната леќа, б) рамно-вдлабната леќа,
в) вдлабнато-испакната леќа

Клучна особина на растурните леќи е тоа што тие не ги собираат, туку ги растураат светлинските зраци. **Растурна леќа** е леќа низ која, по минувањето на паралелен сноп зраци, зраците се растураат така што продолженијата на прекршените зраци се сечат во една точка која се нарекува **фокус на растурната леќа**.

Ова јасно е прикажано на слика 5б.



Слика 5. а) Собирна леќа б) Растурна леќа

Дали една леќа ќе се однесува како собирна или растурна не е одредено исклучиво од нејзиниот облик. Важна улога има и индексот на прекршување на материјалот од кој е изработена леќата, како и индексот на прекршување на средината во која таа се наоѓа. Така, леќа која во воздух се однесува како собирна, може да стане растурна ако се потопи во течност со поголем индекс на прекршување од индексот на прекршување на материјалот од кој е направена леќата.

Фокус и фокусно растојание на леќи

Кога паралелен сноп светлински зраци поминува низ оптичка леќа, неговото понатамошно простирање зависи од типот на леќата. Кај собирна леќа, паралелниот сноп зраци по минувањето низ леќата се собира во една точка. Таа точка се нарекува **фокус** и претставува реална точка во просторот во којшто светлината навистина се собира. Затоа велиме и дека фокусот кај собирната леќа е **реален**.

Кај растурна леќа паралелниот сноп зраци по минувањето низ леќата се растура. Во овој случај, фокусот не е точка во која светлината реално се собира, туку геометриска точка од која изгледа како да потекнуваат прекршените зраци. Затоа, фокусот кај растурна леќа е **имагинарен** и служи како помошна точка при опишување на простирањето на светлината по нејзиното прекршување низ леќата.

Фокусот вообичаено се означува со F . Растојанието помеѓу фокусот и оптичкиот центар на леќата се нарекува **фокусно растојание** и се означува со f .

Кај собирните леќи фокусното растојание има позитивна вредност, бидејќи фокусот е реален. Кај растурните леќи фокусното растојание има негативна вредност, бидејќи фокусот е имагинарен. Колку фокусното растојание е помало, толку леќата повеќе го менува правецот на прекршените светлински зраци.

Фокусното растојание кај тенките леќи може да се одреди со равенката:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_0} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

каде што n е индексот на прекршување на материјалот од којшто е направена леќата, n_0 е индексот на прекршување на оптичката средина во која е поставена леќата (пример воздух или вода), а R_1 и R_2 се радиуси на закривеност на сферните површини.

Во медицината и оптиката најчесто се користи физичката величина **јачина на леќа**, што ја карактеризира способноста на леќата да го фокусира светлинскиот сноп.

Јачината на леќа е дефинирана како реципрочна вредност на фокусното растојание и се пресметува со релацијата:

$$J = \frac{1}{f},$$

каде што фокусното растојание f е изразено во метри. Со оглед на тоа што фокусното растојание може да има позитивна или негативна вредност, јачината на леќата е позитивна кај собирни леќи, а негативна кај растурни леќи. Јачината на леќата се изразува во m^{-1} или во диоптри (D). Од формулата погоре, произлегува дека $1 D = 1 m^{-1}$. Леќа со јачина 1 диоптер има фокусно растојание од 1 m, леќа со јачина 2 диоптри има фокусно растојание од 0,5 m и така натаму. Бидејќи диоптерот не е SI-единица, за неговото означување не постои единствена стандардна ознака и во литературата може да се сретне како d, diop, D и слично.



АКТИВНОСТ 1.

Одредување на фокусното растојание на собирна леќа

Потребна апаратура: собирна леќа (на пример, лупа или очила „за блиску“), далечен извор на светлина (на пример, прозорец или светилка на плафонот), екран (на пример, бел лист хартија).

Постапка:

1. Постави ја леќата така што да биде свртена кон изворот на светлина, при што нејзината оптичка оска да е насочена кон изворот.
2. Држејќи ја леќата неподвижна, постави екран од спротивната страна на леќата, односно од страната каде што нема извор на светлина.
3. Приближувај го или оддалечувај го екранот додека на него не добиеш јасна и бистра слика на светлинскиот извор.

Анализа на експериментот:

- а) Каков е добиениот лик? Опиши го така што ќе ги користиш истите карактеристики како кај огледалата (исправен или превртен, зголемен или намален, реален или имагинарен).
- б) Колкаво е растојанието од леќата до екранот кога сликата е најјасна? Како се нарекува ова растојание кај собирарна леќа?

Карактеристични зраци кај леќите

При цртањето на ликови на предмет кои ги дава леќата се користат **карактеристични зраци**. Карактеристични зраци се зраци за кои однапред знаеме како ќе се прекршат при минување низ леќата. За конструкција на лик, доволно е да се користат два од следниве три зраци прикажани на Слика 6.

1. Зрак паралелен со главната оптичка оска

Собирачна леќа: Ако упадниот зрак е паралелен со оптичката оска, по прекршувањето низ леќата, тој поминува низ вториот фокус на леќата (на другата страна од леќата).

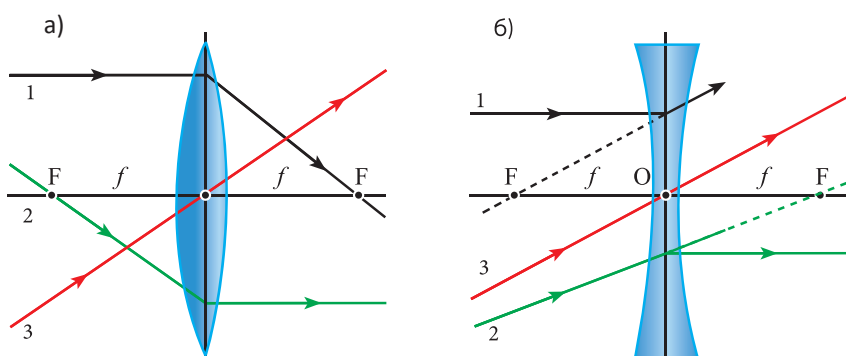
Растурна леќа: Ако упадниот зрак е паралелен со оптичката оска, по минувањето низ леќата, тој се растура така што продолжението на прекршениот зрак поминува низ првиот фокус на леќата.

2. Зрак што поминува низ фокус

Собирачна леќа: Ако упадниот зрак поминува низ фокусот, по прекршувањето низ леќата, тој се простира паралелно со главната оптичка оска.

Растурна леќа: Ако упадниот зрак е насочен кон вториот фокус на леќата (на другата страна од леќата), по прекршувањето низ леќата, тој се простира паралелно со главната оптичка оска.

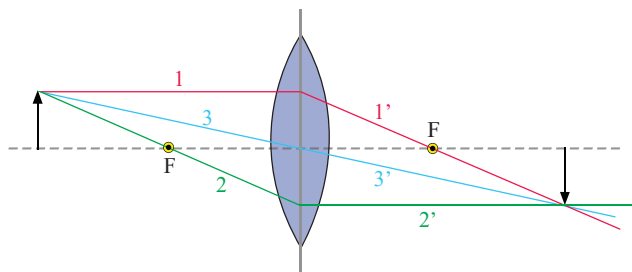
3. Упадн зрак што минува низ оптичкиот центар
по минување низ оптичкиот центар не го менува правецот на простирање.



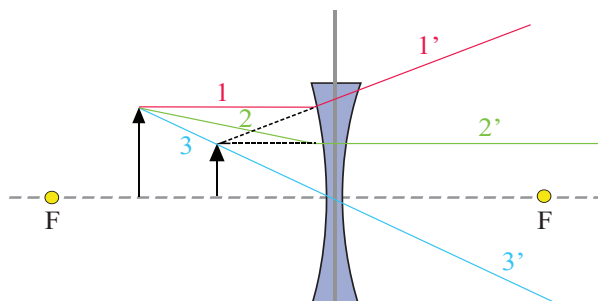
Слика 6 а) Карактеристични зраци кај собирарна леќа
б) Карактеристични зраци кај растурна леќа

Конструкција на ликови кај леќите

Со пресеко на прекршените зраци (или нивните продолженија) се определува положбата на ликот на разгледуваната точка од предметот. На сликите 7 и 8 е прикажана конструкција на лик со користење на карактеристичните зраци кај собирарна и кај растурна леќа.



Слика 7. Конструкција на лик кај собирарна леќа



Слика 8. Конструкција на лик кај растурна леќа



АКТИВНОСТ 2.

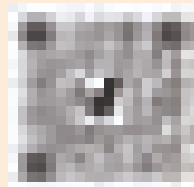
Конструирај лик на предмет поставен пред собира на леќа во:

- Двојното фокусно растојание;
- Фокусот;
- Помеѓу фокусот и центарот.

Со помош на симулацијата дадена на интернет – страницата:

[Geometric Optics - Оптика | Lenses | Mirrors - PhET Interactive Simulations](#)

Направи проверка на твоите конструкции.



Равенка на тенка леќа

Во претходните примери, со помош на геометриска конструкција, одредувавме каков ќе биде ликот и на која страна од леќата ќе се појави. За прецизно определување на растојанието до ликот, се користи равенката на тенка леќа:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$$

при што p е растојанието од леќата до предметот, l е растојанието од леќата до ликот, а f е фокусното растојание на леќата. Фокусното растојание има позитивна вредност (кај собира на леќа) или негативна вредност (кај растура на леќа). Ако ликот е имагинарен тогаш l има негативна вредност.

За да се определи колку ликот е зголемен или намален во однос на предметот, се користи физичката величина **зголемување на леќата** U , дефинирано како однос на висината на ликот и висината на предметот:

$$U = \frac{h_l}{h_p},$$

каде што h_l е висината на ликот, а h_p е висината на предметот. Зголемувањето може да се пресмета и преку растојанието од предметот до леќата и преку растојанието од ликот до леќата, односно:

$$U = \frac{|l|}{p}.$$

Ако зголемувањето е поголемо од 1, тогаш ликот е зголемен, ако зголемувањето е еднакво на 1, тогаш ликот е со иста големина како и предметот и ако зголемувањето е помало од 1, тогаш ликот е намален во однос на предметот.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Предмет со висина од 10 cm е поставен на растојание од 5 cm од оптичкиот центар на леќата. Ликот се формира на растојание од 3 cm од истата страна на леќата на која се наоѓа и предметот. Да се одредат:

- Зголемувањето што се добива со леќата.
- Висината на ликот.
- Фокусното растојание и типот на леќата.

Дадено е: $P = 10 \text{ cm}$, $p = +5 \text{ cm}$, $l = -3 \text{ cm}$

Се бара: $U = ?$ $h_l = ?$ $f = ?$

а) Зголемувањето U за тенка леќа е: $U = \frac{|l|}{p} = 0,6$. Бидејќи $U < 1$, ликот е намален.

б) Висина на ликот е $h_l = U \cdot h_p = 6 \text{ cm}$.

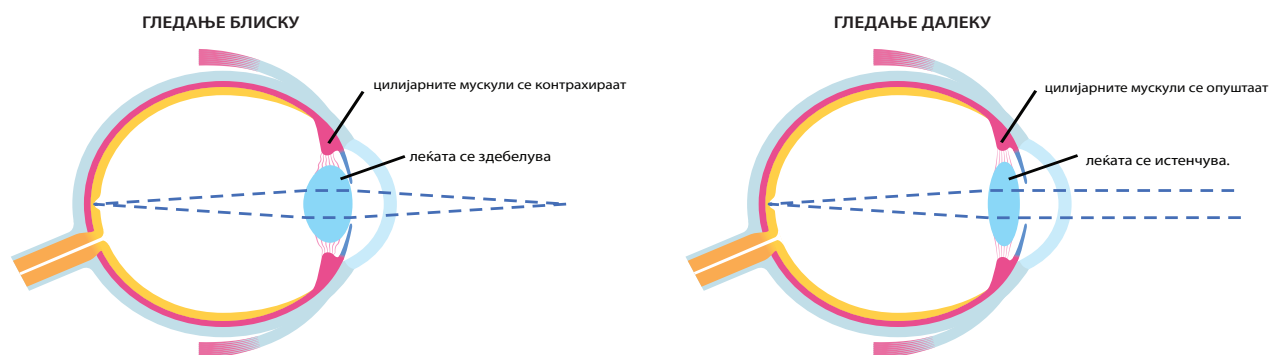
в) За фокусното растојание f , од равенка за тенка леќа: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \Rightarrow f = \frac{pl}{p+l} = -7,5 \text{ cm}$.

Негативната вредност на фокусното растојание покажува дека користената леќа е растура на.

Како гледаме со окото?

Леќите ги среќаваме насекаде околу нас, а една од нив се наоѓа и во човечкото око, очната леќа, која има клучна улога во процесот на гледање. До окото пристигнуваат светлински зраци од предметите во околината. Кога предметот е далеку, зраците се приближно паралелни, а кога е блиску, тие се простираат, се растураат во различни правци во просторот. За јасен вид, овие зраци мора да формираат реален лик точно на мрежницата, која претставува слој во задниот дел од окото што е чувствителен на светлина. Рожницата и очната леќа заедно дејствуваат како една тенка собира на леќа. Рожницата го обезбедува најголемиот дел од прекршувањето, а очната леќа овозможува прецизно фокусирање. Бидејќи растојанието меѓу леќата и мрежницата е приближно постојано, фокусното растојание на очната леќа мора да се приспособува при гледање на предмети кои се на различно растојание од окото. Оваа способност на очната леќа се нарекува акомодација и се постигнува со дејство на цилијарните мускули (слика 9). При гледање блиски предмети, леќата се здебелува и има помало фокусно растојание, а при гледање далечни предмети, таа се истенчува и фокусното растојание се зголемува.

Количеството на светлина што влегува во окото се регулира со зеницата, која се шири при слаба, а се стеснува при силна светлина. Светлосните информации се пренесуваат преку оптичкиот нерв до мозокот, каде што се создава чувството за вид.



Слика 9. Шематски приказ на акомодација на окото при гледање блиски (лево) и далечни (десно) предмети

Но, окото не е совршен оптички апарат. Кај многу луѓе постојат отстапувања во фокусирањето, па сликата не се создава точно на мрежницата, туку малку пред или зад неа. Во таков случај, сликата што ја перципираме е заматена. Ова е слично на ситуацијата што ја забележавме во Активност 1, кога екранот не беше поставен точно во положбата во којашто се наоѓаше ликот. Ваквите неправилности во фокусирањето доведуваат до појави како **кратковидост** и **далековидост** (слика 10). Кај кратковидоста, окото не може јасно да ги фокусира далечните предмети. Притоа, сликата на далечните предмети се формира пред мрежницата. Кај далековидоста, проблематично е гледањето блиски предмети. Во овој случај, сликата се формира зад мрежницата.



Слика 10. Око со добар вид (лево), споредено со кратковидно око (средина) и далековидно око (десно)



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Ученичка е кратковида и носи очила со оптичка јачина $-3D$. До кое растојание може да гледа бистро без очилата?

Дадено е: $J = -3D$

Се бара: $r = ?$ Решение:

Кај кратковидо око далечните предмети се фокусираат пред мрежницата. Затоа, корективните очила се растурни и имаат за задача да ги направат зраците од далечните предмети да изгледаат како да потекнуваат од далечната точка на окото, најголемото растојание на коешто окото може да гледа јасно без корекција.

$$\text{Фокусното растојание на очилата е: } f = \frac{1}{J} = -\frac{1}{3\text{m}^{-1}} = -0,33\text{ m}, \quad r = |f| = 0,33\text{ m}.$$

По апсолутна вредност, ова растојание одговара на далечната точка на окото.

Затоа, без очила, ученичката може јасно да гледа предмети на растојание до 33 cm, а подалечните предмети ѝ изгледаат заматени.



ПРИМЕНА ВО СЕКОЈДНЕВНИОТ ЖИВОТ

Оптички уреди

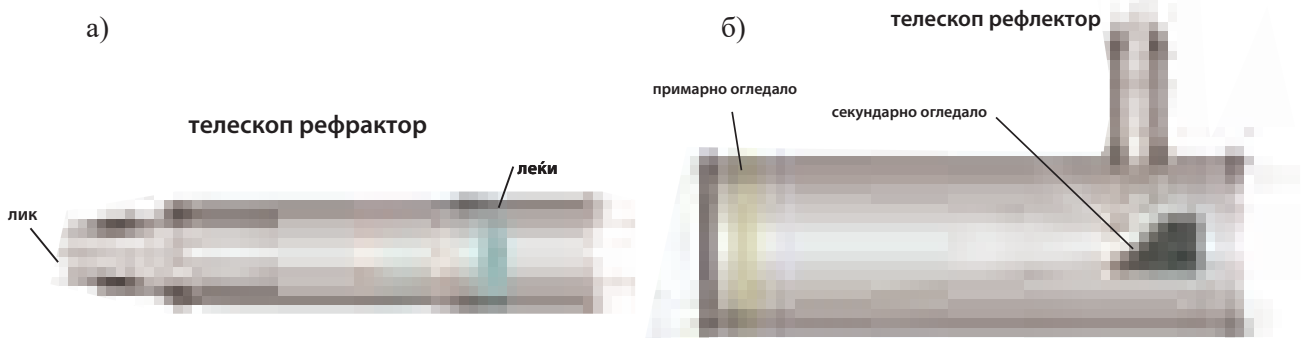
Освен очилата, кои многу луѓе ги користат секојдневно, постојат и многу други оптички уреди што овозможуваат подобро набљудување на блиски или на далечни предмети. **Оптички уред** е систем од една или од повеќе леќи (или огледала) кој овозможува зголемување или појасно прикажување на предмети што човековото око не може доволно јасно да ги разликува само по себе.

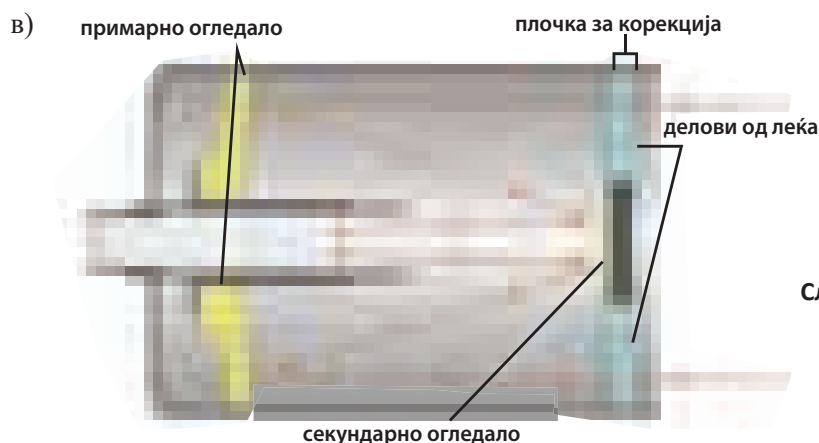
Наједноставен оптички уред е **лупата**. Таа претставува собирна леќа што се користи за набљудување и за зголемување на мали предмети поставени блиску до леќата (слика 11). При правилна употреба, лупата создава имагинарен, исправен и зголемен лик, што е директна примена на својствата на собирната леќа разгледани во претходниот дел.

Посложени оптички уреди се **телескопите** и **микроскопите**. Телескопот е уред што користи систем од леќи, огледала или нивна комбинација за набљудување на многу далечни предмети. Во зависност од оптичката конструкција, телескопите можат да бидат рефрактори (со леќи), рефлектори (со огледала) или комбинирани (со леќи и со огледала), како што е прикажано на слика 12. Двогледот претставува посебен вид телескоп што овозможува набљудување со двете очи истовремено.



Слика 11.
Зголемување со лупа





Слика 12. Различни видови телескопи:
а) рефрактор,
б) рефлектор и
в) комбинирани (долу)



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Скица на лик кај телескоп рефрактор.

Решение:

Рефракторскиот телескоп се состои од две собирни леќи:

- Објектив, со големо фокусно растојание f_1 ;
- Окулар, со значително помало фокусно растојание f_2 , при што важи $f_1 \gg f_2$.

Предметите што се набљудуваат се наоѓаат на многу големи растојанија, па светлината што доаѓа од нив упаѓа на објективот како приближно паралелен сноп зраци. По минувањето низ објективот, зраците се собираат во неговата фокусна рамнина, каде што се формира **реален лик** $A'B'$. Овој лик служи како предмет за окуларот. Окуларот е поставен така што ликот $A'B'$ се наоѓа во неговата фокусна рамнина или многу блиску до неа. По минувањето низ окуларот, зраците излегуваат растурени, а нивните продолженија наназад даваат краен имагинарен лик $A''B''$, кој го набљудува окото (слика 13).

Крајниот лик е превртен во однос на предметот и не може да се проектира на екран.



Слика 13. Конструкција на лик кај телескоп

Кај микроскопот леќите се поставени така што овозможуваат набљудување на многу мали предмети со големо зголемување (слика 14). За разлика од телескопот, предметот кај микроскопот се наоѓа многу блиску до уредот, а зголемувањето се постигнува со комбинација од две леќи.

Слика 14. Крило на инсект набљудувано со оптички микроскоп



**РЕШЕН ПРИМЕР 4.**

Скица на лик кај микроскоп.

Микроскопот се состои од две собирни леќи:

- Објектив со мало фокусно растојание f_1 ;
- Окулар со поголемо фокусно растојание f_2 , при што важи $f_1 \ll f_2$.

Предметот се поставува многу блиску до објективот, малку надвор од неговиот фокус. Светлинските зраци што излегуваат од предметот минуваат низ објективот, при што се собираат и формираат реален, превртен и зголемен лик. Овој лик се наоѓа на растојание помало од фокусното растојание на окуларот и служи како предмет за него.

Окуларот дејствува како лупа и од овој лик создава краен имагинарен и дополнително зголемен лик, кој го набљудува окото (слика 15). Крајниот лик е превртен во однос на предметот и не може да се проектира на екран.



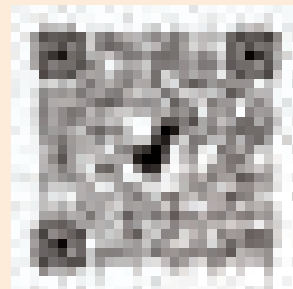
Слика 15. Конструкција на лик кај микроскоп

**АКТИВНОСТ 3.****Шеми на телескопи и микроскопи на симулација**

Со помош на симулацијата Симулација на оптички зраци (Ray Optics Simulation), конструирај ги различните видови телескопи прикажани на сликите 12 и 13, како и микроскопот од слика 15.

За да правиш сопствени конструкции со различни оптички елементи, одбери ја опцијата Launch Simulator. Во галеријата (Gallery) се достапни и веќе подготвени примери на оптички системи.

Симулацијата е достапна на следниов линк: <https://phydemo.app/ray-optics/>

**ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ**

1. Зошто очила со собирна леќа не покажуваат видливо зголемен лик, иако леќата е собирна?
2. Што ќе се случи со ликот ако леќата ја покриеме со непроѕирен екран до половина како што е прикажано на сликата подолу? Провери го одговорот на симулацијата Ray Optics Simulation (Види слика долу десно).
3. Што се случува со фокусното растојание ако прилепиме две леќи една до друга?
4. Предмет со висина од 6 cm се наоѓа на растојание од 18 cm од оптичкиот центар на собирна леќа со фокусно растојание од 9 cm. Да се одредат: а) растојанието на ликот до леќата; б) зголемувањето на леќата; в) големината и типот на ликот. (Решение: $l = 18\text{ cm}$, $U = 1$, еднаков, реален)
5. Предмет со висина од 5 cm е поставен на растојание од 12 cm од растурна леќа со фокусно растојание од -8 cm . Да се одредат: а) растојанието на ликот до леќа-



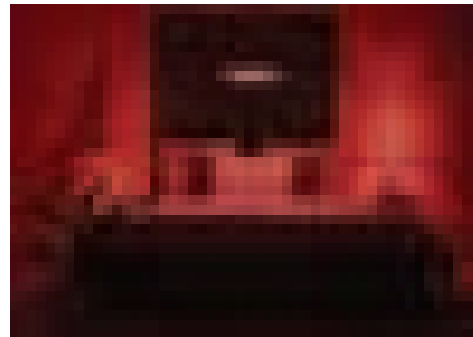
та; б) зголемувањето на леќата; в) висината и типот на ликот. (Решение: а) $l = -4,8\text{ cm}$; б) $U = 0,4$; в) $h_l = 2\text{ cm}$, намален и имагинарен)

6. Предмет со висина од 10 cm се наоѓа на растојание од 25 cm од собира на леќа. Апсолутната вредност на зголемување е $0,5$. Да се одредат: а) растојанието; б) фокусното растојание на леќата; в) висината и типот на ликот. (Решение: а) $l = 12,5\text{ cm}$; б) $f = 8,33\text{ cm}$; в) $h_l = 5\text{ cm}$, намален, реален)

7. Собира на леќа со фокусно растојание од 10 cm и растурна леќа со фокусно растојание од -5 cm се поставени на растојание од 20 cm една од друга. Предмет се наоѓа на растојание од 30 cm пред првата леќа. а) Да се одреди ликот создаден од првата леќа. б) Да се одреди конечниот лик на системот. в) Да се одреди вкупното зголемување. (Решение: $l_1 = 15\text{ cm}$, $U_1 = 0,5$ (реален, намален, превртен), $l_2 = -2,5\text{ cm}$, $U_2 = 0,5$ (имагинарен, намален, исправен), $U = 0,25$).

3.6. Дисперзија на светлината

Каква боја има светлината што доаѓа од Сонцето? Вообичаено, го гледаме Сонцето како жолто, а понекогаш и како портокалово. Пред да го одговориме ова прашање попрецизно, да разгледаме еден едноставен пример.



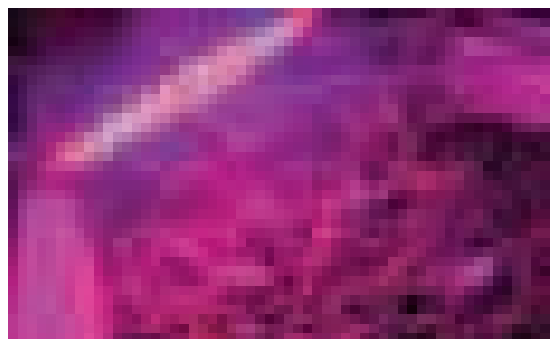
Слика 1. Истата соба осветлена со бело светло (лево) и со црвено светло (десно)

Во некоја просторија е поставена ламба составена исклучително од црвени ЛЕД-светилки. Каква боја ќе имаат предметите во просторијата?

На слика 1 (десно), просторијата изгледа како да е обоена во црвено. Бојата на предметите не се менува, но бидејќи изворот емитира само црвена светлина, до окото може да стигне единствено таа компонента од светлината што предметите ја одбиваат.

Предметите околу нас може да изгледаат различно обоени во зависност од осветлувањето. Кога светлината паѓа врз предмет, тој апсорбира дел од брановите должини, а останатите ги одбива. **Бојата на предметот е определена од брановите должини на светлината што се одбиваат и стигнуваат до нашето око.** Сонцето е природен извор на бела светлина, бидејќи ги содржи сите видливи бранови должини, а нејзиниот спектар може да се забележи кај виножитото. Затоа при осветлување со бела светлина предметите ја покажуваат својата „вистинска“ боја.

Секоја боја одговара на определена бранова должина. Светлина со една бранова должина се нарекува **монокроматска**, а светлина составена од повеќе бои се нарекува **полихроматска светлина**. Полихроматската светлина не мора да ги содржи сите видливи бои. На пример, комбинација од црвена и сина светлина создава впечаток на виолетова боја (слика 2).

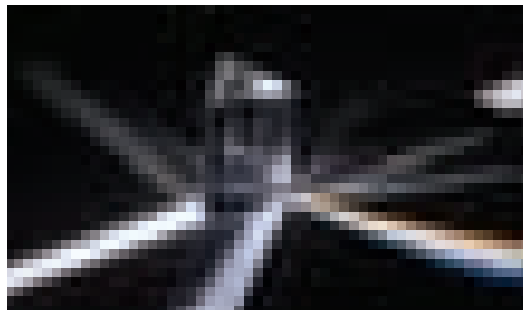


Слика 2. Растенија осветлени со ламба составена од сини и од црвени светилки.

Важна особина на индексот на прекршување е тоа што, во сите средини различни од вакуум, неговата вредност **зависи од брановата должина на светлината**. Бидејќи индексот на прекршување е функција од брановата должина, светлина со различни бранови должини се прекршува под различни агли при преминување од една средина во друга. Со зголемување на брановата должина, индексот на прекршување се намалува. Поради тоа, светлина со пократка бранова должина (на пример сина или виолетова) има поголем индекс на прекршување и се прекршува повеќе отколку светлина со поголема бранова должина (на пример црвена светлина).

Кога белата светлина поминува низ призма, различните бои се прекршуваат различно, односно белата светлина се разложува. Така се добива **видлив спектар**, составен (по редослед на намалување на брановата должина) црвена, портокалова, жолта, зелена, сина, темносина и виолетова светлина.

Разложувањето на белата светлина на бои се нарекува **дисперзија на светлината**.



Слика 3. Дисперзија на белата светлина со триаголна призма



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Кон стаклена средина упаѓа светлински сноп под агол од 30° . Истовремено упаѓаат црвена светлина, со бранова должина од 630 nm, и сина светлина, со бранова должина од 440 nm. Индексите на прекршување за црвената и за сината светлина се: $n_{\text{ц}} = 1,32$ и $n_{\text{с}} = 1,38$. Да се одреди разликата во аглите на прекршување на двете светлини.

Решение:

Ќе го искористиме Законот за прекршување на светлината: $\sin \alpha = n \sin \beta$.

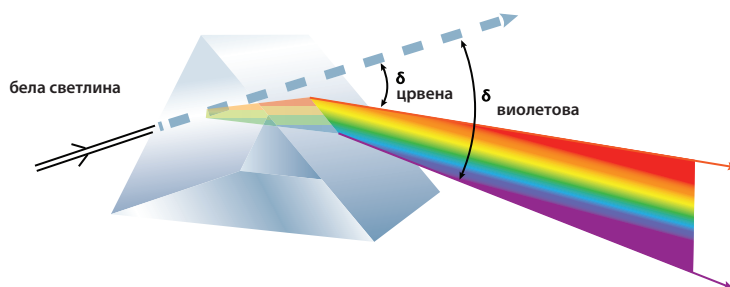
$$\text{Црвена светлина: } \sin \beta_{\text{ц}} = \frac{\sin 30^\circ}{1,32} = 0,379, \quad \beta_{\text{ц}} = 22,3^\circ.$$

$$\text{Сина светлина: } \sin \beta_{\text{с}} = \frac{\sin 30^\circ}{1,38} = 0,362, \quad \beta_{\text{с}} = 21,2^\circ. \text{ Разликата во аглите на прекршување е:}$$

$$\Delta\beta = \beta_{\text{ц}} - \beta_{\text{с}} = 1,1^\circ.$$

Иако двете светлини упаѓаат под ист агол, тие се прекршуваат под различни агли, бидејќи индексот на прекршување зависи од брановата должина. Сината светлина, која има помала бранова должина, се прекршува повеќе отколку црвената. Оваа разлика во аглите на прекршување е физичката основа на појавата дисперзија на светлината.

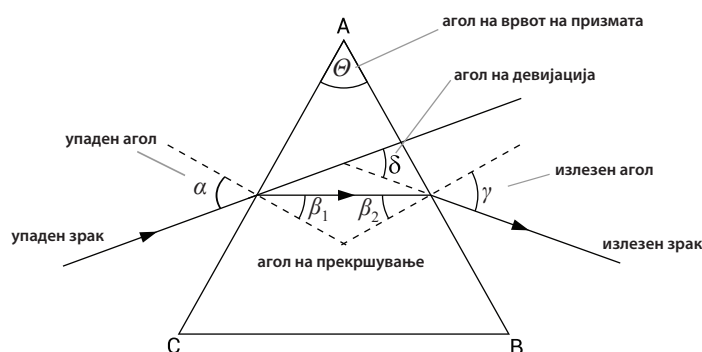
Дисперзијата на светлината може да се објасни со призма, која е просирно тело ограничено со две рамни, накосени површини низ кои светлината се прекршува при влегување и при излегување (слика 3). Во цртежите призмата најчесто се прикажува со триаголен пресек, бидејќи аголот меѓу овие две површини ја одредува вкупната промена на насоката на светлинскиот зрак, односно неговата девијација. Кога низ призмата поминува бела светлина, различните бои се прекршуваат под раз-



Слика 4. Шематски приказ на аголот на девијација кај црвената и кај виолетовата боја

лични агли. Аголот меѓу насоката на упадниот зрак и насоката на излезниот зрак се нарекува агол на девијација. Практично, тоа е аголот меѓу продолженијата на упадниот и излезниот зрак. Бидејќи индексот на прекршување зависи од брановата должина, аголот на девијација не е ист за сите бои (слика 4).

На слика 5 прикажано е движењето на светлинскиот зрак низ призмата. Користените ознаки и нивното значење се дадени во табела 1.



Слика 5. Прекршување на зрак низ призма. На шемата се обележани главните елементи.

Ознака	Значење
α	упаден агол на првата гранична површина (агол меѓу упадниот зрак и нормалата)
β_1	агол на прекршување на првата гранична површина
β_2	агол на упаѓање на втората гранична површина
γ	агол на излегување (агол меѓу излезниот зрак и нормалата на втората површина)
θ (се чита „тета“)	агол при врвот на призмата
δ (се чита „делта“)	агол на девијација (вкупна промена на насоката на зракот)

Табела 1. Користени ознаки и нивно значење при прекршување на светлина низ призма

Кај призма со мал агол при врвот на призмата θ , ако е поставена во воздух, аголот на девијација δ се пресметува со формулата:

$$\delta \approx (n-1)\theta.$$

Од каде следува дека аголот на девијација не е ист за сите бои затоа што индексот на прекршување зависи од брановата должина на светлината.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Тенка призма има агол при врвот $\theta = 6^\circ$. Низ призмата поминува црвена светлина со бранова должина од 630 nm и сина светлина со бранова должина од 440 nm. Индексот на прекршување за двете светлини е: $n_{\text{сина}} = 1,38$ и $n_{\text{црвена}} = 1,32$. Со приближната релација за тенка призма, да се одреди минималната девијација за двете светлини и нивната разлика.

Решение:

Сина светлина: $\delta_{\min, \text{сина}} \approx (1,38 - 1) \cdot 6^\circ = 0,38 \cdot 6^\circ = 2,28^\circ$.

Црвена светлина: $\delta_{\min, \text{црвена}} \approx (1,32 - 1) \cdot 6^\circ = 0,32 \cdot 6^\circ = 1,92^\circ$.

Разлика во девијациите: $\Delta\delta_{\min} = \delta_{\min, \text{сина}} - \delta_{\min, \text{црвена}} = 2,28^\circ - 1,92^\circ = 0,36^\circ$.

Оваа мала разлика во агли е физичката причина поради која белата светлина се разложува на спектар. Иако поединечните агли се мали, на поголемо растојание од призмата тие доведуваат до јасно видливо раздвојување на боите. Затоа призмите и спектрометрите се основни инструменти за проучување на составот на светлината во физиката и во астрономијата.



АКТИВНОСТ 1.

Цел: Да се испита како зависи аголот на девијација δ од упадниот агол α кај призма.

Апаратура: Ласерски извор со линиски сноп, призма, агломер, лист хартија, молив.

Внимателно! Никогаш не гледај директно во ласер.

Постапка:

1. Призмата се поставува на лист хартија и се исцртува нејзината контура.
2. Кон една од страните на призмата се насочува ласерски сноп. На листот се обележуваат најмалку две точки на упадниот зрак и две точки на излезниот зрак.
3. Призмата се отстранува, а преку обележаните точки се исцртуваат упадниот и излезниот зрак. Се исцртуваат нормалите на двете гранични површини.
4. Со агломер се мерат упадниот агол α и излезниот агол γ , во однос на соодветните нормали.
5. Се обележува аголот на девијација δ и се мери со агломер.
6. Ласерот се поместува, така што ќе се добие нов упаден агол. Потоа постапката се повторува за повеќе вредности на упадниот агол.
7. Резултатите се запишуваат во табела:
8. Зависноста на аголот на девијација δ од упадниот агол α се прикажува графички.
9. Врз основа на графикот, се одговара на следните прашања:

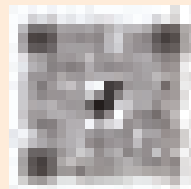
N	α (°)	γ (°)	δ (°)
1	30°		
2	40°		
...			

- а) Како се менува аголот на девијација со зголемување на упадниот агол?
- б) За која вредност на α аголот на девијација е најмал?
- в) Каква е врската меѓу упадниот и излезниот агол при минимална девијација?
- г) За која вредност на α се добива најмал δ ? Колкава е вредноста на аголот γ за тој упаден агол?

Забелешка:

Истата активност може да се изврши со PhET симулацијата Bending Light (режим Prisms), при што со вклучување на опцијата protractor може директно да се мерат аглиите. Симулацијата може да ја најдете на интернет-страницата:

<https://phet.colorado.edu/en/simulations/bending-light>.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Дали белата светлина е полихроматска? А дали полихроматската светлина е бела?
2. Зошто монохроматската светлина не се разложува на бои при поминување низ призма?
3. Како ќе се промени аголот на девијација ако призмата е направена од материјал со поголем индекс на прекршување?
4. Како ќе изгледа дисперзијата ако индексот на прекршување не зависи од брановата должина?
5. Дали е можно две различни призми да даваат ист агол на девијација за иста бранова должина? Од што ќе зависи тоа?
6. Кај триаголна призма аголот при врвот е 50° . При еден експеримент се измери: упаден агол од 35° и агол на девијација од 25° .
 - а) Да се одреди излезниот агол.

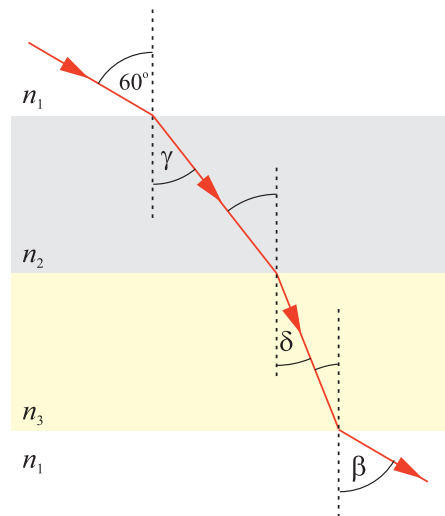
б) Ако во истиот експеримент се измери дека упадниот агол се зголемил за 10° , а аголот при врвот е ист, колкав ќе биде аголот на девијација ако аголот на излез остане ист како во а)? Објасни. (Решение: $40^\circ, 35^\circ$)

7. Кон триаголна призма со агол при врвот од 45° упаѓаат два монохроматски зрака (црвен и син) под ист упаден агол од 30° . Индексите на прекршување на материјалот се: $n_{\text{црвена}} = 1,32$ и $n_{\text{сина}} = 1,38$. Да се одреди разликата во аглите на излегување. (Решение: $3,3^\circ$)

Тема 3: ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Какви теории постојат за природата на светлината? Објасни ги и спореди ги.
2. Два електромагнетни брана се простираат во вакуум. Кој од нив се движи побрзо: оној со поголема или оној со помала фреквенција?
3. Светлината патува со различна брзина во различни медиуми. Подреди ги овие медиуми по ред, според брзината на светлината низ нив, почнувајќи од средина во која таа е најмала: воздух, дијамант, вакуум, вода.
4. Зошто е возможно имагинарна слика на предмет да се види со очи или да се фотографира?
5. Да замислиме дека сакаш да запалиш оган со фокусирање на сончева светлина врз парче хартија со вдлабнатото огледало. На кое растојание од огледалото треба да се држи хартијата за најдобри резултати?
6. Кај планпаралелната плочка излезниот зрак е паралелен со упадниот. Дали тоа значи дека нема прекршување? Објасни.
7. Планпаралелна стаклена плочка има дебелина од 8 cm и индекс на прекршување 1,50. Светлински зрак упаѓа под агол од 30° . За колку ќе биде странично поместен зракот при излегување од плочката? (Решение: 1,6 cm)
8. Зошто кај растурна леќа ликот секогаш се наоѓа меѓу леќата и фокусот?
9. За растурна леќа, ако растојанието на ликот l е негативно, каде ќе се наоѓа тој во однос на предметот?
10. Како ќе се промени аголот на девијација ако призмата е направена од материјал со поголем индекс на прекршување?
11. Ако антената на еден радиоприемник има должина речиси од 75 cm, колкав е редот на големина на фреквенцијата на којашто работи тој приемник? (Решение: 300 MHz)
12. Величината светлосна година се дефинира преку брзината на светлината: една светлосна година е растојанието што го поминува светлината во вакуум за време од една година. Пресметај колку метри има во една светлосна година? (Решение: $9,46 \cdot 10^{15}$ m)
13. Светлински зрак упаѓа на рамно огледало и се одбива според Законот за рефлексија. Во почетната положба, аголот меѓу упадниот и одбиениот зрак изнесува 23° . Потоа огледалото се ротира така што упадниот агол се зголемува за 10° , а положбата на изворот на светлина не се менува. Колкав ќе биде новиот агол меѓу упадниот и одбиениот зрак по ротацијата на огледалото? (Решение: 43°)
14. Дадено е сферно огледало за коешто фокусното растојание, е двојно помало од растојанието на предметот до огледалото.
 - а) Изрази го зголемувањето преку односот $\frac{p}{f}$.
 - б) Посебно разгледај случаи на вдлабнатото и на испакнатото огледало.
 - в) Дали е можно, во двата случаја, зголемувањето да има иста вредност?
 (Решение: а) $\frac{p}{f} - 1$; б) 1: реален, превртен, со иста големина; 1/3: имагинарен, исправен, намален; в) не)

15. Некои фотоапарати како објектив користат огледало наместо леќа. Колкав радиус на закривеност е потребен за конкавно огледало да замени леќа со фокусно растојание од $0,8\text{ m}$? (Решение: $1,6\text{ m}$)
16. Зум-објективот на еден фотоапарат има променливо фокусно растојание од $80,0\text{ mm}$ до 200 mm . Одреди ги минималниот и максималниот износ на оптичката јачина на објективот. (Решение: $5\text{ D} < J < 12,5\text{ D}$)
17. Предмет со височина од 5 cm е поставен на растојание од 12 cm од растурна леќа со фокусно растојание 8 cm . Да се одредат:
- растојанието на ликот од леќата;
 - зголемувањето на ликот;
 - висината и карактеристиките на ликот.
- (Решение: а) $l = -4,8\text{ cm}$; б) $U = 0,4$; в) $h_l = 2\text{ cm}$, намален и имагинарен)
18. Ласерски зрак од воздух чиј индекс на прекршување е 1 поминува низ две планпаралелни плочки поставени една врз друга како што е прикажано на сликата десно. Индексот на прекршување на првата плочка е $1,33$ а на втората плочка изнесува $1,5$. Одреди ги непознатите агли на цртежот. Под која агол излегува зракот од втората планпаралелна плочка? (Решение: $\gamma = 40,6^\circ$, $\delta = 35,3^\circ$, $\beta = 60^\circ$)
19. Оптичко влакно е изработено од флинт-стакло со индекс на прекршување $1,66$, обложено со кроун-стакло со индекс $1,52$. Колкав е граничниот агол за тотална рефлексija? (Решение 66°)
20. Ликот на предмет добиен со помош на собира на леќа е зголемен 3 пати. Ако предметот се оддалечи од леќата за 4 cm , зголемувањето ќе се намали 2 пати. Определи го фокусното растојание на леќата. (Решение: 12 cm)



ТЕМА 4:

Атомска и нуклеарна физика

Материјата што нè опкружува е изградена од честички со исклучително мали димензии, чие однесување не може целосно да се објасни со законите на класичната физика. За да се разберат градбата на атомите и процесите што се одвиваат во нивното јадро, потребен е поинаков физички пристап.

Областа на физиката што ги проучува градбата и својствата на атомите се нарекува атомска физика, а онаа што ги проучува јадрата и процесите во нив се нарекува нуклеарна физика. Во оваа тема ќе се запознаеш со атомските модели, енергетските нивоа и спектрите, со заемнодејството на зрачењето со материјата, како и со структурата и својствата на атомското јадро.

Ќе се разгледаат појавите, како што се радиоактивното распаѓање, нуклеарните реакции и јонизирачкото зрачење, како и нивните примени и последици. Знаењата од атомската и од нуклеарната физика имаат суштинско значење во медицината, енергетиката, индустријата и во науката и овозможуваат подлабоко да се разбере микросветот и неговото влијание врз светот што го набљудуваме.

Резултати од учењето

Ученикот/ученичката ќе биде способен/-на да:

1. ја објаснува појавата на топлинско зрачење и да ги применува законите за топлинско зрачење на примери од секојдневниот живот;
2. го објаснува фотоелектричниот ефект, да ја интерпретира Ајнштајновата равенка и да го поврзува принципот на работа на фотќелиите со нивната примена во технологијата;
3. го објаснува создавањето и спектарот на рендгенските зраци и да наведува примери за примена на рендгенските зраци, како и ефектите од изложување на рендгенско зрачење;
4. го анализира Радерфордовиот експеримент и да прави споредба меѓу Радерфордовиот и Боровиот модел на атомот;
5. ги анализира апсорпционите и емисионите спектри на атомот, да ги поврзува со премините на електроните во атомот;
6. да ја објаснува градбата на атомското јадро разликува изотопи, изобари и изотони, да ги интерпретира ознаките на атомското јадро и да го објаснува значењето на јаките јадрени сили за стабилноста на јадрата;
7. ги објаснува и применува законите за радиоактивно распаѓање на јадрото, да ги споредува α , β и γ зраците и да ја проценува нивната енергија и продорна моќ;
8. го анализира дефектот на маса и енергијата на сврзување на атомското јадро, да прави пресметки и да го толкува графикот на зависност на специфичната енергија на сврзување од масиниот број;
9. објаснува и споредува нуклеарни реакции, фисија и фузија и да ги оценува нивните енергетски и еколошки последици врз одржливиот развој.

4.1. Зрачење на апсолутно црно тело

Во претходната тема кажавме дека светлината е електромагнетен бран и дека може да има различна бранова должина. Видовме дека белата светлина, при минување низ призма, се разложува на различни бои. Таа појава ја нарековме дисперзија на светлината. Боите што ги гледаме со окото, сепак, претставуваат само мал дел од целиот спектар на електромагнетни бранови. Освен видливата светлина, постојат и електромагнетни бранови што не можеме да ги видиме, но можеме да ги почувствуваме. Таков пример е топлинското зрачење. На пример, влегувате во кујната и сакате да ставите нешто на ринглата, но не знаете дали ринглата е загреана. Наместо да го допрете, ја доближувате дланката и чувствувате дали од неа доаѓа топлина. Иако нема директен допир со ринглата, чувството за топлина јасно ви покажува дали ринглата е загреана или не.

Иако топлината ја чувствуваме, не можеме директно да ја видиме. Денес постојат уреди што го регистрираат ова зрачење и го претвораат во слика. Термалната камера го „преведува“ топлинското зрачење во бои, при што потоплите и поладните делови се прикажани со различни бои и со нивните нијанси (слика 1).

Сите тела со температура повисока од апсолутната нула зрачат енергија. Количеството и својствата на зрачењето што ги емитура едно тело зависат од неговата температура. Кога температурата е ниска, зрачењето, најчесто, не можеме да го забележиме со око, но како што се зголемува температурата, тоа станува видно. На пример, при загревање, металот прво свети темноцрвено, потоа посветло црвено, портокалово, жолто, а при многу висока температура емитура бела светлина. Ова може да се забележи и со голо око кај загреани тела на висока температура, како што е жарот, чија боја се менува со температурата (слика 2).

Кога телото зрачи, тоа оддава или емитура енергија на околината. Во исто време, телото може да прима енергија преку зрачењето што паѓа врз него. Овие два поврзани процеса се нарекуваат **емисија** и **апсорпција**. Колку енергија ќе оддаде или ќе прими телото, зависи од неговата температура и од својствата на неговата површина.

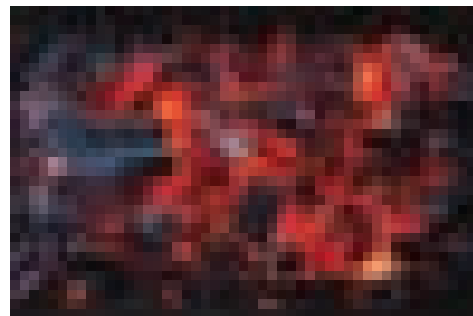
Вкупната енергија што телото ја емитура или зрачи на сите бранови должини се нарекува интегрална емисиона способност (или интегрален интензитет на зрачење). Таа покажува колкава енергија емитура телото од единица површина за една секунда, ако се земе предвид емисијата која се врши на сите бранови должини од спектарот на електромагнетното зрачење. Ова се запишува со формулата:

$$E_T = \frac{E}{St},$$

каде што E е емитираната енергија, S е плоштината на телото, а t е временскиот интервал во кој телото емитура енергија E .



Слика 1. Чајник поставен на решо. Различните нијанси покажуваат различна температура до која се загреани деловите од чајникот, белите и црвено обоените делови се со највисока, а сино обоените делови се со најниска температура



Слика 2. Парчиња кумур загреани до различна температура. Различните бои укажуваат на различна температура на загревање.

Освен што зрачат, телата истовремено и апсорбираат електромагнетно зрачење што упаѓа на нив. **Интегралната апсорпциона способност (a_T) покажува кој дел од вкупното упадно зрачење го апсорбира телото.** Ако врз телото паѓа зрачење со енергија E_{vk} , во единица време на единица површина, а телото апсорбира енергија E_a во единица време на единица површина, тогаш интегралната апсорпциона способност се пресметува како:

$$a_T = \frac{E_a}{E_{vk}}.$$

Интегралната апсорпциона способност е бездимензионална величина и може да има вредности меѓу 0 и 1:

- ако $a_T = 0$, телото не апсорбира зрачење кое паднало на неговата површина,
- ако $a_T = 1$, телото го апсорбира целокупното зрачење кое паднало на неговата површина.

Сепак, телата не ги емитираат и не ги апсорбираат сите бранови должини на електромагнетното зрачење подеднакво. Некои бранови должини се емитираат поинтензивно, а во исто време телото по-добро апсорбира зрачење токму на тие бранови должини.

За да опишеме како интензитетот на зрачењето зависи од брановата должина, се воведува величината **спектрална емисиона способност (или спектрален интензитет на зрачење) $E_{T\lambda}$** . Таа покажува колкава енергија емитира телото во вид на електромагнетно зрачење во многу мал интервал на бранова должина $\Delta\lambda$, од единица површина и за единица време ако телото е загреано на температура T . Аналогно на ова, **спектралната апсорпциона способност ($a_{T\lambda}$)** опишува колкава енергија апсорбира телото во вид на електромагнетно зрачење во многу мал интервал на бранова должина $\Delta\lambda$, на единица површина и за единица време. Овие величини зависат од брановата должина, температурата на телото и од својствата на неговата површина. Како резиме, величините се претставени во табела 1.

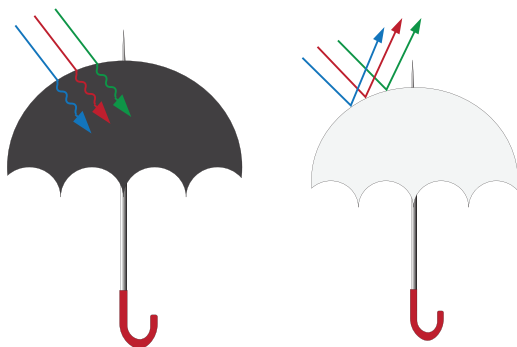
Величина	Што опишува	Од што зависи	Што ни кажува физички
Интегрална емисиона способност (E_T)	Вкупната енергија што ја зрачи телото на сите бранови должини	Само од температурата (T)	Колкава е вкупната енергија која ја емитира телото од единица површина во единица време
Спектрална емисиона способност ($E_{T\lambda}$)	Енергијата што ја зрачи телото на бранов интервал $\Delta\lambda$	Од брановата должина (λ) и од температурата (T)	Колкава енергија емитира телото на одреден мал интервал бранови должини од единица површина во единица време
Интегрална апсорпциона способност (a_T)	Делот од вкупната енергија на упадното зрачење што ја апсорбира телото	Од материјалот и од површинските својства	Колкав дел од вкупната енергија што паднала на телото на единица површина во единица време е апсорбирана.
Спектрална апсорпциона способност ($a_{T\lambda}$)	Делот од енергијата на упадното зрачење што ја апсорбира телото на мал интервал бранови должини $\Delta\lambda$	Од брановата должина (λ) и од својствата на материјалот	Колкава енергија апсорбира телото на одреден мал интервал бранови должини на единица површина во единица време

Табела 1. Емисија и апсорпција на топлинско зрачење – резиме

Земјата постојано прима енергија од Сонцето, при што дел од таа енергија се апсорбира и ја загрева нејзината површина и атмосферата. Во исто време, Земјата зрачи топлинска енергија кон околниот простор. Дека Земјата не само што апсорбира, туку и емитира енергија, може да се покаже и

со мерења направени од Месечината. Од нејзината темна страна може да се регистрира топлинското зрачење што го емитира Земјата, иако Сонцето не ја осветлува таа страна на Месечината (слика 3). Ова јасно покажува дека телото што прима енергија истовремено и ја оддава преку топлинско зрачење.

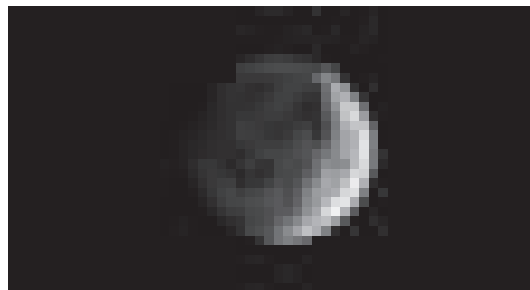
Кога зборуваме за емисија и за апсорпција на зрачење, природно се наметнува прашањето: дали постои тело што целосно го апсорбира секое зрачење што паѓа врз него? Моделот на такво идеално тело се нарекува апсолутно црно тело (АЦТ). **Апсолутно црно тело е тело што ја апсорбира целокупната енергија на упадното електромагнетно зрачење, без разлика на брановата должина на зрачењето.** Тоа значи дека таквото тело не рефлектира никакво зрачење и затоа, при осветлување, изгледа црно (слика 4). Зборот апсолутно укажува на тоа дека спектралната апсорпциона способност за сите бранови должини е 1, од што следува дека и интегралната апсорпциона способност е еднаква на 1.



Слика 4. Црните тела апсорбираат светлина на сите бранови должини, а белите ја рефлектираат

апсолутно црно тело, бидејќи нивните густе и жешки слоеви силно апсорбираат и емитираат зрачење на сите бранови должини.

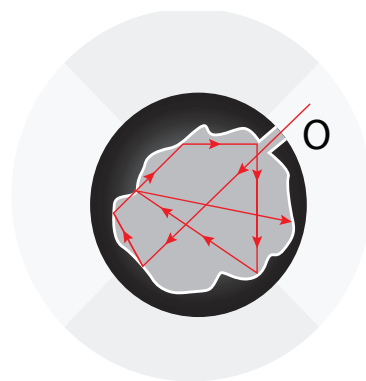
Во лабораторија, апсолутно црно тело може да се моделира со метална сфера чии внатрешни сидови се начадени, односно на нив се налепени саѓи, а сферата има мал отвор. Зрачењето што ќе падне низ малиот отвор целосно се апсорбира внатре во сферата по повеќе одбивања од внатрешноста. Поради ова, отворот на шуплината се однесува како површина што апсорбира зрачење на сите бранови должини, односно има својства на апсолутно црно тело. Во термодинамичка рамнотежа, зрачењето што излегува низ отворот е одредено само од температурата на шуплината и не зависи од материјалот на сидовите. Затоа, зрачењето што се емитира преку отворот е топлинско зрачење, како кај апсолутно црно тело.



Слика 3. Темната страна на Месечината не е толку темна колку што нам ни изгледа

Апсолутно црно тело во природата не постои, односно секое тело рефлектира барем дел од енергијата која ќе падне на него. Иако во природата не постои апсолутно црно тело, овој поим е исклучително важен бидејќи ни овозможува да го проучуваме топлинското зрачење во неговата наједноставна форма. Бидејќи апсолутно црното тело не рефлектира зрачење кое паѓа на неговата површина, целокупното зрачење што го емитира потекнува само од самото тело и зависи само од неговата температура. Кај физичките тела, емитираното зрачење најчесто е комбинација од сопственото зрачење и рефлектирано зрачење кое на него паѓа од околината, но кај апсолутно црно тело таков придонес не постои.

Поради ова својство, ѕвездите се едни од најблиските природни примери до апсолутно црно тело. Иако не се совршени апсолутни црни тела, нивното зрачење многу добро се опишува со моделот на

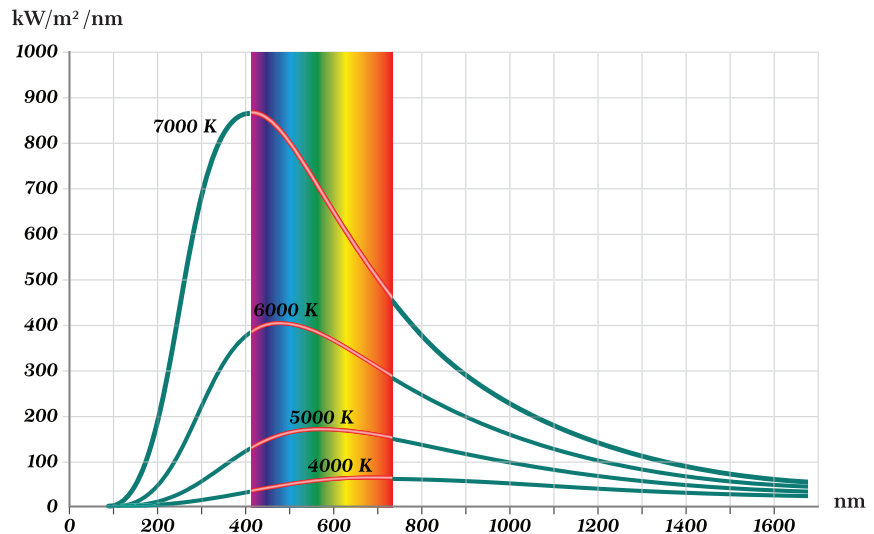


Слика 5. Отворот на сфера, чија внатрешност е полна со саѓи, има својства на апсолутно црно тело

Закони за топлинско зрачење

Спектар на топлинско зрачење

Кога едно тело зрачи, тоа не ја емитира целокупната енергија само на една бранова должина, туку истовремено зрачи електромагнетни бранови со различна бранова должина. Распределбата на емитираната енергија според бранови должини се нарекува **спектар на топлинско зрачење**. На слика 6 е прикажан спектарот на зрачење на апсолутно црно тело загреано на различни температури. Од графикот може да се забележи дека АЦТ зрачи енергија на сите бранови должини, при што спектралниот интензитет на зрачењето не е ист за сите бранови должини, ниту пак спектралниот интензитет е ист за различни температури на загреаност на АЦТ. Ваквиот спектар, кај кој зрачењето е присутно на сите бранови должини, се нарекува **континуиран спектар**.



Слика 6. Зависност на спектралната емисиона способност од брановата должина. Секоја линија претставува зрачење на апсолутно црно тело со различна температура. Со обоениот дел во заднината е покажан интервалот на бранови должини на видливата светлина

Од графикот може да се прочита спектралната емисиона способност на телото на различни бранови интервали, односно за секоја бранова должина може да се утврди колкава енергија емитира телото во единица време од единица површина. Со други зборови, висината на кривата за дадена бранова должина покажува колкав е интензитетот на зрачењето на таа бранова должина. Од површината под кривата при дадена температура, може да се одреди интегралната емисиона способност на телото, односно вкупната енергија што ја зрачи телото на сите бранови должини.

Од спектрите на слика 6, јасно се забележува влијанието на температурата врз топлинското зрачење. Со зголемување на температурата на телото:

1. Се зголемува вкупната енергија што ја зрачи телото во единица време од единица површина (површината под кривата е поголема);
2. Максимумот на зрачењето се поместува кон пократки бранови должини.

Овие заклучоци се добиени директно од анализата на графикот на зависноста на спектралната емисиона способност од температурата на којашто е загреано апсолутно црно тело и претставуваат основа за формулирање на законите за топлинското зрачење. Важно е да се истакне дека спектарот на зрачење на апсолутно црно тело зависи само од температурата, а не од материјалот од којшто е изградено телото. Поради тоа, апсолутно црно тело претставува основен модел за проучување на топлинското зрачење и за формулирање на општите закони што важат за зрачењето на сите физички тела.



АКТИВНОСТ 1.

Спектар на топлинско зрачење

Алатка: PhET симулација Спектар на АЦТ (Blackbody Spectrum)

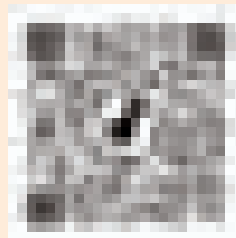
Линк: https://phet.colorado.edu/sims/html/blackbody-spectrum/latest/blackbody-spectrum_all.html

Во оваа активност ќе го истражите спектарот на топлинско зрачење на апсолутно црно тело со помош на компјутерска симулација.

1. Отворете ја симулацијата и поставете температура од 4000 K. Набљудувајте ги формата на спектарот и положбата на максимумот на зрачењето.
2. Постепено зголемувајте ја температурата (5000 K, 6000 K, 7000 K) и споредете ги спектрите.
3. Забележете како се менуваат:
 - Висината на кривата (интензитетот на зрачењето),
 - Положбата на максимумот на зрачењето според брановата должина.
4. Вклучете го означувањето на видливиот дел од спектарот и утврдете при која температура најголем дел од енергијата се зрачи во видливата област.

Прашања за размислување:

- Како се менува вкупната енергија што ја зрачи телото со зголемување на температурата?
- Во која насока се поместува максимумот на зрачењето кога температурата расте?
- Зошто многу жешки тела може да светат со видлива светлина, а постудените не?



Кирхофов закон за топлинско зрачење

Кога едно тело се наоѓа во термодинамичка рамнотежа со својата околина, тоа истовремено апсорбира и емитира електромагнетно зрачење. Експериментите покажуваат дека овие два процеса не се независни: телата што добро апсорбираат зрачење на одредена бранова должина, во истите услови добро зрачат на таа бранова должина. Оваа врска е опишана со Кирхофовиот закон за топлинско зрачење: за дадена температура и за дадена бранова должина, односот меѓу спектралната емисиона способност и спектралната апсорпциона способност е ист за сите тела и зависи само од температурата и од брановата должина. Математички, Кирхофовиот закон може да се запише во форма:

$$\frac{E_{T,\lambda}}{a_{T,\lambda}} = E_{T,\lambda}^{(0)},$$

каде што $E_{T,\lambda}$ е спектралната емисиона способност на дадено тело, $a_{T,\lambda}$ е неговата спектрална апсорпциона способност, а $E_{T,\lambda}^{(0)}$ е спектралната емисиона способност на апсолутно црно тело загреано на истата температура. Оваа равенка има јасна физичка смисла: ако телото слабо апсорбира зрачење на одредена бранова должина (мала вредност на $a_{T,\lambda}$), тогаш слабо ќе зрачи на таа бранова должина (мала вредност на $E_{T,\lambda}$). И обратно, добар апсорбер на зрачење е и добар емитер.

Во граничниот случај на апсолутно црно тело, апсорпционата способност е $a_{T,\lambda} = a_T = 1$, неговата емисија е максимална. Па, спектарот на зрачење на апсолутно црно тело служи како референтен спектар за споредба со сите реални тела. Кирхофовиот закон покажува дека спектарот на зрачење на апсолутно црно тело не зависи од материјалот, туку само од температурата, што овозможува законите на топлинското зрачење прво да се формулираат за апсолутно црно тело, а потоа да се применуваат и на реални тела.

Стефан–Болцманов закон

Од спектрите на топлинското зрачење, како што е прикажано на слика 6, може да се одреди интегралната емисиона способност на телото, односно вкупната енергија што ја зрачи телото во единица време од единица површина на сите бранови должини. Таа е еднаква на површината под кривата на спектралната емисиона способност. Експериментите покажале дека за апсолутно црно тело интегралната емисиона способност зависи само од апсолутната температура на телото и е дадена со **Стефан–Болцмановиот закон**:

$$E_T = \sigma T^4,$$

каде што T е апсолутната температура (изразена во келвини) на телото, а σ е **Стефан–Болцмановата константа**, чија вредност изнесува

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4\text{)}.$$

Од овој закон следува дека телата загреани на повисока температура зрачат значително поголема енергија. На пример, ако температурата на телото се зголеми 2 пати, енергијата што ја зрачи телото во единица време од единица површина ќе се зголеми 16 пати. Овој заклучок е во согласност со графичите на спектралната емисиона способност, каде што со зголемување на температурата се зголемува и површината под кривата.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Нормалната температура кај човек може да се смета дека изнесува $36,5^\circ\text{C}$. Температурата на човек со настинка изнесувала $38,0^\circ\text{C}$. Пресметајте го односот на интегралниот интензитет на зрачење во двата случаја:

Дадено:

$$T_1 = (36,5 + 273,15)\text{K} = 309,65\text{K},$$

$$T_2 = (38,0 + 273,15)\text{K} = 311,15\text{K}$$

Се бара:

$$\frac{E_{T2}}{E_{T1}} - ?$$

Решение:

Користејќи го Стефан–Болцмановиот закон, имаме:

$$\frac{E_{T2}}{E_{T1}} = \frac{\sigma T_2^4}{\sigma T_1^4} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = 1,0195.$$

Резултатот покажува дека при зголемување на телесната температура само за 0,48 %, вкупната енергија што ја зрачи човечкото тело се зголемува за 1,95 %. Затоа и релативно мали промени во температурата може да доведат до значителни промени во енергијата што ја зрачи телото во единица време.

Винов закон

Од спектрите на топлинското зрачење прикажани на слика 6, може да се забележи дека со зголемување на температурата на телото не се менува само интегралната емисиона способност, туку и распределбата на зрачењето според бранови должини. Спектралната емисиона способност не е иста за сите бранови должини: за некои зрачењето е поинтензивно, а за некои помалку интензивно. За секоја температура постои бранова должина на која спектралната емисиона способност има максимална вредност, односно каде што спектарот има јасно изразен максимум. Со зголемување на температурата, брановата должина на којашто ќе се најде овој максимум се намалува. На пример, за апсолутно црно тело загреано на 4000K , максимумот на спектралната емисиона способност се наоѓа во црвениот дел од спектарот, а за повисока температура максимумот постепено се поместува кон жолтиот, зелениот, а потоа и кон ултравиолетовиот дел од спектарот (слика 6).

Оваа зависност е опишана со **Виновиот закон за поместување**, кој гласи:

$$\lambda_{\max} T = b,$$

каде што $\lambda_{\max}$ е брановата должина на која спектралната емисиона способност има максимална вредност, T е апсолутната температура на телото, а b е **Виновата константа**, чија вредност изнесува

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$

Виновиот закон овозможува на едноставен начин, преку мерење на брановата должина на која зрачењето е најинтензивно, да се одреди температурата на телото. Овој закон објаснува зошто телата при ниска температура зрачат главно во инфрацрвената област, а при многу висока температура значителен дел од зрачењето се наоѓа во видливиот дел од спектарот, па затоа таквите тела емитираат светлина.



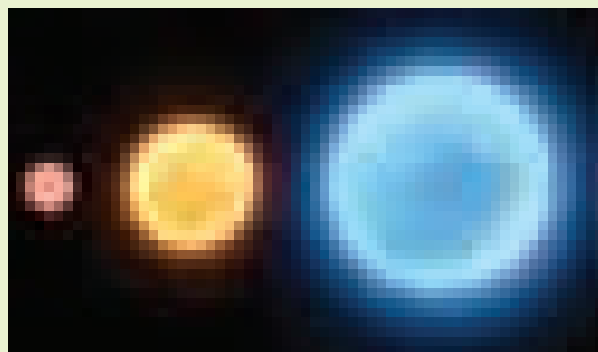
РЕШЕН ПРИМЕР 2.

На слика 7 прикажани се три ѕвезди со различна боја: **црвена, жолта и сина**. Боите на ѕвездите се поврзани со брановата должина на која нивното зрачење е најинтензивно. Познато е дека:

- Црвената ѕвезда има максимален спектрален интензитет на зрачење на $\lambda_{1, \max} = 700 \text{ nm}$,
- Жолтата ѕвезда има максимален спектрален интензитет на зрачење на $\lambda_{2, \max} = 580 \text{ nm}$,
- Сината ѕвезда има максимален спектрален интензитет на зрачење на $\lambda_{3, \max} = 450 \text{ nm}$.

Да се одреди:

- Температурата на површината на секоја од ѕвездите,
- Редоследот на ѕвездите според нивната температура.



Слика 7. Три ѕвезди со различни бои

Дадено:

$$\lambda_{1, \max} = 700 \text{ nm},$$

$$\lambda_{2, \max} = 580 \text{ nm},$$

$$\lambda_{3, \max} = 450 \text{ nm}$$

Се бара:

а) $T_1 - ?$, $T_2 - ?$, $T_3 - ?$

б) Подредување на ѕвездите според нивната температура.

Решение:

Според Виновиот закон за поместување: $\lambda_{\max} T = b$, каде што $b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$.
Температура на црвената ѕвезда е $T_1 = \frac{b}{\lambda_{1, \max}} = 4,1 \cdot 10^3 \text{ K}$, температу-

ра на жолтата ѕвезда е $T_2 = \frac{b}{\lambda_{2, \max}} = 5,0 \cdot 10^3 \text{ K}$, температура на сината

ѕвезда е $T_3 = \frac{b}{\lambda_{3, \max}} = 6,4 \cdot 10^3 \text{ K}$.

Иако на прв поглед црвената ѕвезда може да изгледа „пожешка“, пресметките покажуваат дека сината ѕвезда има највисока температура, а црвената најниска. Со зголемување на температурата, максимумот на зрачење се поместува кон пократки бранови должини, односно од црвени кон сини бои, што е директна последица на Виновиот закон. Исто така, од сликава може да забележиме дека поголемите ѕвезди имаат повисока температура.

**РЕШЕН ПРИМЕР 3.**

Радиусот на Сонцето изнесува $6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$, а вкупната моќност што ја зрачи Сонцето (енергија во единица време) изнесува $3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$.

а) Под претпоставка дека површината на Сонцето зрачи како апсолутно црно тело, да се одреди температурата на неговата површина.

б) Користејќи го резултатот од а), да се одреди брановата должина λ на која зрачењето е најинтензивно.

Дадено: $R = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$, $P = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$, $b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ Се бара: а) T – ? б) λ – ?	Решение: а) Ако телото има вкупна површина S , тогаш од секој квадратен метар се зрачи E_T (интегрална емисиона способност), а од целата површина се зрачи: $P = E_T \cdot S$, каде што P е моќноста на зрачењето. Според Стефан–Болцмановиот закон $E_T = \sigma T^4$, па ако се замени во равенката за моќност, се добива: $P = S \sigma T^4$. Бидејќи Сонцето приближно може да се смета за сфера $S = 4\pi R^2$, со замена добиваме: $P = 4\pi R^2 \sigma T^4.$ Тогаш, температурата на површината е: $T = \sqrt[4]{\frac{P}{4\pi R^2 \sigma}} = 5780 \text{ K}.$ б) Користејќи ја вредноста за температурата на Сонцето, според Виновниот закон за поместување имаме: $\lambda_{\max} T = b \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{b}{T} = 5,01 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 501 \text{ nm}.$
--	--

Секој од наведените закони опишува различен аспект на топлинското зрачење. Стефан–Болцмановиот закон ја дава вкупната енергија што ја зрачи телото на сите бранови должини. Виновниот закон ја одредува брановата должина на која зрачењето е најинтензивно. Формата на спектарот, односно распределбата на енергијата според бранови должини, се прикажува со спектарот на зрачење на апсолутно црно тело. Нивните главни карактеристики се резимирани во табела 2.

Закон на зрачење	Што опишува	Што може да одредиме со него
Спектар на апсолутно црно тело	Енергијата што ја зрачи телото загреано на некоја температура на секоја бранова должина во единица време од единица површина	Како спектралната емисиона способност зависи од брановата должина (λ) за определена температура (T)
Кирхофов закон ($\frac{E_{T,\lambda}}{a_{T,\lambda}} = E_{T,\lambda}^{(0)}$)	Врската меѓу спектралната емисиона и спектралната апсорпциона способност на телото	Телата што добро апсорбираат зрачење на дадена бранова должина, во истите услови добро зрачат на таа бранова должина
Стефан–Болцманов закон ($E_T = \sigma T^4$)	Вкупната енергија што ја зрачи телото од единица површина во единица време, ако е загреано на температура T .	Колку енергија зрачи телото на сите бранови должини заедно од единица површина во единица време
Винов закон за поместување ($\lambda_{\max} T = b$)	Положбата на максимумот на спектарот	На која бранова должина телото зрачи најмногу енергија од единица површина во единица време

Табела 2. Закони за топлинско зрачење – резиме

Од класичната до квантната слика на зрачењето

Иако Стефан–Болцмановиот и Виновиот закон успешно ја опишуваат вкупната енергија што ја зрачи телото и положбата на максимумот на спектарот, тие не даваат целосен математички опис на спектарот на топлинското зрачење. Поточно, тие не ја објаснуваат зависноста на спектралната емисиона способност од брановата должина и од температурата.

Обидите овој спектар да се објасни со класичната физика се темелеле на претпоставката дека енергијата се разменува континуирано, односно дека може да има произволно мали вредности. Ако ова важеше и за зрачењето на апсолутно црно тело, тогаш при мали бранови должини (големи фреквенции) спектралната емисиона способност ќе расте без ограничување, како што е прикажано на слика 8 (крајната десна крива).

Сепак, експериментите покажуваат дека при кратковрановото зрачење интензитетот опаѓа, а не расте. Ова несогласување јасно укажува на тоа дека класичната претпоставка за континуирана размена на енергија не е применлива при микроскопските процеси на емисија и на апсорпција.

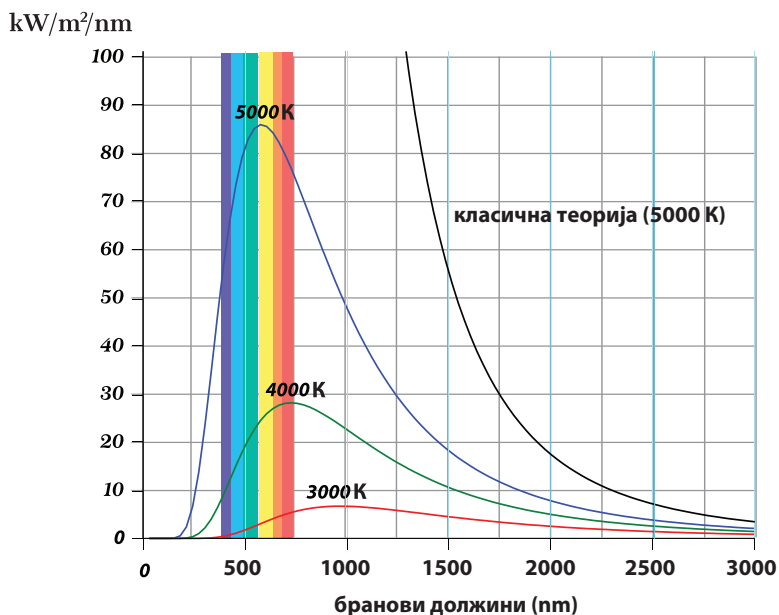
Решението што го предложил Макс Планк претставувало суштинска промена во разбирањето на зрачењето. Тој претпоставил дека енергијата не се зрачи и не се разменува континуирано, туку во дискретни, точно определени „порции“ или „пакети“. Најмалата порција енергија што може да се емитира или да се апсорбира при зрачење се нарекува **квант**. Оттука, следува дека енергијата не може да има произволни вредности, туку се појавува во одделни, дискретни количества, односно се вели дека енергијата е **квантизирана величина**.

За полесно да се разбере оваа идеја, може да се користи аналогија со искачување на одредена висина. При движење по наведена рамнина, висината (а со тоа и потенцијалната енергија) може да се зголемува континуирано, во произволно мали чекори. Спротивно на ова, при искачување по скали висината (а со тоа и потенцијалната енергија) се зголемува во точно определени „порции“: по едно скалило. Не е можно да се искачимо за половина или за дел од скалило. На сличен начин, при процесите на емисија и на апсорпција, енергијата не се менува континуирано, туку во дискретни „порции“, односно во кванти.

Планк покажал дека енергијата на еден квант не е иста за сите видови зрачење, туку зависи од фреквенцијата на електромагнетниот бран. За зрачење со фреквенција f , енергијата на еден квант е дадена со релацијата:

$$E = hf$$

каде што h е Планковата константа, што е една од основните константи во физиката, и нејзината вредност изнесува $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$. Бидејќи фреквенцијата f и брановата должина λ на електромагнетните бранови се поврзани преку брзината на светлината c , енергијата на квантот може да се изрази и со брановата должина:



Слика 8. Спектар на топлинско зрачење на апсолутно црно тело за различна температура. Класичната теорија (црната крива) предвидува бесконечен раст на зрачењето при мали бранови должини, што не се потврдува експериментално

$$E = h \frac{c}{\lambda}.$$

Од овие релации следува важен заклучок: колку е поголема фреквенцијата на зрачењето (или колку е помала неговата бранова должина), толку е поголема енергијата на еден квант. Затоа, краткорановото зрачење (како што е ултравиолетовото) носи многу поголема енергија по квант отколку долгорановото (како што е инфрацрвеното).

Квантизацијата не значи дека телото може да емитира само еден квант. Напротив, телото може да емитира голем број кванти со иста фреквенција. Во тој случај, вкупната енергија што се зрачи е еднаква на збирот на енергиите на поединечните кванти, односно е целоброен множител на енергијата на еден квант:

$$E = hf,$$

каде што n е природен број.

Оваа идеја ја објаснува суштината на зрачењето во кванти: **за дадена фреквенција, енергијата не може да има произволна вредност**, туку се појавува само во точно определени порции. Токму поради тоа, при многу големи фреквенции (мали бранови должини), квантите имаат толку голема енергија, што е малку веројатно телото да ги емитира во голем број. Како последица на тоа, спектралната емисиона способност во краткорановиот дел од спектарот опаѓа наместо бесконечно да расте, како што предвидува класичната теорија.

Кога квантната идеја се применила директно на светлината, квантот на електромагнетното зрачење добива посебно име: **фотон**. Фотон е квант на светлината, односно најмала неделива порција светлинска енергија со енергија $E = hf$. При интеракција со материјата, светлината не ја разменува енергијата постепено, туку преку емисија или преку апсорпција на цели фотони.



РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Во целосна темнина, човечкото око може да „забележи“ светлина само ако до него стигнува интензитет со некоја минимална вредност. Тој минимален интензитет се нарекува праг на осетливост (или праг на видливост). За зелена светлина со бранова должина од 510 nm , прагот на осетливост изнесува $4,20 \cdot 10^{-11} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Колку фотони во секунда влегуваат во окото ако зеницата во темнина е отворена до максимален дијаметар од $8,20 \text{ mm}$?

Дадено:

$$I = 4,20 \cdot 10^{-11} \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

$$\lambda = 510 \text{ nm} = 5,10 \cdot 10^{-7} \text{ m},$$

$$d = 8,20 \text{ mm} = 8,20 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s},$$

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Се бара:

N - ? (фотони во секунда)

Решение:

Интензитетот е моќност на единица површина: $I = \frac{P}{S}$.

Оттука, моќноста (енергија во единица време) што влегува низ зеницата е: $P = I \cdot S$. Зеницата ја сметаме за кружен отвор со дијаметар d , односно радиус $r = \frac{d}{2}$, па нејзината плоштина е:

$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2, S = 5,28 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2. \text{ Во тој случај, моќноста ќе биде:}$$

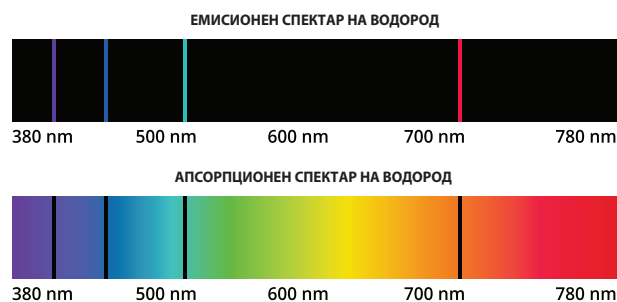
$$P = I \cdot S = 2,22 \cdot 10^{-15} \text{ W}. \text{ Еден фотон има енергија: } E = \frac{hc}{\lambda} = 3,90 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Ако во секоја секунда влегуваат N фотони во окото, вкупната енергија која влегува во окото за 1 s е: $P = N \cdot E$ од каде

$$N = \frac{P}{E} = 5,69 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}.$$

Откако ќе ја прифатиме идејата дека енергијата се разменува во дискретни износи односно кванти, се наметнува прашањето дали и атомите може да разменуваат енергија само на таков дискретен начин. Одговорот на ова прашање го даваат атомските спектри.

Атомските спектри не се континуирани што значи дека тие не зрачат топлина, а со тоа и светлина со произволни бранови должини, туку даваат линиски (дисконтинуирани) спектри составени од одделни линии, односно од точно определени бранови должини (или фреквенции). Ова покажува дека атомот може да емитира или да апсорбира само точно определени количества енергија. На слика 9 се прикажани емисиониот и апсорпциониот спектар на атомот на водород во видливиот дел на зрачењето. Темните линии во апсорпциониот спектар се појавуваат на истите места како и светлите линии во емисиониот спектар, што значи дека атомите апсорбираат светлина само на оние бранови должини на кои можат и да ја емитираат. Овие факти покажуваат дека размената на енергија кај атомите е квантизирана и претставуваат основа за воведување на поимот енергетски нивоа и за развој на моделите на атомот, кои ќе ги разгледаме во следните лекции.



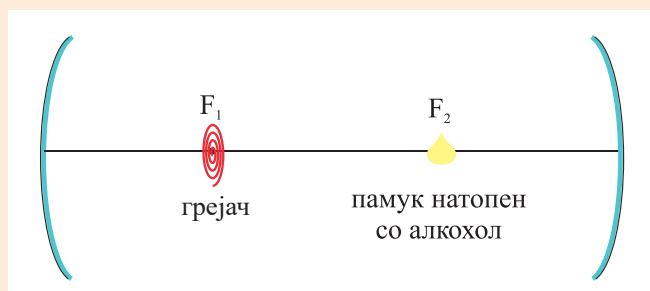
Слика 9. Емисионен спектар на водород (горе) и апсорпционен спектар на водород (долу)

По воведувањето нови поими и закони, сега може накратко да го заокружime наученото. Иако лекцијава на прв поглед изгледа апстрактно, идеите за топлинското зрачење и за апсолутно црно тело не се само теоретски конструкции, туку имаат јасна и препознатлива примена во секојдневниот живот и во современата технологија.



АКТИВНОСТ 2.

Замислете две еднакви вдлабнати огледала поставени едно спроти друго така што нивните главни оптички оски се совпаѓаат. Во фокусот на првото огледало се наоѓа многу жежок предмет што зрачи топлина (на пример грејач), а во фокусот на второто огледало – мало запаливо тело, на пример, памукче натопено со алкохол. Иако меѓу нив нема допир, ниту пламен, по кратко време памукчето во фокусот на второто огледало може да се запали.



Овој ефект е резултат на топлинското (инфрацрвено) зрачење што се одбива од огледалата и се собира во фокусот, на ист начин како и светлината. Така, енергијата од жешкиот предмет се пренесува и без директен контакт, што покажува дека топлинското зрачење се однесува како бран и може да се насочува и да се фокусира.

Важно безбедносно предупредување:

Овој експеримент е наведен само како мисловна активност и е наменет за изведување само во лабораториски услови. Неговото реално изведување со жешки предмети или со запаливи материи е опасно и не смее да се прави дома. Доколку се изведува како демонстрација, тоа треба да биде исклучително под надзор на наставник и со соодветна заштита.

Термалните камери и уредите за ноќно гледање не регистрираат видлива светлина, туку инфрацрвено зрачење. Човечкото тело, со температура од речиси 300 K, најсилно зрачи токму во инфрацрвениот дел од спектарот. Затоа, со термална камера може да се „види“ човек во темница, да се открие топлинска загуба во зграда или да се забележи прегревање на електрична инсталација уште пред да дојде до дефект.



Слика 10. Термална камера



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Спектралната емисиона способност на апсолутно црно тело може точно да се опише со Планковата формула, која покажува како емитираната енергија зависи од брановата должина и од температурата на телото. Таа е добиена со теоретско изведување сметајќи дека енергијата е квантувана величина. Планковата формула може целосно да го опише спектарот на зрачење на апсолутно црно тело:

$$E_{T,\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}.$$

Во формулава, h е Планковата константа, c е брзината на светлината во вакуум, а k_B е Болцмановата константа.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто површини со темна боја вообичаено се загреваат повеќе на сонце од светлите површини?
2. Преку експеримент се мери дека при загревање на апсолутно црно тело од T_1 на T_2 вкупната емисиона способност се зголемила N пати. Одреди за колку пати се зголемила температурата на апсолутното црно тело.
3. Зошто законите на топлинско зрачење се важни во астрономијата и наведете која величина може да се пресмета ако се снимат емисиониот спектар на светлината што потекнува од некоја ѕвезда?
4. Интегралната апсорпциона способност на јагленот за температура од 650 K изнесува 0,85. Пресметајте ја енергијата што ја емитира парче јаглен за време од 1 минута ако неговата површина изнесува 10 cm^2 . (Решение: 516 J)
5. Одредете за колку треба да се смени температурата на апсолутно црно тело за да се помести максимумот на неговата спектрална емисиона способност од 700 nm на 350 nm?
(Решение: температурата треба да се зголеми за 4140 K)
6. Температурата на апсолутно црно тело се зголемила од 400°C на 1400°C . Да се одреди:
 - а) За колку пати ќе се смени интегралната емисиона способност на апсолутното црно тело?
 - б) За колку ќе се смени брановата должина на којашто одговара максимален интензитет на зрачењето?
 (Решение: а) Се зголемува за 38,2 пати б) Се намалува за $2,6 \text{ }\mu\text{m}$)
7. Ако Марс рефлектира 25 % од Сончевото зрачење што ќе падне на неговата површина, одредете ја неговата средна температура. Да се смета дека Сонцето е топка со радиус од 695700 km, температурата на површината на Сонцето изнесува 5780 K, а растојанието од Сонцето до Марс изнесува $2,28 \cdot 10^8 \text{ km}$. (Решение: 210 K)

4.2. Фотоелектричен ефект

Во претходната лекција видовме дека класичната физика не може целосно да го објасни топлинското зрачење, а во продолжение ќе видиме дека постојат и други физички појави кои не можат да се објаснат во нејзините рамки, особено во случаи кога светлината директно разменува енергија со поединечни честички. Кај апсолутно црното тело, воведувањето на квантите се покажа како неопходност за правилно објаснување на континуираниот спектар на топлинското зрачење. Во оваа лекција ќе видиме дека квантната природа на светлината не е само теоретска претпоставка, туку експериментален факт кој може едноставно да се демонстрира.

Да разгледаме пример како оној прикажан на слика 1. Прво, електроскопот, чијашто глава е цинкова плоча, се електризира со негативен полнеж. Потоа, неговата глава се осветлува со светлина од ламба што силно зрачи во ултравиолетовиот дел од спектарот. При осветлување, отклонувањето на ливчињата се намалува, односно електроскопот се разелектризира.

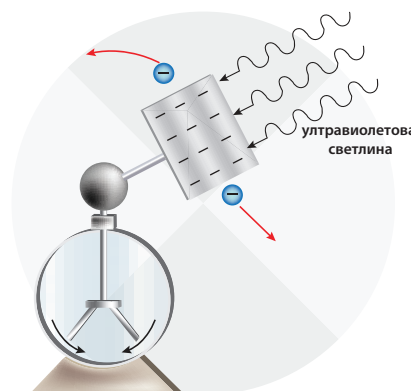
Во првата тема кажавме дека за да се разелектризира тело со негативен полнеж, односно тело со вишок електрони, потребно е вишокот електрони да се отстранат од него. Во овој случај, електроскопот не е поврзан со Земјата, па се поставува прашањето: каде преминале електроните кога врз електроскопот паднала ултравиолетова светлина? Одговорот е дека електроните се избиели од површината на металот под дејство на светлината. **Избивањето на електроните од површината на метал под дејство на светлина се нарекува надворешен фотоелектричен ефект (или скратено фотоефект), а емитираните електрони од металот се нарекуваат фотоелектрони.** Појавата се нарекува „надворешна“ бидејќи електроните ја напуштаат површината на металот и излегуваат надвор од него.

За да се запознаеме со својствата на надворешниот фотоелектричен ефект, може да ја дополниме демонстрацијата од слика 1. Ако се зголеми интензитетот на светлината (на пример, со осветлување со две ламби), разелектризирањето на електроскопот ќе се случи побрзо. Ова покажува дека бројот на емитирани фотоелектрони зависи од интензитетот на светлината. Сепак, при појавата на фотоефектот не е важен само интензитетот на светлината. Ламбата што ја користиме мора да зрачи во ултравиолетовиот дел од спектарот. Ако на патот на ултравиолетовата светлина се постави стаклена плочка, електроскопот нема да се разелектризира бидејќи стаклото ги апсорбира ултравиолетовите зраци. Ако, пак, експериментот се повтори со кварцна плочка, електроните повторно ќе се избиваат од металот односно повторно може да се набљудува фотоефект.

За да се објаснат овие појави, неопходно е да се земе предвид квантната природа на светлината. Таа е клучна не само за да се утврди дали воопшто ќе дојде до емисија на електрони, туку и за да се објасни кинетичката енергија што ја имаат емитираните фотоелектрони. Бидејќи овие ефекти можат директно да се испитуваат експериментално, фотоелектричниот ефект е особено соодветен пример за проучување на квантната природа на светлината.

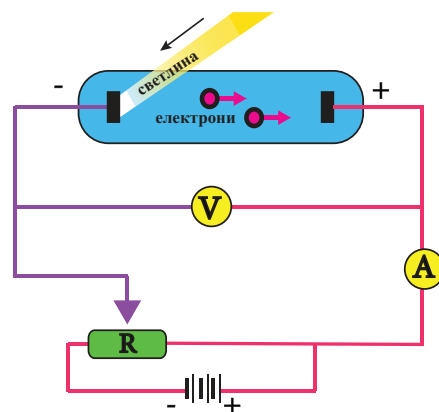
Истражување на надворешниот фотоелектричен ефект

За изучување на надворешниот фотоелектричен ефект најчесто се користи **фотокелија** поврзана во струјно коло, како што е прикажано на слика 2. Во наједноставен случај, фотокелијата претставува вакуумска цевка со две електроди: **фотокатода**, тоа е металната површина што се осветлува, и **анода**, што служи за собирање на електроните емитирани од фотокатодата.



Слика 1. Демонстрација на надворешен фотоелектричен ефект. Негативно наелектризиран електроскоп се осветлува со ултравиолетова светлина

Кога фотокатодата се осветлува со светлина со различна бранова должина (односно фреквенција), во надворешното коло може да потече струја, но може и да не дојде до течење на струја, во зависност од брановата должина на светлината и од материјалот на фотокатодата. Јачината на струјата се мери со амперметар. Доколку при осветлувањето се појави фотоелектричен ефект, фотоелектроните емитирани од фотокатодата се движат кон анодата и во надворешниот дел од струјното коло тече струја. Оваа струја се нарекува **фотоструја**, а нејзиното постоење претставува директен експериментален доказ дека светлината предизвикала емисија на електрони од металот.



Слика 2. Струјно коло со кое може да се изучува надворешниот фотоелектричен ефект



АКТИВНОСТ 1.

Цел на активноста: Со помош на интерактивна симулација, да се испита како фотострујата зависи од различни физички величини, со цел да се донесат заклучоци за природата на фотоелектричниот ефект. Во оваа активност ќе истражиме:

- како фотострујата зависи од интензитетот на светлината,
- како фотострујата зависи од брановата должина на светлината,
- како фотострујата зависи од напонот меѓу анодата и катодата.

PhET симулација: Фотоелектричен ефект (Photoelectric Effect)

<https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/photoelectric/latest/photoelectric.html>

Подготовка:

1. Отвори ја симулацијата.
2. Во делот Мета („Target“) одбери метал натриум („Sodium“).
3. Во делот Графици („Graphs“) вклучи ги сите три опции, треба да се појават три координатни системи.

4. Постави:

- интензитет на светлината: 50 %,
- напон меѓу електродите: 0 V,
- бранова должина: 350 nm.

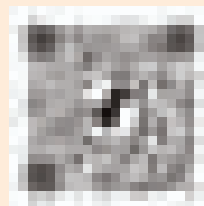
5. Набљудувај:

- дали на фотокатодата се појавуваат електрони,
- дали емитираните фотоелектрони стигнуваат до анодата,
- дали тоа резултира со течење струја во колото (покажано на амперметарот до батеријата),
- дали дел од електроните се враќаат назад кон фотокатодата.

Овие прашања поставувај си ги секогаш кога во активноста се бара да се набљудува фотострујата во симулацијата.

Дел 1: Зависност на фотострујата од интензитетот на светлината

Менувај го интензитетот на светлината. Забележи ја јачината на струјата за различни интензитети (0 %, 25 %, 50 %, 75 %, 100 %). Набљудувај како се однесуваат фотоелектроните во симулацијата со промена на интензитетот на светлината.



На десната страна на симулацијата се исцртува график со ознака „current vs light intensity“, односно зависност на јачината на фотострујата од интензитетот на светлината.

- Според овој график, каква е зависноста на јачината на струјата од интензитетот на светлината?
- Што претставува зголемувањето на фотострујата на микроскопско ниво?

Дел 2: Зависност на фотострујата од брановата должина

Менувај ја брановата должина на светлината. Забележи ја јачината на струјата за различни бранови должини (100 nm, 200 nm, ..., 800 nm).

- Набљудувај како се однесуваат фотоелектроните во симулацијата со промена на брановата должина.
- Забележи при која бранова должина фотострујата престанува да тече.
- Анализирај го графикот со ознака „Electron energy vs light frequency“, односно зависност на кинетичката енергија на електроните од фреквенцијата на светлината.

Иако во симулацијата се менува брановата должина, на графикот е прикажана фреквенцијата. Потсети се дека врската меѓу овие величини е $\lambda f = c$, каде што c е брзината на светлината. Објасни зошто со зголемување на брановата должина, фреквенцијата се намалува.

Каква е формата на графикот? Дали има фреквенција за која почетната кинетичката енергија на електроните е еднаква на нула?

Смени го металот што се осветлува, на пример: цинк, бакар итн.

- Повторно менувај ја брановата должина.
- Набљудувај како се менува јачината на фотострујата.
- Дали за иста бранова должина, на пример 350 nm, јачината на фотострујата во колото е еднаква за фотокатоде од различен метал?
- На која бранова должина фотострујата престанува да тече кај секој метал?
- Што кажува тоа за својствата на различните метали?

Дел 3: Зависност на фотострујата од напонот меѓу анодата и фотокатодата

Брановата должина нагоди ја на најмалата вредност (100 nm), а интензитетот на (100 %). Напонот на батеријата врзана во колото нагоди го на неговата минимална вредност (- 8 V). Полека зголемувај го напонот до максималната вредност (8 V).

- Набљудувај како се менува јачината на фотострујата.
- Набљудувај како изгледа графикот на зависноста на јачината на струјата од напонот што се донесува меѓу анодата и фотокатодата („current vs battery voltage“).
- Зошто во одреден момент јачината на фотострујата престанува да се зголемува, иако го зголемуваш напонот меѓу анодата и фотокатодата?

Промени го металот на фотокатодата:

- Анализирај ги разликите на графикот на зависноста на јачината на струјата од напонот за различните метали.
- Одреди за различни метали при кој напон престанува течењето на фотострујата?

Врз основа на набљудувањата од активноста, може подетално да ја разгледаме зависноста на фотострујата од напонот меѓу анодата и фотокатодата и да ги објасниме својствата на фотоелектроните. При позитивен напон на анодата во однос на катодата, електроните емитирани од фотокатодата се движат кон анодата и во надворешниот дела од струјното коло тече струја. Со зголемување на напонот,

фотострујата расте сè до момент кога достигнува **заситување**, односно состојба во којашто, практично, сите емитирани електрони стигнуваат до анодата и понатамошното зголемување на напонот не доведува до зголемување на фотострујата.

Ова набљудување покажува дека **јачината на фотострујата е определена од бројот на фотоелектроните емитирани во единица време, а тој број зависи од интензитетот на светлината, односно од бројот на фотони што удираат во фотокатодата во единица време.**

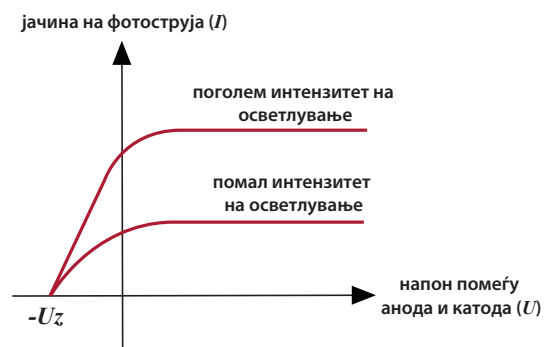
Ако се смени поларитетот на електродите така што анодата станува негативна во однос на катодата, електричното поле почнува да ги забавува фотоелектроните и дел од нив ги враќа назад кон фотокатодата. Сепак, во одреден интервал на негативни напони, фотострујата сè уште постои, што укажува на фактот дека **фотоелектроните се емитираат со определена кинетичка енергија** и можат да вршат работа против електричното поле.

Напонот U_z при кој фотострујата престанува да тече се нарекува закочен напон. Закочниот напон е особено важен затоа што преку него може да се одреди **максималната кинетичка енергија $E_{k,max}$** на фотоелектроните. Бидејќи кинетичката енергија не може да биде негативна, во формулата се зема апсолутната вредност на закочниот напон, според релацијата:

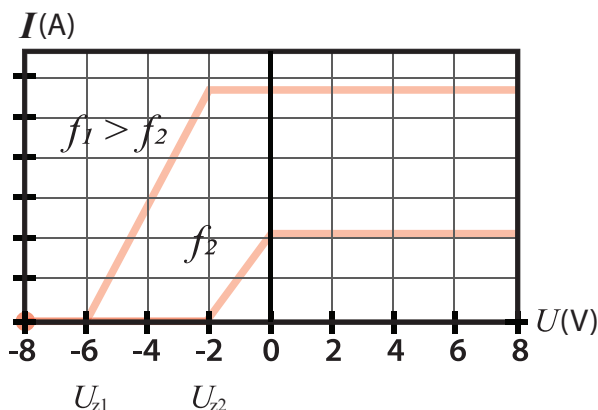
$$E_{k,max} = e|U_z|,$$

каде што e е полнежот на електронот.

Со зголемување на интензитетот на светлината се зголемува и јачината на фотострујата, значи се емитираат поголем број фотоелектрони во единица време. При доволно голем позитивен напон меѓу анодата и фотокатодата, фотострујата достигнува заситување, односно состојба во која, практично, сите емитирани електрони стигнуваат до анодата. Како што е прикажано на слика 3, при поголем интензитет на осветлување, јачината на фотострујата е поголема, а закочниот напон има иста вредност за двата интензитета. Ова покажува дека **интензитетот на светлината влијае на бројот на емитирани електрони, но не и на нивната максимална кинетичка енергија.**



Слика 3. Зависност на јачината на фотострујата од напонот меѓу анодата и катодата за два различни интензитета (I_1 и I_2) на осветлување



Слика 4. Зависност на закочниот напон од фреквенцијата со која е осветлена фотокатодата

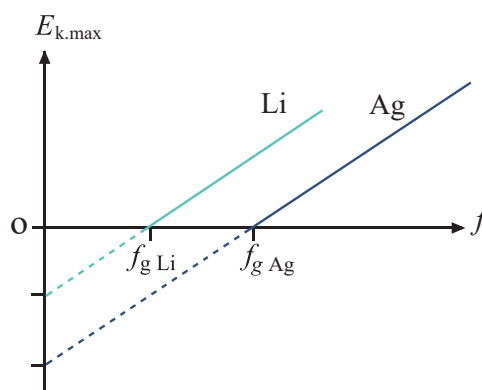
Иако интензитетот на светлината ја одредува јачината на фотострујата, тој не влијае на максималната кинетичка енергија на фотоелектроните. За да се испита од што зависи таа енергија, се разгледува промената на закочниот напон при осветлување на фотокатодата со светлина со различна фреквенција.

Оваа зависност не важи за произволно мали фреквенции. За секој метал постои најмала фреквенција f_g (или најголема бранова должина λ_g) при која фотоелектричниот ефект сè уште може да се појави. Таа фреквенција се нарекува **црвена граница** на фотоелектричниот ефект. **Ако фреквенцијата на светлината е**

помала од граничната, фотоэффектот не се појавува, без оглед на интензитетот на светлината, како што е прикажано на слика 5.

Кога фреквенцијата на светлината е поголема од граничната, фотоелектроните се појавуваат **речиси моментално** (за време помало од $3 \cdot 10^{-9} \text{ s}$) по осветлувањето на металот. Ова укажува на тоа дека **енергијата не се предава постепено, туку во временски кратки, дискретни настани**.

Овие експериментални факти јасно покажуваат дека светлината не може да се опише исклучително како бран што континуирано пренесува енергија, туку покажува и **честична (квантна) природа**, што претставува основа за теориското објаснување на фотоелектричниот ефект. Заклучоците од овие експерименти се резимирани во табела 1.



Слика 5. Зависност на максималната кинетичка енергија на електроните од фреквенцијата на светлината со којашто се осветлени два различни метала (Li и Ag)

Бр.	Што се менува	Експериментален резултат	Заклучок
1.	Интензитет на светлината	Со зголемување на интензитетот, се зголемува јачината на фотострујата; при заситување, фотострујата е поголема за поголем интензитет на светлината	Фотострујата зависи од бројот на емитирани фотоелектрони, а тој број зависи од интензитетот на светлината
2.	Интензитет на светлината	За различни интензитети на светлината, фотострујата престанува да тече за иста вредност на закочниот напон	Максималната кинетичка енергија на фотоелектроните не зависи од интензитетот на светлината
3.	Фреквенција (бранова должина) на светлината	За различни фреквенции на светлината со која се осветлува фотокатодата, фотострујата престанува да тече за различни вредности на закочниот напон	Максималната кинетичка енергија на фотоелектроните зависи од фреквенцијата на светлината
4.	Вид метал и фреквенција на светлината	Под одредена вредност на фреквенцијата на светлината, фотоэффектот не се појавува, без оглед на нејзиниот интензитет	За секој метал постои црвена граница на фотоелектричниот ефект
5.	Време на појавување на фотоелектрони	Фотоелектроните се појавуваат речиси моментално при осветлување со светлина, чијашто фреквенција е поголема од црвената граница за тој метал	Енергијата не се предава постепено, туку во дискретни (квантни) настани

Табела 1. Заклучоци од изучувањето на надворешниот фотоелектричен ефект



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Од расејувањето на сончевата светлина, Џ. Џ. Томсон пресметал дека радиусот на електронот изнесува $2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m}$. Сончева светлина со интензитет од 520 W/m^2 паѓа на електронот кој за овој случај ќе сметаме дека е диск. Со цел да се провери дали класичниот бранов модел на светлината може да го објасни фотоелектричниот ефект, ќе претпоставиме дека светлината е класичен бран и дека енергијата се апсорбира постепено.

а) Колку време е потребно за електронот да добие доволно енергија за да го напушти металот ако таа енергија изнесува 1,20 eV?

б) Колку пати ова време е поголемо од времето за коешто се набљудуваат фотоелектроните по осветлувањето на металот, а кое изнесува $3 \cdot 10^{-9}$ s.

Дадено: $r = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m}, I = 520 \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$ $E = 1,20 \text{ eV}, t_f = 3 \cdot 10^{-9} \text{ s},$ $E = 1,20 \text{ eV} = 1,92 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$	Решение: а) Светлината со интензитет I што паѓа на површината на дискот пренесува моќност $P = IS = I\pi r^2$, каде што S е плоштината на дискот. Бидејќи моќноста претставува енергија пренесена во единица време, времето потребно за апсорпција на енергијата од 1,20 eV се добива од релацијата: $t = \frac{E}{P} = \frac{E}{I\pi r^2} = 1,48 \cdot 10^7 \text{ s} = 171 \text{ d}.$ б) Според класичната физика, енергијата е континуирана величина, па за толку мала плоштина ќе биде потребно многу долго време за да се акумулира енергија од редот на неколку електронволти. Меѓутоа, експериментално се забележува дека фотоелектроните се емитираат речиси моментално по осветлувањето на металот. Односот меѓу времето добиено според класичниот модел и експериментално измереното време на појавување на фотоелектроните изнесува: $n = \frac{t}{t_f} = 5 \cdot 10^{15}$. Овој огромен однос јасно покажува дека класичната претстава за светлината како електромагнетен бран не може да го објасни фотоелектричниот ефект.
Се бара: а) t – ? б) n – ?	

Ајнштајнова равенка за фотоелектричен ефект

Според квантната интерпретација, светлината претставува поток од честички наречени **фотони**. Енергијата на еден фотон е:

$$E = hf = \frac{h}{\lambda},$$

каде што со h е означена Планковата константа, c е брзината на светлината во вакуум, f е фреквенцијата на светлината, а λ е нејзината бранова должина.

Кога фотонот ќе се апсорбира од електронот во металот, енергијата не се предава постепено, туку одеднаш – електронот ја прима целата енергија на фотонот. Електроните во металот се врзани во кристалната решетка со привлечни Кулонови сили, па електронот за да го напушти металот, мора да совлада енергетска бариера. **Минималната енергија потребна за електронот да излезе од металот се нарекува излезна работа и се означува со A .** Излезната работа е различна за различни метали: колку е поголема A , толку електроните се посилно врзани за металот. Според тоа, енергијата што ја добива електронот од фотонот се троши за ослободување на електронот од кристалната решетка, а остатокот се претвора во кинетичка енергија на фотоелектронот. Ова се запишува со **Ајнштајновата равенка за фотоелектричен ефект**:

$$hf = A + E_{k,\max}, \text{ односно } hf = A + \frac{mv^2}{2},$$

каде што $E_{k,\max}$ е максималната кинетичка енергија на фотоелектроните, m е нивната маса, а v е максималната брзина со којашто фотоелектроните може да го напуштат металот.

Во равенкава се појавуваат **максимална кинетичка енергија** и **максимална брзина**, бидејќи фотоелектроните не се емитираат со иста кинетичка енергија. Дел од електроните потекнуваат од подлабоки слоеви на металот и губат енергија при судири додека стигнат до површината, а електро-

ните од површинските слоеви излегуваат со помали или без загуби на кинетичка енергија. Затоа, со Ајнштајновата равенка може да се одреди само максималната кинетичка енергија.

Од равенкава јасно се гледа зошто зголемувањето на интензитетот на светлината не ја зголемува кинетичката енергија на фотоелектроните. Енергијата на фотонот зависи од фреквенцијата. Зголемувањето на интензитетот значи повеќе фотони во единица време, па се избиваат повеќе електрони (поголема фотоструја), но енергијата на поединечните фотоелектрони е определена од фреквенцијата на светлината и од излезната работа на металот:

$$E_{k,\max} = hf - A.$$

Од Ајнштајновата равенка за фотоэффект непосредно следува постоењето на црвена граница на фотоелектричниот ефект. **Ако енергијата на фотонот е помала од излезната работа на металот, односно ако важи $hf < A$, од металот не се емитираат фотони.** Кога енергијата на фотонот е еднаква на излезната работа, фотоелектроните се емитираат, но без кинетичка енергија, односно тогаш следува дека $E_{k,\max} = 0$. Од оваа гранична состојба се добива граничната (најмала) фреквенција на светлината при која фотоэффектот сè уште може да се појави:

$$hf_g = A \Rightarrow f_g = \frac{A}{h}.$$

Користејќи ја врската меѓу фреквенцијата и брановата должина на електромагнетниот бран, може да се определи и **граничната бранова должина** (црвената граница) за дадениот метал:

$$h \frac{c}{\lambda_g} = A \Rightarrow \lambda_g = \frac{hc}{A}.$$

Ова уште еднаш покажува дека ако светлината нема доволно голема фреквенција, односно ако нејзината бранова должина е поголема од граничната, фотоелектричниот ефект не се појавува, без оглед на тоа колку ќе се зголеми интензитетот на светлината. Поголемиот интензитет значи повеќе фотони во секунда, но ако секој фотон има енергија $hf < A$, ниту еден од тие фотони поединечно не може да ослободи електрон.

Конечно, може да се заклучи дека заемнодејството меѓу фотонот и електронот личи на судир на две честички, при што пренесувањето енергија се случува моментално. Енергијата на фотонот е локализирана и се предава во еден дискретен настан, за разлика од класичниот бранов модел, каде што енергијата е распределена во просторот.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Молибденот има излезна работа од 4,20 eV.

- Најди ги граничната бранова должина и граничната фреквенција за фотоелектричниот ефект од овој метал.
- Колкав е заочниот напон, за зрачење со бранова должина од 185 nm?
- Пресметај ја брзината со којашто фотоелектроните се избиваат од молибденот.

Масата и полнежот на електронот, брзината на светлината и Планковата константа се познати.

Дадено:

$$\lambda = 850 \text{ nm},$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$A = 6,27 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Се бара:

- λ_g - ?
- U_z - ?
- v - ?

Решение:

а) Гранична бранова должина е најголемата бранова должина за која уште доаѓа до емисија на фотоелектроните од површината на металот, но фотоелектроните немаат кинетичка енергија. Од равенката за фотоелектричен ефект, имаме:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + E_k. \quad \text{Ако } E_k = 0 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_g} = A \Rightarrow \lambda_g = \frac{hc}{A} = 295 \text{ nm}.$$

Имајќи ја предвид врската меѓу фреквенцијата и брановата должина на електромагнетниот бран, за граничната фреквенција имаме: $f_g = \frac{c}{\lambda_g} = \frac{c}{\frac{h}{A}} = \frac{A}{h} = 1,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$.

б) Кога во колото меѓу анодата и катодата ќе се донесе потенцијална разлика еднаква на законичниот напон, целокупната максимална кинетичка енергија на електроните се претвора во потенцијална енергија и меѓу анодата и катодата не тече струја, односно: $E_{k,\max} = eU_z$. Според тоа, може да запишеме:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_z \Rightarrow U_z = \frac{1}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) = 2,5 \text{ V}.$$

в) Имајќи ја предвид врската меѓу кинетичката енергија и брзината на електроните, имаме:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)} = 9,4 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

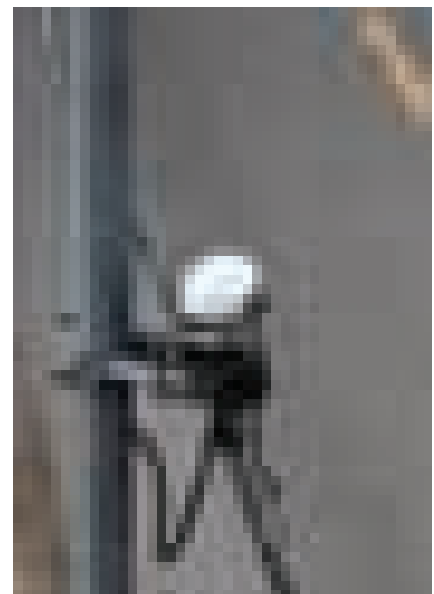
Примена на надворешниот фотоелектричен ефект

Надворешниот фотоелектричен ефект се користи во уреди кај кои светлината треба да се претвори во електричен сигнал со висока чувствителност и брз одговор. Во секојдневието најчесто се среќава во фотоќелии и во светлосни сензори вградени во автоматски системи, како што се: автоматско отворање и затворање на врати, броење и сортирање предмети на производствени ленти и управување со осветлување. На пример, фотоќелијата (слика 6) што е поврзана со улична светилка го регистрира намалувањето на осветленоста и автоматски го вклучува напојувањето на светилката од градската електрична мрежа.

Внатрешен фотоелектричен ефект

Внатрешниот фотоелектричен ефект е појава при која светлината не исфрла електрони надвор од материјалот (како кај надворешниот фотоелектричен ефект), туку предизвикува промени внатре во него. Кога полупроводник или изолатор се осветлува со зрачење со доволно голема енергија, фотоните можат да им предадат енергија на електроните во материјалот, со што тие преминуваат од состојби со пониска енергија во состојби со повисока енергија. Во полупроводниците, ова најчесто значи дека електроните преминуваат од сврзана состојба во состојба во којашто може да се движат. Како последица на тоа, во материјалот се создаваат слободни носители на полнеж: **парови: електрон-шуплина**. Шуплини се местата од каде што се исфрлени електроните под дејство на светлината за кои може да сметаме дека се позитивно наелектризирани носители на полнеж, чиј полнеж е еднаков по големина на полнежот на електронот. Сега, кога имаме слободни носители на полнеж, доаѓа до промена на електричната спроводливост на материјалот, но без електроните да ја напуштат неговата површина.

Внатрешниот фотоелектричен ефект има две особено важни примени во техниката. Првата е **фотоспроводливост**: при осветлување електричната спроводливост на полупроводникот се зголемува затоа што се создаваат повеќе преносители на полнеж,



Слика 6. Фотоќелија како прекинувач на улична светилка.

односно при ист напон донесен на краевите на полупроводникот, низ него ќе тече поголема струја. Ова е основата за работа на многу светлосни сензори и фотодетектори. Втората појава е **фотоволтаичниот ефект**, кој се појавува кај некои полупроводнички структури. Кога полупроводник каде што има недостиг на електрони наречен p тип на полупроводник и полупроводник каде што има вишок на слободни електрони, наречен n тип на полупроводник, ќе се донесат во контакт и тој контакт ќе се изложи на светлина, може да се појави **електромоторна сила (или фотонапон)**. Ваквите полупроводнички структури се нарекуваат уште и **фотоволтаични ќелии** или само **фотоќелии**. Ако фотоќелијата се поврзе во надворешно коло, доаѓа до течење на електрична струја. Фотоќелиите се основните градбени единици на **соларните панели**.

Примената на внатрешниот фотоелектричен ефект е многубројна и присутна во секојдневието. Соларните ќелии претвораат дел од сончевото зрачење во електрична енергија и се користат од мали калкулатори до големи фотоволтаични центри. На овој начин, внатрешниот фотоелектричен ефект претставува една од најважните врски меѓу квантната природа на светлината и современата електроника, бидејќи овозможува светлината да се претвори во електричен сигнал или во корисна електрична енергија.

Еколошка оправданост на користењето соларни панели

При оценување на еколошката оправданост на соларните панели, не е доволно да се разгледува само нивното влијание за време на работата, туку треба да се земе предвид целиот животен циклус: производство, користење и отпад, односно можностите за рециклирање.

Голема предност на соларните панели е тоа што при работа не согоруваат фосилни горива и не испуштаат штетни гасови и честички на местото на употреба. Со тоа се намалува загадувањето на воздухот и емисијата на стакленички гасови, особено кога сончевата енергија ја заменува електричната енергија добиена од фосилни извори. Дополнително, панелите најчесто се поставуваат на веќе постојни покриви или на одредена инфраструктура, па во многу случаи не предизвикуваат трајни промени во природната средина, за разлика од рудниците за јаглен и од депониите на пепел од термоцентралите.

Од друга страна, еколошката анализа не е целосна ако се игнорираат предизвиците. Производството на соларни панели бара сировини и значително количество енергија, а по истекување на работниот век, потребни се организирани системи за собирање и за рециклирање. Дополнително, производството на електрична енергија од соларни панели не е постојано, бидејќи зависи од дневниот и од годишниот циклус, од облачноста и од временските услови. Затоа, соларната енергија во енергетските системи мора да се комбинира со други извори, а при големо производство дење или лете, потребни се и капацитети за складирање (на пример, батерии) за да може електричната енергија да се употреби подоцна на пример ноќе. Оттука следува дека соларните панели се еколошки оправдани кога се користат како дел од добро организиран енергетски систем: со квалитетно производство, долг работен век и со јасен план за рециклирање и кога реално ја заменуваат електричната енергија добиена од фосилни горива.



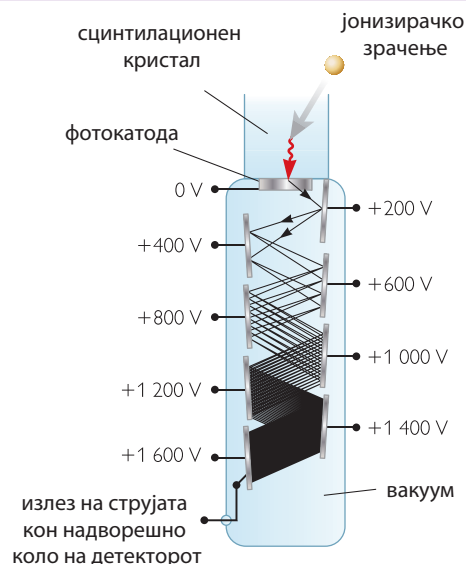
Слика 7. Фотоволтаична централа



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Фотомултипликатори

Во науката, надворешниот фотоелектричен ефект претставува основа за фотоелектронската спектроскопија, метод со кој се испитуваат хемискиот состав и електронската структура на површината на материјалите. Тој, исто така, е основа и за работата на фотомултипликаторските цевки, кои се исклучително чувствителни детектори на многу слаби светлосни сигнали и се користат во експерименти со сцинтилатори и во детектори на честички. Кај ваквите детектори, квантите на јонизирачкото зрачење со голема енергија паѓаат на сцинтилациониот кристал. Како резултат на заемнодејството на зрачењето со кристалот, се емитуваат фотони со определена енергија. Овие фотони паѓаат на фотокатодата на фотомултипликаторската цевка, при што се избиваат фотоелектрони. Потоа, преку систем од повеќе електроди (диноди) во внатрешноста на цевката, бројот на електрони се зголемува по пат на секундарна емисија. На тој начин се создава доволно силен електричен сигнал што може да се регистрира со мерна електроника, со што станува возможна и детекцијата на јонизирачкото зрачење. Процесот на детекција на јонизирачкото зрачење со фотомултипликаторска цевка е прикажан на слика 8.



Слика 8. Фотомултипликаторска цевка за регистрирање на јонизирачко зрачење



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Каква разлика може да се очекува ако на местото на металната фотокатода во експериментот за изучување на надворешниот фотоелектричен ефект ќе се постави гас?
2. Различните метали имаат различни излезни работи за електроните. Што можеш да заклучиш за својствата на металите?
3. Во фотодиода се користи метал со црвена граница за фотоефект од 540 nm:
 - а) Пресметај ја излезната работа на металот,
 - б) Ќе се појави ли фотоефект ако катодата се осветли со светлина со бранова должина 600 nm ? (Решение а) 2,3 eV, б) не)
4. Во експериментот за одредување на Планковата константа со помош на фотоелектричен ефект е добиено дека е потребен запирен потенцијал од 1,0 V за запирање на сите електрони кога се користи бранова должина од 250 nm, а соодветен потенцијал од 2,4 V за упадна светлина со бранова должина од 200 nm. Од овие податоци да се определи:
 - а) Планковата константа,
 - б) Вредноста на излезната работа на фотокатодата,
 - в) Фреквенцијата на користената упадна светлина,
 - г) Кинетичката енергија на фотоелектроните.
 (Решение б) 4,6 eV, в) $1,2 \cdot 10^{15}$ Hz и $1,5 \cdot 10^{15}$ Hz г) $1,6 \cdot 10^{-19}$ J и $3,85 \cdot 10^{-19}$ J).
5. Светлина со непозната бранова должина λ_1 паѓа на фотокатодата и при некој напон $U_{z1} > 0$ доаѓа до прекин на фотострујата. Кога истата фотокатода ќе се осветли со светлина со бранова должина

$\lambda_2 = 0,45 \mu\text{m}$ закочниот напон станува U_{z2} . Ако разликата на двата закочни напона изнесува $1,7 \text{ V}$, да се одреди непознатата бранова должина λ_1 . (Решение 280 nm)

6. При осветлување на површината на метал со светлина со бранова должина 320 nm и 580 nm , максималната брзина на фотоелектроните се разликува за двапати. Колкава е излезната работа на електроните за дадениот метал? Пресметај ја црвената граница за металот. (Решение $1,56 \text{ eV}$ и 795 nm)
7. Во лабораторија се одредувала излезната работа на електроните од површината на одреден метал. Во експериментот измерен е закочниот напон како функција од брановата должина на светлината што паѓа на металот, при што резултатите се дадени во табелата подолу.

$\lambda[\text{nm}]$	100	120	140	160	180	200
$U_z(\text{V})$	7,5	5,6	4,0	2,9	2,1	1,4

При анализата да се користат и бројните вредности на следниве константи: полнеж на електронот: $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, брзина на светлината во вакуум $2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

- а) Резултатите претстави ги на графикон така што на x – оската ќе ја нанесеш реципрочната вредност од брановата должина, а на y – оската ќе го нанесеш закочниот напон. Повлечи права меѓу точките.
- б) Одреди го коефициентот на правецот и пресечната точка на правата со y – оската. (Решение: $-4,74 \text{ eV}$)
- в) Со помош на резултатите добиени во претходното барање, одреди ја вредноста на Планковата константа, како и излезната работа на металот изразена во eV . (Решение: $6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $4,7 \text{ eV}$)
- г) Одреди при која најголема бранова должина од металот сè уште ќе може да се избиваат електрони. (Решение: 260 nm)
- д) Одреди ја брановата должина на светлината со која може да се добиваат фотоелектрони со максимална кинетичка енергија од 10 eV . (Решение: 83 nm)

4.3. Модели на атом

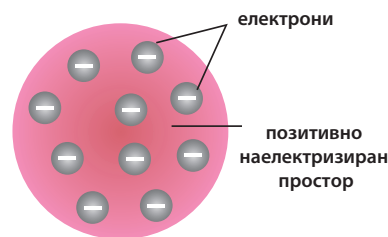
Во претходните лекции видовме дека класичната физика има сериозни ограничувања кога станува збор за светлината и за зрачењето. Слични проблеми се појавуваат и кога се обидуваме да ја опишаме структурата на атомот. Експериментите што физичарите и хемичарите ги изведувале кон крајот на XIX и почетокот на XX век покажале дека атомот, како основна граѓбена единка на елементите, има внатрешна структура. Од откријата поврзани со Периодниот систем на елементите, катодните зраци, електричните празнења во разредени гасови, електролизата и радиоактивноста произлегува дека атомот не е неделива честичка, туку сложена структура што содржи носители на електричен полнеж.

Денес знаеме дека атомот е составен од јадро што содржи протони и неутрони, опкружено со електрони. Но, оваа претстава воопшто не е очигледна. Прашањето „Како електроните се распоредени во атомот и зошто атомот е стабилен?“ има долга историја којашто нè носи до денешниот модел на атомот. **Модел на атомот е идеализирана физичка претстава за структурата на реалниот атом, распределбата на полнежот и на масата, со чија помош се објаснуваат експерименталните резултати.** Развојот на моделите на атомот е типичен пример за научниот метод: секој модел се прифаќа додека успешно ги објаснува експерименталните факти, а се ревидира или се заменува кога ќе се појават нови сознанија.

Томсонов модел на атомот

По откривањето на електронот, станало јасно дека атомите содржат негативно наелектризирани честички. Бидејќи атомот во целина е електронеутрален, мора да постои и позитивен полнеж кој по големина е еднаков на вкупниот негативен полнеж на електроните. Врз основа на овој заклучок, Џозеф Џон Томсон во 1897 година го предложил првиот модел на атомот.

Според Томсоновиот модел, атомот претставува сферичен простор во кој позитивниот полнеж е рамномерно распределен низ целиот волумен на атомот, а електроните кои се вградени во него осцилираат во рамнотежните положби (слика 1). На тој начин атомот е електронеутрален. Овој модел успешно ја објаснил електронеутралноста на атомот и понудил едноставна слика за неговата стабилност, како и за формирањето на позитивни и негативни јони.

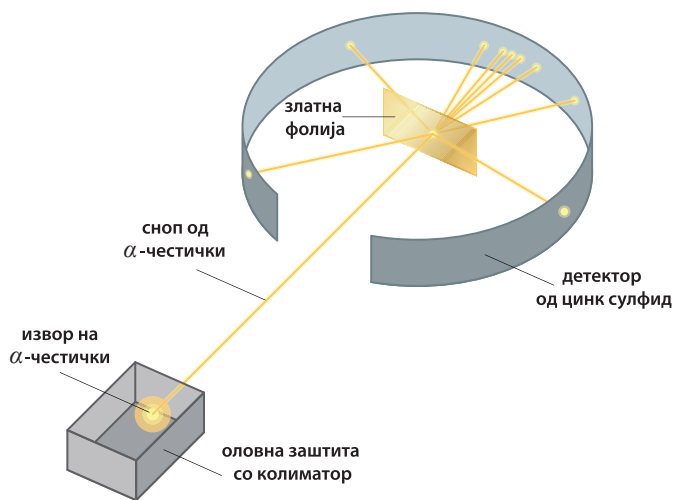


Слика 1. Поедноставен приказ на Томсоновиот модел на атомот

Радерфордово расејување

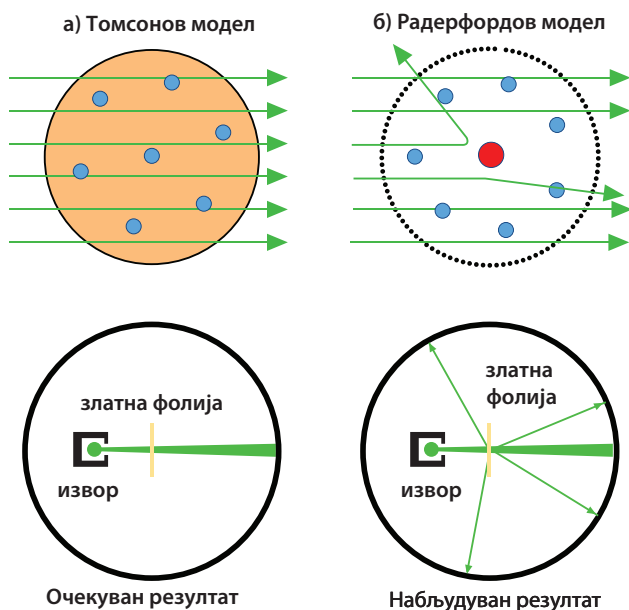
Иако Томсоновиот модел успешно ја објаснува електронеутралноста на атомот, се поставило прашањето дали тој правилно ја опишува и внатрешната распределба на полнежот и масата во атомот. За да се провери ова, бил изведен еден од најзначајните експерименти во развојот на атомската физика – Радерфордовото расејување.

Експериментот бил изведен во лабораторијата на Ернест Радерфорд со цел експериментално да се испита распределбата на полнежот и на масата во атомот и да се провери дали Томсоновиот модел може да ги објасни резултатите од расејувањето. Експериментот го извеле Ханс Гајгер и Ернест Марсден, при што користеле радиоактивен полониум (^{214}Po). Полониумот е емитер на алфа-честички (α -честички) кои претставуваат двојно јонизирани јадра на хелиум (^4He). Алфа-честичките биле пропуштани низ колиматор за да се добие тесен и приближно паралелен сноп, кој потоа бил насочен кон многу тенка златна фолија. Околу фолијата бил поставен детектор кој бил флуоресцентен екран од цинк-сулфид. Цинк сулфидот има својство да испушта светлина кога во него ќе удри α -честичка (слика 2).



Слика 2. Шематски приказ на Радерфордовиот експеримент. Заради поедноставување на сликата, детекторот е прикажан како лента што ја обвиткува златната фолија.

Доколку Томсоновиот модел би бил целосно точен, се очекувало α -честичките при минување низ атомите да имаат мали отклонувања од почетниот правец поради рамномерната распределба на позитивниот полнеж и отсуството на силно електрично поле во одреден дел од просторот. Меѓутоа, експерименталните резултати покажале нешто друго. Најголемиот дел од α -честичките минуваат низ фолијата речиси без отклонување, што укажува на тоа дека атомот во голем дел е празен простор, односно растојанието меѓу електроните и позитивниот полнеж е многу големо. Мал број честички биле расеани под многу големи агли, а една α -честичка на приближно 8000 честички се враќала назад кон изворот. Овој неочекуван резултат укажувал на тоа дека честичките се одбивале од нешто што е многу



Слика 3.

- а) Предвидување на Томсоновиот модел
 б) Радерфордов модел и набљудуваните резултати

ложби тие би требало да можат да ја менуваат својата енергија континуирано, што би значело дека емисионите спектри на атомите би требало да бидат континуирани. Овие експериментални факти укажале на тоа дека е потребен нов модел на атомот кој подобро ќе ја опише неговата внатрешна структура. Затоа, Ернест Радерфорд во 1911 година предложил нов модел на атомот наречен нуклеарниот (јадрен) модел, кој претставувал клучен чекор во развојот на атомската физика.

Радерфордов модел на атомот

Според Радерфордовиот модел, позитивниот полнеж и речиси целата маса на атомот се наоѓаат во многу мал централен дел од атомот наречен **атомско јадро**. Електроните се движат околу јадрото на значително поголеми растојанија во споредба со големината на јадрото, па оттука следува дека најголемиот дел од атомскиот простор е празен, во смисла на распределба на масата и на позитивниот полнеж. Јадрото има голема маса и е позитивно наелектризирано, а електроните со својот негативен полнеж ја обезбедуваат електронеутралноста на атомот.

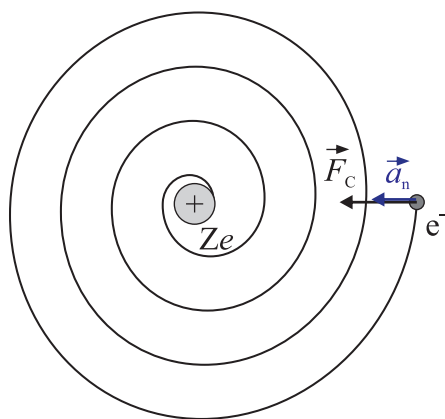
Со овој модел наеднаш се објасниле неколку суштински експериментални резултати. Прво, со моделот било објаснето зошто поголемиот дел од α -честичките минуваат речиси без отклонување од првобитниот правец при премин низ фолијата: најчесто, тие не поминуваат доволно блиску до јадрото, па електростатското дејство врз нив е слабо и траекторијата останува приближно праволиниска. Второ, моделот дава природно толкување на ретките случаи на големи отклонувања: кога α -честичката ќе помине многу блиску до јадрото, силното Кулоново одбивање може значително да го смени нејзиниот правец на движење, што резултира со расејување под големи агли. Трето, од фактот дека големите отклонувања се ретки, следува дека јадрото мора да има многу мали димензии во споредба со целиот атом. На овој начин, Радерфордовиот модел јасно ја претставил нуклеарната структура на атомот и ја поставил основата за понатамошните истражувања на нуклеарните појави.

Според класичната физика, ваков атом не може да биде стабилен. Ако електроните се движат околу јадрото по кружни траектории, тие се движат со постојано центрипетално забрзување. Според класичната електродинамика, секој електричен полнеж кој се движи со некакво забрзување, мора да емитира електромагнетно зрачење. А тоа значи дека електронот постепено би губел енергија, би се

масивно, наелектризирано и се наоѓа во многу мал дел од просторот на атомот (слика 3).

Врз основа на овие резултати, Радерфорд заклучил дека позитивниот полнеж не е рамномерно распределен во атомот, туку е сместен во многу мал централен дел на атомот. **Радерфордовото расејување претставува прв експериментален доказ дека речиси целата маса и позитивниот полнеж на атомот се сконцентрирани во атомското јадро.** Според Радерфорд, јадрото има радиус од ред на величина 10^{-15} m, а денес е познато дека радиусите на атомските јадра се во интервал приближно од 1 до 8 fm (фемтометри, $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$).

Иако овој експеримент јасно покажал дека Томсоновиот модел не ја одразува реалната градба на атомот, со Томсоновиот модел не можело да се објаснат и други експериментално добиени податоци. Томсоновиот модел не може да го објасни дисконтинуираниот карактер на емисионите спектри на атомите. Имено ако електроните осцилираат во рамнотежните по-



Слика 4. Забрзано движење на електронот околу јадрото кај моделот на атомот на Радерфорд.

приближувал кон јадрото и за многу кратко време би „паднал“ на јадрото. Ова е спротивно од експерименталниот факт дека атомите се стабилни.

Дополнително, моделот не може да ги објасни линиските спектри на атомите. Ако електронот во Радерфордовиот модел може да има произволна енергија и при движењето зрачи континуирано, тогаш би се очекувал континуиран атомски спектар, а не линиски. Во лекцијата 4.1 се запознавме со изгледот на линискиот спектар на атомот на водород. Ова укажува на тоа дека во атомот мора да постојат точно определени енергетски состојби и дека зрачењето се појавува само при премини меѓу нив, нешто што Радерфордовиот модел не го објаснува.

Затоа, Радерфордовиот модел претставува неопходен, но не и доволен чекор во развојот на Теоријата на атомот. Тој ја воведува нуклеарната (јадрена) структура на атомот и успешно ги објаснува резултатите од расејувањето, но јасно укажува на потребата од нови физички принципи кои

ќе ја објаснат стабилноста на атомот и дискретниот карактер на атомските спектри. Оваа потреба довела до воведување квантни идеи за објаснување на структурата на атомот, што ќе биде разгледано преку Боровиот модел на атомот.

Боров модел на атомот

Неможноста со Радерфордовиот модел да се објаснат стабилноста на атомот и линиските спектри, покажала дека класичната физика не е доволна за опис на процесите во атомот. За да се објаснат стабилноста на атомот и движењето на електронот околу јадрото, но истовремено да се објасни и линискиот карактер на атомските спектри, било потребно да се воведат нови, неklasични принципи.

Врз основа на идејата за квантување на енергијата, Нилс Бор во 1913 година предложил модел што ја задржува нуклеарната структура на атомот воведена од Радерфорд, но ја надградува со квантни услови. Со овие подобрувања, бил добиен **Боровиот модел на атомот**. Боровиот модел на атомот успешно ја објаснува стабилноста на атомот на водород и на сите атоми и јони кои се состојат од јадро со полнеж Ze (каде што Z е бројот на протони) и од еден електрон кој се движи околу јадрото (${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$, He^+ , Li^{2+} , Be^{3+} итн.). Ваквите атоми или јони со заедничко име се нарекуваат **водородослични атоми**. Со Боровиот модел биле објаснети и дисконтинуираните (линиски) спектри на водородосличните атоми.

Со Боровиот модел се претпоставува дека електронот се движи околу јадрото по **стационарни орбити** кои не се произволни. Напротив, дозволени се само одредени орбити за кои важат конкретни квантни услови. Овие услови немаат основа во класичната механика, но се покажале како неопходни за објаснување на стабилноста на атомот и на неговите линиски спектри. Иако се користи поимот орбити, тие не треба да се толкуваат како реални класични траектории, туку како дел од поедноставен квантен модел.

Во основата на Боровата теорија за атомот се постулатите: претпоставки кои немаат поткрепа или научна издржаност во класичната физика, а денес се познати како **Борови постулати**:

1. Постулат за стационарни состојби

Електронот во атомот може да се наоѓа само во определени стационарни, односно квантни енергетски состојби со точно определена енергија. На секоја стационарна енергетска состојба одговара

точно определена стационарна орбита по која се движи електронот. Додека електронот се наоѓа во вакви стационарни состојби, атомот не емитура електромагнетно зрачење.

2. Постулат за квантување на моментот на импулсот

При движење на електронот по стационарните орбити околу јадрото, моментот на импулсот $L = m_e v r$ може да има само одредени дискретни вредности кои го задоволуваат условот:

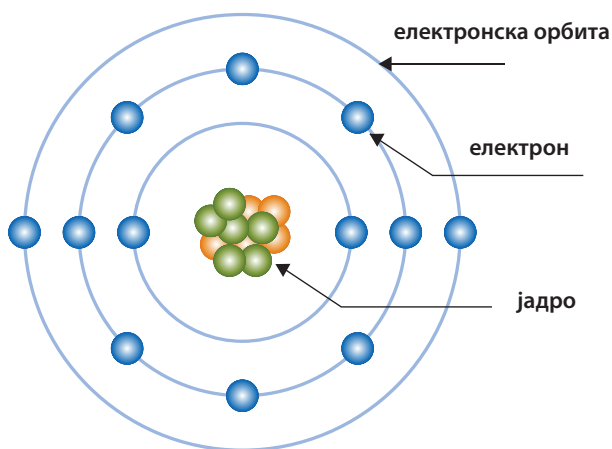
$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi},$$

каде што m_e е масата на електронот, v_n е брзината со која се движи електронот по дадената орбита, r_n е радиусот на орбитата. Со h е означена Планковата константа, а $n=1,2,3, \dots$ е редниот број на орбитата или наречен уште и **главен квантен број**.

3. Постулат за квантни премини

Емисија или апсорпција на зрачење се случува само при премин на електронот од една стационарна состојба во друга.

Последици од Боровите постулати



Слика 5. Боров модел на атомот.

Електроните се движат по стационарни кружни орбити околу јадрото.

Радиус на стационарни орбити

Првите два Борови постулата овозможуваат да се определат радиусите, брзините и енергиите на електронот во водородосличен атом во стационарните состојби. Равенката со која може да се пресметаат радиусите на стационарните орбити по кои може да се движи електронот е:

$$r_n = \frac{a_0}{Z} \cdot n^2, \text{ каде што } n=1,2,3, \dots$$

Ако го разгледаме атомот на водород за кој $Z=1$ тогаш за радиусите на орбитите кај атомот на водород може да ја запишеме следнава равенка:

$$r_{n,H} = a_0 n^2 \text{ каде што } n=1,2,3, \dots$$

За $n=1$ го добиваме радиусот на првата орбита кај атомот на водород, кој се нарекува уште и Боров радиус:

$$r_{1,H} = a_0.$$

Константата во равенката има вредност $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Нејзината вредност се пресметува преку други фундаментални константи, како што е покажано во решениот пример 1.

Многу важна работа која може да се забележи од равенката за радиусите кај водородосличните атоми е дека радиусите на стационарните орбити не можат да имаат произволни вредности, туку тие се зголемуваат со квадратот на редниот број на орбитата (главниот квантен број), односно може да запишеме дека:

$$r_1 : r_2 : r_3 : \dots : r_n = 1^2 : 2^2 : 3^2 : \dots : n^2.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Со помош на Вториот Њутнов закон за движење на електрон со полнеж e под дејство на Кулоновата привлечна сила со јадрото чиј полнеж е Ze , како и со користење на Вториот Боров постулат, изведи ги изразите со кои може да се пресметаат радиусите на стационарните орбити кај Боровиот модел на атомот. Да се изведе израз со кој ќе се пресмета вредноста на Боровиот радиус a_0 .

Решение:

Користејќи го Вториот Њутнов закон за движење по кружница, имаме:

$$\vec{F}_c = m_e \vec{a}_n,$$

каде што со a_n е означено центрипеталното забрзување на електронот кој се движи по n -тата орбита, а со m_e е означена масата на електронот. Заменувајќи ја равенката за Кулоновата привлечна

сила $F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}$ и за центрипеталното забрзување $a_n = \frac{v_n^2}{r_n}$ имаме:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n^2} = m_e \frac{v_n^2}{r_n}.$$

Во последната равенка со ϵ_0 е означена диелектричната константа на вакуумот. Изразувајќи ја брзината на движење на електронот по n -тата стационарна орбита од Вториот Боров постулат како:

$$v_n = n \frac{h}{2\pi r_n m_e},$$

па заменувајќи ја во последната равенка за радиусите на стационарните орбити, се добива:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{Ze^2 m_e \pi} \cdot n^2, \quad n=1,2,3, \dots$$

Овие фундаментални физички константи може да ги замениме со една константа:

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{e^2 m_e \pi}.$$

Со заменување на бројните вредности на сите константи, добиваме: $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Конечно, за радиусите на стационарните орбити за водородосличните атоми, имаме:

$$r_n = \frac{a_0}{Z} \cdot n^2, \quad \text{каде што } n=1,2,3, \dots$$

Брзина на електронот во стационарни орбити

Брзината на електронот во стационарните орбити во Боровиот модел има дискретни вредности и зависи од главниот квантен број n . За водородосличен атом, брзината на електронот по дадена стационарна орбита може да се пресмета со равенката:

$$v_n = Z v_{1,H} \cdot \frac{1}{n}, \quad n=1,2,3, \dots$$

Брзината на електронот е најголема за првата орбита, која има и најмал радиус ($n=1$), а со зголемување на редниот број на орбитата, неговата брзина се намалува. Константата во равенката има вредност $v_{1,H} = 2,189 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ и претставува брзина со која се движи електронот по првата стационарна орбита кај атомот на водород, а Z е бројот на протони. За тоа како се добива горната равенка и за определување на бројната вредност на константата на пропорционалност, види го решениот пример 2.

Електронот кај водородосличните атоми не може да се движи по стационарните орбити со произволна брзина. За брзините на електронот по стационарните орбити кај водородосличните атоми, важи:

$$v_1 : v_2 : v_3 : \dots : v_n = \frac{1}{1} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \dots : \frac{1}{n}.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Со користење на Вториот Боров постулат и изразот за радиусите на стационарните орбити, да се добие израз за брзината на електронот во стационарните орбити кај водородосличен атом. Да се одреди брзината на електронот во првата стационарна орбита кај атомот на водород.

Решение:

Според Вториот Боров постулат, аголниот момент на електронот во стационарна орбита има дискретни вредности и важи:

$$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}.$$

Од равенката, брзината на електронот по n -тата стационарна орбита може да се изрази како:

$$v_n = \frac{nh}{2\pi r_n m_e}.$$

Со заменување на изразот за радиусот на стационарните орбити,

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{Ze^2 m_e \pi} \cdot n^2,$$

се добива брзината на електронот, која може да се запише во облик:

$$v_n = \frac{Ze^2}{2\epsilon_0 h} \frac{1}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Од овој израз се гледа дека брзината на електроните во стационарните орбити е има дискретна величина и дека брзината е обратнопропорционална на главниот квантен број. Најголема брзина електронот има по првата стационарна орбита, односно по орбитата со најмал радиус. За атомот на водород

($Z=1$), брзината на електронот по n -тата стационарна орбита е:

$$v_{n,H} = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} \frac{1}{n}.$$

За $n=1$ се добива брзината на електронот во првата стационарна орбита:

$$v_{1,H} = 2,189 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Електрон се наоѓа во n -тата Борова орбита кај атомот на водород.

а) Покажи дека периодот на ротација околу јадрото може да се запише како $T = t_0 n^3$ и пресметај ја вредноста на константата t_0 . Вредностите на масата на електронот и на неговиот полнеж се смета дека се познати.

б) Во просек, електронот останува во втората орбита околу $12 \mu\text{s}$ пред да премине во првата орбита. Колку револуции (кружни завртувања) прави електронот кај атомот на водород во првата возбудена состојба?

Дадено:

$$t = 12 \cdot 10^{-6} \text{ s}, m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s},$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{Nm}^2)$$

Се бара:

$$\text{a) } t_0 - ? \quad \text{б) } N - ?$$

Решение:

а) Периодот за кој електронот прави една револуција или едно кружно завртување околу јадрото на водородот е:

$T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n}$, каде што со r_n е означен радиусот на n -тата орбита, а со v_n е означена брзината со којашто електронот се движи по таа орбита. Имајќи ги предвид изразите за радиусот и за брзината, добиваме:

$$T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n} = \frac{2\pi \frac{\varepsilon_0 h^2}{e^2 m_e} \cdot n^2}{\frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n}} = \frac{4\varepsilon_0^2 h^3}{e^4 m_e} \cdot n^3 = t_0 \cdot n^3.$$

За вредноста на t_0 имаме: $t_0 = \frac{4\varepsilon_0^2 h^3}{e^4 m_e} = 1,52 \cdot 10^{-15} \text{ s}.$

б) Бројот на револуции во првата возбудена состојба изнесува: $N = \frac{t}{T_n} = \frac{t}{2^3 \cdot t_0} = 9,87 \cdot 10^9.$

Енергија на електронот во стационарни орбити

Енергијата на електронот во Боровиот модел на атомот е еднаква на збирот од неговата кинетичка и потенцијална енергија во електростатското поле на јадрото. За електрон кој се движи по n -тата стационарна орбита во водородосличен атом, енергијата е дадена со изразот:

$$E_n = -\frac{Z^2}{n^2} E_0, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

каде што E_0 е позитивна константа што зависи од фундаменталните физички константи. Нејзината вредност е $E_0 = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}$. Изведувањето на равенката за енергијата на електронот во различни стационарни орбити е дадено во решениот пример 4.

Овој израз покажува дека енергијата на електроните во стационарните орбити е дискретна (квантизирана) и дека вредноста е обратнопропорционална на квадратот на главниот квантен број n . Електронот кај водородосличните атоми не може да има произволни енергии во стационарните орбити. За енергиите на електронот кај водородосличните атоми, во различните стационарни орбити важи:

$$E_1 : E_2 : E_3 : \dots : E_n = \frac{1}{1^2} : \frac{1}{2^2} : \frac{1}{3^2} : \dots : \frac{1}{n^2}.$$

Со зголемување на главниот квантен број, енергијата на електронот се зголемува (станува помалку негативна), односно електронот е послабо сврзан за јадрото. Електронот има најмала енергија кога се движи по првата стационарна орбита ($n = 1$), која се нарекува **основна енергетска состојба**. Сите состојби со $n > 1$ се нарекуваат **возбудени енергетски состојби**.

Кога $n \rightarrow \infty$, енергијата на електронот се приближува до нула, што одговара на состојба во која електронот е **слободен** и не е сврзан за јадрото. Енергијата што треба да ја добие електронот за да премине во слободен електрон, односно да го напушти атомот се нарекува **енергија на јонизација**. Енергијата на јонизација за електронот кој се наоѓа во произволна енергетска состојба може да се пресмета со равенката:

$$E_{\text{jon}} = E_{\infty} - E_n.$$

Енергијата на јонизација е најголема ако електронот се наоѓа во основната енергетска состојба ($n=1$). Ако електронот е во некоја од возбудените состојби, енергијата на јонизација е помала од енергијата на јонизација за електрон кој се наоѓа во основната енергетска состојба. Енергијата на јонизација е и енергија што ја емитува слободен електрон во форма на електромагнетен бран (фотон) ако слободен електрон се сврзе за јадрото на водородосличниот атом. Затоа, енергијата на стационарните состојби се нарекува уште и енергија на сврзување на електронот.

Иако Боровиот модел претставува историски пресврт и успешно го опишува атомот на водород и останатите водородослични атоми, тој не може прецизно да ги опише повеќеелектронските атоми и нивните спектри. Овие ограничувања го овозможиле развојот на квантната механика.



РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Изведи ја енергијата во стационарна состојба на електрон кај водородосличен атом и определи ја вредноста на константата E_0 .

Решение:

Енергијата на електронот во електростатското поле на јадрото е збир од кинетичката и потенцијалната енергија:

$$E_n = E_{k,n} + E_{p,n} = \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n}.$$

За водородосличен атом може да ги вметнеме изразите за брзината и за радиусот на стационарните орбити, при што се добива:

$$E_n = E_{k,n} + E_{p,n} = \frac{Z^2 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} - \frac{Z^2 m_e e^4}{4\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2},$$

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n=1,2,3,\dots$$

При споредба со равенката $E_n = -\frac{Z^2}{n^2} E_0$, за константата, се добива:

$$E_0 = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}.$$

За атомот на водород ($Z=1$) се добива:

$$E_{n,H} = -\frac{1}{n^2} E_0 = -2,18 \cdot 10^{-18} \frac{1}{n^2} \text{ J} = -13,6 \frac{1}{n^2} \text{ eV}, \quad n=1,2,3,\dots$$

За $n=1$ се добива енергијата на електронот во првата стационарна орбита кај атомот на водород:

$$E_{1,H} = -E_0 = -13,6 \text{ eV}.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 5.

Да се определи енергијата на јонизација на електронот во атомот на водород ако енергијата на стационарните состојби е дадена со равенката $E_{n,H} = -13,6 \frac{1}{n^2} \text{ eV}$. Претпоставуваме дека електронот се наоѓа во основната енергетска состојба.

Решение:

Во Боровиот модел, кога електронот е многу далеку од јадрото, тој е практично слободен. Тоа одговара на многу голема вредност на главниот квантен број n . Во тој случај, членот $\frac{1}{n^2}$ станува многу мал, па енергијата $E_{\infty, H}$ станува многу блиска до нула. Затоа, за слободен електрон земаме:

$$E_{\infty, H} = 0 \text{ eV}.$$

Основната енергетска состојба на водородот е за $n = 1$:

$$E_{1, H} = -13,6 \text{ eV}.$$

Енергијата на јонизација од основната состојба е разликата меѓу енергијата на слободен електрон и енергијата во основната состојба:

$$E_{\text{jon}, H} = E_{\infty, H} - E_{1, H} = 13,6 \text{ eV}.$$

**РЕШЕН ПРИМЕР 6.**

Фотон со енергија 2,34 eV се апсорбира од атом на водород.

- Одреди го најмалиот главен квантен број n за кој водородниот атом може да се јонизира со овој фотон.
- Одреди ја брзината v на електронот што се ослободува при јонизација од состојбата во а).

Дадено:

$$E_{\gamma} = 2,34 \text{ eV}$$

Се бара:

$$n - ?, \quad v - ?$$

Решение:

а) Енергијата што ја има електронот во произволно ниво кај атомот на водород

$$E_n = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ eV} \quad n=1,2,3, \dots$$

За да се јонизира атомот, исто толкава енергија треба да се донесе на електронот, односно

$$E_n = +13,6 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ eV} \quad n=1,2,3, \dots$$

Според тоа, за условот за јонизација може да запишеме:

$$E_{\gamma} \geq E_n \Rightarrow E_{\gamma} \geq +13,6 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ eV} \Rightarrow n \geq \sqrt{\frac{13,6 \text{ eV}}{E_{\gamma}}} = 2,4.$$

Бидејќи n може да има само цели вредности, следува дека за да може фотонот да изврши јонизација, електронот треба да биде на втората возбудена состојба, односно на нивото $n = 3$.

б) Вишокот енергија на фотонот ќе се претвори во кинетичка енергија на електронот, односно:

$$E_k = E_{\gamma} - E_n \Rightarrow \frac{m_e v^2}{2} = E_{\gamma} - E_n \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} (E_{\gamma} - E_n)} = 5,4 \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

**ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ**

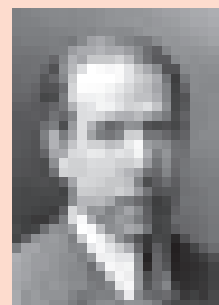
- Кој проблем на Радерфордовиот модел на атомот го решава Боровиот модел и со кои основни претпоставки?
- Што значи поимот стационарна орбита во Боровиот модел и зошто атомот не зрачи во таква состојба?

3. Зошто енергијата на електронот во стационарна орбита е негативна? Што значи тоа физички за сврзаноста на електронот?
4. Електронот во Боровата орбита врши кружно движење со радиус r_n и со брзина v_n . а) Изведи израз за периодот на ротација $T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n}$ на електронот по n -тата орбита кај атомот на водород.
- б) Изведи израз за кружната фреквенција на електронот по n -тата орбита кај атомот на водород $\omega_n = \frac{2\pi}{T_n}$.
- в) Пресметај ги T_1 и T_3 .
- г) Пресметај ги ω_1 и ω_3 и одреди го односот ω_3 / ω_1 .
- (Решение: в) $T_1 = 1,52 \cdot 10^{-16} \text{ s}$, $T_3 = 4,10 \cdot 10^{-15} \text{ s}$ и г) $\omega_1 = 4,13 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$, $\omega_3 = 1,53 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$, $\frac{\omega_3}{\omega_1} = 0,037$)
5. а) Пресметај колку изнесува $E_2 - E_1$ и $E_{10} - E_9$ за атомот на водород. Дали може да се заклучи дека растојанието меѓу енергетските нивоа се зголемува, се намалува или останува исто?
- б) Како зависи разликата $r_{n+1} - r_n$ од n ? Дали радијалното растојание меѓу стационарните орбити се зголемува, се намалува или останува исто со зголемувањето на n ?
- (Решение: а) $E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV}$, б) $r_{n+1} - r_n = (2n - 1)r_1$, $E_{10} - E_9 = 0,032 \text{ eV}$)



ПОЗНАТ НАУЧНИК

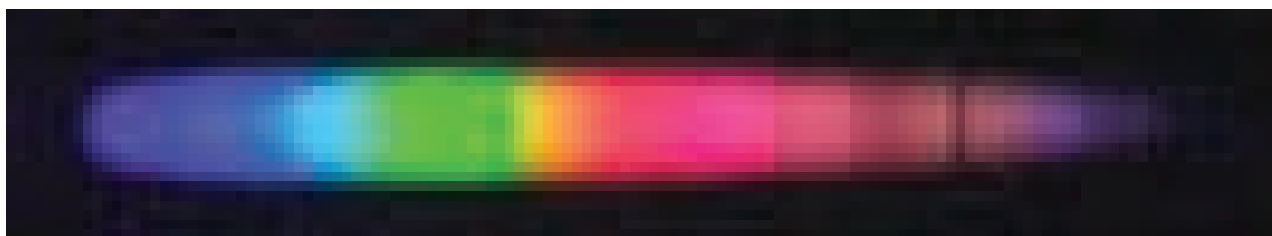
Нилс Бор (1885–1962) бил дански физичар кој има клучна улога во создавањето на современата квантна механика и во разбирањето на структурата на атомот. Студирал и работел во Копенхаген, а во почетокот на својата кариера тесно соработувал со Ернест Радерфорд, во периодот кога јадрото на атомот било нов и револуционерен поим. Во 1913 година Бор го предложил својот модел на атомот во кој за првпат се воведува идејата за стационарна состојба и квантизација на одредени физички величини. Со овој пристап, тој успеал да ги објасни енергетските нивоа и основните карактеристики на спектарот на водородниот атом, што било силен аргумент дека класичната физика мора да се надополни со нови квантни принципи.



Бор не се задржал само на моделот на атомот, туку подоцна дал и длабоки концептуални придонеси и во интерпретацијата на квантната механика. Тој ја развил идејата за комплементарност, според која одредени квантни својства (како што се честичен и бранов карактер на светлината) меѓусебно се надополнуваат и не можат истовремено целосно да се опишат во еден експеримент. Во 1922 година ја добил Нобеловата награда за физика за неговите истражувања на структурата на атомите и зрачењето што произлегува од нив. Во Копенхаген основал школа за теоретска физика и создал научна средина што станала центар на квантната физика во првата половина на XX век, со големо влијание врз многу генерации физичари.

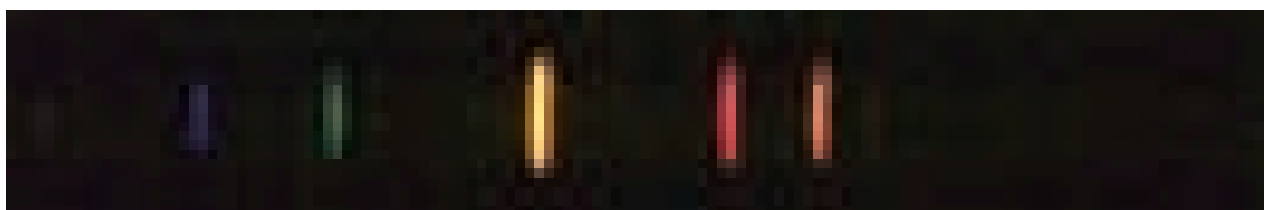
4.4. Емисиони и апсорпциони спектри на атомите

На слика 1 е прикажан спектар на сончевата светлина. Најголемиот дел од спектарот е континуиран: присутни се сите бранови должини од видливиот дел на спектарот. Сепак, во одредени делови, се забележуваат темни линии, најјасно видливи во црвениот дел од спектарот. Овие линии настануваат поради апсорпција на светлината на точно определени бранови должини од атомите во атмосферата на Сонцето.



Слика 1. Спектар на сончевата светлина

Ако, пак, се набљудува светлината што ја емитира разреден гас во гасна ламба, се добива сосема поинаков спектар. Наместо континуиран спектар, се забележуваат само неколку светли линии на темна заднина, распоредени на точно определена бранова должина. Таквиот спектар се нарекува линиски емисионен спектар (слика 2).



Слика 2. Емисионен спектар на разреден гас од жива во гасна ламба

Појавата на линии во спектрите покажува дека атомите емитираат и апсорбираат светлина **само** на точно определени бранови должини, што го потврдува постоењето на дискретни енергетски состојби во атомот. Боровиот модел на атомот ја објаснува оваа појава, според кој електронот може да се наоѓа само во одредени стационарни енергетски состојби.

Со првите два Борови постулата се пресметуваат енергиите на стационарните состојби на водородниот атом. Како овие состојби се поврзуваат со зрачењето што го емитира или го апсорбира атомот? Идејата за ова ја дал Нилс Бор преку неговиот трет постулат.

Третиот Боров постулат гласи: **Емисија или апсорпција на зрачење се случува само при премин на електронот од една стационарна енергетска состојба во друга.** Според овој постулат, електронот не може да апсорбира или да емитира произволно количество енергија, туку тоа може да го направи само при **квантни премини**, односно премини на електронот од една стационарна енергетска состојба во друга. Стационарните енергетски состојби се нарекуваат уште и **енергетски нивоа**.

Енергијата на фотонот ($E = hf$) што се емитира или се апсорбира е еднаква на разликата на енергиите на двете енергетски нивоа E_n и E_m :

$$hf = |E_n - E_m|.$$

Ако електронот преминува од ниво со поголема енергија кон ниво со помала енергија, се врши **емисија на фотон**, а при премин од ниво со помала енергија на ниво со поголема енергија се врши **апсорпција на фотон**. Фреквенцијата која ја има фотонот се нарекува **фреквенција на премин** и е одредена исклучително од разликата на енергиите на двете стационарни енергетски нивоа.

Бидејќи енергетските нивоа кај водородосличните атоми имаат дискретни вредности, следува дека и енергиите на фотоните што се емитираат или се апсорбираат при квантни премини се дискретни. Затоа, спектарот на водородосличните атоми не е континуиран, туку е составен од одделни спектрални линии. Брановата должина на фотонот што се емитира при премин на електронот од повисоко енергетско ниво n кон пониско ниво m , односно $n > m$, се определува според **Ридберговата формула**:

$$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow m}} = Z^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

каде што R е Ридбергова константа за атомот на водород, а Z е бројот на протони во јадрото на водородосличниот атом. Вредноста на Ридберговата константа за атомот на водород е $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ и се пресметува преку други фундаментални константи, како што е покажано во решениот пример 1. Имајќи ја предвид врската меѓу брановата должина и фреквенцијата на ($\lambda f = c$), за фреквенцијата на емитираните кванти при премин на електронот од една стационарна енергетска состојба во друга, имаме:

$$f_{n \rightarrow m} = Z^2 c R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Да се изведе Ридберговата формула за водородосличен атом и да се определи вредноста на Ридберговата константа.

Решение:

Енергиите на стационарните состојби кај водородосличен атом, според Боровиот модел, се:

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}.$$

Ако разгледаме емисија на квант при премин на електронот од повисоко на пониско енергетско ниво за фреквенцијата на премин (фреквенцијата на квантот кој се емитира), добиваме:

$$\begin{aligned} hf_{n \rightarrow m} &= E_n - E_m, \\ hf_{n \rightarrow m} &= -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} - \left(-\frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{m^2} \right), \\ f_{n \rightarrow m} &= \frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \end{aligned}$$

Имајќи ја предвид врската меѓу фреквенцијата и брановата должина ($\lambda f = c$) на емитираните кванти при премин на електронот од една стационарна состојба во друга, имаме:

$$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow m}} = \frac{Z^2 m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

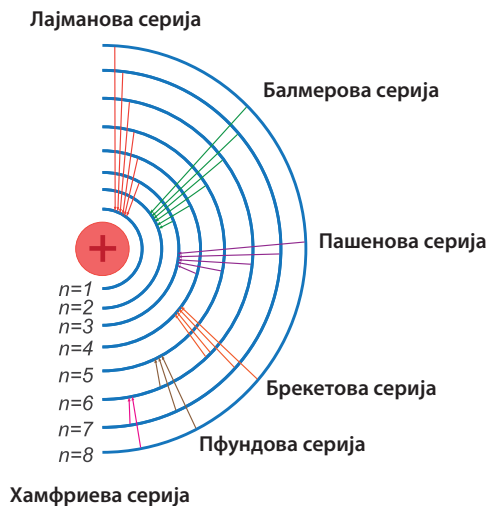
Изразот пред заградите вклучува повеќе константи. Неговата бројна вредност се нарекува Ридбергова константа за атомот на водород и нејзината вредност изнесува:

$$R = \frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}.$$

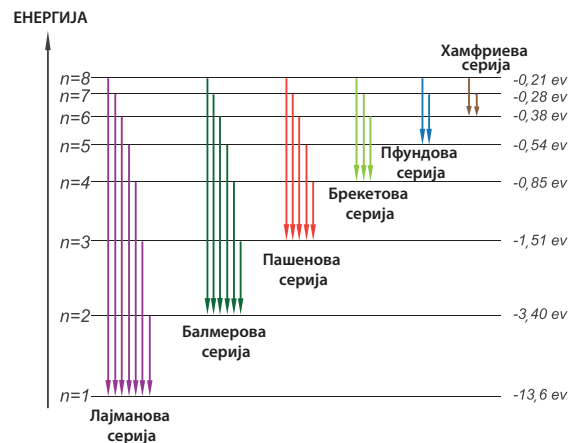
На слика 3 е даден графички приказ на стационарните енергетски состојби кај атомот на водород и на спектралните серии што настануваат при квантни премини на електронот од една на друга стационарна состојба.

Ако електронот преминува од кое било возбудено ниво на основното ниво $n = 1$, се добива **Лајмановата спектрална серија**. Линиите од оваа серија се наоѓаат во ултравиолетовиот дел од спектарот. При премини на електронот кон нивото $n = 2$, се добива **Балмеровата серија**, чии линии припаѓаат на видливиот дел од спектарот. Премините кон нивото $n = 3$ ја даваат **Пашеновата серија**, а премините кон нивоата $n = 4$, $n = 5$ и $n = 6$ ги даваат **Бракетовата**, **Пфундовата** и **Хамфриевата серија**.

Овие три серии припаѓаат на инфрацрвениот дел од спектарот.



Слика 3. Стационарните орбити и спектралните серии кај атомот на водород



Слика 4. Енергетски нивоа кај атомот на водород и спектрални серии

Разгледувајќи ги енергиите на стационарните состојби и нивните енергетски разлики, може да се забележи дека во секоја следна серија разликите меѓу енергиите на спектралните линии се намалува поради сè помалата енергетска разлика меѓу енергетските нивоа. Втора закономерност којашто може да се забележи е дека во рамките на една серија разликите меѓу енергиите на спектралните линии стануваат сè помали, односно спектралните линии се сè погусто распоредени (слика 4 и решен пример 2).



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Првите пет енергетски нивоа на атомот на водород имаат енергии дадени во табелата:

а) Определи ги енергиите на фотоните што се емитираат при премините од нивоата $m = 2, 3, 4, 5$ кон основното ниво $n = 1$ (Лајманова серија).

б) Спореди ги енергиите на фотоните и коментирај како се менуваат.

n	E_n (eV)
1	-13,6
2	-3,40
3	-1,51
4	-0,85
5	-0,54

Дадено:

$$E_n, \quad n = 1, 2, 3, 4, 5$$

Се бара:

а) $\Delta E_{2 \rightarrow 1}$ —?, $\Delta E_{3 \rightarrow 1}$ —?,

$\Delta E_{4 \rightarrow 1}$ —?, $\Delta E_{5 \rightarrow 1}$ —?,

б) споредба на енергиите на емитираните фотони.

Решение:

Енергијата на емитираниот фотон е еднаква на разликата на енергиите на двете нивоа: $\Delta E_{m \rightarrow 1} = E_m - E_1$.

Премин $2 \rightarrow 1$: $\Delta E_{2 \rightarrow 1} = E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV}$.

Премин $3 \rightarrow 1$: $\Delta E_{3 \rightarrow 1} = E_3 - E_1 = 12,09 \text{ eV}$.

Премин $4 \rightarrow 1$: $\Delta E_{4 \rightarrow 1} = E_4 - E_1 = 12,75 \text{ eV}$.

Премин $5 \rightarrow 1$: $\Delta E_{5 \rightarrow 1} = E_5 - E_1 = 13,06 \text{ eV}$.

Енергијата на фотоните е поголема кога преминот е од по-

високо енергетско ниво (поголем m) кон $n = 1$. Но, може да се забележи дека се намалува разликата меѓу енергиите на емитираните фотони:

$$\Delta E_{3 \rightarrow 1} - \Delta E_{2 \rightarrow 1} = 12,09 - 10,2 = 1,89 \text{ eV},$$

$$\Delta E_{4 \rightarrow 1} - \Delta E_{3 \rightarrow 1} = 12,75 - 12,09 = 0,66 \text{ eV},$$

$$\Delta E_{5 \rightarrow 1} - \Delta E_{4 \rightarrow 1} = 13,06 - 12,75 = 0,31 \text{ eV}.$$

Значи, спектралните линии во серијата се сè погусто распоредени, односно разликата меѓу енергиите на фотоните се намалува со зголемувањето на m . Исто така, може да се забележи дека вредностите на $\Delta E_{m \rightarrow 1}$ се приближуваат кон $13,6 \text{ eV}$, со зголемувањето на m , што е максималната енергија на емитираниот фотон за премин на електронот кон нивото $n = 1$, односно тоа е енергијата што ја зрачи слободниот електрон при сврзување во атомот на водород во основната енергетска состојба.



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Електрон во атомот на еден елемент емитира фотон со бранова должина од 530 nm при премин од петтото на второто енергетско ниво и фотон со бранова должина од 420 nm при премин од шестото на второто ниво. Да се определи брановата должина на фотонот што се емитира при премин на електронот од шестото на петтото ниво.

Дадено:

$$\lambda_{5 \rightarrow 2} = 530 \text{ nm},$$

$$\lambda_{6 \rightarrow 2} = 420 \text{ nm}$$

Се бара:

$$\lambda_{6 \rightarrow 5} - ?$$

Решение:

При премин на електрон од повисоко кон пониско енергетско ниво, се емитира фотон со енергија $E = \frac{hc}{\lambda}$. Затоа, за дадените премини може да запишеме:

$$\frac{hc}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} = E_5 - E_2, \quad \frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} = E_6 - E_2.$$

Ако ја одземеме првата равенка од втората, го елиминираме заедничкото ниво E_2 : $\frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} - \frac{hc}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} = (E_6 - E_2) - (E_5 - E_2) \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} - \frac{hc}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} = E_6 - E_5$.

Но, $E_6 - E_5$ е токму енергијата на фотонот што се емитира при преминот $6 \rightarrow 5$: $\frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 5}} = E_6 - E_5$. Па, затоа:

$$\frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 5}} = \frac{hc}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} - \frac{hc}{\lambda_{5 \rightarrow 2}}.$$

Со скратување на hc , добиваме:

$$\frac{1}{\lambda_{6 \rightarrow 5}} = \frac{1}{\lambda_{6 \rightarrow 2}} - \frac{1}{\lambda_{5 \rightarrow 2}} \Rightarrow \lambda_{6 \rightarrow 5} = \frac{\lambda_{6 \rightarrow 2} \cdot \lambda_{5 \rightarrow 2}}{\lambda_{5 \rightarrow 2} - \lambda_{6 \rightarrow 2}} = 2024 \text{ nm}.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 4.

Во спектарот на една звезда се забележани спектрални линии чија бранова должина е 4 пати помала од соодветните линии во водородниот спектар. Да се одреди на кој елемент (водородосличен атом) припаѓаат тие линии.

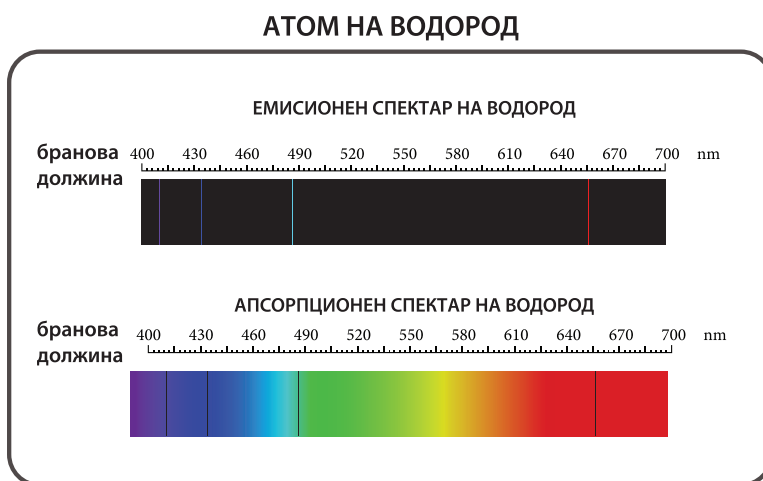
Се бара: $Z_x - ?$	Решение: За водород ($Z = 1$) важи Ридберговата формула: $\frac{1}{\lambda_{H,n \rightarrow m}} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$ За водородослични атоми, Ридберговата формула ја има следнава форма: $\frac{1}{\lambda_{x,n \rightarrow m}} = Z_x^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$ Кога ќе ги поделиме равенките, заедничкиот член во заградата се скратува: $\frac{1/\lambda_x}{1/\lambda_H} = Z_x^2 \Rightarrow \frac{\lambda_H}{\lambda_x} = Z_x^2.$ Бидејќи $\lambda_x = \lambda_H / 4$, добиваме: $\frac{\lambda_H}{\lambda_H / 4} = 4 = Z_x^2 \Rightarrow Z_x = 2.$ Според тоа, спектралните линии потекнуваат од еднаш јонизиран атом на хелиум (He^+).
--	---

Емисиони и апсорпциони спектри на атомите

Откако ќе се разбере дека линиите во дисконтинуираните спектри на атомите произлегуваат од квантни премини на електроните меѓу енергетските нивоа, лесно се дефинираат двата основни типа атомски спектри: емисионен и апсорпционен спектар.

Емисионен спектар се добива кога возбудени атоми емитураат светлина при премини на електроните од повисоки кон пониски енергетски состојби. Ако разреден гас од водород се возбуди, на пример со електрично празнење, атомите добиваат енергија и електроните преминуваат на повисоки енергетски нивоа. Кога електроните се враќаат на пониски енергетски нивоа, се емитураат фотони со точно определена фреквенција. Поради тоа, во спектарот се забележуваат **светли линии** на темна заднина, при што секоја линија одговара на премин на електронот меѓу две енергетски нивоа (слика 2). Кај атомот на водород, во видливиот дел од спектарот, со спектроскоп може да се набљудуваат само премините од Балмеровата спектрална серија, бидејќи фотоните од другите серии припаѓаат во ултра-виолетовиот или во инфрацрвениот дел од спектарот. Емисиониот спектар на водород, во видливото подрачје, е прикажан на слика 5 (горе).

Апсорпционен спектар се добива во обратна ситуација, кога светлина со континуиран спектар минува низ разреден гас. Во тој случај атомите може да апсорбираат само фотони чијашто енергија точно одговара на дозволен квантен премин од пониско кон повисоко енергетско ниво. Овие апсорбирани фотони недостигаат од светлината што го напушта гасот, па во спектарот се појавуваат **темни линии** на светла, континуирана заднина (слика 1). Местата на темните линии во апсорпциониот спектар точно се совпаѓаат со местата на

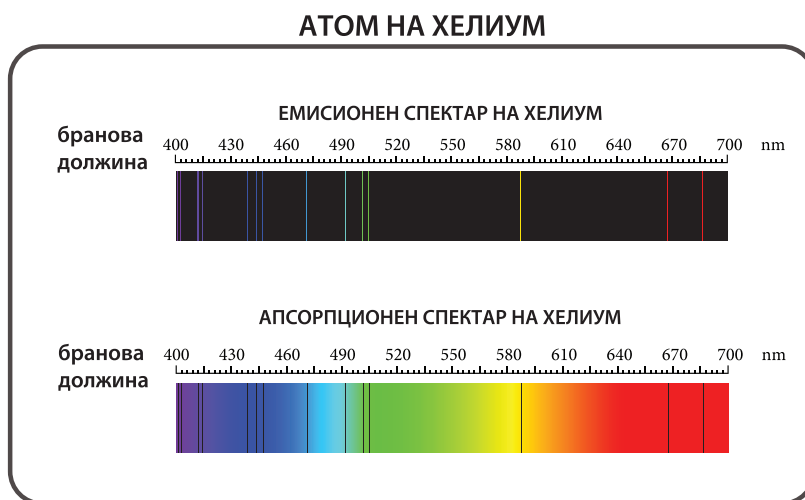


Слика 5. Емисионен спектар на водород (горе) и апсорпционен спектар на водород (долу)

светлите линии во емисиониот спектар за истиот елемент. Причината е тоа што и во двата случаја станува збор за истите енергетски разлики меѓу енергетските нивоа. Апсорпциониот спектар на водород во видливото подрачје е прикажан на слика 5 (долу).

Анализата на емисионите и апсорпционите спектри претставува директен експериментален доказ за постоењето на дискретни енергетски состојби во атомот и за квантниот карактер на емисијата и на апсорпцијата на енергија. Спектарот на водородот има особено значење како спектар на наједноставниот атом. Во овој случај, постои јасна врска меѓу теоретскиот модел и експерименталните резултати: дискретните енергетски нивоа на електронот водат до дискретни квантни премини, а тие, пак, определуваат точно определени фреквенции и бранови должини на фотоните.

На слика 6 се прикажани емисионите и апсорпционите спектри на атомот на хелиум. За разлика од водородот, кај атомот на хелиум, во електронската обвивка, има два електрона кои освен што заемнодејствуваат со јадрото, тие заемнодејствуваат и меѓу себе. Поради тоа, Боровиот модел не може целосно да го објасни поголемиот број на забележани спектрални линии кај хелиумот, што укажува на ограничувањата на овој модел и на потребата од посовремени теории за атомот.



Слика 6. Емисионен спектар на хелиум (горе) и апсорпционен спектар на хелиум (долу)



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Спектрална анализа на светлината од ѕвездите

Спектралната анализа на зрачењето на ѕвездите се изведува така што светлината од ѕвездата се пропушта низ призма и се добива спектар на нејзината светлина. Во добиениот спектар најчесто се забележуваат континуиран дел, сличен на зрачењето на апсолутно црно тело, и апсорпциони линии – темни линии што настануваат кога атомите и јоните во надворешните слоеви на ѕвездата апсорбираат светлина со точно определени бранови должини, сличен на спектарот на слика 1.

Со споредување на положбата и на формата на овие линии со спектри добиени во лабораториски услови, може да се утврди кои хемиски елементи се присутни во ѕвездата, како и нивната состојба на јонизација.

Од спектралната анализа може да се добијат и други важни информации. Од формата на континуираниот спектар и од положбата на неговиот максимум, се определува температурата на површината на ѕвездата (преку Виновиот закон). Од јачината и од широчината на спектралните линии, може да се проценат густината и притисокот во ѕвездената атмосфера. Доколку спектралните линии се поместени кон црвениот или кон синиот дел од спектарот, поради Доплеровиот ефект, може да се одреди брзината со којашто ѕвездата се оддалечува од или се приближува кон Земјата. Дополнително, од разделувањето на одделни спектрални линии, може да се добијат информации и за магнетното поле на ѕвездата.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто со Боровиот модел на атомот може да се објаснат спектрите на еднаш јонизираниот атом на хелиум, но не може да се објасни спектарот на атомот на хелиум?
2. Користејќи ја слика 4, одреди ги брановите должини на фотоните кои се емитираат при премин на електронот на второто енергетско ниво, односно брановите на спектралните линии од Балмеровата серија. Дали вредностите што ги доби се еднакви на брановите должини на спектралните линии во емисиониот спектар на водород на слика 5? Ако има разлики, објасни зошто тие постојат?
3. Да се пресмета радиусот на m -тата орбита од којашто електронот преминува на орбитата $n = 2$, при што емитира фотон со бранова должина од 487 nm. (Решение: 0,847 nm).
4. Разликата меѓу брановите должини на првите две линии во Балмеровата серија кај атомот на водород изнесува 170 nm. Да се пресмета Ридберговата константа. (Решение: $1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$)
5. Пресметај ја енергијата на сврзување на електронот во основната енергетска состојба на водородосличен атом чиј спектар содржи линија со бранова должина од 108,5 nm, за која се знае дека е третата линија од Балмеровата серија. За кој елемент станува збор? (Решение: 54,4 eV)

4.5. Рендгенски зраци и нивна примена

Кон крајот на XIX век, при истражувања на електрични празнења во разредени гасови и појави во вакуумски цевки, во 1895 година Вилхелм Конрад Рендген открил нов вид зрачење што не припаѓало на дотогаш познатите ултравиолетови, видливи и инфрацрвени зрачења. Тој забележал дека во близина на вакуумска диода, во која кога емитираните електрони од катодата се забрзуваат кон анодата, под дејство на голема потенцијална разлика, се појавува светнување на екран обложен со соодветна супстанца.

Оваа појава се должи на **луминисценција** која преставува емисија на светлина без загревање на материјалот на висока температура, односно светлината се добива како резултат на возбудување на електроните (со УВ светлина, електрична струја, хемиска реакција, триење и сл.). Луминисценцијата што ја набљудувал Рендген е **флуоресценција**, при што материјалот испушта светлина само за време на изложувањето на зрачење и престанува веднаш по неговиот прекин. Особено значајно било тоа што флуоресценцијата се појавувала и кога вакуумската цевка била покриена со непровиден материјал, што укажувало на постоење на дотогаш непознато зрачење. Затоа, Рендген ги означил овие зраци со буквата X (од „непознато“), па подоцна биле наречени **X-зраци**, а денес се познати и како **рендгенски зраци**.

Првите експерименти покажале дека рендгенските зраци имаат голема **продорна способност**: минуваат низ хартија, дрво и низ меки ткива и нивниот интензитет повеќе се намалува при премин низ погусте супстанции. Тие предизвикуваат флуоресценција, осветлуваат фотографска плоча и јонизираат гасови, што овозможува нивно детектирање и мерење. Подоцнежните истражувања утврдиле дека рендгенските зраци се електромагнетно зрачење со многу мала бранова должина (од 0,01 nm до 10 nm) и голема енергија на фотоните. Рендгенските зраци не се отклонуваат од првобитниот правец на простирање во електрично и во магнетно поле.

Нивното заемнодејство со материјата е поизразено отколку кај видливата светлина, бидејќи енергијата на рендгенските фотони е доволна за јонизација на атомите во материјалот. Затоа, рендгенските зраци припаѓаат во групата на јонизирачки зрачења. Најважното практично својство на рендгенските

зраци е нивната продорност, што зависи од нивната енергија и од својствата на материјалот.

Материјалите со поголема густина и поголем атомски број посилено ги апсорбираат рендгенските зраци, па затоа тие полесно продираат низ меки ткива, а се апсорбираат во коските и во металите. Оваа разлика во апсорпцијата е основа на рендгенската слика, при што коските на снимка изгледаат посветли во однос на меките ткива (слика 1).

Кога рендгенски зраци минуваат низ материјал, неговниот интензитет се намалува поради заемнодејството на рендгенските зраци со градбените честички на материјалот. Притоа, може да се појават два процеса: **апсорпција** и **ресејување**. Апсорпцијата претставува предавање на енергијата на рендгенските зраци на честичките во материјалот, при што дел од рендгенските фотони целосно исчезнуваат од снопот. При ресејувањето, рендгенските фотони не се апсорбираат, туку го менуваат правецот на простирање и се намалува нивната енергија. И двата процеса доведуваат до намалување на интензитетот на рендгенскиот сноп што продолжува да се шири во истиот правец како и упадниот сноп по поминувањето низ материјалот. Затоа, кога зборуваме за слабеење на интензитетот зад апсорберот, зборуваме за намалување на бројот на фотони што продолжуваат во истиот правец на упадниот сноп.

Експериментално е утврдено дека за хомоген материјал и за моноенергетски зраци (рендгенски зраци со иста енергија или со иста бранова должина) слабеењето на интензитетот се опишува со експоненцијален закон. Ако I_0 е интензитетот на зрачењето пред влегување во материјалот, а I е интензитетот по поминување низ слој со дебелина x , тогаш важи:

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

каде што μ е **коэффициент на апсорпција**, кој се изразува во единица m^{-1} . Овој коэффициент зависи од материјалот низ којшто поминува рендгенското зрачење (густина и состав) и од енергијата на рендгенските зраци. Експоненцијалната зависност значи дека при секое еднакво зголемување на дебелината се губи ист дел од преостанатиот интензитет, а не ист интензитет. Затоа, не постои дебелина на материјалот за којшто може да се каже дека целосно го запира снопот од рендгенските зраци.

Како практична мерка за слабеење на снопот најчесто се користи величината **дебелина на полуапсорпција** $x_{1/2}$, што е дефинирана како дебелина на материјалот која го намалува интензитетот на снопот на половина од почетната вредност:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}.$$

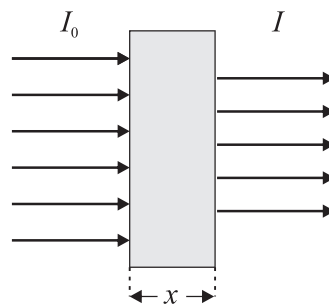
Ако последново равенство се замени во првата формула за дебелината на полуапсорпција, имаме:

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu x_{1/2}}, \text{ односно } x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{\mu}.$$

Познавањето на дебелината на полуапсорпција е корисно бидејќи овозможува брза споредба на материјалите: материјал со голем коэффициент на апсорпција μ има мала дебелина на полуапсорпција, што значи дека силно го апсорбира рендгенското зрачење, а материјал со мал μ има голема дебелина на полуапсорпција и е релативно „провиден“ за рендгенските зраци.



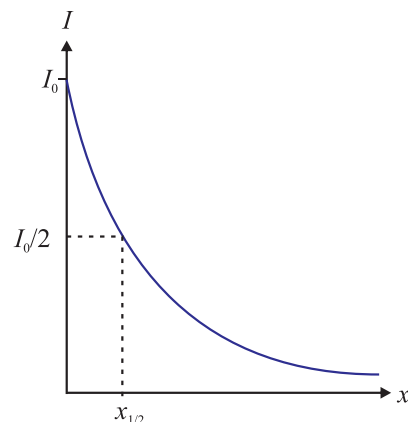
Слика 1. Рендгенска снимка на дланка, при што јасно може да се забележат коските кои повеќе го апсорбираат рендгенското зрачење



Слика 2. Поминување на рендгенски сноп низ материјал со дебелина x

Разликите во апсорпцијата на различни материјали, опишани преку коефициентот на апсорпција μ , се основа и за примената и за заштитата од рендгенските зраци. Во медицинската дијагностика, контрастот меѓу коски и меки ткива произлегува од нивната различна способност да го ослабуваат зрачењето. Во индустријата, истото својство се користи и за откривање дефекти во метали или за проверка на квалитетот. Во исто време, поради јонизирачкото дејство на рендгенските зраци, неопходни се заштитни мерки, при што материјали со голем атомски број (на пример, олово) се користат како ефикасни апсорбери.

Во следниот дел ќе разгледаме како рендгенските зраци се добиваат во рендгенска цевка и како нивниот спектар се состои од континуиран и карактеристичен дел, што ќе ни даде и дополнителни информации за внатрешната структура на атомот.



Слика 3. Експоненцијално намалување на интензитетот на рендгенското зрачење при премин низ материјална средина, со обележана дебелина на полуапсорпција.

Добивање на рендгенските зраци

Рендгенските зраци се добиваат во уред наречен **рендгенска цевка** (слика 4). Тоа е вакуумска цевка во којашто се наоѓаат две електроди: **катода** и **анода**. Катодата е метална плочка која при загревање емитира електрони, појава наречена **термоелектронска емисија**. Анодата содржи **мета** од материјал со голем атомски број и со висока точка на топење (најчесто волфрам). Меѓу катодата и анодата се воспоставува голема потенцијална разлика (напон) U , па електроните се забрзуваат кон анодата. Бидејќи електронот има полнеж e , тогаш при движењето во потенцијалната разлика U добива кинетичка енергија:

$$E_k = eU.$$

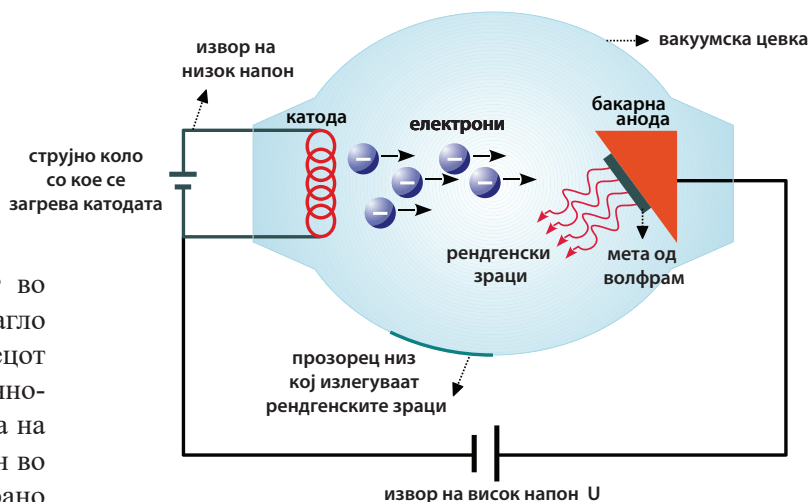
Поради вакуумот, електроните стигнуваат до анодата без судири со честички помеѓу анодата и катодата и при ударот во метата се случуваат два процеса:

- најголемиот дел од нивната кинетичка енергија се претвора во топлина,
- мал дел од кинетичката енергија се претвора во рендгенско зрачење.

Поради силното загревање, анодата мора да има ефикасен систем за ладење.

Закочно рендгенско зрачење (континуиран спектар)

Од класичната физика е познато дека наелектризирана честичка што се движи со променлива брзина емитира електромагнетно зрачење. Овој општ принцип важи и кај рендгенската цевка. Кога електроните со голема кинетичка енергија удираат во металната мета на анодата, тие нагло ги менуваат својата брзина и правецот на движење под дејство на електричното поле создадено од атомските јадра на метата. При поминување на електрон во близина на позитивно наелектризирано атомско јадро, електронот се отклонува



Слика 4. Шематски приказ на рендгенска цевка и добивање рендгенски зраци

од почетниот правец на движење и неговата брзина се намалува, при што дел од неговата кинетичка енергија се претвора во енергија на рендгенскиот фотон. Овој процес на емисија на рендгенско зрачење при нагло кочење на електроните се нарекува закочно зрачење (слика 5).

Бидејќи електроните минуваат на различни растојанија од јадрата, тие губат различни количества од својата кинетичка енергија. Затоа, енергиите на емитираните фотони се различни, а законото рендгенско зрачење има **континуиран спектар**.

Фотони со најголема енергија се добиваат во граничниот случај кога електрон при судир со метата ја предава целата своја кинетичка енергија во еден единствен процес. Тогаш целата енергија на електронот се претвора во енергија на еден фотон.

Бидејќи енергијата на електронот потекнува од неговото движење во потенцијалната разлика U , таа изнесува eU . Во овој граничен случај важи:

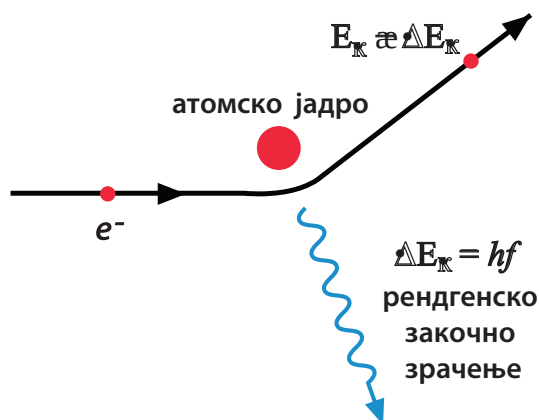
$$\frac{h}{\lambda_{\min}} = eU,$$

од каде што следува:

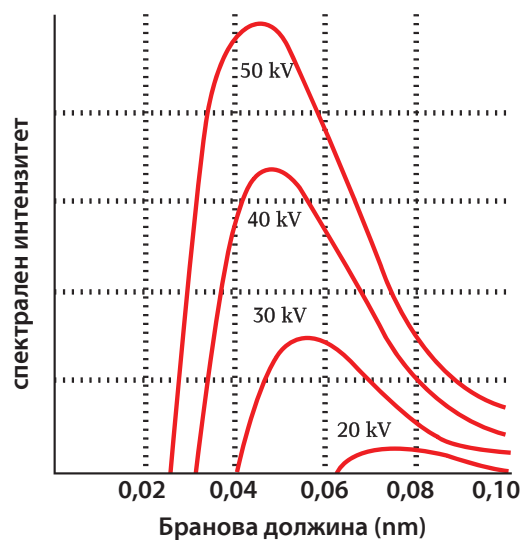
$$\lambda_{\min} = \frac{h}{eU}.$$

Оваа релација покажува дека најмалата можна бранова должина (односно најголемата можна енергија) на рендгенските фотони во континуируваниот спектар е определена само од напонот на рендгенска. Со зголемување на напонот, се добиваат фотони со поголема енергија и со поголема продорна способност.

Важно е да се потенцира дека $\lambda_{\min}$ претставува остра граница на спектарот: за бранови должини помали од $\lambda_{\min}$, не може да постои рендгенско зрачење добиено на овој начин. Во реална рендгенска цевка, повеќето електрони ја губат својата енергија постепено во интеракции со повеќе јадра, па најинтензивниот дел од континуируваниот спектар се наоѓа кај поголемите бранови должини (слика 6).



Слика 5. Емисија на рендгенски фотон при поминување на електрон во близина на атомско јадро.



Слика 6. Континуиран рендгенски спектар добиен за различни напони меѓу катодата и анодата



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колкав минимален забрзувачки напон треба да се донесе меѓу анодата и катодата во рендгенска цевка за да се произведе рендгенско зрачење со минимална бранова должина од 72,0 pm?

Дадено:

$$\lambda_{\min} = 72 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Се бара:

$$U - ?$$

Решение:

Минималната бранова должина одговара на граничниот случај кога целата кинетичка енергија на електронот се претвора во енергија на еден рендгенски фотон. Во тој случај имаме:

$$\frac{h}{\lambda_{\min}} = eU \Rightarrow U = \frac{h}{e\lambda_{\min}} = 1,72 \cdot 10^4 \text{ V} = 17,2 \text{ kV}.$$

Карактеристично рендгенско зрачење (линиски спектар)

Кога забрзаните електрони во рендгенската цевка удираат во анодата, освен закочното зрачење, се појавува и **карактеристично рендгенско зрачење**. За разлика од закочното зрачење, коешто има континуиран спектар, карактеристичното рендгенско зрачење се појавува во вид на остри спектрални линии на точно определена бранова должина (слика 7).

Овие линии се карактеристични за елементот од којшто е изработена анодата и се последица на неговата внатрешна атомска структура. Затоа, ова зрачење претставува своевиден „отпечаток“ на хемискиот елемент.

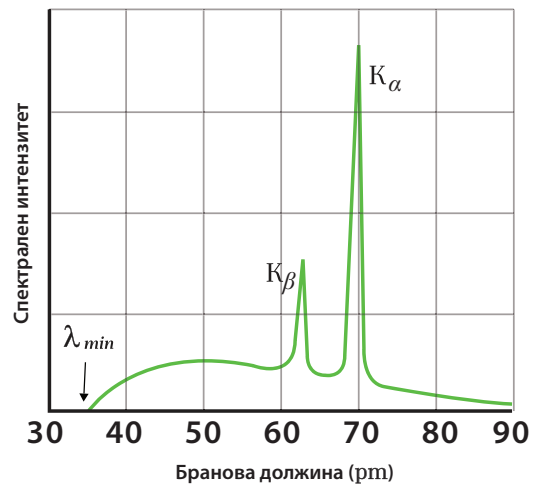
Причината за појавата на карактеристичното рендгенско зрачење е јонизацијата на атомите на метата поставена на анодата. Брзите електрони може да исфрлат електрон од некој од внатрешните електронски слоеви на атомот, при што во атомот останува празно место. Ваквата состојба е возбудена состојба на атомот, па електрон од некој повисок електронски слој преминува на понискиот слој.

Во претходните лекции, енергетските нивоа на електронот ги означувавме со главниот квантен број $n = 1, 2, 3, \dots$, како кај водородниот атом. Кај повеќе електронските атоми за ист главен квантен број постојат повеќе блиски енергетски нивоа кои ги нарекуваме енергетски слоеви. Во физиката овие слоеви се означуваат со букви. Така, К-слојот одговара на најниското енергетско ниво, односно на главен квантен број $n = 1$, L-слојот претставува збир од блиски енергетски нивоа чиј главен квантен број е $n = 2$, M-слојот се повеќе блиски енергетски нивоа чиј главен квантен број е $n = 3$ и така натаму.

Откако ќе се појави празно место во К-слојот, електрон од повисок електронски слој (на пример, L или M) преминува на К-слојот. При овој премин се ослободува енергија еднаква на разликата на енергиите на двата слоја, што се емитира како фотон од рендгенско зрачење. На пример, при премин од L-слојот во К-слојот, енергијата на емитираниот фотон е еднаква на разликата на енергиите на тие два слоја:

$$\frac{h}{\lambda_{L \rightarrow K}} = E_L - E_K.$$

Бидејќи енергетските разлики меѓу внатрешните електронски слоеви се големи, брановите должини на емитираните фотони се мали, па тие припаѓаат на рендгенското зрачење. Ова е суштинска разлика во однос на оптичките спектри, кои настануваат при премини на електроните во надворешните електронски слоеви на атомот.



Слика 7. Континуирано и карактеристично рендгенско зрачење добиено кај мета од молибден при напон меѓу анода и катода од 35 kV

Карактеристичните рендгенски линии се групираат во серии, според слојот во кој завршува преминот на електронот, слично како сериите на водородот во Боровиот модел на атомот. Така, премините кон К-слојот ја образуваат **К-серијата**, а премините кон L-слојот – **L-серијата**. Во рамките на една серија, линиите се означуваат со индекс според слојот од којшто потекнува електронот: α – првиот можен премин кон слојот (L кон K, M кон L итн.), β - вториот премин (M кон K, од N кон L) итн. Така се добиваат ознаките K_α , K_β , L_α , L_β сериите итн.

Шематски приказ на електронските премини што доведуваат до карактеристично рендгенско зрачење е даден на слика 8.

За да се појави одредена серија (на пример, К-серијата), забрзаните електрони мора да имаат доволно кинетичка енергија за да исфрлат електрон од соодветниот внатрешен слој (на пример К – слојот). Ако напонот во рендгенската цевка е премал, нема да се појават одредени карактеристични линии. Брановите должини на карактеристичните линии (карактеристичните рендгенски зраци) зависат само од елементот на метата на анодата, а не од напонот на рендгенската цевка.

Брановите должини на карактеристичните рендгенски зраци може да се пресметаат според Мозлиев закон. Имајќи предвид дека за К-слојот главниот квантен број е $n=1$, за L-слојот $n=2$, брановата должина на K_α може да се пресмета:

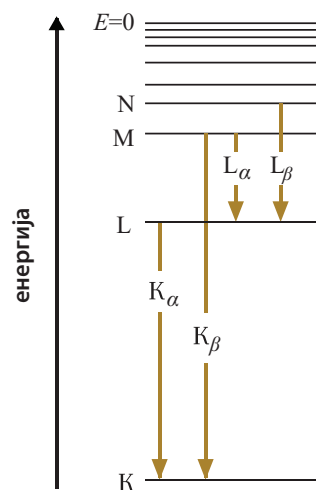
$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right),$$

каде што R е Ридберговата константа. За K_β линијата, имаме:

$$\frac{1}{\lambda_{K\beta}} = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right).$$

Централно место во овој закон има **константата на екранирање** σ . Нејзината физичко значење е следново: електронот што учествува во преминот не го „чувствува“ целосниот јадрен полнеж $+Ze$, бидејќи дел од тој полнеж е екраниран (засенет) од другите електрони. Екранирањето зависи од серијата што се разгледува. Кај К-серијата, екранирањето е релативно мало ($\sigma \approx 1$), бидејќи станува збор за првиот електронски слој кој е најблиску до јадрото, а кај L-серијата е поголемо ($\sigma \approx 7,5$) поради присуството на К-електроните кои делумно го екранираат полнежот на јадрото.

Според тоа, карактеристичното рендгенско зрачење претставува директна последица на квантната структура на атомот и на постоењето на дискретни енергетски нивоа во внатрешните електронски обвивки. Поради тоа, карактеристичните рендгенски линии се користат како моќна метода за идентификација на елементите и за анализа на составот на материјалите, а воедно претставуваат силен аргумент за тоа дека атомската структура е квантна и дискретна.



Слика 8. Шематски приказ на премини на електрон од повисоки енергетски слоеви кон пониски, со што се создава карактеристично рендгенско зрачење.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Брановата должина на K_α -линиите на среброто ($Z_{\text{Ag}} = 47$) и на молибденот ($Z_{\text{Mo}} = 42$) се: $\lambda_{\text{Ag}} = 5,6348 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ и $\lambda_{\text{Mo}} = 7,0939 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ соодветно. Одреди ги Ридберговата константа и константата на екранирање.

Дадено: $Z_{\text{Ag}} = 47, Z_{\text{Mo}} = 42$ $\lambda_{\text{Ag}} = 7,0939 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ $\lambda_{\text{Mo}} = 5,6348 \cdot 10^{-11} \text{ m}$	Решение: Преминот кај карактеристичното зрачење K_{α} кај двата метала се врши од L-слојот кон K-слојот, односно од $n=2$ кон $m=1$. Според тоа, може да запишеме: $\frac{1}{\lambda_{\text{Ag}}} = R(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2,$ $\frac{1}{\lambda_{\text{Mo}}} = R(Z_{\text{Mo}} - \sigma)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R(Z_{\text{Mo}} - \sigma)^2.$ Со делење на двете равенки, се крати Ридберговата константа, па за константата на екранирање добиваме: $\frac{\frac{1}{\lambda_{\text{Ag}}}}{\frac{1}{\lambda_{\text{Mo}}}} = \frac{\frac{3}{4} R(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2}{\frac{3}{4} R(Z_{\text{Mo}} - \sigma)^2} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Ag}}} = \frac{(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2}{(Z_{\text{Mo}} - \sigma)^2} \Rightarrow \sigma = \frac{Z_{\text{Ag}} - \sqrt{\frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Ag}}}} Z_{\text{Mo}}}{1 - \sqrt{\frac{\lambda_{\text{Mo}}}{\lambda_{\text{Ag}}}}} = 1.$ Со замена во која било од првите две равенки, може да се добие вредноста на Ридберговата константа. На пример: $\frac{1}{\lambda_{\text{Ag}}} = \frac{3}{4} R(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2 \Rightarrow R = \frac{4}{3\lambda_{\text{Ag}}(Z_{\text{Ag}} - \sigma)^2} = 1,12 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}.$
--	---

Добиената вредност за Ридберговата константа е од ист ред на величина, но се разликува од теориски добиената вредност. Разликата се должи на тоа што екранирањето не е строго константно, особено кај потешките атоми, каде што електрон-електронските заемнодејства се посложени.

Примена на рендгенските зраци и мерки за заштита

Рендгенските зраци имаат значајна примена во медицината поради нивната голема продорна способност и поради различната апсорпција во различни ткива. При рендгенско снимање, коските силно ги апсорбираат рендгенските зраци од меките ткива, па на снимката се појавува јасен контраст. Ова овозможува откривање скршеници, заболувања на белите дробови и промени во зглобовите. Освен класичната рендгенска дијагностика, се применува и компјутеризирана томографија, при што со серија рендгенски снимки и со компјутерска обработка се добиваат слоевити слики на телото со висока резолуција. Рендгенските зраци се користат и во стоматологијата и при одредени медицински интервенции каде што е потребна контрола на положбата на инструментите.

Во индустријата, рендгенските зраци се користат за неструктивно испитување на материјалите. Со оваа метода може да се откријат пукнатини, шуплини и дефекти во металните конструкции и заварени споеви без нивно оштетување. Сличен принцип се применува и во безбедносните системи, како што е контрола на багаж, каде што различната апсорпција овозможува препознавање на предметите.

Бидејќи рендгенските зраци се јонизирачко зрачење, при поголеми дози или при честа изложеност, може да предизвикаат штетни биолошки ефекти. Јонизацијата во ткивата може да доведе до оштетување на некои клетки и на дезоксирибонуклеинската киселина (ДНК). Затоа при нивната примена се почитуваат основните правила на радиолошка заштита:

- изложеноста да биде колку што е можно пократка,
- растојанието од изворот на рендгенско зрачење да биде што поголемо,
- да се користи соодветно екранирање.

Под екранирање се подразбира употреба на материјали што силно ги апсорбираат рендгенските

зраци, како што се оловото или специјалното заштитно стакло. Во медицината тоа се оловни прегради, заштитни сидови и оловни престилки кои го намалуваат зрачењето што допира до вработените и до пациентите.

Со примена на овие мерки, користа од рендгенските зраци е голема, а ризикот за здравјето се сведува на минимум.



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Мозлиев закон

Експериментите со карактеристични рендгенски спектри покажале уште една важна законитост: фреквенциите на карактеристичните рендгенски зраци зависат од атомскиот број Z на елементот од којшто се добиваат. Оваа зависност е сумирана во Мозлиев закон, кој за карактеристичните линии може да се запише и во облик:

$$f = A(Z - \sigma)^2,$$

каде што A е константа што зависи од серијата (на пример, K или L), а σ е константа на екранирање. Законот покажува дека, за дадена серија, коренот од фреквенцијата на карактеристичната линија е линеарна функција од атомскиот број Z :

$$\sqrt{f} = \sqrt{A}(Z - \sigma).$$

Практично, тоа значи дека ако се одредат фреквенциите на некоја карактеристична линија (на пример, K_α) за повеќе елементи и се нацрта графикон на $\sqrt{f}$ во зависност од Z , се добива права линија. Мозлиев закон бил исклучително важен бидејќи покажал дека карактеристичните рендгенски линии се директно поврзани со атомскиот број и на тој начин го потврдил физичкото значење на Z како мерка за полнежот на јадрото.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Каде се наоѓаат рендгенските зраци во електромагнетниот спектар и како нивната бранова должина е поврзана со нивната продорна способност?
2. Објасни зошто рендгенските зраци минуваат полесно низ меки ткива, а потешко низ коски и низ метали. Кои својства на материјалот влијаат на апсорпцијата?
3. Што е слабеење на интензитетот (апсорпција и расејување) на рендгенски зрак при поминување низ материјал и кои процеси го предизвикуваат?
4. На патот на рендгенските зраци е поставена оловна плоча со дебелина од 0,3 cm и со линеарен коефициент на апсорпција од 52 cm^{-1} . Колкава треба да биде дебелината на алуминиумска фолија со која е заменета оловната фолија за ефектот на слабеење на интензитетот на рендгенските зраци да биде ист, ако се знае дека линеарниот коефициент на апсорпција на алуминиумот е $0,76 \text{ cm}^{-1}$. (Решение: 20,5 cm)
5. Со зголемување на слојот на водата за 6 cm, интензитетот на рендгенските зраци се намалува 4 пати. Да се најде коефициентот на апсорпција на водата за рендгенските зраци. (Решение: $0,23 \text{ cm}^{-1}$)
6. Да се пресмета долната граница на континуираното рендгенско зрачење ако забрзувачката потенцијална разлика кај рендгенската цевка изнесува 35000 V. (Решение: $3,6 \cdot 10^{-11} \text{ m}$)
7. Знаејќи само дека константата на екранирање за K_α -линијата е 1 и дека енергијата на јонизација на водород изнесува 13,6 eV, да се одреди брановата должина на K_α -линијата кај сребро ($Z = 47$). (Решение: $5,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$)

4.6. Атомско јадро и јадрени сили

Проучувањето на градбата и на својствата на атомските јадра (нуклиди), претставува предмет на изучување на **нуклеарната физика**, што се развива како посебна гранка на физиката од почетокот на XX век. Денес знаеме дека секој атом е изграден од атомско јадро и од електронска обвивка. Јадрото е централен, многу мал, но масивен дел од атомот во кој се наоѓа речиси целата маса на атомот. Во јадрото се наоѓаат протоните и неутроните, кои со заедничко име се нарекуваат **нуклеони**. Протоните имаат позитивен електричен полнеж $+e$, а неутроните се електронеутрални. Затоа, атомското јадро е позитивно наелектризирано. Електроните во обвивката имаат негативен полнеж, па атомот како целина е електронеутрален.

Атомски и масин број

Означувањето на јадрата на различните атоми е јасно договорено и истите ознаки се користат насекаде. **Атомскиот број** Z е бројот на протони во атомското јадро. Атомскиот број се нарекува уште и **реден број на атомот**, бидејќи ја определува положбата на елементот во Периодниот систем на елементите. Доволно е да се знае атомскиот број за да се одреди за кој елемент станува збор. На пример, сите атоми со $Z = 6$, се атоми на јаглерод, а сите атоми со $Z = 92$ се атоми на ураниум. Обратно, ако го знаеме елементот, од Периодниот систем веднаш може да го прочитаме неговиот атомски број (на пример, за кислород атомскиот број е $Z = 8$, за сребро $Z = 47$).

Секој протон има полнеж еднаков на елементарниот полнеж, со позитивен знак $+e$. Затоа, вкупниот **електричен полнеж на јадрото** е:

$$Q = +Ze.$$

Освен протоните, во јадрото се наоѓаат и неутрони. Затоа се воведува **масиниот број** A , кој го означува вкупниот број нуклеони во јадрото, односно збирот на протоните и на неутроните:

$$A = Z + N,$$

каде што N е бројот на неутрони. Ако се познати атомскиот и масиниот број, бројот на неутрони може да се определи како:

$$N = A - Z.$$

Важно е да се разликува **ознаката на јадрото** од **хемиската ознака на атомот**. Во хемијата, елементите најчесто се означуваат само со хемискиот симбол X , (на пример - H, Na, O, U), бидејќи таму најчесто е важен бројот на електрони во обвивката. Кај електронеутрален атом, бројот на електрони е еднаков на бројот на протони, односно на атомскиот број.

Во нуклеарната физика, пак, мора да се знаат и атомскиот број Z и масиниот број A , бидејќи од нив зависи стабилноста на јадрата и можните нуклеарни процеси. Затоа, атомските јадра се означуваат со хемискиот симбол X и со броевите A и Z , во форма:

$${}^A_Z X.$$

На пример, јадрото на јаглерод кое има 6 протони и 6 неутрони се запишува: ${}^{12}_6\text{C}$. Јадрото на водород кое нема неутрони се запишува ${}^1_1\text{H}$, а хелиумот во чие јадро има 2 неутрони се запишува ${}^4_2\text{He}$. Најмасивно познато јадро е јадрото на оганесон ${}^{294}_{118}\text{Og}$.

Во практиката, најчесто се користи и скратена ознака за јадрата, во којашто се наведуваат само хемискиот симбол и масиниот број, на пример, ${}^{14}\text{C}$ или ${}^{238}\text{U}$. Бидејќи ознаката за хемискиот елемент веднаш го идентификува атомскиот број, атомскиот број може и да не се запишува. Понекогаш се среќава и запис на јадрата со називот на хемискиот елемент и со масиниот број (јаглерод-14, ураниум-238).

Изотопи и изобари

Можеби забележавте дека во претходните пасуси се сретнавме со јаглерод со два различни масини броја: ^{12}C и ^{14}C . Двете претставуваат јадра на јаглерод, но бројот на неутрони во јадрото не е ист. Ваквите јадра се нарекуваат **изотопи**. **Изотопи се јадра со ист атомски број Z , а со различен масин број A** . Примери за изотопи се трите јадра на водородот што може да се сретнат во природата: ^1_1H (водород), ^2_1H (деутериум) и ^3_1H (трициум). Од овие јадра првите две се стабилни, а трициумот може да постои само кратко време. Изотопи се и јадрата на јаглерод: $^{11}_6\text{C}$, $^{12}_6\text{C}$, $^{13}_6\text{C}$ и $^{14}_6\text{C}$. Од овие изотопи стабилни се само јадрата на $^{12}_6\text{C}$ и $^{13}_6\text{C}$.

Различни елементи може да имаат повеќе изотопи, од кои само некои се стабилни. Преостанатите се нестабилни и по одредено време се распаѓаат, па ги нарекуваме **радиоактивни**. Оваа појава ќе ја разгледуваме во наредната лекција. Изотопите на водородот добиле посебни имиња, но тоа не е случај кај сите елементи. Јадрото на водородот е уникатно по едно својство: ^1_1H е единственото стабилно јадро составено само од еден протон и без неутрони. Не постои друго стабилно јадро составено само од протони или пак јадро составено само од неутрони.

Постојат и јадра со ист масин број A , но со различен атомски број Z . Ваквите јадра се нарекуваат **изобари**. Изобарите се јадра на атоми од различни елементи. Примери за изобари се јадрата на $^{14}_6\text{C}$ и $^{14}_7\text{N}$, $^{16}_8\text{O}$ и $^{16}_9\text{F}$, како и $^{40}_{18}\text{Ar}$, $^{40}_{19}\text{K}$ и $^{40}_{20}\text{Ca}$. Јадрата пак со ист број неутрони N , но различен Z , се нарекуваат **изотони**. И изотоните се јадра на различни елементи. Примери за изотони се: $^{14}_6\text{C}$ и $^{15}_7\text{N}$ како и $^{15}_7\text{N}$, $^{16}_8\text{O}$ и $^{17}_9\text{F}$.

Важноста на овие поими ќе стане појасна кога ќе ги изучуваме промените во јадрата што се случуваат при радиоактивен распад и при нуклеарни реакции.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колку протони и колку неутрони има во јадрото $^{23}_{11}\text{Na}$? Колкав е полнежот на јадрото?

Решение:

Атомскиот број е $Z = 11$, значи во јадрото има 11 протони. Оваа информација може да се добие и според редниот број на Na во Периодниот систем на елементите. Масиниот број е $A = 23$. Од него може да го определиме бројот на неутрони како: $N = A - Z = 23 - 11 = 12$.

Значи, јадрото има 11 протони и 12 неутрони. Вкупниот електричен полнеж на јадрото е $Q = +11e$.

Унифицирана единица за атомска маса

Масата на протоните, неутроните и на атомските јадра се многу мали за да се изразуваат во килограми. Затоа во нуклеарната физика е воведена посебна единица за маса, наречена **унифицирана единица за атомска маса**, што се означува со u .

Унифицираната единица за атомска маса е дефинирана како една дванаесетина од масата на атомот на изотопот $^{12}_6\text{C}$, односно:

$$1u = \frac{1}{12}m(^{12}_6\text{C}).$$

Бројната вредност на оваа единица е приближно: $1u = 1,66025 \cdot 10^{-27}\text{kg}$.

Според Ајнштајновата теорија, постои еквивалентност меѓу масата и енергијата. Значи, можно е некоја честичка целосно да се претвори во енергија. Во тој случај, енергијата E , што се добива (во форма на еден или на повеќе кванти енергија), може да се пресмета според формулава:

$$E = mc^2,$$

каде што со m е означена масата на честичката во мирување, а со c е означена брзината на светлината. Користејќи ја оваа релација, честопати масата на нуклоните и на јадрата се изразува преку енергијата. Така, на пример, може да запишеме:

$$1u = 1,49225 \frac{\text{J}}{c^2} = 931,494 \frac{\text{MeV}}{c^2}.$$

Според тоа, масата на протонот m_p и масата на неутронот m_n е:

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,0072 u = 938,27 \frac{\text{MeV}}{c^2},$$

$$m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,0087 u = 939,57 \frac{\text{MeV}}{c^2}.$$

Масите на протонот и на неутронот се приближно еднакви, но сепак може да се забележи дека масата на неутронот е поголема. За споредба, масата на електронот е приближно 1840 пати помала од масата на протонот и на неутронот. Затоа, најчесто може да сметаме дека целокупната маса на атомот е сконцентрирана во неговото јадро.

Масата на најлесното јадро, јадрото на водород ${}^1_1\text{H}$, изнесува приближно 1,008 u, а масата на најмасивното познато јадро, ${}^{294}_{118}\text{Og}$, изнесува приближно 294,2 u. Може да се забележи дека, **масиниот број A е приближно еднаков на масата на јадрото изразена во унифицирани единици за атомска маса.**

Јака јадрена (нуклеарна) сила

На прв поглед, постоењето на атомското јадро изгледа мистериозно: голем број честички се збиени во многу мал простор, при што дел од нив се позитивно наелектризирани, а другите се неутрални. Се наметнува прашањето: зошто Кулоновата одбивна сила меѓу протоните не го разделува јадрото?

За да постои стабилно јадро, мора да дејствува и некоја поинтензивна привлечна сила што дејствува меѓу нуклеоните на многу мали растојанија. Оваа сила, што го држи јадрото како целина, се нарекува **јака јадрена сила** (или **јака нуклеарна сила**). Таа дејствува помеѓу сите нуклеони: протон–протон, протон–неутрон и неутрон–неутрон.

Освен неа, во природата постои и **слаба јадрена сила**, но таа не учествува во одржувањето на стабилноста на јадрото.

Јаката јадрена сила, суштински, е различна од електростатската сила. Нејзините главни својства се:

- Јаката јадрена сила е многу поинтензивна од електростатската одбивна сила меѓу протоните во рамките на јадрото.
- Таа дејствува само на многу мали растојанија, од ред на неколку фемтометри (fm).
- Има својство на заситување: секој нуклеон заемнодејствува само со најблиските нуклеони, а не со сите нуклеони во јадрото.
- На уште помали растојанија, јаката јадрена сила станува одбивна, со што се спречува компресија на јадрената материја.
- Јаката јадрена сила не зависи од електричниот полнеж на нуклеоните: на исто растојание, таа е еднаква ако заемнодејствуваат: два протона, два неутрона или пак протон и неутрон.

Овие својства на јаката јадрена сила објаснуваат зошто атомските јадра имаат конечна големина, зошто нивната густина е приближно константна во најголемиот дел од јадрото и зошто стабилноста на јадрата зависи од односот меѓу бројот на протони и неутрони.

Густина и радиус на јадрата

Густината на атомското јадро е приближно еднаква во најголемиот дел од неговиот волумен, со исклучок на тенок слој во близина на површината на јадрото. Ова е очекувано, бидејќи јаката јадрена сила има сложен карактер: таа е привлечна на мали растојанија, но станува одбивна кога нуклеоните се наоѓаат на уште помали меѓусебни растојанија, со што се спречува понатамошната компресија на јадрената материја.

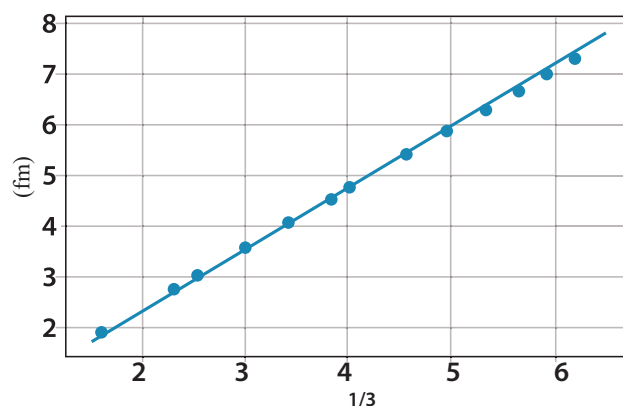
Иако атомските јадра се разликуваат според бројот на нуклеони, нивната густина (честопати наречена и густина на нуклеарната материја) е приближно иста за сите јадра. Затоа, волуменот на јадрото е пропорционален на бројот на нуклеони, односно на масиниот број: $V \sim A$. Ако јадрото го замислиме како топка со радиус R , неговиот волумен е $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, па оттука следува дека $R^3 \sim A$.

За да се замени пропорционалноста со равенство, се воведува константа на пропорционалност R_0 , така што радиусот на јадрото се запишува во форма:

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}}.$$

Оттука, радиусот на атомското јадро расте со третиот корен од масиниот број. Константата R_0 е експериментално определена и има приближна вредност $R_0 = 1,2 \text{ fm}$.

На слика 1 е прикажана зависноста на радиусот на различни јадра од третиот корен на масиниот број. Линеарниот изглед на графикот потврдува дека формулата за радиус на јадрото важи и дека густината на нуклеарната материја е приближно еднаква за речиси сите јадра.



Слика 1. Зависност на радиусот на некои јадра од третиот корен на нивниот масин број.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Одреди ја густината на нуклеарната материја и на масата на коцка, со волумен од 1 cm^3 , ако е направена од материја чијашто густина е еднаква на густината на нуклеарната материја. Масата на јадрото може да се запише како $m = Au$, а константата на пропорционалност е $R_0 = 1,2 \text{ fm}$.

Дадено:

$$\begin{aligned} m &= Au, \\ 1 \text{ fm} &= 10^{-15} \text{ m}, \\ 1u &= 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \\ V_1 &= 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 \\ R_0 &= 1,2 \text{ fm} \end{aligned}$$

Се бара:

$$\rho - ?, M - ?$$

Решение:

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}} \Rightarrow R^3 = R_0^3 A.$$

Имајќи ја предвид формулата за пресметување на густина и на волумен на топка $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, добиваме:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi (R_0^3 A)} = \frac{u}{\frac{4}{3}\pi R_0^3} = 2,3 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Коцка со волумен од 1 cm^3 , направена од нуклеарна материја, ќе има маса:

$$M = \rho \cdot V_1 = 2,3 \cdot 10^{11} \text{ kg}.$$

Оваа огромна вредност покажува колку густината на нуклеарната материја е поголема во споредба со густините на супстанциите.



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Во 1905 година, Алберт Ајнштајн, во рамките на специјалната Теорија на релативност, покажал дека масата и енергијата не се независни физички величини, туку два различни начина на опишување на иста физичка реалност. Неговата анализа покажува дека ако некое тело емитира или апсорбира енергија, тогаш соодветно мора да се смени и неговата маса.

Оваа поврзаност се изразува со познатата релација за еквивалентност на масата и на енергијата, што во наједноставна форма се запишува како:

$$E = mc^2,$$

каде што E е енергијата во мирување (внатрешната енергија поврзана со самото постоење на масата), m е масата на телото, а c е брзината на светлината во вакуум.

Во релативистичката механика, каде што се разгледува движењето на честички со брзина споредлива со брзината на светлината, оваа релација се појавува како посебен случај на пошироката врска меѓу енергијата и импулсот. Вкупната енергија на честичка со маса m и со импулс p е дадена со:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2.$$

Од ова се гледа дека и кога честичката мирува ($p = 0$), таа има ненулта енергија $E = mc^2$. Кога честичката се движи, нејзината вкупна енергија е поголема од mc^2 , а разликата $E - mc^2$ ја претставува нејзината кинетичка енергија во релативистичкиот режим.

Во нуклеарната физика, релацијата $E = mc^2$ е од особена важност, бидејќи во јадрените процеси (распади и нуклеарни реакции) се појавуваат мали, но мерливи разлики во масата што одговараат на ослободување или на апсорпција на многу големи количества енергија.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

- Објасни ја физичката смисла на редниот број Z и зошто тој го определува елементот.
- За јадрото ${}^{31}_{15}\text{P}$ пресметај го N и запиши го полнежот на јадрото.
- Дадени се јадрата на ${}^{58}_{28}\text{Ni}$ и на ${}^{58}_{26}\text{Fe}$. Дали се изотопи или изобари? Образложи.
- Користејќи $R = R_0 A^{1/3}$, $R_0 = 1,2 \text{ fm}$ и $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$, спореди ги радиусите на јадрата со $A_1 = 27$ и $A_2 = 216$. Колку пати радиусот на второто јадро е поголем од радиусот на првото? (Решение: 2 пати)
- Одреди го масиниот број на јадро чиј радиус е приближно еднаков на две третини од радиусот на јадрото на ${}^{230}_{88}\text{Ra}$. Дали може да се идентификува за кое јадро станува збор? Образложи го одговорот. (Решение: $A = 68$)
- Свезда што го завршува својот живот со маса 4 до 8 пати поголема од масата на Сонцето, се очекува да колабира и потоа да стане супернова. Во преостанатиот дел што не е однесен со експлозијата на суперновата, протоните и електроните се спојуваат и се формира неутронска звезда со приближно двојно поголема маса од масата на Сонцето. Неутронската звезда може да се смета како циновско атомско јадро. Ако радиусот на неутронската звезда може да го пресметаме со формулата за пресметување радиус на јадра, пресметај го нејзиниот радиус. Масата на неутронската звезда е $4 \cdot 10^{30} \text{ kg}$. Сметај дека свездата целосно е составена од неутрони $m_n = 1,674 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. (Решение: $1,6 \cdot 10^4 \text{ m}$)

4.7. Природна радиоактивност

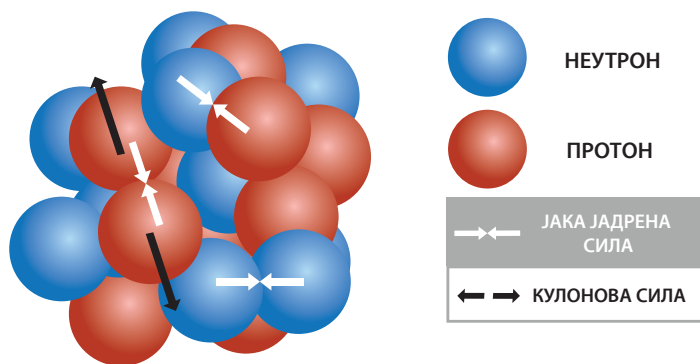
Кон крајот на XIX век физичарите интензивно ги истражувале појавите поврзани со светлината, електрицитетот и новооткриените зрачења. Во 1896 година **Анри Бекерел** забележал дека солите на ураниум може самостојно да осветлат фотографска плоча, дури и кога се завиткани со темен материјал што ја блокира видливата светлина. Ова било прв јасен доказ дека од некои супстанции се емитира зрачење што не е условено од надворешните влијанија, за разлика од појавите, како што е луминисценцијата.

Подоцна, Марија Склодовска Кири и Пјер Кири покажале дека оваа појава е својство на атомите на некои супстанции и таквото својство го нарекле **радиоактивност**.

Природна радиоактивност е појава при која некои атомски јадра спонтано се преобразуваат (трансформираат) во други јадра, при што емитираат честички и електромагнетно зрачење. Зборот „природна“ потенцира дека процесот се одвива без надворешно влијание: јадрото се распаѓа само од себе, а не како последица на осветлување, загревање или на хемиска реакција. Овој процес се нарекува уште и **спонтано распаѓање**.

При радиоактивното распаѓање, почетното јадро, наречено **јадро-родител**, се преобразува во **јадро-потомок**, при што се ослободува енергија. Таа енергија се појавува како кинетичка енергија на емитираните честички и/или како енергија што се зрачи. Радиоактивноста е строго **јадрен (нуклеарен) процес**, бидејќи е поврзана со промените во составот и на енергијата на јадрото, а не со промените во електронската обвивка.

Причината што некои јадра се стабилни, а некои радиоактивни, лежи во рамнотежата меѓу две спротивставени заемнодејства во јадрото (слика 1). Од една страна, протоните меѓусебно се одбиваат поради електростатската **Кулонова сила**, чиј интензитет се зголемува со зголемување на бројот на протони. Од друга страна, нуклеоните се поврзани со **јаки јадрени сили**, кои се привлечни и многу поинтензивни од Кулоновата сила, но дејствуваат само на многу мали растојанија. Затоа велíme дека јаката јадрена сила е сила со **краток дomet**.



Слика 1. Привлечна јака јадрена сила и одбивна Кулонова сила во атомско јадро

За дадена вредност на масиниот број A , може да постојат јадра со различни комбинации на бројот на протони и неутрони. Кај некои од овие комбинации вкупната јадрена привлечна сила е доволна за да го одржи јадрото како целина, па тие јадра се **стабилни**. Кај други комбинации, јадрото има поголема внатрешна енергија и спонтано се трансформира во друго јадро преку радиоактивно распаѓање. Ваквите јадра се нарекуваат **нестабилни**.

Стабилноста на атомските јадра може експериментално да се истражи со помош на **Активност 1**.



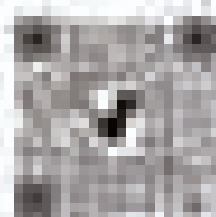
АКТИВНОСТ 1.

Стабилност на атомско јадро

Цел на активността: Да се испита дали одредени атомски јадра се стабилни или нестабилни, во зависност од бројот на протони и неутрони.

Алатка: Симулацијата PhET: Изгради јадро (Build a nucleus) која може да се најде на следнава интернет - страница:

(https://phet.colorado.edu/sims/html/build-a-nucleus/latest/build-a-nucleus_all.html).



Во симулацијата е прикажана величината Период на полураспаѓање (Half-life), за којашто ќе се зборува во следната лекција. Во оваа активност не се анализира нејзината бројна вредност, туку само положбата на јадрото на прикажаната скала: кон лево се наоѓаат понестабилни јадра (*less stable*), а кон десно постабилни јадра (*more stable*). Исто така, симулацијата јасно означува дали јадрото е **стабилно** или **нестабилно** (*Stable / Unstable*).

Исклучи ја опцијата Електронски облак (Electron cloud), за да се прикажува само атомското јадро.

Дел 1. Јадра со мал број нуклеони

Состави ги, едно по едно, јадрата со број на протони и неутрони според табелава:

Протони	Неутрони
1	0
1	1
1	2
2	2
2	3
3	3
4	4
4	5
5	5
5	6

Прашања:

Кои од составените јадра се стабилни, а кои нестабилни?

Како се менува стабилноста на јадрото ако се додаваат само неутрони при ист број протони?

Дали за даден број протони постои само еден број неутрони за кој јадрото е стабилно?

Дали стабилноста секогаш се зголемува кога истовремено се додаваат по еден протон и еден неутрон?

Што може да се заклучи за улогата на неутроните за стабилноста на јадрото?

Од резултатите на активноста може да се заклучи дека стабилноста на атомското јадро не зависи само од бројот на честичките во него, туку и од односот меѓу протоните и неутроните. За одредени комбинации јадрата се стабилни, а за други се нестабилни и подложни на спонтано распаѓање.

Елемент	Симбол	Z
Циркониум	Zr	40
Молибден	Mo	42
Сребро	Ag	47
Јод	I	53
Волфрам	W	74
Платина	Pt	78
Бизмут	Bi	83
Полониум	Po	84
Радон	Rn	86
Ураниум	U	92

Дел 2. Јадра со голем број нуклеони

Обидете се да најдете дали постои барем еден стабилен изотоп за елементите во табелава подолу. За елементите кај кои постои стабилен изотоп, запишете го соодветниот масин број. Обрнете внимание на атомскиот број Z и споредете ги елементите меѓусебно.

Што забележавте за поврзаноста меѓу атомскиот број и стабилноста на јадрата?

Дали може да се најде јасна граница според која не постојат стабилни изотопи?

Дали сите изотопи со помал атомски број се стабилни? Проверете за технециумот ($Z = 43$) и за прометиумот ($Z = 61$).

Заклучоците од активност 1 покажуваат дека стабилноста на атомските јадра зависи од односот меѓу протоните и неутроните, како и од атомскиот број на елементот. Со зголемување на атомскиот број стабилните јадра стануваат сè поретки, а кај елементите со голем атомски број постојат само радиоактивни изотопи. Сепак, не постои строга граница, бидејќи постојат исклучоци, како што се технециумот и прометиумот, кои немаат стабилни изотопи, иако имаат помал атомски број.

Јадрата кои можат спонтано да се трансформираат преку радиоактивно распаѓање се нарекуваат **радиоактивни јадра**. Радиоактивното распаѓање (или **трансформација**), според тоа, може да се сфати како природен процес со кој нестабилното јадро (јадро во возбудена енергетска состојба) преминува кон постабилна енергетска состојба, при што вишокот енергија се ослободува како **јонизирачко зрачење**. Секој хемиски елемент има повеќе изотопи, од кои некои се стабилни, а некои радиоактивни. Постојат и елементи кои немаат ниту еден стабилен изотоп. **Бизмутот** ($Z = 83$) е последниот елемент во Периодниот систем кој има стабилен изотоп.

Потешките хемиски елементи кои немаат стабилни изотопи, почнувајќи од полониумот ($Z = 84$) и не се подеднакво застапени во природата. Некои се среќаваат во минерали и во карпи на Земјата, а други не се појавуваат природно и се добиени вештачки. Кај најтешките елементи природната застапеност е многу мала, иако, како траги од природни распаѓања, некои од нив може да се најдат на пример, во ураниумовите руди.

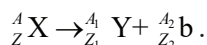
Кога сакаме да потенцираме дека некој изотоп е радиоактивен, го користиме изразот **радиоизотоп**. Зрачењата што се емитираат при распаѓање на радиоизотопите имаат доволно голема енергија за да предизвикаат јонизација, односно да избијат електрони од атомите, па затоа се нарекуваат **јонизирачки зрачења**. Радиоактивноста е својство на јадрата, а не на зрачењето, па затоа поимот „радиоактивно зрачење“ е неточен и не треба да се употребува.

Јонизирачкото зрачење што потекнува од атомските јадра е значајно не само како природен феномен и извор на информации за структурата на јадрото, туку и како појава од којашто треба да се заштитиме поради можните биолошки ефекти.

Закони за запазување при радиоактивните распаѓања

При секое радиоактивно распаѓање, мора да бидат исполнети основните закони за запазување, бидејќи тие овозможуваат правилно да се определат новодобиеното јадро и енергијата што се ослободува при радиоактивното распаѓање.

Во општ случај, распаѓањето на јадро-родител, обележано со A_ZX , при што тоа се распаѓа во јадро-потомок ${}^{A_1}_{Z_1}Y$ и се емитира честичка ${}^{A_2}_{Z_2}b$, се запишува како:



Со стрелката се означува дека процесот се одвива во една насока, односно дека не е реверзибилен. На овој начин, во наредните лекции ќе ги запишуваме и нуклеарните реакции.

Вообичаено, јадрото-потомок и емитираната честичка се нарекуваат **продукти на радиоактивното распаѓање**. При некои распаѓања може да се емитираат и повеќе честички, но за поедноставување, овде ќе се задржиме на случаи со емисија на една честичка.

При секое нуклеарно распаѓање важат четири закони за запазување:

1. **Закон за запазување на бројот на нуклеони.** Вкупниот број нуклеони пред и по распаѓањето е еднаков, односно важи:

$$A = A_1 + A_2.$$

2. **Закон за запазување на електричниот полнеж.** Вкупниот електричен полнеж пред распаѓањето е еднаков на вкупниот електричен полнеж по распаѓањето. Бидејќи електричниот полнеж на јадрото и честичката е определен со атомскиот број, условот се запишува како:

$$Z = Z_1 + Z_2.$$

3. **Закон за запазување на импулсот.** Импулсот на јадрото-родител е еднаков на векторскиот збир од импулсите на јадрото-потомок и емитираната честичка:

$$\overrightarrow{p_X} = \overrightarrow{p_Y} + \overrightarrow{p_b}.$$

4. **Закон за запазување на енергијата.** Вкупната енергија на системот пред и по радиоактивното распаѓање е иста.

$$E_X = E_Y + E_b.$$

Но, тука треба да се потенцира дека се разгледува вкупната енергија во процесот, а не само механичката енергија. Значи, треба да се земе предвид и енергијата што ја има честичката затоа што има маса согласно со Ајнштајновата равенка за еквиваленција меѓу масата и енергијата $E = mc^2$. Секоја од честичките во нуклеарното распаѓање може да има и кинетичка енергија, па во Законот за запазу-

вање на енергијата треба да се земе предвид и кинетичката енергија на јадрото-родител ($E_{k,X}$), како и кинетичката енергија на продуктите од распаѓањето ($E_{k,Y}$, $E_{k,b}$):

$$M_X c^2 + E_{k,X} = M_Y c^2 + m_p c^2 + E_{k,Y} + E_{k,b}.$$

Од Законот за запазување може да се пресмета енергијата што се ослободува при радиоактивното распаѓање Q како разлика на масата на јадрото-родител и продуктите на распаѓање помножена со c^2 :

$$Q = (M_X - M_Y - m_b) c^2.$$

Распаѓањето енергетски е дозволено само ако $Q > 0$, па оваа енергија се распределува како кинетичка енергија на јадрото-потомок и емитираната честичка:

$$Q = E_{k,Y} + E_{k,b} - E_{k,X}.$$

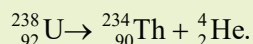
Во некои случаи дел од оваа енергија може да биде задржана во јадрото-потомок, а потоа да биде емитирана во форма на еден или на повеќе кванти енергија. Ваквите јадра велиме дека се во возбудена енергетска состојба.

Овие четири закони: Законот за запазување на бројот на нуклеони, Законот за запазување на електричниот полнеж, Законот за запазување на импулсот и Законот за запазување на енергијата - се основа за анализа не само на радиоактивните распаѓања, туку и на нуклеарните реакции.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колкава енергија се ослободува при следново радиоактивно распаѓање;



Масата на честичките е: $M_{\text{U}} = 238,0508\text{u}$, $M_{\text{Th}} = 234,0436\text{u}$ и $M_{\text{He}} = 4,0026\text{u}$.

Д а д е н о : $M_{\text{U}} = 238,0508\text{u}$, $M_{\text{Th}} = 234,0436\text{u}$, $1\text{u} \cdot c^2 = 931,5\text{MeV}$,
 $1\text{u} \cdot c^2 = 931,5\text{MeV}$, $M_{\text{He}} = 4,0026\text{u}$

Се бара: $Q - ?$

Решение:

Ослободената вредност при распаѓањето е:

$$Q = (M_X - M_Y - m_b) c^2.$$

За распаѓањето на ${}_{92}^{238}\text{U}$, оваа вредност ќе изнесува:

$$Q = (238,051 - 234,044 - 4,003)\text{u} \cdot c^2 = 0,004\text{u} \cdot c^2 = 3,7\text{MeV}.$$

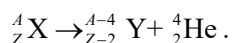
Најчести видови на радиоактивно распаѓање

Во радиоактивните процеси нестабилното јадро може да се распаѓањене на неколку карактеристични начини, при што секој начин е поврзан со одредена промена на составот и на енергијата на јадрото. Најчести видови радиоактивно распаѓање се **алфа-распаѓање** (α -распад), при што јадрото емитира алфа-честичка, па се намалуваат и масиниот број A и редниот број Z , **бета-распаѓање** (β -распад), при што масиниот број A останува ист, а редниот број Z (а со тоа и бројот на неутрони N) се менува поради претворање на еден нуклеон во јадрото во друг, и **гама-распаѓање** (γ -распад), при што новодобиеното јадро по алфа-распаѓањето или бета-распаѓањето го ослободува вишокот енергија како квант енергија без промена на A и Z .

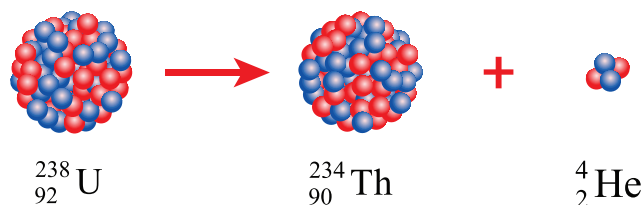
Алфа-распаѓање

Алфа-распаѓањето е најчестиот начин на радиоактивна трансформација кај тешките јадра, односно кај јадра со голем масин број. Терминот *тешки јадра* се користи за јадра со голема маса, а јадрата со мал масин број ги нарекуваме *лесни јадра*.

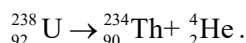
Во активност 1 видовме дека тешките јадра се главно нестабилни. За да преминат во постабилна енергетска состојба, тие емитираат група нуклеони составена од два протона и два неутрона, која се нарекува **алфа-честичка** (или двојно јонизиран атом на хелиум). Општо, алфа-распаѓањето се опишува со нуклеарна равенка во којашто јадрото-родител ${}^A_Z\text{X}$ преминува во јадро-потомок ${}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}$ и се емитира алфа-честичка ${}^4_2\text{He}$. Општата релација со којашто се опишува алфа-распаѓањето е:



Од релацијата директно може да се види дека важи Законот за запазување на бројот на нуклеони и Законот за запазување на електричниот полнеж. Со алфа - распаѓањето секогаш се менува елементот: јадрото-потомок припаѓа на атом на друг елемент кој во Периодниот систем се наоѓа „две места лево“ од јадрото - родител. Со алфа-распаѓањето се менуваат и масата и полнежот на јадрото. Во многу случаи, потомокот може да се добие во основна состојба, но може да се добие и во возбудена енергетска состојба, што подоцна може да доведе до емисија на гама-зрачење. Пример за алфа-распаѓање е распаѓањето:



Слика 2. Графички приказ на алфа-распаѓање на ${}^{238}_{92}\text{U}$



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Радиоизотопот на ${}^{213}_{84}\text{Po}$, кој мирува, емитира алфа – честичка со кинетичка енергија 8,376 MeV.

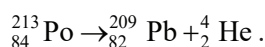
а) Запиши ја нуклеарната релација и одреди кои се продуктите на распадат.

б) Јадрото - потомок е во основна енергетска состојба. Да се најде енергијата ослободена во овој процес. Изведи израз за односот на кинетичката енергија на јадрото-потомок и на кинетичката енергија на алфа-честичката. Да се смета дека по распаѓањето јадрото-потомок и алфа-честичката се движат по ист правец во спротивни насоки, а јадрото-родител мирувало пред распаѓањето.

Масата на радиоизотопот ${}^{213}_{84}\text{Po}$ да се земе дека изнесува 213u, масата на јадрото – потомок 209u, а масата на алфа-честичката 4u, каде што со u е означена унифицираната единица за маса. Да се смета дека $1\text{u}c^2 = 931,5\text{MeV}$.

Дадено: $E_\alpha = 8,376\text{ MeV}$, $m_1 = 213\text{u}$, $m_2 = 209\text{u}$, $m_\alpha = 4\text{u}$ $1\text{u}c^2 = 931,5\text{MeV}$	Решение: Алфа-честичката содржи два протона, па редниот број на јадрото-потомок ќе биде: $Z = 84 - 2 = 82.$ Според Периодниот систем, тоа е јадро на олово. Алфа-честичката содржи 4 нуклеони, па масиниот број ќе се намали за 4: $A = 213 - 4 = 209.$
Се бара: Кои се продукти на нуклеарното распаѓање а) Q – ?	

Оттука, распаѓањето се запишува на следниов начин:



б) Целата ослободена енергија од распаѓањето Q се претвора во кинетичка енергија на α -честичката на јадрото-потомок. Од Законот за запазување на импулсот (јадрото – родител мирува),

важи $|\vec{p}_\alpha| = |\vec{p}_{\text{Pb}}|$. Имајќи предвид дека енергиите на јадрото-потомок и на алфа – честичката се

$$E_\alpha = \frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha} \text{ и } E_{\text{Pb}} = \frac{p_{\text{Pb}}^2}{2m_2}, \text{ следува: } \frac{E_{\text{Pb}}}{E_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_2}.$$

Енергијата на јадрото – потомок може да ја запишеме $E_{\text{Pb}} = E_\alpha \cdot \frac{m_\alpha}{m_2}$. Имајќи предвид дека вкупната ослободена енергија при алфа-распаѓањето се претво-

ра во кинетичка енергија на продуктите добиени со распаѓањето, односно: $Q = E_{\text{Pb}} + E_\alpha$, лесно може да се покаже дека енергијата која се ослободува при распаѓањето е:

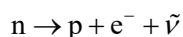
$$Q = E_\alpha \left(1 - \frac{m_\alpha}{m_1}\right) = 8,54 \text{ MeV}.$$

Бета-распаѓање

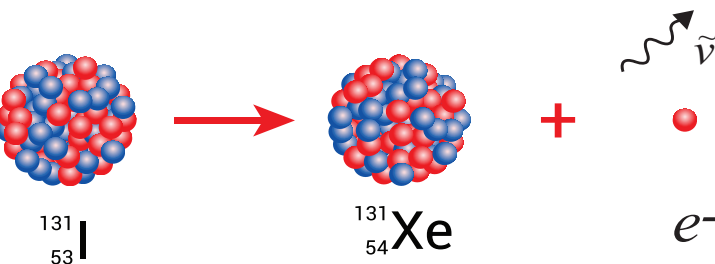
Бета-распаѓањето е еден од честите механизми со кои радиоактивните јадра преминуваат кон постабилна енергетска состојба, особено кај јадра кај кои односот меѓу бројот на неутрони и бројот на протони е „неповолен“ за стабилност (јадра со многу голем број неутрони или јадра со голем број протони). За разлика од алфа-распаѓањето, кај бета-распаѓањето масиниот број A не се менува. Бидејќи вкупниот број нуклеони останува непроменет, се менува само составот на јадрото, во смисла дека еден нуклеон се претвора во друг (слика 3).

Постојат три различни видови бета-распаѓање:

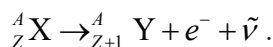
β^- -распаѓање: Кај β^- -распаѓањето, во јадрото - родител, еден неутрон се претвора во протон, при што се емитира електрон и антинутрино:



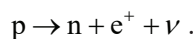
Редниот број на јадрото се зголеμουва за 1, а масиниот број останува ист. Јадрото-потомок е изобар кој се наоѓа едно место „десно“ во Периодниот систем во однос на јадрото - родител. Општиот облик на β^- -распаѓањето е:



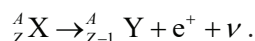
Слика 3. Шематски приказ на β^- -распаѓање на ${}_{53}^{131}\text{I}$



β^+ -распаѓање: Кај β^+ -распаѓањето, во јадрото - родител, еден протон се претвора во неутрон, при што се емитира позитрон и неутрино:

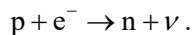


Редниот број се намалува за 1, а масиниот број останува ист. Јадрото-потомок се наоѓа едно место „лево“ во Периодниот систем во однос на јадрото - родител. Општиот облик на β^+ -распаѓањето е:

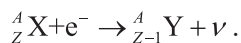


Позитронот e^+ е античестичка на електронот: има иста маса како електронот, но носи позитивен елементарен електричен полнеж. Неговото присуство овозможува да се запази електричниот полнеж при ова распаѓање.

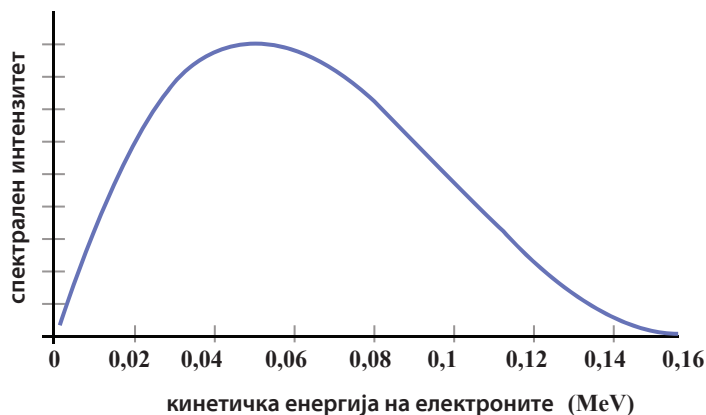
Електронски зафат (ЕС): Кај електронскиот зафат јадрото „фаќа“ електрон од внатрешните електронски слоеви на сопствениот атом. Притоа, протонот се претвора во неутрон и се емитира неутрино.



Редниот број се намалува за 1, а масиниот број останува ист. Јадрото-потомок како и кај β^+ -распаѓањето се наоѓа едно место „лево“ во Периодниот систем во однос на јадрото - родител. Општиот облик на електронскиот зафат е:



За разлика од алфа-распаѓањето, кај бета-распаѓањето електроните и позитроните не го напуштаат јадрото со точно определена кинетичка енергија, туку со континуиран спектар на кинетички енергии (слика 4). Ова укажува на тоа дека во распаѓањето учествува уште една честичка, **неутрино-то** (или **антинутрино-то**), која презема дел од енергијата и од импулсот, **со што се исполнети законите за запазување на енергијата и на импулсот.**



Слика 4. Континуиран спектар на кинетички енергии на електроните кои се емитираат од јадрата на ${}^{14}_6\text{C}$ по нивниот β^- -распаѓање.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

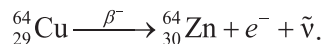
Во природата постојат и радиоизотопи кои може да се распаѓаат и со трите видови бета-распаѓање. Таков е радиоизотопот на бакар ${}^{64}_{29}\text{Cu}$ кој се користи во медицината, за дијагностички и за терапевтски цели. Запиши ги равенките за сите три видови бета-распаѓање: β^- -распаѓање, β^+ -распаѓање и електронски зафат (ЕС).

Решение:

Масиниот број кај сите три видови бета-распаѓање останува ист, $A = 64$.

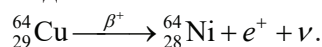
1) **β^- распаѓање:** неутрон се претвора во протон, $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}$.

Бидејќи неутронот се трансформирал во протон, вкупниот број протони се зголемил, а со тоа и атомскиот број: $Z = 29 + 1 = 30$. Ова значи дека од јадро на бакар се добило јадро на цинк-64. Нуклеарната реакција се запишува на следниов начин:



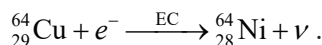
2) **β^+ распаѓање:** протон се претвора во неутрон, $p \rightarrow n + e^+ + \nu$.

Бидејќи протонот се трансформирал во неутрон, вкупниот број протони се намалил, а со тоа и атомскиот број: $Z = 29 - 1 = 28$. Ова значи дека јадрото на бакар преминало во јадро на никел-64. Нуклеарната реакција се запишува на следниов начин:



3) **Електронски зафат (ЕС):** протон и електрон „создаваат“ неутрон, $p + e^- \rightarrow n + \nu$.

Во овој случај, протонот повторно се трансформирал во неутрон, па вкупниот број протони се намалил, а со тоа и атомскиот број: $Z = 29 - 1 = 28$. Ова значи дека јадрото на бакар преминало во јадро на никел-64. Нуклеарната реакција се запишува на следниов начин:

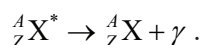


Гама-распаѓање

Како што електроните во атомот можат да постојат само во одредени енергетски состојби, така и атомското јадро има дозволени енергетски состојби. Најниската од нив се нарекува основна енергетска состојба, а состојбите со поголема енергија се нарекуваат возбудени состојби. Кај атомите, при премин на електрон од повисоко кон пониско енергетско ниво, разликата во енергија се емитира како фотон. Сличен процес се одвива и кај атомските јадра.

Гама-распаѓање е радиоактивен процес при кој јадрото преминува од повисока во пониска енергетска состојба, при што ја ослободува вишок-енергијата во облик на **гама-фотон**. Оваа возбудена состојба најчесто се создава како последица на алфа или на бета-распафот, па затоа гама-зрачењето, вообичаено, не е прв чекор во радиоактивната трансформација, туку завршен премин со којшто јадрото станува постабилно.

Општата нуклеарна релација за гама-емисија се запишува со означување на возбуденото јадро со ѕвездичка:



Тука, ${}^A_Z\text{X}^*$ е јадрото во возбудена енергетска состојба, ${}^A_Z\text{X}$ е истото јадро во пониска (или основна) енергетска состојба, а γ е гама-фотонот.

Бидејќи при гама-распаѓањето не се менуваат ниту масиниот број A ниту редниот број Z , се исполнуваат Законот за запазување на бројот на нуклеони и Законот за запазување на електричниот полнеж. Ослободената енергија главно се појавува како енергија на гама-фотонот, додека кинетичката енергија на јадрото може да се занемари поради неговата голема маса. Затоа, разликата меѓу енергиите на двете состојби на јадрото приближно е еднаква на енергијата на фотонот:

$$\Delta E \approx E_\gamma.$$

Влијанието на јонизирачкото зрачење врз живиот свет

Јонизирачко зрачење е зрачење што има доволно голема енергија за да исфрли електрон од атомите и од молекулите, при што се создаваат јони. Овој процес може да доведе до оштетување на биолошките молекули и на клетките во живите организми. Степенот на влијание врз живиот свет зависи од видот на зрачењето, неговата енергија и од начинот на изложување (надворешно или внатрешно).

Алфа-зрачење

Алфа-зрачењето е поток од алфа-честички кои се релативно масивни честички со двоен позитивен електричен полнеж. Затоа, при минување низ материја, силно заемнодејствува со електроните во атомите и со молекулите и создава голем број **јонски парови** по должината на својата патека. Се вели дека алфа-зрачењето има **голема јонизирачка моќ**, но **мала продорна моќ**.

Во воздух, алфа-честичките имаат дomet од неколку сантиметри, а во цврсти материјали само неколку микрометри. Тие лесно се запираат со тенок слој хартија или со површинскиот слој на кожата и не претставуваат сериозна опасност при надворешно изложување.

Сепак, алфа-зрачењето може да биде **исклучително опасно ако алфа-емитерот се внесе во организмот** (преку вдишување или преку храна). Во тој случај, целата енергија се ослободува во мал волумен на ткиво, што доведува до силна локална јонизација и до сериозни биолошки оштетувања.

Бета-зрачење

Бета-зрачењето е поток од брзи електрони или позитрони. Поради нивната помала маса и единичен електричен полнеж, бета-честичките имаат помала јонизирачка моќ од алфа-честичките, но поголема продорна моќ.

Во воздух, бета-честичките (заедничко име за електроните и позитроните добиени со β -распаѓање), во зависност од нивната енергија, може да поминат поголеми растојанија, а во цврсти материјали најчесто се запираат во материјал со дебелина од неколку милиметри до неколку сантиметри. За заштита од бета-зрачење, најчесто се користат материјали со помал атомски број, како што се пластика или алуминиум.

Во биолошка смисла, бета-зрачењето може да предизвика оштетувања при надворешно изложување (особено на кожата и на очите), а исто така е опасно и при внатрешно внесување на бета-емитери, бидејќи честичките ја предаваат енергијата директно во ткивата по должината на својата патека.

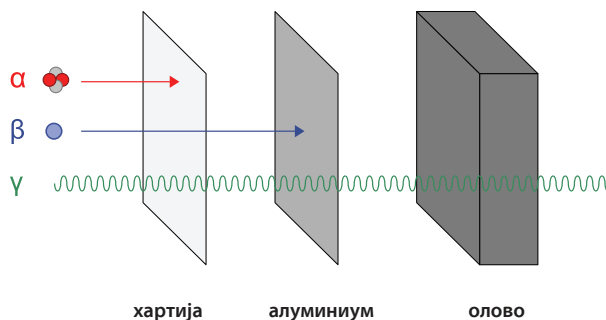
Гама-зрачење

Гама-зрачењето е електромагнетно зрачење со многу голема енергија. За разлика од алфа и од бета-зрачењето, гама-фотоните немаат маса и електричен полнеж, па не јонизираат директно. Јонизацијата ја предизвикуваат **индиректно**, преку интеракција со атомите на материјата, при што се ослободуваат секундарни електрони.

Затоа, гама-зрачењето има **најмала јонизирачка моќ**, но **најголема продорна моќ** од трите видови зрачење. Може да поминува низ значителна дебелина на материјалот, а за негово екранирање се користат материјали со големи густини, како што се олово или бетон. Интензитетот на гама-зрачењето се намалува постепено, со зголемување на дебелината на материјалот, како кај рендгенското зрачење. Законот за слабеење на снопот од гама-фотони е идентичен со Законот за слабеење на рендгенскиот сноп, со единствена разлика што коефициентот на апсорпција на материјалите за гама-зрачењето е помал во однос на коефициентот на апсорпција за рендгенските зраци.

Од биолошки аспект, гама-зрачењето е особено опасно при надворешно изложување, бидејќи лесно навлегува низ телото и може да ги оштети внатрешните органи и ткивата.

На слика 5 се прикажани материјалите потребни за заштита од различните видови јонизирачко зрачење.



Слика 5. Шематски приказ на продорната моќ на различни јонизирачки зрачења. Дебелината на материјалот низ кој може да помине алфа и бета-зрачењето зависи од нивната енергија. За гама-зрачењето важи експоненцијалниот Закон за слабеење на интензитетот на снопот.

Алшар - природна врска меѓу геологијата и нуклеарната физика

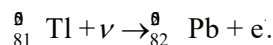
Рудниот локалитет Алшар на планината Кожуф е еден од ретките примери во светот каде што геологијата и нуклеарната физика се „среќаваат“ на исто место. Станува збор за хидротермално рудно поле богато со арсен, антимон и со талиум, во коешто се среќава редок минерал наречен **лорандит** (слика 6).



Слика 6. Примерок од лорандит со ситни, јасно изразени кристали вградени во минерална матрица, ископан на локалитетот Алшар. Кристалите достигнуваат големина и до неколку милиметри. Вакви кристали ретко се наоѓаат, бидејќи минералите што содржат талиум најчесто не формираат јасно видливи кристали.

Лорандитот (TlAsS_2) е минерал што содржи талиум и е особено значаен бидејќи во него природно е застапен изотопот на талиум $^{205}_{81}\text{Tl}$. Токму овој изотоп има способност да учествува во нуклеарна реакција со **соларни неутрина** - честички кои постојано пристигнуваат од Сонцето на Земјата.

При апсорпција на неутрино, јадрото на талиумот се трансформира во изотоп на олово, при што се емитира електрон. Процесот може да се запише со следнава нуклеарна релација:



За да се случи оваа реакција, потребна е енергија од приближно 52 keV, што ја имаат значителен дел од соларните неутрина. Значењето на Алшар произлегува од фактот што лорандитот таму постои повеќе од неколку милиони години. Значи, минералот со текот на времето „собира“ информации за изложеноста на соларните неутрина.

Значењето на Алшар произлегува од тоа што природата овде, во суштина, обезбедила „детектор“ што работи милиони години. Лорандитната минерализација е со старост од ред приближно 4,31 милиони години, па количината на создаденото $^{205}_{82}\text{Pb}$ претставува „запис“ за долгорочната изложеност на лорандитот на соларни неутрина. Дополнително, радиоизотопот $^{205}_{82}\text{Pb}$ има периодот на полураспаѓање од 15,3 милиони години, што овозможува негова акумулација во лорандитот. Токму поради тоа со мерење на односот на масите на $^{205}_{81}\text{Tl}$ и $^{205}_{82}\text{Pb}$ во чисто издвоен лорандит, може да се добијат информација за соларниот неутрински флуks, а со тоа и за активноста на Сонцето со текот на времето.

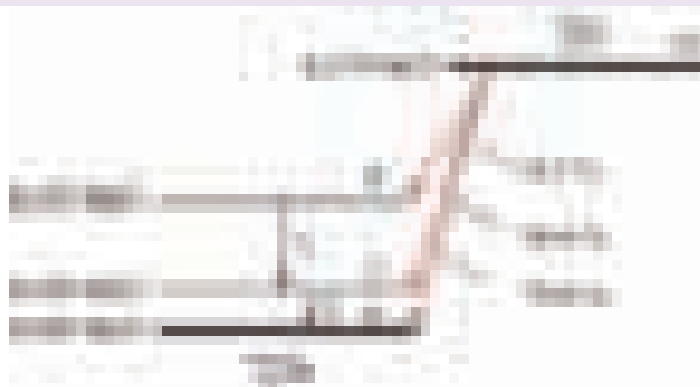


НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Дискретни енергии на алфа-честичките и возбудени состојби на јадрото кај алфа-распаѓање

Алфа-честичките што се емитираат од даден радиоизотоп **не мора секогаш да имаат една иста енергија**. Причината е тоа што јадрото-родител може да се распаѓа кон различни енергетски состојби на јадрото-потомок. Ако по алфа-распаѓањето јадрото-потомок се наоѓа во основна енергетска состојба, тогаш целата расположлива енергија на распаѓањето Q (со исклучок на многу малата енергија на одбивање на јадрото) се претвора во кинетичка енергија на алфа-честичката. Во тој случај, алфа-честичката има **најголема кинетичка енергија**.

Ако, пак, јадрото-потомок се добие во возбудена енергетска состојба, тогаш дел од енергијата Q останува „складирана“ во јадрото-потомок. Па, алфа-честичката излегува со помала кинетичка енергија. Како последица на ова, кај алфа-емитерите честопати се набљудуваат **алфа-честички со неколку различни, но дискретни енергии**. Возбуденото јадро-потомок не е стабилно и по кратко време преминува во пониска (најчесто основна) енергетска состојба, при што вишокот енергија се ослободува во форма на **гама-кванти**.



Слика 7. Јадрото на $^{238}_{92}\text{U}$, со алфа-распаѓање, емитира три групи на алфа-честички со различна енергија, преминувајќи во јадро на $^{234}_{90}\text{Th}$ коешто може да биде во две возбудени состојби, од кои преминува во основната состојба преку емисија на гама зрачење.

На слика 7 е прикажан енергетски дијаграм на алфа-распаѓањето на $^{238}_{92}\text{U}$. При ова распаѓање јадрото-потомок $^{234}_{90}\text{Th}$ може да се добие:

Во основна енергетска состојба (означена како 0^+),

Или во две возбудени состојби (означени како 2^+ и 4^+).

Затоа, при алфа-распаѓањето на $^{238}_{92}\text{U}$, се емитираат три групи на алфа-честички со различни кинетички енергии: $E_{\alpha 1} = 4,111 \text{ MeV}$ (приближно во 0,1 % од случаите), $E_{\alpha 2} = 4,224 \text{ MeV}$ (приближно во 20,9 % од случаите) и $E_{\alpha 3} = 4,274 \text{ MeV}$ (приближно во 79 % од случаите).

Во случаите кога јадрото-потомок е во возбудена состојба, тоа дополнително емитира **гама-кванти**, со енергии $E_{\gamma 1}$ и $E_{\gamma 2}$, кога преминува во основната енергетска состојба. Овие гама-премини се прикажани со сини стрелки на дијаграмот. Енергиите на овие гама - кванти може да се пресметаат како разлика на енергиите кои ги имаат јадрата помеѓу кои се вршат премините:

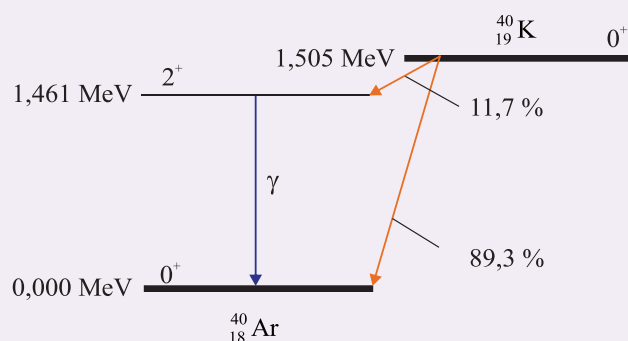
$$E_{\gamma 1} \approx 0,113 \text{ MeV}, E_{\gamma 2} \approx 0,050 \text{ MeV}.$$

Возбудени состојби кај бета-распаѓање

Слична појава се среќава и кај бета-распаѓањето. Дел од енергијата што се ослободува при бета-распаѓање може да остане во јадрото-потомок, кое велиме дека е возбудена енергетска состојба. На слика 8 е прикажан електронски зафат кај $^{40}_{19}\text{K}$. При ова распаѓање се добива јадро на $^{40}_{18}\text{Ar}$ што е:

- Во основна енергетска состојба (0^+),
- Или во возбудена состојба (2^+).

При премин од возбудена во основна енергетска состојба се емитира гама-квант, со енергија $E_{\gamma} \approx 1,461 \text{ MeV}$.



Слика 8. Јадрото на $^{40}_{19}\text{K}$, со електронски зафат, се претвора во јадро на $^{40}_{18}\text{Ar}$, коешто може да биде во основна или во возбудена енергетска состојба.



ПОЗНАТА НАУЧНИЧКА



Марија Склововска Кири (Marie Skłodowska Curie 1867-1934) е една од најзначајните научнички во историјата на физиката и на хемијата и клучна личност во проучувањето на радиоактивноста. Заедно со својот сопруг Пјер Кири, таа ги продолжила истражувањата започнати од Анри Бекерел и прва го вовела поимот радиоактивност за да го опише спонтаното зрачење што го емитираат некои елементи. Марија Кири покажала дека радиоактивноста е внатрешно својство на јадрото, а не резултат на хемиски реакции, што претставувало револуционерна промена во тогашното разбирање на материјата.

Во текот на својата работа, Марија Кири открила два нови хемиски елемента - полониум (именуван според нејзината татковина Полска) и радиум. Таа развила сложени и исклучително прецизни методи за изолација на радиоактивни елементи од рудата, особено од ураниумската руда пехбленда. Овие истражувања биле долготрајни и физички исцрпувачки, но благодарение на тоа, за првпат бил добиен чист радиум, што овозможило подобро да се разбере природата на зрачењето кое потекнува од јадрата.

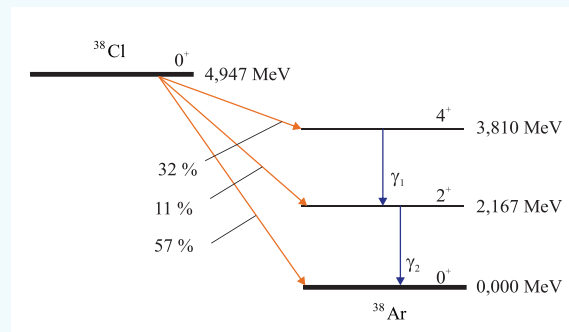
Работата на Марија Кири има огромно научно и практично значење. Таа двапати ја добила Нобеловата награда: за физика (1903, заедно со Пјер Кири и со Анри Бекерел) и за хемија (1911, самостојно), што ја прави единствена жена наградена со Нобелова награда во две различни научни

области. Нејзините истражувања ги поставиле темелите на нуклеарната физика и на радиохемијата, а примената на радиоактивните елементи подоцна имала важна улога во медицината, особено во дијагностиката и во терапијата на малигните заболувања.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

- Објасни зошто радиоактивноста е внатрешно својство на супстанцата, а не последица на надворешното влијание?
- Што се подразбира под „јдро-родител“ и „јдро-потомок“?
- Зошто кај тешките јадра расте нестабилноста кога бројот на протони е голем? (поврзи со Кулоновото одбивање и јаката сила).
- Зошто велиме дека јаката нуклеарна сила е со краток домет и зошто е важно тоа за стабилноста?
- Радиоизотопот на $^{226}_{88}\text{Ra}$ се распаѓа со алфа-распаѓање.
 - Запиши ја нуклеарната реакција и одреди кое јдро се добива со распаѓањето.
 - Ако масата на јдрото на $^{226}_{88}\text{Ra}$ е 226,0254 u, масата на јдрото-потомок е 222,0176 u, а масата на алфа-честичката е 4,006 u, одреди ја енергијата што се ослободува при алфа-распаѓање. Да се земе дека $1\text{ u} \cdot c^2 = 931,5\text{ MeV}$. (Решение: 1,68 MeV)
- На сликата подолу, шематски е прикажано распаѓање на $^{38}_{17}\text{Cl}$.
 - Запиши ја нуклеарната равенка за бета-распаѓањето на $^{38}_{17}\text{Cl}$ и одреди го атомскиот број на изотопот на Ar.
 - Од шемата може да се види дека при бета-распаѓањето на $^{38}_{17}\text{Cl}$, јдрото на ^{38}Ar може да биде во основна состојба во 57 % од случаите, во прва возбудена состојба во 11 % од случаите, а во втората возбудена состојба распаѓањето е застапено во 32 % од случаите. Одреди колку гама-кванти ќе се емитираат на секои 100 распаѓања на јдрото на $^{38}_{17}\text{Cl}$. (Решение: 75)



4.8. Закон за радиоактивно распаѓање

Кај радиоактивните јадра веќе видовме дека постојат различни видови распаѓања - α , β и γ . Но, со тоа веднаш се наметнуваат неколку важни прашања: кога точно ќе се случи распаѓањето на едно јдро? Дали може однапред да се предвиди моментот на распаѓање на секој атом поединечно? И ако тоа не е можно, дали од однесувањето на голем број јадра може да извлечеме информации за состојбата на системот?

На прв поглед радиоактивното распаѓање изгледа како целосно случаен и непредвидлив процес. За едно поединечно јдро од кој било радиоизотоп, не можеме да кажеме дали ќе се распадне за една секунда, една година или за многу подолго време. Сепак, кога имаме голем број идентични радиоактивни јадра, нивното заедничко однесување покажува јасна закономерност.

За да ја истражime оваа појава, прво ќе го набљудуваме радиоактивното распаѓање „експериментално“, со помош на компјутерска симулација. Преку неа ќе видиме што се случува при распаѓањето на едно јадро и како се однесуваат голем број јадра со текот на времето.



АКТИВНОСТ 1.

Активност 1: Бета-распаѓање и статистички карактер на распаѓањето (PhET)

За оваа активност ќе ја користиме симулацијата Бета-зрачење (Beta decay) на платформата PhET, која може да се најде на следнава интернет - страница: <https://phet.colorado.edu/mk/simulations/beta-decay>

Дел 1: Еден атом на водород-3 (трициум) - кога ќе се распадне?

Постапка:

Отвори ја симулацијата и избери „Еден атом“.

Избери јадро на трициум (Hydrogen-3, ^3H).

Набљудувај додека се случи распаѓањето.

Клики „Поништи јадра“ (Reset nucleus) и повтори го набљудувањето најмалку 10 пати.

Прашања:

Што се сменило во јадрото пред и по распаѓањето? Запиши го бројот на протони, бројот на неутрони на елементот пред и по распаѓањето.

Веднаш по распаѓањето, клики на копчето за пауза за да го видиш настанот. Кои честички се емитураат од јадрото? Искористи ги ознаките/легендата во горниот десен агол за да ги именуваш. За каков тип на бета-распаѓање станува збор?

Потсети се: Зошто од трициумот се добива друг елемент по распаѓањето?

Потсети се: Зошто масиниот број A не се менува?

Погледни го графикот за време на распаѓање (горниот дел од прозорецот). При секое распаѓање се бележи местото на временската оска каде што се случило распаѓањето. Дали распаѓањата се случуваат по некој правилен распоред? Може ли да предвидиме кога ќе се распадне следното јадро?

Дел 2: Набљудување - распаѓање на повеќе атоми на водород-3

Постапка:

Избери го табот „Множител на атоми“. Пред да почнеш со активността, стисни го копчето за пауза.

Наполни го екранот со атоми, така што ќе кликаш „Додади 10“ сè додека не се испразни кошницата со атоми.

Клики го копчето за стартување на симулацијата и набљудувај:

Како изгледа распаѓањето на многу јадра „одеднаш“,

Што покажува графикот горе.

Опиши: Што е различно од случајот „Еден атом“?

Клики „Поништи ги сите јадра“ (Reset all nuclei). Повтори ја постапката неколку пати. Дали секогаш добиваш исто однесување?

Дел 3. Набљудување - распаѓање на повеќе атоми на трициум

Во овој дел ќе направиме мерење за да определиме како се намалува бројот на атомите на трициум со текот на времето.



Постапка:

Поништи ги сите јадра, паузирај ја симулацијата и повторно наполни го полето со сите атоми. Ќе мериме колку јадра на трициум остануваат нераспаднати со текот на времето. Вкупниот број атоми е прикажан во горниот десен агол на полето со графикот, веднаш до ознаката ${}^3\text{H}$. Во првиот ред од табелата, запиши ја вредноста за $t = 0$. Би требало да биде $N_0 = 99$ во оваа симулација, но и да е друга вредност, запиши ја.

Пушти ја симулацијата и следи ја временската оска на графикот горе. Кога графикот ќе дојде до $t = 5$ години, паузирај ја симулацијата и запиши го бројот N на јадра на ${}^3\text{H}$.

Продолжи ја симулацијата и повтори за $t = 10, 15, 20, 25, 30$ години. Пополни табела од следниов вид:

t (год.)	N (${}^3\text{H}$)
0	
5	
10	
...	

Нацртај график така што на x -оската ќе го поставиш времето t (во години), а на y -оската N .

Прашања:

Каква е формата на графикот? (права/крива?)

Со каква математичка функција најдобро може да се опише?

Дали изгледа дека за еднакви временски интервали се распаѓа ист број јадра или ист дел од преостанатите?

Набљудувањата од симулацијата покажуваат дека радиоактивното распаѓање има двоен карактер. За поединечно јадро, распаѓањето е непредвидливо, односно не постои правило според кое може да се одреди точниот момент на распаѓање. Меѓутоа, за голем број идентични радиоактивни јадра, може да се опише и да се предвиди колку јадра ќе останат непроменети со текот на времето.

Радиоактивноста претставува појава при којашто нестабилните атомски јадра спонтано (без надворешни влијанија) преминуваат од состојба со повисока енергија во состојба со пониска енергија, при што се емитираат честички и/или електромагнетно зрачење. Клучна особина на радиоактивното распаѓање е неговиот **статистички карактер**: иако не може да се предвиди распаѓањето на едно јадро, за голем број идентични радиоактивни јадра (јадра од иста супстанца) може да се формулира закон со кој ќе може да се пресмета како се менува бројот на **нераспаднати јадра** со текот на време.

Експериментално е утврдено дека во еднакви временски интервали не се распаѓаат ист број јадра, туку **ист дел од преостанатите радиоактивни јадра**. Поради тоа, намалувањето на бројот на нераспаднати јадра со текот на времето **не е линеарно**, туку има **експоненцијален карактер**.

На почетокот на процесот, кога има голем број нестабилни јадра, во даден временски интервал се случуваат многу распаѓања. Со текот на времето, бројот на преостанати нераспаднати јадра се намалува, па затоа во исти временски интервали се распаѓаат сè помал број јадра. Ова не значи дека јадрата „се распаѓаат побавно“, туку дека има сè помал број јадра кои можат да се распадат.

За да се опише колку брзо се одвива радиоактивното распаѓање атомите на дадена супстанца, се воведува величина што е карактеристична за секој радиоизотоп. За даден радиоизотоп, секогаш, по определено време, бројот на нераспаднати јадра се намалува на половина од почетниот број, без оглед на тоа колкав бил нивниот почетен број.

Ова време, за кое бројот на нераспаднати јадра се намалува на половина од почетната вредност, се нарекува **период на полураспаѓање** и се означува со $T_{1/2}$. Вредноста на периодот на полураспаѓање е различна за различни радиоактивни супстанции и претставува нивна основна карактеристика. На пример, периодот за кој ќе се распадат половина од радиоактивните јадра на ${}^{131}\text{I}$ изнесува 8,02 d

(денови), а периодот за кој ќе се распадна половина од радиоактивните јадра на ^{137}Cs изнесува 30,7 а (години). Во секој примерок на ^{131}I или ^{137}Cs по дадените временски периоди, бројот на нераспаднати јадра ќе биде половина од почетниот.

Ако со N_0 го означиме бројот на нераспаднати јадра во почетниот момент ($t = 0$), тогаш по истекот на еден период на полураспаѓање бројот на нераспаднати јадра ќе биде:

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2}.$$

По истекот уште на еден ист таков временски интервал, повторно се распаѓа половина од преостанатите јадра, па бројот на нераспаднати јадра изнесува: $N(2T_{1/2}) = \frac{N_0}{2^2}$, а по три периоди на полураспаѓање: $N(3T_{1/2}) = \frac{N_0}{2^3}$ итн.

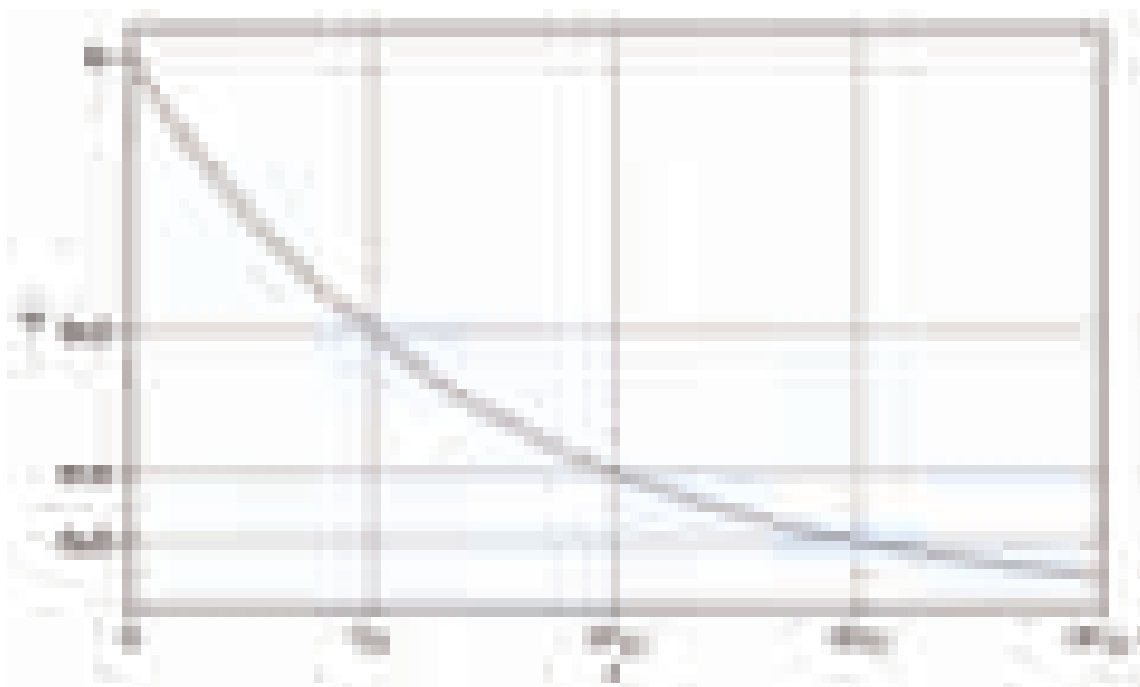
Од овие релации може да се заклучи дека бројот на нераспаднати јадра по поминато време t , зависи од бројот на изминати периоди на полураспаѓање и дека намалувањето на бројот на јадра следува јасна математичка закономерност, која се запишува:

$$N(t) = \frac{N_0}{2^n}.$$

Степенот n означува дека поминале $n = \frac{t}{T_{1/2}}$ периоди на полураспаѓање. Според ова, може да го запишеме Законот за радиоактивно распаѓање:

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{t/T_{1/2}}, \text{ односно, } N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Ако законот го претставиме графички така што на y -оската го поставиме бројот на нераспаднати јадра, а времето на x -оската ќе забележиме дека кривата опаѓа брзо на почетокот, а потоа сè побавно и побавно.



Слика 1. Зависност на бројот на нераспаднати јадра со текот на времето.

Ова е еден од најкорисните облици на законот, затоа што директно ги користи периодите на полураспаѓање, кои може да се најдат во таблица за секој радиоизотоп. Понекогаш е попрактично законот да се запише со експоненцијална функција. Бидејќи важи: $2 = e^{\ln 2}$, може да запишеме:

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

Ако ја воведеме величината $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, која се нарекува **константа на радиоактивно распаѓање**, тогаш Законот за радиоактивно распаѓање добива едноставен облик:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Константата на радиоактивно распаѓање се изразува во s^{-1} и ја опишува брзината со која се намалува бројот на нераспаднати јадра. Колку е поголема λ , толку побрзо се намалува бројот на нераспаднати јадра.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Кобалт-60 има период на полураспаѓање 5,27 а. Во почетниот момент во примерокот има $3,0 \cdot 10^{15}$ јадра. Колку јадра останале нераспаднати по 10 а, а колку јадра се распаднале?

Дадено:

$$T_{1/2} = 5,27 \text{ а},$$

$$N_0 = 3,0 \cdot 10^{15}, \quad t = 10 \text{ а}$$

Се бара:

$$N(t) - ?, \quad \Delta N(t) - ?$$

Решение:

Прво го одредуваме бројот на преостанатите јадра, а потоа бројот на распадналите. Бројот на јадра што не се распаднале е:

$$N(t) = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 8,1 \cdot 10^{14}. \text{ Според тоа, бројот на распаднати јадра изнесува:}$$

$$\Delta N(t) = N_0 - N(t) = 2,19 \cdot 10^{15}.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

При практична работа со радиоактивни супстанции, наместо бројот на нераспаднатите јадра, често се знае **масата на радиоактивната супстанција** што останала по одреден временски период. Радиоактивната супстанција има почетна маса од 2 g. Нејзината константа на радиоактивно распаѓање изнесува $\lambda = 0,023 \text{ а}^{-1}$. Да се определи колкава ќе биде масата на радиоактивната супстанција по 20 години.

Дадено:

$$m_0 = 2,0 \text{ g},$$

$$\lambda = 0,023 \text{ а}^{-1},$$

$$t = 20 \text{ а}$$

Се бара:

$$m(20 \text{ а}) - ?$$

Решение:

Бројот на радиоактивни јадра N во одредена маса m од некоја супстанција е поврзан со моларната маса M и со Авогадровиот број N_A преку релацијата: $N = \frac{m}{M} N_A$. На почетокот на процесот, за масата m_0 важи:

$N_0 = \frac{m_0}{M} N_A$. Со текот на времето, бројот на нераспаднати јадра се менува според Законот за радиоактивно распаѓање: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$. Ако ги замениме првите две равенки во третата и ги скратиме сите променливи што се исти, добиваме дека масата се намалува според ист закон:

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m(20 \text{ а}) = 1,26 \text{ g}.$$

Активност на радиоактивна супстанца

При примената на радиоактивните супстанции во медицината, индустријата и при заштитата од зрачење, честопати е поважно да се знае брзината со којашто јадрата се распаѓаат, односно колку распаѓања се случуваат во единица време. Величината со која се опишува брзината на распаѓање на јадрата се нарекува **активност** и се означува со A . Активноста може да се пресмета според равенката:

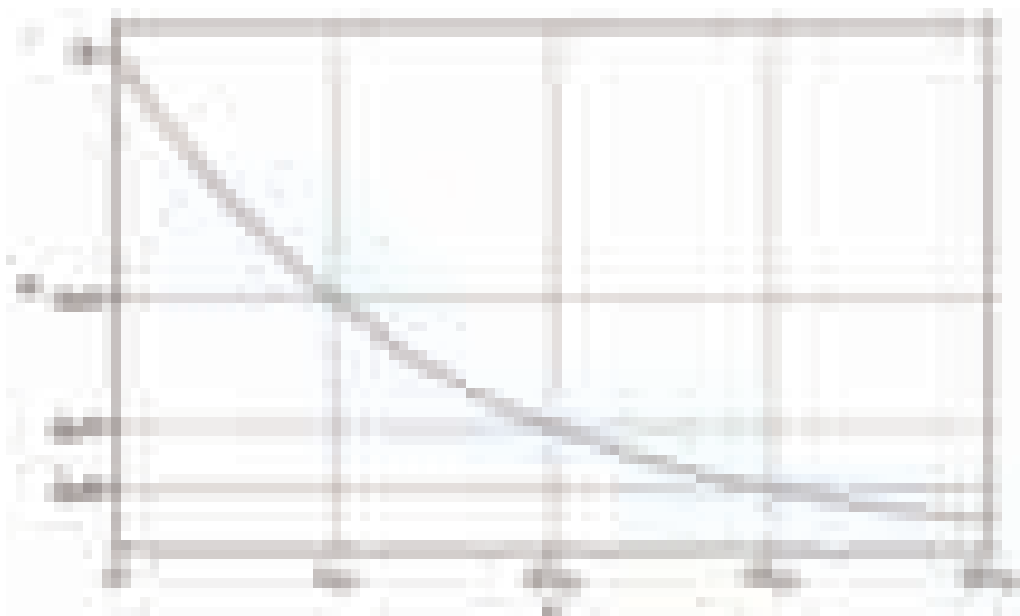
$$A(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Величината $A_0 = \lambda N_0$ се нарекува **почетна активност** на радиоактивната супстанција. Според тоа, за активноста имаме:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Од оваа равенка се гледа дека активноста на радиоактивната супстанца, односно брзината на распаѓање, **се намалува експоненцијално со текот на времето**, исто како и бројот на нераспаднати јадра (слика 2).

Мерна единица за активност е бекерел (Bq). Активност од еден бекерел е еднаква на распаѓање на едно јадро во една секунда, односно $1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$.



Слика 2. Експоненцијално намалување на активноста на радиоактивната супстанца со текот на времето.



РЕШЕН ПРИМЕР 3.

Да се пресмета активноста на $2,0 \text{ mg } ^{137}\text{Cs}$ по 100 години од неговото создавање. Познато е дека неговиот период на полураспаѓање е $30,17 \text{ a}$, а моларната маса 137 g/mol , како и Авогадровата константа, која изнесува $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Дадено:

$$m = 2,0 \text{ mg}, T_{1/2} = 30,17 \text{ a} = (30,17 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \text{ s} = 9,5 \cdot 10^8 \text{ s},$$

$$M = 137 \text{ g/mol}, N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$t = 100 \text{ a} = (100 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600) \text{ s} = 3,15 \cdot 10^9 \text{ s}$$

Се бара:

$$A - ?$$

Решение:

Почетна активност на примерокот е:

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = 6,40 \cdot 10^6 \text{ Bq.}$$

Активност по 100 години е: $A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A(100 \text{ a}) = 6,43 \cdot 10^5 \text{ Bq} = 0,64 \text{ MBq.}$

Примена на радиоизотопите во медицина

Во медицината, Законот за радиоактивно распаѓање има директна практична вредност, бидејќи овозможува прецизно планирање на активноста и временската динамика на радиофармацевтиците. Кога на пациент му се аплицира радиоактивен изотоп, од суштинско значење е однапред да се знае колкава активност ќе има препаратот во моментот на употреба. Ова е особено важно за организацијата на набавка, транспорт и примена, особено кај изотопи со краток период на полураспаѓање.

Во нуклеарната медицина честопати се користи технециум-99 за скинтиграфски испитувања. Неговиот релативно краток период на полураспаѓање овозможува добивање јасна дијагностичка слика, а истовремено и брзо намалување на непотребното зрачење по завршување на прегледот. Во терапевтски цели, на пример, се користи јод-131 за третман на заболувања на тироидната жлезда, при што пресметките на активноста се користат за процена на дозата и времетраењето на дејството. Експоненцијалното опаѓање на активноста ја определува временската рамка во која пациентот треба да биде под посебен режим, како и моментот кога активноста во организмот ќе се намали до безбедни нивоа.

Примена на радиоизотопи во археологија

Во археологијата Законот за радиоактивно распаѓање претставува основа за методите на датирање, односно определување на староста на археолошките наоди. Најпознат пример е датирањето со јаглерод-14, кое се применува за органски материјали, како што се дрво, коска или текстил. Овој радиоизотоп на јаглеродот се создава во атмосферата преку нуклеарни реакции, а растенијата го врзуваат при создавањето на шеќери заедно со стабилниот јаглерод ^{12}C .

Додека организмот е жив, преку размена со надворешната средина во него се одржува приближно константен однос на јаглерод-14 и стабилниот јаглерод-12. По смртта на организмот, оваа размена престанува, а бројот на јадра на јаглерод-14 почнува да се намалува според експоненцијалниот Закон на радиоактивно распаѓање. Со мерење на преостанатата активност на јаглерод-14 во примерокот, што е пропорционална на бројот на нераспаднати јадра, може да се процени колку време поминало од моментот на смртта на организмот.

Овој метод овозможува определување на староста на органски предмети и реконструкција на хронологијата на култури и населби. Најдобри резултати се добиваат за стари до приближно два периода на полураспаѓање на јаглерод-14, кој изнесува 5730 години.

Примена на радиоизотопи во екологија

Во екологијата и при мониторингот на животната средина, Законот за радиоактивно распаѓање се користи за проценка на временската динамика на радиоактивното загадување и за следење на транспортот и акумулацијата на супстанца во почва, вода и во живи организми. Кога во средината ќе се појави радионуклид, неговата активност со текот на времето експоненцијално се намалува, што овозможува процена на времетраењето на ризикот и неговото постепено намалување.

По радиолошки несреќи, како оние во Чернобил (1986) и во Фокушима (2011), различни радиоизотопи се распространети на големи површини. Радиоизотопи со краток период на полураспаѓање

брзо исчезнуваат од средината, но можат да имаат силни краткорочни ефекти, додека изотопи со подолг период на полураспаѓање остануваат присутни со децении и претставуваат долготраен ризик. Со мерење на почетната активност и користење на Законот за експоненцијално опаѓање, може да се процени активноста по една, пет или десет години и да се донесат одлуки за санација, ограничување на употребата на ресурси или заштита на населението.

Дополнително, во проучувањето на природните процеси (реки, езера, подземни води, почви и седименти) се користат природни радиоизотопи како радон, олово-210 и берилиум-7. Тие служат како „природни обележувачи“, бидејќи нивната активност може да се измери и да се следи нивното однесување во средината. Даваат одговор на прашањата: колку долго водата стои на едно место, колку брзо се мешаат водните слоеви, колку брзо се таложи материјал на дното или од каде дошол некој материјал и на каде се движи. На пример, присуството на радон во вода може да укаже на доток на подземна вода или контакт со карпи, додека распределбата на олово-210 во седименти овозможува процена на брзината на таложење. Берилиум-7, поради својот краток период на полураспаѓање, укажува на многу нови процеси како неодамнешно таложење или ерозија.



АКТИВНОСТ 2.

Симулирање на радиоактивно распаѓање со пена од безалкохолно пиво.

Законот за радиоактивно распаѓање може да се илустрира со едноставен и безбеден експеримент, при што се набљудува намалувањето на висината на пената од безалкохолно пиво во мензура. Во оваа аналогија, секое меурче од пената може да се смета како едно радиоактивно јадро. Иако не може да се предвиди моментот кога ќе исчезне секое поединечно меурче, може да се опише однесувањето на пената како целина, што е суштинска особина и на радиоактивниот распад.

За време на мерењата, мензурата не треба да се протресува и во неа не треба да се додава ништо. Како и кај радиоактивното распаѓање, процесот треба да се одвива спонтано, без надворешно влијание.

Постапка:

Земи мензура од 500 ml и во неа истури безалкохолно пиво, така што ќе се создаде јасно видлива пена.

Веднаш по истурањето, измери ја почетната висина на пената и запиши ја.

Во истиот момент вклучи стоперица.

Потоа, на еднакви временски интервали (на пример, на секои 10 s или 15 s), повторно мери ја висината на пената и запишувај ги добиените вредности во табела.

Анализа

Од собраните податоци нацртај график на висината на пената во зависност од времето. Ќе забележиш дека висината на пената со текот на времето се намалува сè побавно, што е слично на начинот на кој се намалува бројот на нераспаднати радиоактивни јадра кај радиоизотопите.

Од графикот обиди се да го определиш времето за коешто висината на пената се намалува на половина од почетната вредност. Ова време е аналогно на периодот на полураспаѓање кај радиоактивните супстанции.

Заклучок

Со овој едноставен експеримент може да се прикаже дека радиоактивното распаѓање е статистички процес, кој не може да се предвиди за поединечно јадро, но може успешно да се опише за голем број јадра. На тој начин, Законот за радиоактивно распаѓање се моделира на јасен и безбеден начин, без користење на вистински радиоактивни материјали.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

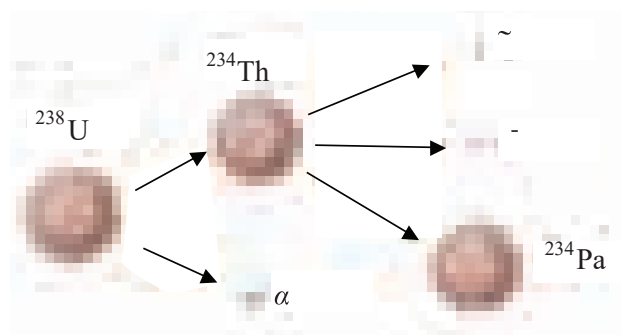
1. Зошто радиоактивното распаѓање се смета за статистички процес?
2. Дефинирај период на полураспаѓање. Што значи „половина од преостанатите јадра“?
3. На графикот на слика 1, што ќе се случи со кривата ако периодот на полураспаѓање се зголеми двапати?
4. Во еден примерок почетниот број јадра е $3,0 \cdot 10^{18}$, а константата на радиоактивно распаѓање $1,5 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$.
 - а) Пресметај ја почетната активност.
 - б) Пресметај ја активноста по 90 дена. (Решение: а) $4,5 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$, б) $1,4 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$)
5. Во археолошки примерок се измерила активност на ^{14}C која е $A = 0,62 A_0$ (каде што A_0 е активноста кај „жив“ материјал). Ако периодот на полураспаѓање е 5730 а, процени ја староста на примерокот. (Решение: 3950 а)
6. Во екологијата се следи радионуклеид со период на полураспаѓање од 30,1а. Во 2026 година се измерила активност $A_0 = 12 \text{ kBq/kg}$ во почва. Колкава активност се очекува во почвата во 2046 година само поради радиоактивното распаѓање (да се занемари губењето на радиоактивен материјал од почвата како резултат на нејзино промивање)? (Решение: $7,6 \text{ kBq/kg}$)

4.9. Радиоактивни низи

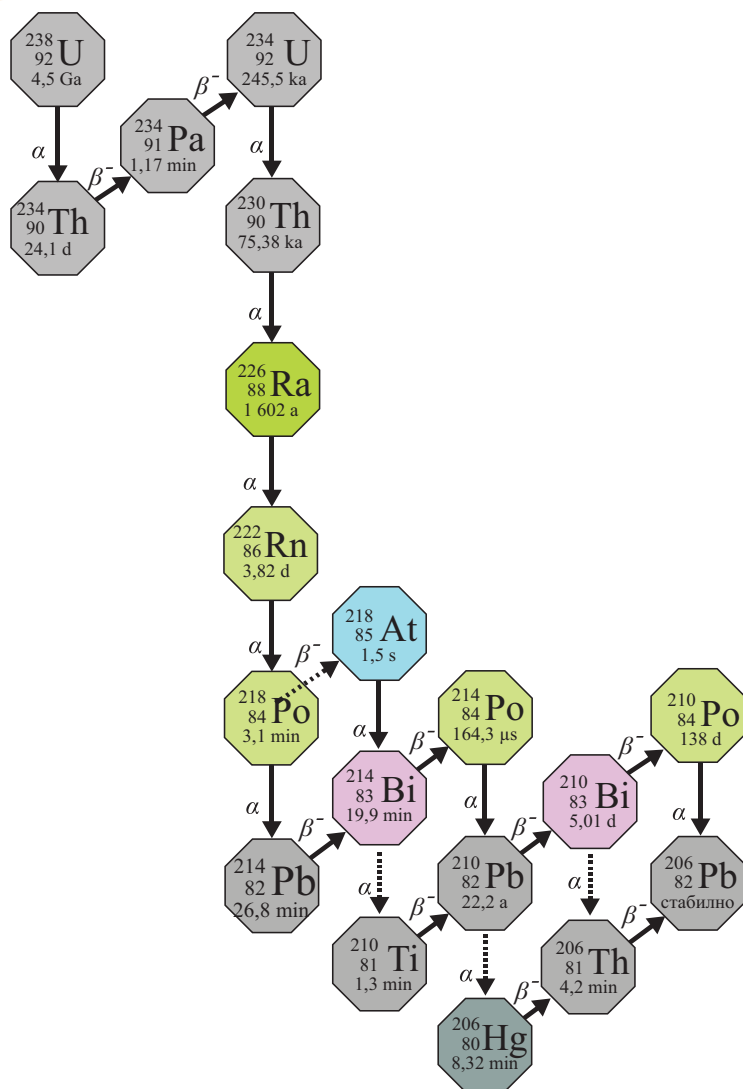
Во претходната лекција го разгледавме Законот за радиоактивно распаѓање кај **просто радиоактивно распаѓање**, односно случај кога радиоактивното јадро се распаѓа и новодобиеното јадро е стабилно. Меѓутоа, во природата постојат многу радиоактивни јадра кај кои распаѓањето **не завршува со еден чекор**. По распаѓањето, новодобиените јадра се, исто така, радиоактивни и тие се распаѓаат во нови јадра. Процесот се одвива како низа од едноподруго радиоактивни распаѓања, сè до добивање стабилно јадро, и се нарекува **сложено радиоактивно распаѓање**.

Сложениот радиоактивно распаѓање претставува **низа од распаѓања** кои завршуваат со стабилно јадро. Во ваквите низи честопати се среќаваат радиоактивни јадра со многу различни периоди на полураспаѓање: некои имаат периоди од милијарди години ($T_{1/2} (^{238}_{92}\text{U}) = 4,47 \cdot 10^9 \text{ а}$), а други се распаѓаат за дел од секундата ($T_{1/2} (^{214}_{84}\text{Po}) = 1,643 \cdot 10^{-4} \text{ s}$). Процесот престанува кога ќе се добие стабилно јадро.

На слика 1 е прикажан едноставен пример на сложено радиоактивно распаѓање во кое учествуваат три јадра. Јадрото на ураниум-238 ($^{238}_{92}\text{U}$) е јадро-родител кое преку алфа-распаѓање емитуира јадро на ториум-234 ($^{234}_{90}\text{Th}$). Исто така, и јадрото на ториум-234 е радиоактивно, и се распаѓа со бета-распад, со којшто се добива јадро на протактиниум-234 ($^{234}_{91}\text{Pa}$), електрон и антинеутрино $\bar{\nu}$. Во ваквата реакција, јадрото на $^{234}_{91}\text{Pa}$, исто така, е јадро-потомок.



Слика 1. Низа распаѓања од ураниум-238



Слика 2. Радиоактивна низа преку која од ^{238}U се добива стабилно јадро на ^{206}Pb

истата масина серија сè до добивање стабилно јадро. Секој радиоизотоп припаѓа на **една и само на една радиоактивна низа**.

Четириите радиоактивни низи се прикажани во табела 1. За секоја низа е даден почетниот радиоизотоп, неговиот период на полураспаѓање, стабилниот потомок кој се добива со распаѓањето на потомците од таа низа и како се однесуваат масините броеви на потомците во секоја од низите:

Во оваа низа, реакциите не завршуваат тука. ${}^{238}_{91}\text{Pa}$, исто така, е радиоактивен. Целата низа поминува низ 14 различни јадра-потомци. Започнува од изотопот ${}^{238}\text{U}$ и завршува со стабилниот изотоп на олово - ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ како што е прикажано на слика 2.

Радиоактивни низи

(радиоактивни фамилии)

Кога сложеното радиоактивно распаѓање се појавува кај природни радиоизотопи, тие се групираат во т.н. радиоактивни низи. Речиси сите природни радиоактивни елементи припаѓаат на **четири радиоактивни низи**. Причината зошто се **точно четири** е поврзана со начинот на кој α - и β^- -распаѓањата ги менуваат масините и редните броеви на новодобиените јадра.

При α -распаѓање, масиниот број A на новодобиеното јадро е помал за 4, а атомскиот број Z е помал за 2.

При β^- -распаѓање, масиниот број A на новодобиеното јадро останува ист со масиниот број на јадрото родител, а атомскиот број Z се зголемува за 1.

Затоа, при сложено радиоактивно распаѓање **масиниот број секогаш се менува во чекори од 4**, а јадрата во една радиоактивна низа остануваат во

Радиоативна низа	Јадро-родител	Период на полураспаѓање на јадрото- родител во години (a)	Стабилен изотоп со кој завршува распаѓањето на потомците	Запис на масините броеви (<i>A</i>) на потомците од низата
Ториумова	${}_{90}^{234}\text{Th}$	$1,41 \cdot 10^{10}$	${}_{82}^{208}\text{Pb}$	$4n$
Нептуниумова	${}_{93}^{238}\text{Np}$	$2,14 \cdot 10^6$	${}_{83}^{209}\text{Bi}$	$4n+1$
Ураниумова	${}_{92}^{238}\text{U}$	$4,47 \cdot 10^9$	${}_{82}^{206}\text{Pb}$	$4n+2$
Актиниумова	${}_{92}^{235}\text{U}$	$7,04 \cdot 10^8$	${}_{83}^{207}\text{Pb}$	$4n+3$

Од четирите радиоактивни низи во природата, денес, може да се сретнат радиоизотопи само од три. Поради краткиот период на полураспаѓање на ^{238}Np и на сите негови потомци во споредба со староста на Земјата, денес ниту еден од тие радиоизотопи не може да се најде во природата. Научниците вештачки ја создале оваа низа и ги изучувале радиоизотопите кои се добивале со распаѓањата во оваа низа. Записот на масините броеви, даден во последната колона во табелава, ни помага да утврдиме во која низа припаѓа одреден радиоизотоп, како што е прикажано во решен пример 1.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

При анализа на примерок од природна руда, детектирани се следниве три радиоизотопи:

а) $^{226}_{88}\text{Ra}$ б) $^{228}_{90}\text{Th}$ в) $^{219}_{86}\text{Rn}$. Одреди од која радиоактивна фамилија потекнува секој радиоизотоп.

Решение:

За да одредиме секој од изотопите на која радиоактивна низа припаѓа, треба да одредиме како може да биде запишан неговиот масин број. Ако масиниот број може да се запише како $4n$, тогаш тој радиоизотоп припаѓа на Ториумовата низа, ако масиниот број може да го запишеме како $4n+1$, тогаш припаѓа на Нептуниумовата низа. Ако масиниот број може да е запишан како $4n+2$, тогаш тоа е радиоизотоп од Ураниумовата низа. Конечно ако масиниот број може да го запишеме како $4n+3$ тој радиоизотоп припаѓа на Актиниумовата низа.

а) Масиниот број на $^{226}_{88}\text{Ra}$ може да се запише како $226 = 4 \cdot 56 + 2$. Забележуваме дека неговиот масин број може да се запише како $4n+2$, што значи, овој радиоизотоп припаѓа на Ураниумовата низа.

б) Масиниот број на $^{228}_{90}\text{Th}$ може да се запише како $228 = 4 \cdot 57$. Масиниот број може да се запише како $4n$, што значи, овој радиоизотоп припаѓа на Ториумовата низа.

в) Масиниот број на $^{219}_{86}\text{Rn}$ може да се запише како $219 = 4 \cdot 54 + 3$. Масин број може да се запише како $4n+3$, тогаш овој радиоизотоп припаѓа на Актиниумовата низа.

Закон за сложено радиоактивно распаѓање

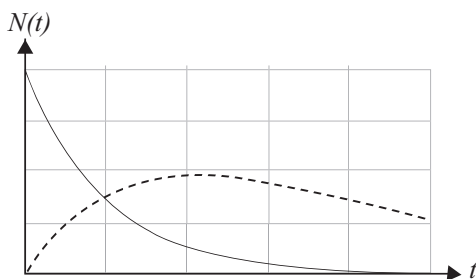
За секое радиоактивно јадро во низата **независно, важи Законот за радиоактивно распаѓање**, исто како и кај простото радиоактивно распаѓање. Активноста на секој радиоизотоп во низата, со текот на времето се менува експоненцијално, само што тука активноста на секој потомок во даден временски интервал се зголемува, а потоа се намалува. Секој радиоизотоп во радиоактивната фамилија се распаѓа независно со свои карактеристични параметри:

- Свој период на полураспаѓање,
- Статистички карактер на распаѓањето, опишан со експоненцијален закон $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

Кај радиоактивните низи бројот на нераспаднати јадра на дадено јадро-потомок се менува како резултат на два процеси. Во ист временски интервал дел од јадрата се распаѓаат, но со распаѓањето на јадрот - родител се создаваат нови јадра на јадрот - потомок. Значи, „почетниот“ број на јадра-потомци се менува со текот на времето и зависи истовремено од:

- Распаѓањата на јадрата-родители,
- Распаѓањата на самите јадра-потомци.

Промената на бројот N на јадра-родители и јадра-потомци со текот на времето t во случај кога јадрот-потомок исто така е радиоактивно, може да се прикаже графички (слика 3). Бројот на јадра-родители со текот на времето се намалува според Законот за радиоактивно распаѓање. Бројот на јадра-потомци, пак, на почетокот **расте**, бидејќи се создаваат како резултат на распаѓањата на јадрата-родители. По одредено време, бројот на јадра-потомци достигнува **максимална вредност**, по што почнува да се намалува. Причината е тоа што во тој момент распаѓањата на јадрата-потомци се побројни од распаѓањата на јадрата-родители кои создаваат нови јадра - потомци.



Слика 3. Број на јадра-родители (полна линија) и на јадра-потомци (испрекината линија) со текот на времето



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Која е разликата меѓу просто и сложено радиоактивно распаѓање?
2. Зошто јадрот на ториум-234 истовремено е јадро-потомок и јадро-родител?
3. Зошто при сложено радиоактивно распаѓање масиниот број се менува во чекори од 4?
4. Како би изгледала кривата за јадрата-потомци ако периодот на полураспаѓање на јадрот-родител е многу краток?
5. Одреди на кои радиоактивни низи припаѓаат следниве радиоизотопи: ^{228}Ra , ^{226}Ra , ^{219}Rn , ^{237}Np , ^{233}Pa , ^{210}Po , ^{228}Ac , ^2Ra .

4.10. Енергија на сврзување на јадро

Атомското јадро е составено од протони и од неутрони (со исклучок на јадрот на ^1_1H во кое нема неутрони). Кога овие честички се разгледуваат како слободни, секоја од нив има определена маса. Затоа, природно е да се очекува дека масата на атомското јадро ќе биде еднаква на збирот од масите на протоните и неутроните од кои е составено. Сепак, експериментално се утврдува дека тоа не е така: **масата на јадрот е помала од збирот на масите на несврзаните протони и неутрони.**

Прашањето зошто „деловите имаат поголема маса од целината“ нè води до важна физичка идеја, а тоа е Ајнштајновиот принципот за еквиваленција меѓу масата и енергијата. Ваква појава веќе спретнавме во атомската физика. Кога слободен електрон се сврзува со протон за да формира атом на водород, тој мора да емитира енергија во форма на фотон. Вредноста на емитираната енергија зависи од енергетското ниво во кое се сврзува електронот. Ако електронот се сврзе во најниското енергетско ниво, тој емитира квант со енергија од $E_\gamma = 13,6 \text{ eV}$. **Масата на атомот на водород е помала од масата на слободен протон и слободен електрон** согласно Ајнштајновиот принцип за $\Delta m_a = E_\gamma / c^2$. За создавање на јадро од слободни нуклеони важи истиот заклучок: **кога се формира сврзана состојба, системот преминува во постабилна состојба. Таа состојба има пониска енергија. Вишокот енергија мора да се ослободи, а како резултат на ослободувањето на енергијата масата на јадрот е помала од масата на несврзаните нуклеони.**

Енергијата што ќе се ослободи од системот при создавањето на јадро се нарекува **енергија на сврзување на јадрот**. Ослободувањето на оваа енергија овозможува јадрата да постојат како компактни и стабилни системи, и покрај силната електростатска одбивна сила со која заемнодејствуваат протоните. Истата таа енергија треба да се доведе на јадрот за тоа целосно да се распадне на слободни протони и неутрони.

Дефект на маса Δm е разликата меѓу збирот на масите на слободните нуклеони и масата на јадрот што тие го формираат. За јадро со Z протони и N неутрони (масин број A), дефектот на маса се пресметува со равенката:

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{j,A,Z}.$$

каде што m_p е масата на протон, m_n е масата на неутрон, а $m_{j,A,Z}$ е масата на јадрот.

Дефект на маса претставува мерка за делот од масата на протоните и неутроните што се претворила во енергија при формирањето на јадрот. Врската меѓу дефектот на масата и енергијата на сврзување на јадрот можеме да ја запишеме со Ајнштајновиот принцип за еквиваленција меѓу масата и енергијата $E = mc^2$, каде што c е брзината на светлината во вакуум.

Во конкретен случај на атомското јадро, енергијата на сврзување се бележи како $B(A, Z)$ или $B({}_Z^A X)$ и се пресметува преку дефектот на маса со релацијата:

$$B(A, Z) = \Delta m c^2 = (Zm_p + Nm_n - m_{j,A,Z})c^2,$$

Ако масите во равенкава се изразат во килограми, енергијата на сврзување се добива во џули (J). Во науката, масите на јадрата (или на атомите) најчесто се изразуваат во унифицирани атомски масини единици u, при што важи:

$$1u = 931,49 \frac{\text{MeV}}{c^2}.$$

На овој начин, енергијата на сврзување лесно се изразува во MeV.

Во нуклеарната физика, масите на јадрата најчесто не се дадени директно, туку се познати масите на атомите. Затоа, при пресметување на енергијата на сврзување, честопати се користат атомски маси. Ознаката $m_a({}^1\text{H})$ ја означува атомската маса на атомот на водород-1, кој се состои од еден протон и еден електрон. Масата на протонот може приближно да се изрази како разлика меѓу атомската маса на водородот и масата на електронот. Енергијата на сврзување на електронот се занемарува, бидејќи е многу мала во споредба со нуклеарните енергии. Слично, ознаката $m_{a,A,Z}$ ја означува атомската маса на атомот со масин број A и со атомски број Z , вклучувајќи и Z електрони. Масата на јадрото на атомот со Z протони и A нуклеони може да сметаме дека е разлика од масата на атомот и масите на електроните, повторно занемарувајќи ја енергијата на сврзување на електроните. Бидејќи електроните се вклучени и во атомската маса на водородот и во атомската маса на разгледуваниот атом, нивниот придонес се поништува при одземањето. На тој начин, од горната равенка за енергијата на сврзување на јадрото може да се запишеме:

$$B(A, Z) = (Zm_a({}^1\text{H}) + Nm_n - m_{a,A,Z})c^2.$$

Последнава равенка овозможува да се пресметаат енергиите на сврзување на јадрата ако се познати масите на атомите, кои во нуклеарната техника полесно може да се измерат отколку масите на јадрата.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Да се пресмета дефектот на масата и енергијата на сврзување на деутериум ${}_1^2\text{H}$.

Дадено: $m_a({}^1\text{H}) = 1,007825u$ $m_n = 1,008665u$ $m_a({}^2\text{H}) = 2,014102u$ $1u = 931,49 \text{ MeV} / c^2$	Решение: Деутериумот има $Z = 1$ протон и $N = 1$ неутрон. Кога користиме атомски маси, дефектот на масата се пресметува како: $\Delta m = m_a({}^1\text{H}) + m_n - m_a({}^2\text{H}).$ Со замена: $\Delta m = (1,007825 + 1,008665 - 2,014102)u = 0,002388u.$ Тогаш, енергијата на сврзување е: $B({}_1^2\text{H}) = \Delta m c^2 = 2,224 \text{ MeV}.$ Значи, при формирање на деутериум се ослободува енергија приближно од 2,224 MeV, а истата енергија е потребна да се доведе за јадрото целосно да се распадне на протон и неутрон.
Се бара: $\Delta m - ?$, $B({}_1^2\text{H}) - ?$.	

Специфична енергија на сврзување

Специфична енергија на сврзување ε (енергија на сврзување по нуклеон) е вкупната енергија на сврзување на јадрото поделена со бројот на нуклеони A :

$$\varepsilon = \frac{B(A, Z)}{A}.$$

Специфичната енергија на сврзување е мерка за средната енергија што треба да се доведе на јадрото за од него да се одвои еден нуклеон. Велиме „средна енергија“ затоа што енергијата потребна за одвојување протон и неутрон не мора да биде еднаква. Бидејќи $B(A, Z)$ најчесто се изразува во MeV, и ε се изразува во MeV (A е бездимензионална величина). Специфичната енергија на сврзување овозможува да се спореди стабилноста на различни јадра со различни големини. Вообичаено, колку е поголема специфичната енергија на сврзување, толку нуклеоните се поцврсто сврзани во јадрото и јадрото е постабилоно.

На слика 1 е прикажана зависноста на специфичната енергија на сврзување ε од масиниот број A . Кривата прво расте (со мали осцилации кај лесните јадра), достигнува максимум кај среднотешките јадра, а потоа полака опаѓа кај тешките јадра.

Лесните јадра, односно јадра со мал масин број A , имаат релативно мала специфична енергија на сврзување ε . Тоа значи дека кај лесните јадра нуклеоните се, во просек, послабо сврзани. Со зголемување на масиниот број, специфичната енергија на сврзување брзо расте, што укажува на тоа дека додавањето нуклеони во јадрото се зголемува неговата стабилност.

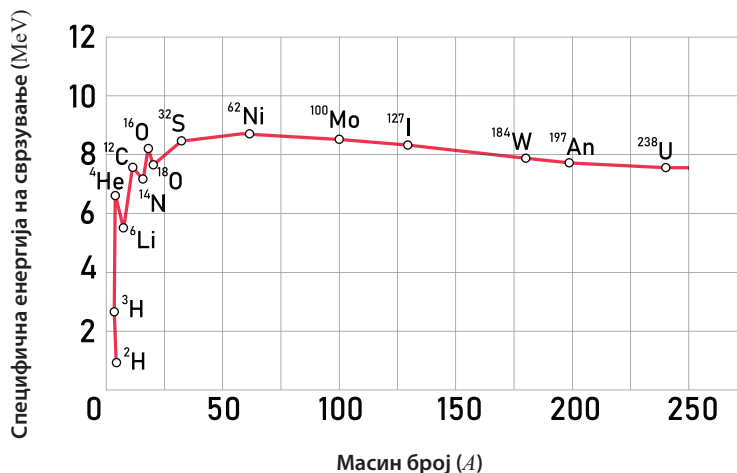
Оваа зависност, сепак, не е сосема континуирана. На кривата се забележуваат врвови, што значи дека јадрата со тие масини броеви се значително постабилни од соседните јадра во Периодниот систем. Првиот изразен врв се појавува кај јадрото на ${}^4_2\text{He}$. Ова објаснува зошто при радиоактивни распаѓања јадрата честопати емитираат алфа-честички, а не некое друго јадро: при нивното формирање се ослободува релативно голема енергија, што ја олеснува нивната емисија.

Со понатамошно зголемување на масиниот број, специфичната енергија на сврзување продолжува да расте сè до среднотешките јадра, по што растот забавува и се достигнува максимум кај јадрото на ${}^{62}\text{Ni}$, што претставува најцврсто сврзано јадро во природата. Јадрата чија специфична енергија на сврзување е блиска до оваа максимална вредност се карактеризираат со голема стабилност.

По јадрото на ${}^{62}\text{Ni}$, со понатамошно зголемување на масиниот број, специфичната енергија на сврзување постепено опаѓа. Тоа значи дека иако вкупната енергија на сврзување расте, енергијата на сврзување по нуклеон се намалува. Ова покажува дека јаката нуклеарна сила има краток домет, односно дејствува главно меѓу блиските нуклеони. Кај потешките јадра, дополнително значење добива и електростатското одбивање меѓу протоните, кое расте со атомскиот број Z (вкупната Кулонова сила расте со $\sim Z^2$) и ја намалува стабилноста на јадрото.

Од формата на графикот на специфичната енергија на сврзување следуваат и условите за ослободување енергија при нуклеарни процеси, како што се фузијата и фисијата, што ќе се разгледаат во следните лекции.

Специфичната енергија на сврзување е практичен показател за стабилноста на јадрата, но не е единствениот фактор што влијае на нивната стабилност. Иако поголема специфична енергија на сврзување најчесто значи и поголема стабилност, реалната стабилност зависи и од односот N/Z , веројатноста јадрото да претрпи радиоактивно распаѓање, како и од структурните ефекти поврзани со слоес-



Слика 1. График на зависност на специфичната енергија на сврзување од бројот на нуклеони во јадрото

тата структура на јадрото. Затоа, графикот на специфичната енергија на сврзување дава општ тренд, а не апсолутно правило за стабилноста на секое поединечно јадро. Така, на пример, иако јадрото на деутериум има многу мала специфична енергија на сврзување, тоа е стабилно, додека јадрото на ${}_{92}^{238}\text{U}$, и покрај значително поголемата специфична енергија на сврзување, е радиоактивно.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Пресметај го дефектот на масата, енергијата на сврзување и специфичната енергија на сврзување за јадрата на а) ${}^4_2\text{He}$ б) ${}^{62}_{28}\text{Ni}$ ${}^{238}_{92}\text{U}$ и в) ${}^{238}_{92}\text{U}$. Дадени се масата на атомот на водород ${}^1_1\text{H}$, масата на неутронот и масата на атомите на ${}^4_2\text{He}$, ${}^{62}_{28}\text{Ni}$ и ${}^{238}_{92}\text{U}$.

Дадено:

$$m({}^1_1\text{H}) = 1,00782503 \text{ u}$$

$$m_n = 1,00866491 \text{ u},$$

$$1 \text{ u} = 931,4941 \text{ MeV}/c^2.$$

$$m({}^4_2\text{He}) = 4,0026033 \text{ u}$$

$$m({}^{62}_{28}\text{Ni}) = 61,928345 \text{ u}$$

$$m({}^{238}_{92}\text{U}) = 238,05079 \text{ u}$$

Се бара:

$$\text{а) } \Delta m({}^4_2\text{He}) - ?,$$

$$B({}^4_2\text{He}) - ?,$$

$$\varepsilon({}^4_2\text{He}) - ?$$

$$\text{б) } \Delta m({}^{62}_{28}\text{Ni}) - ?,$$

$$B({}^{62}_{28}\text{Ni}) - ?,$$

$$\varepsilon({}^{62}_{28}\text{Ni}) - ?$$

$$\text{в) } \Delta m({}^{238}_{92}\text{U}) - ?,$$

$$B({}^{238}_{92}\text{U}) - ?,$$

$$\varepsilon({}^{238}_{92}\text{U}) - ?$$

Решение:

Користејќи ја равенката за дефект на масата за секое од јадрата, имаме:

$$\Delta m({}^4_2\text{He}) = Zm({}^1_1\text{H}) + (A - Z)m_n - m({}^4_2\text{He}) = 2m({}^1_1\text{H}) + 2m_n - m({}^4_2\text{He}) = 0,030 \text{ u},$$

$$\Delta m({}^{62}_{28}\text{Ni}) = Zm({}^1_1\text{H}) + (A - Z)m_n - m({}^{62}_{28}\text{Ni}) = 28m({}^1_1\text{H}) + 34m_n - m({}^{62}_{28}\text{Ni}) = 0,585 \text{ u},$$

$$\Delta m({}^{238}_{92}\text{U}) = Zm({}^1_1\text{H}) + (A - Z)m_n - m({}^{238}_{92}\text{U}) = 92m({}^1_1\text{H}) + 146m_n - m({}^{238}_{92}\text{U}) = 1,934 \text{ u}.$$

Енергијата на сврзување на секое од јадрата е:

$$B({}^4_2\text{He}) = \Delta m({}^4_2\text{He})c^2 = 28,296 \text{ MeV},$$

$$B({}^{62}_{28}\text{Ni}) = \Delta m({}^{62}_{28}\text{Ni})c^2 = 545,262 \text{ MeV},$$

$$B({}^{238}_{92}\text{U}) = \Delta m({}^{238}_{92}\text{U})c^2 = 1801,689 \text{ MeV}.$$

Специфичната енергија на сврзување на секое од јадрата изнесува:

$$\varepsilon({}^4_2\text{He}) = \frac{B({}^4_2\text{He})}{4} = 7,074 \text{ MeV},$$

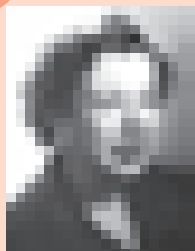
$$\varepsilon({}^{62}_{28}\text{Ni}) = \frac{B({}^{62}_{28}\text{Ni})}{62} = 8,795 \text{ MeV},$$

$$\varepsilon({}^{238}_{92}\text{U}) = \frac{B({}^{238}_{92}\text{U})}{238} = 7,570 \text{ MeV}.$$

Од резултатите може да се заклучи дека иако радиоизотопот на ураниум има специфична енергија, што е поголема од специфичната енергија на јадрото на хелиум, сепак не е стабилен.



ПОЗНАТА НАУЧНИЧКА



Марија Геперт-Мајер (Maria Goeppert-Mayer, 1906-1972) била една од најзначајните теоретски физичарки на XX век и клучна фигура во развојот на нуклеарната физика. Родена е во Катовице (денешна Полска), а студирала физика на Универзитетот во Гетинген, каде што докторирала во 1930 година под менторство на Макс Борн. Иако во поголемиот дел од својата кариера работела без формална академска позиција, поради општествените и институционалните ограничувања

за жените во науката во тоа време, нејзината научна работа била исклучително значајна и влијателна, особено во областа на структурата на атомското јадро.

Нејзино најголемо научно достигнување е развојот на слоестиот модел на атомското јадро, кој го формулирала независно и паралелно со Ханс Јенсен. Со овој модел покажала дека нуклеоните (протоните и неутроните) во јадрото се распоредени во дискретни енергетски слоеви, слично на распоредот на електроните во електронските слоеви во атомот. Моделот успешно ги објаснува та-канаречените магични броеви на нуклеони, кои одговараат на особено стабилни јадра.

Клучен елемент во овој модел било воведувањето на спин-орбиталното заемнодејство меѓу нуклеоните, со што за првпат доследно била објаснета експериментално набљудуваната стабилност на одредени јадра. За ова фундаментално откритие, Марија Геперт-Мајер во 1963 година ја добила Нобеловата награда за физика, заедно со Ханс Јенсен и Јуџин Вигнер. Таа била жена во историјата што ја добила Нобеловата награда за физика, по Марија Склодовска-Кири.

Нејзината работа трајно го сменила разбирањето на нуклеарната структура и поставила темели за понатамошниот развој на нуклеарната физика, нуклеарната астрофизика и за примената во нуклеарната енергетика.



НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Семиемпириската формула за енергијата на сврзување, позната и како Бете-Вајцекерова формула, претставува еден од најважните резултати на **моделот на капка** за атомското јадро. Во овој модел, јадрото се разгледува како капка нуклеарна материја во коешто дејствуваат привлечни јадрени сили со краток домет, а истовремено постои и електростатско (Кулоново) одбивање меѓу протоните.

Според овој модел, вкупната енергија на сврзување $B(A, Z)$ се претставува како збир од неколку придонеси кои ја опишуваат зависноста од масиниот број A и од атомскиот број Z :

- **Волуменски член** ($\alpha_v A$) - ја зголемува енергијата на сврзување со зголемување на бројот на нуклеони, бидејќи секој нуклеон заемнодејствува со блиските нуклеони преку јаката нуклеарна сила.

- **Површински член** ($\alpha_s A^{2/3}$) - ја намалува енергијата на сврзување, затоа што нуклеоните на површината на јадрото имаат помал број соседи со кои заемнодејствуваат.

- **Кулонов член** ($\alpha_c Z(Z-1) / A^{1/3}$) - ја намалува енергијата на сврзување поради електростатското одбивање меѓу протоните, кое расте со атомскиот број Z .

- **Асиметричен член** ($\alpha_{as} (A-2Z)^2 / A$) - ја намалува енергијата на сврзување за јадрата кај кои бројот на неутрони се разликува од бројот на протони.

- **Спарувачки член** ($\alpha_p / A^{1/2}$) - го зема предвид фактот дека јадрата со парен број протони и парен број неутрони имаат поголема стабилност од јадрата со непарен број нуклеони или јадра со непарен број протони и непарен број неутрони.

Последниот член има:

- позитивна вредност за јадра со парен број протони и парен број неутрони,
- вредност нула за јадра со непарен масин број A ,
- негативна вредност за јадра со непарен број протони и непарен број неутрони.

Формулата, во својата вообичаена форма, се запишува како:

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{as} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{a_p}{A^{1/2}},$$

каде што a_v, a_s, a_c, a_{as} се емпириски коефициенти, а a_p е паринг-членот. Бројните вредности на кое-

фициентите се: $a_v = 15,8 \text{ MeV}$, $a_s = 18,3 \text{ MeV}$, $a_c = 0,71 \text{ MeV}$, $a_a = 23,2 \text{ MeV}$, $a_p = \pm 11,2 \text{ MeV}$, $a_p = 0$ (за A непарно).

За даден масин број A , со оваа формула може да се определи **кое јадро е најстабилно**. Имајќи предвид дека масата на јадрото е поврзана со енергијата на сврзување, може да се покаже дека најстабилното јадро со масин број A има број на протони Z_0 , што приближно се пресметува со релацијата:

$$Z_0(A) \approx \frac{A}{2 + \left(\frac{a_c}{2a_{as}} \right) A^{2/3}}.$$

При практични пресметки, ако се добие децимална вредност за Z , таа се заокружува на најблискиот цел број, бидејќи во природата не постојат јадра со на пример 56,85 протони.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Што значи кога при формирање сврзана состојба системот преминува во „енергетски пониска“ состојба?
2. Објасни со свои зборови што е енергија на сврзување на јадрото и зошто е мерка за стабилност.
3. Зошто се користи специфична енергија на сврзување, наместо само вкупната енергија на сврзување, кога споредуваме стабилност на различни јадра?
4. Зошто голема специфична енергија на сврзување не гарантира дека јадрото е стабилно?
5. Јадро со 56 нуклеони има специфична енергија на сврзување $8,79 \text{ MeV}$.
 - а) Пресметај ја енергијата на сврзување на јадрото.
 - б) Пресметај го дефектот на маса во унифицирани единици за маса.
 - в) Пресметај колкав процентуален дел од масата на нуклеоните се ослободува како енергија при формирање на јадрото. (Решение: а) $492,24 \text{ MeV}$; б) $0,53u$; в) $0,94\%$)

4.11. Нуклеарни реакции

Во претходните лекции зборувавме за **радиоактивни распаѓања** - процеси при кои едно нестабилно атомско јадро **спонтано** се претвора во друго. При радиоактивните распаѓања се добива постабилно јадро и се емитираат честички и зрачење. Радиоактивното распаѓање е **природна појава** која не може да се предизвика или да се запре со надворешни влијанија, како што се загревање, осветлување или хемиски реакции. Во 1934 година, Ирен Жолио-Кири и Фредерик Жолио-Кири направиле пресврт во нуклеарната физика. Тие покажале дека радиоактивноста **не мора да биде само природна појава**, туку може **вештачки да се создаде во лабораторија**. Со бомбардирање на стабилни атомски јадра од алуминиум со α -честички, тие успеале да создадат нови, нестабилни јадра. Новите јадра радиоактивно се распаѓале, дури и по отстранувањето на изворот на α -честичките. Овој феномен е наречен **вештачка (индуцирана) радиоактивност**.

Со ова откритие за првпат станало јасно дека:

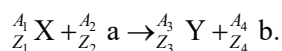
- Составот на атомското јадро може да се менува,
- Може да се создаваат радиоизотопи кои не постојат во природата,
- Се отвора пат кон нови истражувања и многубројни примени во медицината, науката и во индустријата.

Процесите при кои атомското јадро се менува се нарекуваат **нуклеарни (јадрени) реакции**. Причина може да биде **заемнодејството со друга честичка или со друго јадро**. За разлика од радиоактивното распаѓање, нуклеарната реакција не е спонтанa појава. Се случува како резултат на заемнодејство

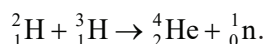
меѓу честички донесени многу мали растојанија. Честичките мора да се доближат на растојанија од ред на величина од 10^{-15} m за да дејствуваат јаките нуклеарни сили.

Кај нуклеарните реакции важат Законот за запазување на енергијата, импулсот, полнежот и бројот на нуклеони. Тие се применуваат на ист начин како кај радиоактивните распаѓања. Овие закони овозможуваат правилно да се одредат продуктите на реакцијата и да се анализира дали една нуклеарна реакција е можна.

Слично како во хемијата, честичките пред реакцијата ги нарекуваме **реактанти**, а тие по реакцијата се наречени **продукти**. Нуклеарните реакции наједноставно може да се сфатат како судири на честички на јадрено ниво. Затоа, еден од реактантите ќе го нарекуваме **честичка-проектил**, а другиот **честичка-мета**. Честичка може да биде и цело јадро. Најчесто како „мета“ се зема помасивната честичка или честичката што е во мирување пред судирот. Како и претходно, јадрата на непознати елементи ги запишуваме како A_ZX и A_ZY . Кога се непознати, честичките ги бележиме на сличен начин, A_Za или A_Zb . Тогаш, реакцијата може да се запише како:



Пример за нуклеарна реакција е прикажан на слика 1 и се запишува со равенкава:



Поделба на нуклеарните реакции

Нуклеарните реакции се делат според **типот на проектилот** и според **заемнодејството меѓу проектилот и метата**. Разликуваме неколку основни видови реакции.

1. Нуклеарни реакции со неутрони

Неутроните се особено ефикасни проектили. Бидејќи немаат полнеж, не ја чувствуваат Кулоновата одбивна сила. Затоа лесно навлегуваат во јадрото и предизвикуваат нуклеарни трансформации. Ваквите реакции се среќаваат во нуклеарните реактори и во неутронската активациска анализа, при што со неутронски зафат може да се создаде радиоактивен изотоп.

Пример: ${}^{59}_{27}\text{Co} + \text{n} \rightarrow {}^{60}_{27}\text{Co} + \gamma$.

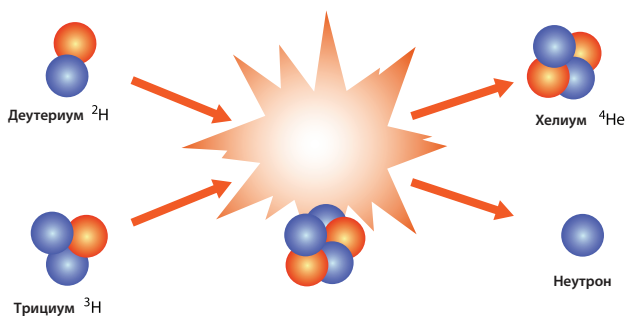
2. Реакции со наелектризираны честички (протони и α -честички)

Кога проектилот е наелектризиран, за да се приближи до јадрото, мора да има доволно голема кинетичка енергија за да ја совлада Кулоновата одбивна сила. Само на растојанија од ред 10^{-15} m може да дејствува привлечната јака нуклеарна сила.

Пример: ${}^{18}_8\text{O} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^{18}_9\text{F} + {}^1_0\text{n}$.

3. Реакции на расејување

Кај реакциите на расејување проектилот **не се задржува трајно** во јадрото-мета. Тој може еластично да се расее или да пренесе енергија на нуклеоните од јадрото, кои потоа се емитираат. Пример за ваква реакција е реакцијата со берилиум, од кој по бомбардирање со еден неутрон се емитираат два. Ова својство може да се користи за умножување на бројот на неутрони.

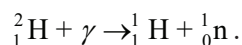


Слика 1. Пример на нуклеарна (јадрена) реакција

Пример: ${}^9_4\text{Be} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + 2 {}^1_0\text{n}$.

4. Фотонуклеарни реакции (γ -индуцирани реакции)

Ако јадрото апсорбира високоенергетски γ -квант, може да исфрли нуклеон. Пример за таква реакција е реакцијата:



Енергија на нуклеарна реакција

Во нуклеарната физика од посебно значење е **енергијата на нуклеарната реакција**, односно дали при реакцијата:

- Се ослободува енергија или

- Е потребно да се доведе енергија за да се случи реакцијата.

Како и кај радиоактивните распаѓања, под „енергија“ се подразбира **вкупната енергија**, која ги вклучува и енергиите поврзани со масата на честичките, согласно со релацијата $E = mc^2$.

Енергијата на нуклеарната реакција се опишува со т.н. Q -вредност. Таа ја претставува разликата меѓу енергијата на честичките пред и по реакцијата. Се пресметува преку масата на реактантите и продуктите:

$$Q = (m_{\text{реактанти}} - m_{\text{продукти}})c^2.$$

Q -вредноста може да биде позитивна или негативна, што има јасно физичко значење:

Ако $Q > 0$, реакцијата е **егзотермна**. При реакцијата се ослободува енергија, која преминува во кинетичка енергија на продуктите.

Ако $Q < 0$, реакцијата е **ендотермна**. За да се случи реакцијата, честичката-проектил мора да има доволна почетна кинетичка енергија за да ја совлада работата на Кулоновата одбивна сила.

Во двата случаја мора истовремено да важи и **Законот за запазување на импулсот**, кој го одредува начинот на распределба на енергијата меѓу продуктите на реакцијата.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Колкава енергија се ослободува при нуклеарна реакција во општ случај?

Решение:

Да ја разгледаме следнава реакција: ${}^{A_1}_{Z_1}\text{X} + {}^{A_2}_{Z_2}\text{a} \rightarrow {}^{A_3}_{Z_3}\text{Y} + {}^{A_4}_{Z_4}\text{b}$

Законот за запазување на вкупната енергија се запишува како: $E_1 = E_2$, каде што со E_1 е означена вкупната енергија на реактантите, а со E_2 на продуктите. Вкупната енергија на секоја честичка е збир од енергијата на мирување и кинетичката енергија: $E = mc^2 + E_k$. Со заменување, Законот за запазување на енергијата ја добива следниов облик:

$$m_1c^2 + m_2c^2 + E_{k,X} + E_{k,a} = m_3c^2 + m_4c^2 + E_{k,Y} + E_{k,b},$$

каде што со m_1 , m_2 , m_3 , и m_4 се означени масите на ${}^{A_1}_{Z_1}\text{X}$, ${}^{A_2}_{Z_2}\text{a}$, ${}^{A_3}_{Z_3}\text{Y}$ и ${}^{A_4}_{Z_4}\text{b}$ соодветно.

Ги групираме членовите со c^2 на една страна, а кинетичките енергии на друга:

$$(m_1 + m_2 - m_3 - m_4)c^2 = (E_{k,Y} + E_{k,b}) - (E_{k,X} + E_{k,a}).$$

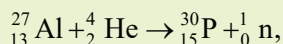
Левата страна е всушност **Q -вредноста** на реакцијата $Q = (m_X + m_a - m_Y - m_b)c^2$, која може да се пресмета и преку кинетичките енергии на реактантите и продуктите:

$$Q = (m_1 + m_2 - m_3 - m_4)c^2.$$



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Во 1934 година Жолио-Кири покажале дека при бомбардирање на алуминиум со α -честички се добива радиоактивен фосфор:



а. Пресметај ја Q вредноста на реакцијата. Познати се енергиите на сврзување на реактантите и продуктите во нуклеарната реакција $B({}_{13}^{27}\text{Al}) = 224,95 \text{ MeV}$, $B({}_2^4\text{He}) = 28,30 \text{ MeV}$, $B({}_{15}^{30}\text{P}) = 252,20 \text{ MeV}$, $B({}_0^1\text{n}) = 0 \text{ MeV}$ и кинетичката енергија на алфа-честичката $E_{k,\alpha} = 5,0 \text{ MeV}$.

б. Пресметај ја кинетичката енергија на продуктите ако јадрото на алуминиум мирува.

в. Под услов продуктите на нуклеарната реакција да се одбиваат под агол од 180° , одреди ги нивните кинетички енергии. Познати се масите на алфа-честичката, јадрото на фосфор, на неутронот: $m_\alpha = 4,0015 \text{ u}$, $m_n = 1,0087 \text{ u}$, $m_p = 29,9738 \text{ u}$, и $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$.

Дадено:

$$B({}_{13}^{27}\text{Al}) = 224,95 \text{ MeV},$$

$$B({}_2^4\text{He}) = 28,30 \text{ MeV},$$

$$B({}_{15}^{30}\text{P}) = 252,20 \text{ MeV},$$

$$B({}_0^1\text{n}) = 0 \text{ MeV}.$$

$$E_{k,\alpha} = 5,0 \text{ MeV}.$$

$$m_\alpha = 4,0015 \text{ u},$$

$$m_n = 1,0087 \text{ u},$$

$$m_p = 29,9738 \text{ u},$$

$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2.$$

Решение:

а) Q -вредноста се пресметува преку масите на реактантите и на продуктите во нуклеарната реакција, според равенката:

$$Q = (m_{j,\text{Al}} + m_\alpha - m_{j,\text{P}} - m_n)c^2.$$

Масите на јадрата не се познати, па ги изразуваме преку масите на протоните, неутроните и преку енергијата на сврзување:

$$m_{j,\text{Al}} = 13m_p + 14m_n - \frac{B({}_{13}^{27}\text{Al})}{c^2}, \quad m_{j,\alpha} = 2m_p + 2m_n - \frac{B({}_2^4\text{He})}{c^2},$$

$$m_{j,\text{P}} = 15m_p + 15m_n - \frac{B({}_{15}^{30}\text{P})}{c^2}.$$

Заменувајќи ги овие маси во равенката за пресметување на Q -вредноста на реакцијата, имаме:

$$Q = B({}_{13}^{27}\text{Al}) - (B({}_{15}^{30}\text{P}) + B({}_2^4\text{He})) = -1,05 \text{ MeV}.$$

Последниов резултат покажува дека реакцијата е ендотермна.

б) Од Законот за запазување на енергијата (метата е во мирување) имаме:

$$Q = E_{k,\text{P}} + E_{k,\text{n}} - E_{k,\alpha} \Rightarrow E_{k,\text{P}} + E_{k,\text{n}} = Q + E_{k,\alpha} = 3,95 \text{ MeV}.$$

в) Законот за запазување на импулсот гласи:

$$\vec{p}_{\text{Al}} + \vec{p}_\alpha = \vec{p}_{\text{P}} + \vec{p}_{\text{n}}.$$

Бидејќи метата мирува, а продуктите на реакцијата се движат по правци кои зафаќаат агол од 180° , проектирајќи ги импулсите на правата, имаме:

$$p_\alpha = p_{\text{P}} - p_{\text{n}}.$$

Имајќи ја предвид врската меѓу кинетичката енергија и импулсот на честичката, може да запишеме:

$$\sqrt{2m_\alpha E_{k,\alpha}} = \sqrt{2m_{\text{P}} E_{k,\text{P}}} - \sqrt{2m_{\text{n}} E_{k,\text{n}}}.$$

Од оваа равенка и од равенката што ја добивме од барањето под б):

$$E_{k,\text{P}} + E_{k,\text{n}} = 3,95 \text{ MeV}.$$

за кинетичката енергија на јадрото на фосфор и за неутронот добиваме:

$$E_{k,\text{n}} = 2,70 \text{ MeV},$$

$$E_{k,\text{P}} = 1,25 \text{ MeV}.$$

Се бара:

а) Q —?, б) $E_{k,\text{P}} + E_{k,\text{n}}$ —?

в) $E_{k,\text{P}}$ —? $E_{k,\text{n}}$ —?

Нуклеарни реакции во медицината

Нуклеарните реакции имаат важна примена во медицината, пред сè преку создавање и користење на радиоизотопи за дијагностички и за терапевтски цели. Јонизирачкото зрачење што тие го емитираат може квалитативно и квантитативно да се детектира, на пример, со гама-спектрометрија, што овозможува следење и мерење на радиоизотопи внесени во организмот.

Преку нуклеарни реакции се произведуваат радионуклиди кои имаат соодветен период на полураспаѓање. Ваквите реакции се основа за производство на радиофармацевтици, најчесто во циклотрони (забрзувачи на честички), и претставуваат клучен дел од современата нуклеарна медицина (слика 2).

Во радиотерапијата се користи високоенергетско фотонско зрачење. Во вакви установи, треба да се земат предвид и јадрените заемнодејства на зрачењето кога се планира заштитата од зрачење. Иако кај реакциите на расејување на фотонското зрачење јадрото-мета не се менува, тие се значајни за детекција и за екранирање на јонизирачкото зрачење во медицински услови.



Слика 2. Циклотронски комплекс за синтеза на радионуклиди и за производство на изотопи

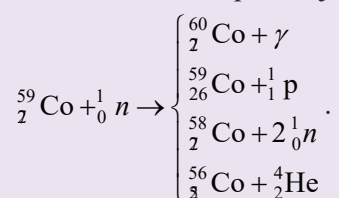


НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Исто јадро-мета, бомбардирано со ист проектил, не мора секогаш да дава исти продукти. Причината е што нуклеарната реакција може да се одвива преку **различни реакциски канали** и да резултира во различни нуклеарни реакции. Кој реакциски канал ќе се реализира, зависи првенствено од **енергијата на проектилот**.

Кога проектилот е неутрон со мала енергија, најчесто се случува негов зафат од јадрото, при што се емитира γ -квант. Со зголемување на енергијата, стануваат можни реакциите во кои јадрото исфрла една или повеќе честички, како протон, α -честичка или неутрони. За секој реакциски канал постои **праг на енергија**, односно најмала енергија која е потребна да ја има проектилот за да се случи реакцијата. Ако енергијата на проектилот е под овој праг, реакцијата не е возможна, бидејќи не може да се запазат законите за запазување на енергијата и импулсот. Затоа, со зголемување на енергијата на неутроните постепено се „отвораат“ нови реакциски канали и се добиваат различни продукти.

Подолу се прикажани различните нуклеарни реакции кои можат да настанат при бомбардирање на јадро на $^{59}_{27}\text{Co}$ со неутрони, подредени според количеството енергија (од помало кон поголемо), кое е потребно да го има неутронот за да настане реакцијата.





ПОЗНАТА НАУЧНИЧКА

Ирен Жолио-Кири (Irène Joliot-Curie, 1897-1956) била француска физичарка и хемичарка која дала клучен придонес во развојот на нуклеарната физика. Работела во Институтот за радиум во Париз, каде што се занимавала со истражувања на радиоактивноста, мерење на зрачењето и подготовка на радиоактивните извори, во период кога нуклеарната физика се оформувала како самостојна научна дисциплина.

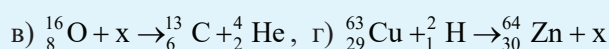
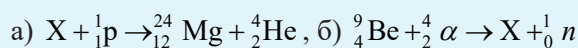
Нејзиното најзначајно откритие е поврзано со вештачката радиоактивност. Заедно со сопругот Фредерик Жолио-Кири, во 1934 година покажала дека со бомбардирање на стабилни атомски јадра со α -честички може да се создадат нови, нестабилни јадра кои продолжуваат да се распаѓаат и по прекилот на бомбардирањето. Со ова се покажало дека радиоактивноста не е само природна појава, туку процес што може да се создаде во лабораторија.

Ова откритие отворило пат кон создавање голем број радиоизотопи кои не се сретнуваат во природата и нивна примена во науката и во медицината. За откритието на вештачката радиоактивност, Ирен и Фредерик Жолио-Кири ја добиле Нобеловата награда за хемија во 1935 година. Иако нејзиниот живот бил релативно краток, нејзината работа оставила трајно влијание врз развојот на нуклеарната физика и врз современата нуклеарна медицина.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Зошто кај реакции со наелектризираны проектили треба многу поголема кинетичка енергија на проектилот за да настане нуклеарна реакција во споредба со неутронските реакции?
2. Во кои ситуации реакцијата ќе биде егзотермна, а во кои ендотермна? Што значи тоа за минималната кинетичка енергија што треба да ја има проектилот?
3. Зошто при нуклеарна реакција каде што метата мирува, распределбата на кинетичките енергии на продуктите силно зависи од нивните маси?
4. Зошто исто јадро-мета, бомбардирано со ист проектил, може да создадат различни продукти од нуклеарната реакција (различни реакциски канали)?
5. Во секој од следниве случаи одреди ја непознатата честичка/јадро користејќи ги законите за запазување на бројот на нуклеони и полнеж. Користи го и Периодиот систем на елементи.



6. За реакција $a + A \rightarrow b + B$ дадено е: $m_a + m_A = 15,0000\text{u}$, $m_b + m_B = 14,9985\text{u}$. Пресметај ја Q -вредноста на нуклеарната реакција и изрази ја во MeV. Дали реакцијата е ендотермна или егзотермна?

Земаме дека $1\text{uc}^2 = 931,5\text{MeV}$. (Решение: $Q = 1,40\text{ MeV}$).

7. За реакцијата ${}^{10}_5\text{B} + n \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \alpha$ се знае дека $Q = 2,79\text{MeV}$ и се претпоставува дека јадроту - мета мирува. Енергијата на неутронот е толку мала што можеме да ја занемариме.

а) Колкава е вкупната кинетичка енергија на продуктите?

- б) Ако продуктите на нуклеарната реакција излегуваат по права во спротивни насоки (180°), пресметај ја кинетичката енергија на секој од продуктите. Масите на јадрата можеш да ги пресметаш како:

$M = Au$, каде $1\text{uc}^2 = 931,5\text{MeV}$. (Решение: а) $2,79\text{ MeV}$, б) $1,78\text{ MeV}$; $1,01\text{ MeV}$)

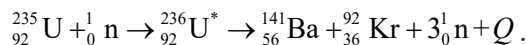
8. Реакцијата ${}^7_3\text{Li} + \text{p} \rightarrow X + {}^4_2\text{He}$ има енергија на нуклеарна реакција $Q = -1,64\text{MeV}$, а јадроту - мета мирува.

- а) Одреди го јадрото-продукт од нуклеарната реакција. Покажи дека минималната кинетичка енергија што треба да ја има протонот може да се пресмета со релацијата $E_{p,\min} = -Q(1 - \frac{m_p}{m_{Li}})$.
- б) Дали протон со кинетичка енергија $2,0\text{ MeV}$ може да ја предизвика реакцијата. Да се земе дека $m_p / m_{Li} \approx 1/7$?

4.12. Фисија, фузија и нуклеарни реактори

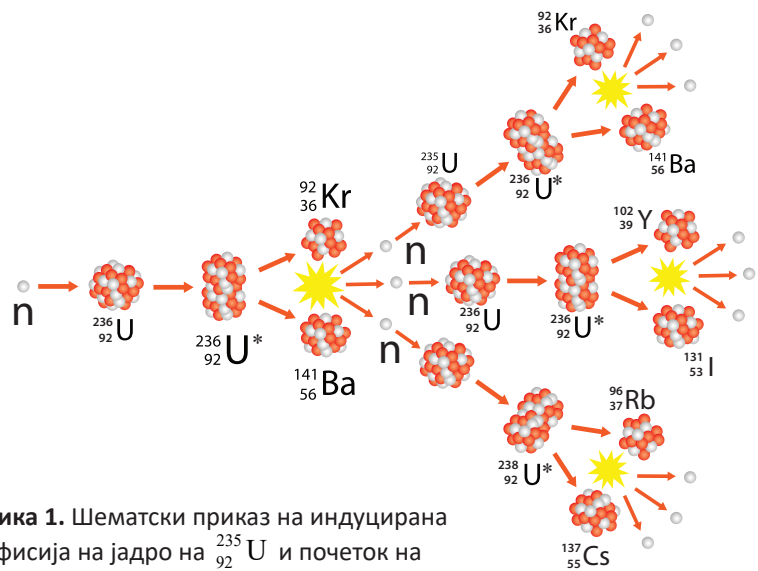
Како што видовме во претходната лекција, нуклеарните реакции се процеси во кои јадрото се менува при заемнодејство со друга честичка или со друго јадро, при што важат законите за запазување на бројот на нуклеони, електричниот полнеж, енергијата и импулсот. Нуклеарните реакции ги групиравме според типот на проектилот и според заемнодејството меѓу проектилот и метата. Во таа пошироката група на реакции со неутрони спаѓа и реакцијата наречена **фисија**. **Фисија е процес во кој тешко јадро се разделува на две среднотешки јадра при што доаѓа и до емисија на неколку неутрони**. При оваа реакција ослободува значително количество енергија. Нуклеарната фисија е основата врз која се базира работата на нуклеарните реактори и на добивањето електрична енергија во нуклеарните центри.

Фисијата најчесто се разгледува како **индуцирана (предизвикана) нуклеарна реакција**, при што неутронот предизвикува распаѓање на тешки јадра (на пример, ураниум или плутониум). Бидејќи неутронот нема електричен полнеж, тој може лесно да навлезе во јадрото и да создаде јадро во возбудена енергетска состојба. Ваквото јадро е нестабилно, па се распаѓа на две помалку тешки јадра, наречени **фисиони фрагменти**. Во процесот се добиваат и неколку слободни неутрони. Еден типичен пример за индуцирана нуклеарна реакција е фисијата опишана со релацијата:



Со дадената релација е прикажан само **еден можен канал** на нуклеарната реакција. Тоа не значи дека возбуденото јадро на ${}_{92}^{236}\text{U}^*$ секогаш ќе се распадне на истите фисиони фрагменти. Иако може да се добијат различни комбинации на фисиони фрагменти, суштината на процесот е иста: секогаш се добиваат два среднотешки фрагмента, се ослободуваат 2-3 неутрони и се ослободува енергија Q . Ослободената енергија при фисијата потекнува од енергијата на сврзување на јадрата. Фисионите фрагменти имаат **поголема специфична енергија на сврзување** во споредба со почетното тешко јадро. Поради тоа, „вишокот“ енергија се ослободува како кинетичка енергија на фрагментите и во облик на зрачење.

Затоа фисијата е пример за нуклеарна реакција, при што системот преминува од состојба со **помала специфична енергија на сврзување** во состојба со **поголема специфична енергија на сврзување**, а притоа се ослободува енергија.



Слика 1. Шематски приказ на индуцирана фисија на јадро на ${}_{92}^{235}\text{U}$ и почеток на создавање верижна реакција



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

Пресметај ја енергијата што се ослободува при фисија на јадро на $^{235}_{92}\text{U}$, согласно со нуклеарната реакција дадена погоре. Специфичната енергија на сврзување на јадрото на ураниум е 7,89 MeV, а специфичните енергии на сврзување на јадрата на бариум и на криптон се 8,34 MeV и 8,60 MeV соодветно. Кинетичката енергија на неутронот и јадрото на ураниум да се занемарат. Пресметај колку енергија ќе се ослободи од 1 g ураниум чии јадра претрпеле фисија. Моларната маса на ураниумот е 235 g/mol.

Дадено:

$$\varepsilon(^{235}_{92}\text{U}) = 7,59 \text{ MeV},$$

$$\varepsilon(^{141}_{56}\text{Ba}) = 8,34 \text{ MeV},$$

$$\varepsilon(^{92}_{36}\text{Kr}) = 8,60 \text{ MeV},$$

$$M_{\text{U}} = 235 \text{ g/mol},$$

$$N_{\text{A}} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Се бара:

$$Q - ?, E - ?$$

Решение:

Q -вредноста може да се пресмета како разлика меѓу вкупните енергии на сврзување на продуктите и реактантите:

$$Q = (m_{\text{j,U}} + m_{\text{n}} - m_{\text{j,Ba}} - m_{\text{j,Kr}} - 3m_{\text{n}})c^2,$$

$$Q = (92m_{\text{p}} + 143m_{\text{n}} - \frac{B(^{235}_{92}\text{U})}{c^2} + m_{\text{n}} - 56m_{\text{p}} - 85m_{\text{n}} + \frac{B(^{141}_{56}\text{Ba})}{c^2}$$

$$- 36m_{\text{p}} - 56m_{\text{n}} + \frac{B(^{92}_{36}\text{Kr})}{c^2} - 3m_{\text{n}})c^2,$$

$$Q = B(^{141}_{56}\text{Ba}) + B(^{92}_{36}\text{Kr}) - B(^{235}_{92}\text{U}).$$

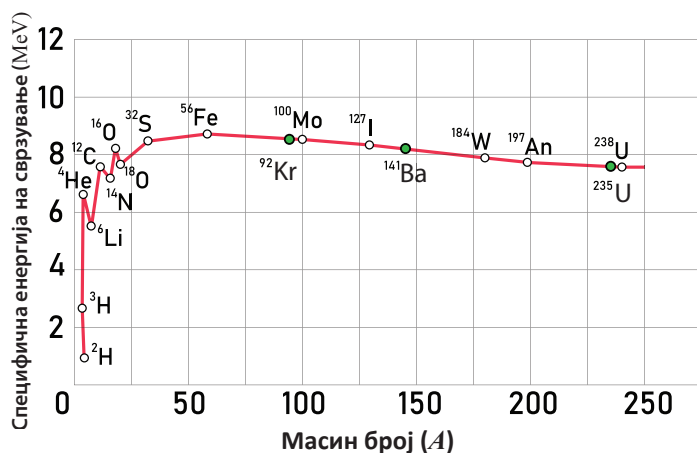
Користејќи ја врската меѓу специфичната енергија на сврзување и енергијата на сврзување на јадрата, $\varepsilon = \frac{B(A, Z)}{A}$, имаме:

$$Q = 141 \cdot \varepsilon(^{141}_{56}\text{Ba}) + 92 \cdot \varepsilon(^{92}_{36}\text{Kr}) - 92 \cdot \varepsilon(^{235}_{92}\text{U}) = 183,49 \text{ MeV}.$$

Енергијата што ќе се ослободи од 1 g ураниум, чии атоми претрпеле фисија, е:

$$E = NQ = \frac{m}{M} N_{\text{A}} \cdot Q = 7,5 \cdot 10^{10} \text{ J}.$$

Оваа енергија е еквивалентна на енергијата што се ослободува со согорување на 7 до 9 тони лигнит, во зависност од неговата калорична вредност.



Слика 2. Специфична енергија на сврзување на јадрата.

Со фисија од јадро со помала специфична енергија на сврзување $^{235}_{92}\text{U}$, се добиваат две јадра со поголема специфична енергија на сврзување $^{141}_{56}\text{Ba}$ и $^{92}_{36}\text{Kr}$. При фузија со спојување на две јадра, со мала специфична енергија на сврзување ^2_1H и ^3_1H , се добива јадро со голема специфична енергија на сврзување ^4_2He .

Најважната практична последица на фисијата е можноста за **верижна реакција**. Неутроните што се ослободуваат при една фисија може да предизвикаат нови фисии во соседните јадра. Ако просечно барем еден од тие неутрони предизвика следна фисија, процесот е **самоодржлив**, односно не треба дополнително да се доведуваат неутрони.

Верижните реакции се опишуваат со **факторот на мултипликација** k , кој покажува колку нови фисии ќе предизвика една претходна фисија:

$$k = \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_3}{N_2} = \frac{N_4}{N_3} = \dots = \frac{N_n}{N_{n-1}}.$$

Броевите $N_1, N_2, \dots, N_n$ го означуваат бројот на распаѓања во дадена генерација.

Овој фактор е важен за да се определи дали реакцијата ќе биде верижна:

Ако $k < 1$, верижната реакција згаснува;

Ако $k = 1$, реакцијата е **критична** и бројот на фисији во единица време е постојан;

Ако $k > 1$, реакцијата е **суперкритична** и се одвива експлозивно.

За да се избегнат катастрофални последици, во нуклеарните реактори потребно е бројот на неутрони кои предизвикуваат фисиони процеси да биде константен, односно $k \approx 1$. Во тој случај, се обезбедува контролирано и стабилно производство на енергија. Контролата се остварува со апсорпција на неутрони (контролни прачки), како и преку физички услови во реакторот што влијаат на движењето и на енергијата на неутроните.

Освен енергетскиот аспект, фисијата има и важен радиолошки аспект. Фисионите фрагменти најчесто се радиоактивни, и се распаѓаат преку β^- -распаѓања и γ -емисија. Затоа, освен моменталната енергија ослободена при фисијата, постои и дополнителна енергија што се ослободува од продуктите на распаѓање. Ова може да трае и по прекин на фисијата, што мора да се земе предвид при проектирање на безбедносните системи и при управување со искористеното нуклеарно гориво.

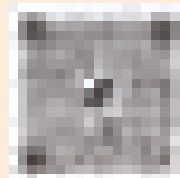


АКТИВНОСТ 1.

Испитување на условите за верижна реакција со PhET симулација

Цел на активностa: Да се испита како влијае составот на материјалот (односот $^{235}\text{U} / ^{238}\text{U}$) врз можноста за самоодржлива верижна реакција, односно врз факторот на мултипликација k .

Алатка: PhET симулација „Нуклеарна фисија“ (*Nuclear Fission*)
<https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/nuclear-physics/latest/nuclear-physics.html?simulation=nuclear-fission>



Дел 1. Набљудување на однесувањето на ^{235}U и ^{238}U

1. Во симулацијата одбери го табот „Верижна реакција“ (Chain Reaction).
2. Постави едно јадро на ^{235}U . Пушти еден неутрон кон јадрото со кликување на црвеното копче на емитерот на неутрони.
3. Откако неутронот ќе се судри со јадрото, пазирај ја симулацијата.
 - Што забележуваш?
 - Дали резултатот се совпаѓа со шематскиот приказ на фисија прикажан на слика 1?
4. Повтори ја постапката, но овој пат со јадро на ураниум-238.
 - Емитерот на неутрони можеш да го насочуваш во различни правци.
 - Што се случува со ова јадро кога во него ќе удри неутрон?

Дел 2. Влијание на составот на материјалот врз факторот на мултипликација k

Во Дел 1 беше забележано дека јадрото на ^{235}U при фисија ослободува нови неутрони и може да предизвика понатамошни фисији. Па, ^{235}U ќе го користиме како „двигател“ на верижната реакција. Јадрото на ^{238}U не се распаѓа лесно, туку при судир со неутрон, го апсорбира и преминува во јадро на ^{239}U . Така го намалува бројот на неутрони достапни за нови фисији. Затоа, ^{238}U може да се користи за контролирање на верижната реакција.

Во текот на целиот експеримент:

Вкупниот број на јадра во почетниот момент ќе биде:

$$N_0 = N_0(^{235}\text{U}) + N_0(^{238}\text{U}) = 100$$

Ќе го менуваш соодносот на двата изотопа,

Ќе го мериш процентот на јадра кои претрпеле фисија, прикажан во долниот десен агол на симулацијата,

Ќе го проценуваш факторот на мултипликација k .

Постапка:

1. Постави 20 јадра на ^{235}U и 80 јадра на ^{238}U .

Насочи го емитерот на неутрони кон јадро на ^{235}U и пушти ја симулацијата.

- Што се случува?

- Запиши го процентот на јадра кои претрпеле фисија во табелата.

- Прогности дали $k < 1$, $k \approx 1$ или $k > 1$.

2. Зголеми го бројот на јадра на ^{235}U за 10, а намали го бројот на јадра на ^{238}U за 10.

Повтори ја постапката и запиши ги резултатите во табелата.

3. Продолжи да го менуваш соодносот во чекори од 10 сè додека не достигнеш

$$N_0(^{235}\text{U}) = 100.$$

4. Како се нарекува процесот што се случува кога $N_0(^{235}\text{U}) = 100$?

Дали е пожелен ваков процес за нуклеарен реактор? Објасни.

$N_0(^{235}\text{U})$	$N_0(^{238}\text{U})$	Јадра кои претрпеле фузија (%)	$k < 1 / k \approx 1 / k > 1$
20	80	10	$k < 1$
30	70		
40	60		
...			

Дел 3. Определување на вредноста на k пожелна за нуклеарен реактор

При стабилна верижна реакција ($k \approx 1$) бројот на фисии не расте нагло, ниту, пак, брзо опаѓа.

Целта е реакцијата да биде контролирана и долготрајна.

Обиди се да го најдеш приближниот однос на јадра на ^{235}U и ^{238}U за кој верижната реакција:

- Не згаснува,

- Но и не станува експлозивна.

Размисли: за да има стабилна и контролирана реакција, бројот на неутрони од една генерација во следната треба да биде приближно еднаков. При фисија, јадрото на ^{235}U ослободува, во просек, 2-3 неутрони. За $k \approx 1$, само еден од тие неутрони треба да предизвика нова фисија, а преостанатите се апсорбираат или се губат. Колкав процент треба да има соодносот $^{235}\text{U} / ^{238}\text{U}$ за да се добие $k \approx 1$? Провери го твојот одговор со симулацијата.

Нуклеарни фисиони реактори

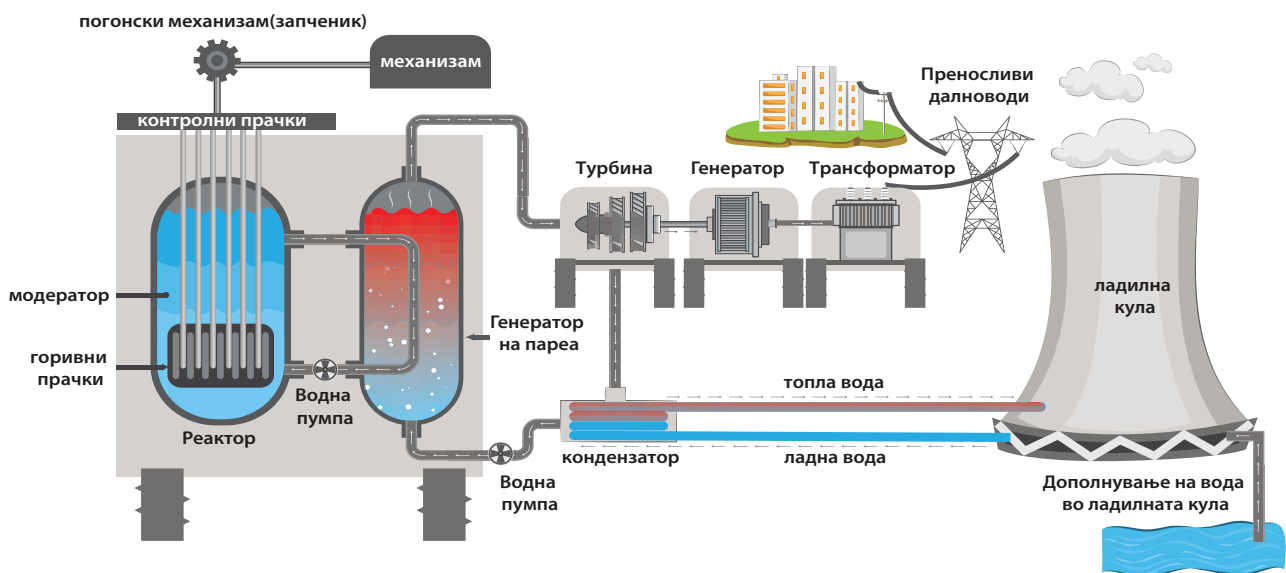
Нуклеарните фисиони реактори се уреди во кои нуклеарната фисија се одвива контролирано, така што ослободената енергија постепено се претвора во топлина, а потоа и во електрична енергија. Во јадрото на реакторот се наоѓа нуклеарното гориво, во кое при секоја фисија се ослободува енергија како кинетичка енергија на фисионите фрагменти и како зрачење. Оваа енергија многу брзо се претвора во топлина во материјалот на горивото и неговата околина. За да работи реакторот стабилно, мора да се обезбеди самоодржлива верижна реакција во приближно критичен режим ($k \approx 1$).

Во општ случај, фисиониот реактор има неколку основни градбени елементи. Јадрото на реакторот е делот каде што се наоѓа горивото, најчесто во форма на горивни прачки. Околу горивото се наоѓа модератор, чија улога е да ги забави неутроните, бидејќи бавните (термални) неутрони полесно предизвикуваат фисија кај одредени јадра. Во многу реактори модератор е обична вода.

Реакторот содржи и контролни прачки, изработени од материјали што ефикасно апсорбираат неутрони (на пример, бор или кадмиум). Со вметнување на овие прачки во јадрото, се намалува бројот на неутрони што предизвикуваат фисија, а со нивно извлекување реакцијата се засилува. Топлината од јадрото се одведува со систем за ладење до генераторот на пареа. Целиот систем е опкружен со заштитна обвивка и со биолошка заштита, кои ја спречуваат емисијата на зрачење во околината. Сите елементи се прикажани на шемата на слика 3.

Претворањето на нуклеарната енергија во електрична се одвива по принципот сличен на термоелектричните центри. Топлината од реакторот се користи за создавање водена пареа под висок притисок, што ја врти турбината, а турбината го придвижува електричниот генератор. По минувањето низ турбината, пареата се лади, се претвора повторно во вода и се враќа во циклусот. Затоа, реакторот не е директен извор на електрична енергија, туку извор на топлина.

Важно е да се потенцира дека и по запирањето на верижната реакција, во јадрото на реакторот останува остаточна топлина, која потекнува од радиоактивните распаѓања на фисионите продукти. Затоа, системите за ладење мора да продолжат да работат и по исклучувањето на реакторот, што претставува важен безбедносен аспект.



Слика 3. Шематски приказ на нуклеарна електрична централа со фисионен нуклеарен реактор

Нуклеарна фузија

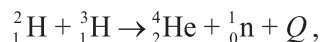
Нуклеарната фузија е вид нуклеарна реакција при која лесни атомски јадра се спојуваат во потешко јадро, при што се ослободува енергија. Основната причина за ослободување на енергијата е иста како кај фисијата, но се однесува на јадра од другата страна на кривата што ја прикажува зависноста на специфичната енергија на сврзување од масиниот број (слика 2).

Кај јадрата со мал масин број, специфичната енергија на сврзување е мала. Со нивно спојување, се добива потешко јадро со поголема специфична енергија на сврзување, односно енергетски по-стабилна состојба. Разликата во енергијата се ослободува како енергија на нуклеарната реакција Q . Со други зборови, вкупната енергија на сврзување на почетните јадра е помала од енергијата на сврзување на јадрото што се добива по фузијата.

Во природата, нуклеарната фузија е доминантен извор на енергија во ѕвездите. Преку низа фузиски реакции, Сонцето и другите ѕвезди ослободуваат енергија што ја загрева нивната внатрешност и го одржува зрачењето што стигнува до планетите. На тој начин, фузијата претставува основен процес што ја напојува еволуцијата и стабилноста на ѕвездите.

Фузија на деутериум и трициум

Најважната фузиска реакција што се разгледува за практична примена на Земјата е спојувањето на деутериум и трициум:



каде што со Q е означена ослободената енергија. Оваа реакција е особено погодна за практична примена бидејќи ослободува значително количество енергија и може да се постигне при пониска температура во споредба со другите фузиски реакции. Постојат и други можни фузиски реакции, но тие бараат уште построги услови и засега се потешки за практична реализација.

Главната тешкотија при добивање енергија преку фузија на Земјата е Кулоновата одбивна сила што дејствува меѓу позитивно наелектризираните јадра. За да се спојат, јадрата мора да се приближат на многу мали растојанија, каде што дејствува јаката јадрена сила. Тоа бара честичките да имаат многу големи брзини, односно фузискиот материјал да се доведе во состојба на плазма со екстремно висока температура (од редот на десетици милиони келвини).

Од енергетски аспект, фузијата има огромен потенцијал. Деутериумот може да се добие од вода, а трициумот може да се создава во самиот реактор со помош на литиум и со неутроните што се ослободуваат при фузијата. За разлика од фисијата, фузиската реакција не може спонтано да прерасне во неконтролирана верижна реакција, бидејќи мора постојано да се одржуваат потребните услови.

Сепак, фузијата не е целосно без радиолошки прашања. Неутроните од фузиските реакции може да создадат радиоизотопи во материјалите на реакторот, па изборот на материјали и управувањето со компонентите се важни аспекти на безбедноста. И покрај овие предизвици, нуклеарната фузија се смета за една од најперспективните можности за идно производство на енергија.



РЕШЕН ПРИМЕР 2.

Пресметај ја енергијата што се добива со спојување на две јадра на деутериум, при што се добива јадро на хелиум-3 и неутрон. Кинетичката енергија на јадрата на деутериум да се занемари. Дадени се специфичните енергии на деутериумот 1,112 MeV и специфичната енергија на хелиумот-3, 2,573 MeV.

Дадено:	Решение:
$\varepsilon({}^2_1\text{H}) = 1,112 \text{ MeV}, \varepsilon({}^3_2\text{He}) = 2,573 \text{ MeV}$	Решавајќи како и во претходниот пример, се добива:
Се бара:	$Q = (2m_{j,H} - m_{j,He} - m_n)c^2,$
$Q = ?$	$Q = B({}^3_2\text{He}) - 2B({}^2_1\text{H}) = 3 \cdot \varepsilon({}^3_2\text{He}) - 2 \cdot 2 \cdot \varepsilon({}^2_1\text{H}) = 3,271 \text{ MeV}.$

Еколошки последици од употребата на нуклеарна енергија

Еколошката анализа на нуклеарната енергија мора да ги разгледа и придобивките и ризиците од нејзината употреба. При нормална работа, нуклеарните центри имаат многу мали директни емисии на јаглероден диоксид, бидејќи електричната енергија не се добива со согорување на фосилно гориво. Нуклеарните центри честопати се разгледуваат како технологија што може да придонесе кон намалување на емисиите на стакленички гасови и кон ублажување на климатските промени. Дополнително, нуклеарните центри обезбедуваат стабилно и континуирано производство на електрична енергија, независно од временските услови, што е важно за сигурноста на електроенергетската мрежа.

Од друга страна, употребата на нуклеарна енергија е поврзана со специфичните еколошки и безбедносни предизвици. Најзначаен меѓу нив е создавањето на **радиоактивен отпад**, кој бара внимателно, долгорочно и безбедно складирање. Дополнителен ризик претставува можноста за радиолошка

контаминација при сериозни несреќи, иако тие се ретки и современите реактори се проектирани со високи безбедносни стандарди. Исто така, нуклеарните центри користат големи количества вода за ладење, што може да има локални влијанија врз водните екосистеми, на пример, преку нивно загревање.

Во контекст на одржливото снабдување со електрична енергија, нуклеарната енергија честопати се оценува како технологија што овозможува добивање на големо количество енергија од мала маса на гориво, со ниски директни емисии на стакленички гасови, но со потреба од строги регулативи, технички стандарди и континуиран надзор. Нејзината улога во идниот енергетски систем зависи од тоа како општеството ќе ги балансира стабилното производство и ниските емисии со предизвиците поврзани со отпадот, безбедноста и јавното прифаќање. Затоа, современите пристапи кон нуклеарната енергија подразбира истовремен развој на безбедносните технологии, одговорно управување со отпадот и интеграција со обновливите извори на енергија, со цел да се постигне сигурен и еколошки прифатлив енергетски систем.

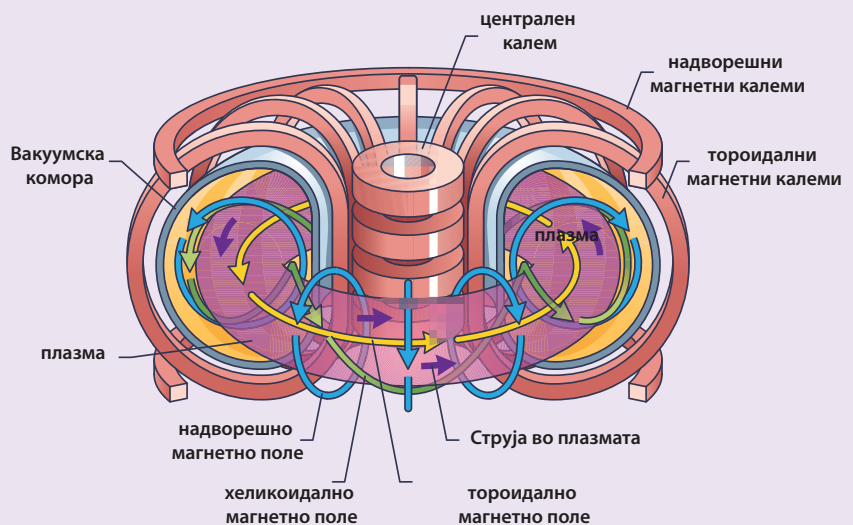


НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Кај фузиската реакција на деутериум и трициум, најголемиот дел од ослободената енергија се појавува како кинетичка енергија на неутронот. Ова има важно значење од инженерска и од безбедносна гледна точка. Неутроните се продорни, ги загреваат материјалите и може да создадат радиоактивни изотопи од стабилни јадра, па фузиските системи мора да бидат опремени со соодветна заштита и со материјали отпорни на неутронско оштетување.

Во ѕвездите, условите за фузија се постигнуваат поради огромната гравитациска компресија и поради високата густина на материјата. На Земјата, ваквата компресија не е можно да се постигне, па плазмата мора вештачки да се создаде и да се одржи со други методи. Дополнително, дури и кога се постигнати потребните услови за фузија, мора да се обезбеди со реакциите да се добива повеќе енергија отколку што се троши за загревање и за одржување на плазмата. Ова претставува основен услов за енергетска исплатливост на фузиските реактори.

Поради овие предизвици, истражувањата за контролирана фузија на Земјата се развиваат во две главни насоки. Првата насока е магнетно држење на плазмата. Бидејќи плазмата е составена од наелектризирани честички, таа може да се држи и да се насочува со силни магнетни полиња. За таа цел се користат уреди како што се токамак (слика 4) и стеларатор, во кои плазмата се одржува одвоена од ѕидовите на вакуумската комора. На тој начин се спречува нејзино нагло ладење и се овозможува фузиските реакции да се одвиваат доволно долго. Втората насока е инерцијално држење на плазмата, при што мал пелет од фузиско гориво се компресира многу брзо со силни ласерски импулси. Реакцијата трае исклучително кратко, но во тој момент температурата и густината стануваат доволно големи за да настане фузија.



Слика 4. Составни делови на токамак фузиски реактор. Со комбинација на неколку различни магнетни полиња, плазмата се одржува во централниот дел на вакуумската комора

И покрај значителниот напредок, двете технологии сè уште се предмет на интензивни истражувања. Освен физичката реализација, постојат сериозни инженерски предизвици поврзани со стабилноста на плазмата, изборот на материјали, заштитата од неутрони и со ефикасното претворање на добиената енергија во електрична струја. Токму затоа, нуклеарната фузија претставува една од најголемите современи научно-технолошки цели.



ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Објасни ја физичката причина зошто и при спојување и при разделување на јадра може да се добие енергија.
2. Зошто фисијата најчесто се предизвикува со неутрони, а не со протони?
3. Зошто во реакторите се користат контролни прачки? Што ќе се случи ако тие нагло се извлекат од јадрото?
4. Зошто реакторот мора да се лади и по запирање на верижната реакција? На што се должи „остаточната топлина“?
5. Наведи и објасни по еден пример за придобивка и за ризик од користење нуклеарни центри во енергетскиот систем.
6. Зошто фузиски реактор не може да „експлодира“ со класична верижна реакција како кај фисија? Кои услови мора постојано да се одржуваат за да тече фузија?
7. Ако во една генерација на фузија се ослободуваат 1000 неутрони, одреди го бројот на ослободени неутрони по 8 генерации ако знаеш дека $k = 2$. (Решение: 128000)

4.13. Дозиметрија и дозиметриски величини

Јонизирачкото зрачење, при поминување низ материјата, заемнодејствува со атомите и со молекулите, при што дел или целата своја енергија ја пренесува на материјалната средина. Овој пренос на енергија доведува до јонизација и до возбудување на атомите и на молекулите. Кај зрачењето составено од наелектризирани честички (α - и β -честички), енергијата се пренесува главно преку директни судири со електроните на атомите од средината. При овие судири настануваат јонизација и возбудување на атомите и молекулите од средината, при што се создаваат јонски парови и слободни електрони по должината на патеката на честичката.

Кај фотонското зрачење (γ -кванти и рендгенски зраци), енергијата се пренесува преку три основни процеси:

Фотоелектричен ефект, при што фотонот исфрла електрон од атомот;

Комптоново расејување, при што фотонот предава дел од својата енергија на електронот и го менува правецот на простирање (слика 1).

Заемнодејство со јадрото (создавање пар), при што фотонот исчезнува и се создава пар електрон-позитрон. Овој процес е можен само при доволно висока енергија на фотоните.

Неутроните не јонизираат директно бидејќи немаат електричен полнеж. Наместо тоа, тие ја



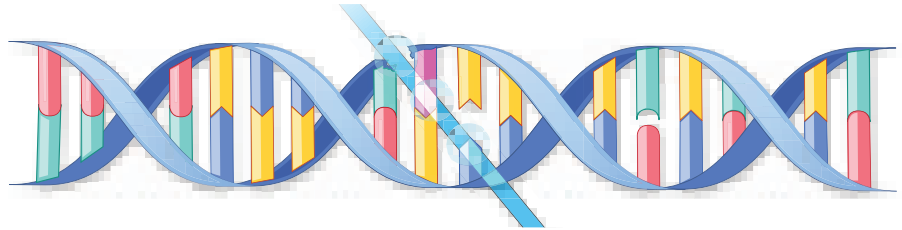
Слика 1. Шематски приказ на Комптоново расејување

предаваат својата енергија на атомските јадра при судири или при зафаќање. При вакви интеракции може да се создадат **секундарни наелектризирани честички** (на пример, протони или α -честички) кои потоа ја предизвикуваат јонизацијата во материјата.

Во живите организми, овие микроскопски физички процеси доведуваат до промени на молекуларно ниво, кои може да предизвикаат оштетувања на клетките и на ткивата. Кога јонизирачкото зрачење минува низ биолошко ткиво, по должината на својата патека создава јони и возбудени молекули. Овие примарни продукти на зрачењето претставуваат почеток на низа хемиски реакции што се одвиваат во исклучително кратки временски интервали.

Доколку зрачењето ја депонира својата енергија во критични биомолекули, може да настанат структурни промени, како што се кинење на ковалентните врски, модификации на функционалните групи, создавање абнормални хемиски врски и локални оштетувања на клеточните компоненти. Збогот „депонира“ кажува дека енергијата од зрачењето била предадена на материјата. Особено значајни се оштетувањата на дезоксирибонуклеинската киселина (ДНК), бидејќи таа ја носи генетската информација и нејзиното нарушување може да има долгорочни биолошки последици.

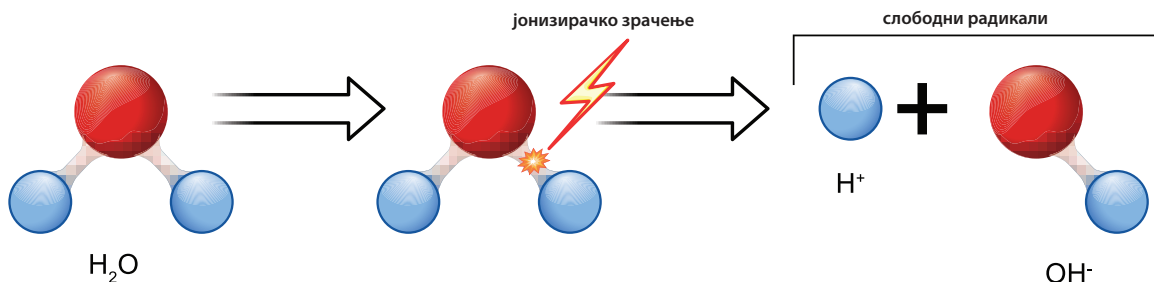
Кога зрачењето директно јонизира или возбудува молекула што е дел од ДНК, тогаш зборуваме за **директно дејство**. Во овој случај, може да настанат модификации на базите, прекин на една полинуклеотидна низа или, во потешки случаи, прекин на двете низи (слика 2).



Слика 2. Јонизирачкото зрачење врши прекин на полинуклеотидната низа и на водородните врски меѓу базите

Оштетувањата може да настанат и по индиректен пат. **Индиректното дејство** е доминантно во ткивата со голема содржина на вода. При зрачење доаѓа до процес на **радиолиза**,

односно разложување на водата под дејство на јонизирачко зрачење (слика 3). Притоа се создаваат реактивни хемиски честички наречени слободни радикали кои имаат изразена способност за хемиска реакција со биомолекулите. Овие радикали може да реагираат со ДНК, клеточните мембрани или со протеините и да предизвикаат оксидативни оштетувања. На тој начин, зрачењето може да предизвика биолошки ефект и без директно оштетување на ДНК, преку хемиски процеси во водата како средина.



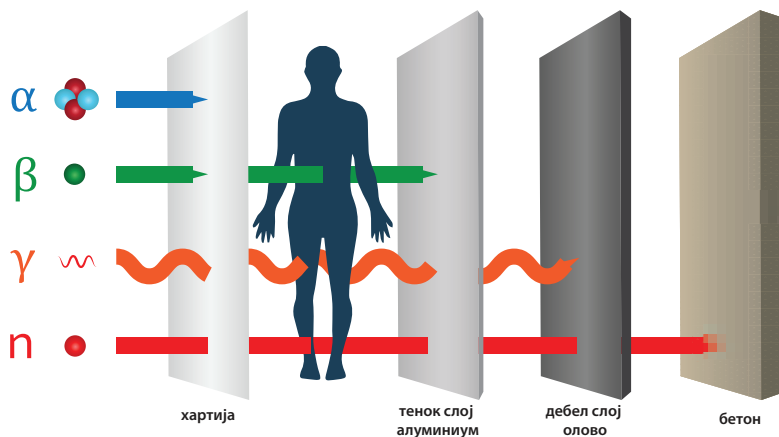
Слика 3. Шематски приказ на создавање слободни радикали од молекула на вода

Биолошките ефекти од јонизирачкото зрачење зависат од:

- Количеството енергија што зрачењето ја депонира на единица маса;
- Видот на зрачењето;
- Начинот на кој енергијата се депонира во ткивото.

За споредување на јонизациските ефекти на различни видови зрачење се воведува поимот **специфична јонизација**, кој покажува колку јонски парови се создаваат при поминување на зрачењето по определена должина (слика 4).

Алфа-честичките имаат голема специфична јонизација: тие создаваат голем број јонски парови во мал волумен по должината на кратка патека. Па, алфа-зрачењето полесно предизвикува тешки биолошки оштетувања, како што се кластерските оштетувања и двојните прекини на ДНК. За споредба, γ - и рентгенските зраци имаат помала специфична јонизација. Иако поминуваат подолг пат низ ткивото, тие создаваат помал број јонски парови, па оштетувањата најчесто се поизолирани и полесно поправливи.



Слика 4. Различно зрачење може да помине низ различни материјали

За практична процена на влијанието на зрачењето се воведуваат физички величини што ги земаат предвид специфичната јонизација, видот на зрачењето и чувствителноста на изложеното ткиво. На пример, мала надворешна изложеност на α -зрачење најчесто не е значајна поради неговата мала продорност. Меѓутоа, доколку α -емитер навлезе во организмот (преку вдишување или внесување храна), енергијата се депонира во чувствителни ткива на многу мало растојание и ризикот може да биде значителен. Од друга страна, γ -зрачењето е многу продорно и може да дејствува на повеќе ткива и органи при надворешна изложеност (слика 4).

Затоа, процената на ризик од јонизирачкото зрачење мора секогаш да ги земе предвид вкупната депонирана енергија, видот на зрачењето, геометријата на изложување и биолошката чувствителност на изложеното ткиво. За таа цел, се воведуваат **дозиметриски величини**, со кои се опишува дозата зрачење што ја прима организмот. Откако постои мерлива физичка величина, правилата за заштита од јонизирачко зрачење стануваат јасни и овозможуваат повисоко ниво на безбедност.

Дозиметриски величини - како ја опишуваме „штетата“ од зрачењето?

Кога јонизирачкото зрачење поминува низ некоја средина, неговата енергија не исчезнува - таа се предава на материјалот од средината. На микроскопско ниво, таа енергија се троши на јонизација и на возбуждавање на атоми и на молекули. На макроскопско ниво, ова значи дека дел од енергијата на зрачењето се депонира во телото или во материјалот низ кој поминува. Првиот и најосновен чекор во дозиметријата е да одговориме на едноставно прашање: Колку енергија е предадена - и на колкава маса?

Апсорбирана доза

Апсорбираната доза е основна физичка величина во дозиметријата затоа што со неа се определува колку енергија од јонизирачкото зрачење се предава (се депонира) во материјата, притоа без да се земе предвид кој вид зрачење ја предал таа енергија и каков ќе биде биолошкиот исход. Формално, апсорбираната доза D се дефинира како количник од средната енергија $\Delta \bar{E}$ што јонизирачкото зрачење ја предава на материјата во даден мал волумен, односно на масата на тој волумен Δm :

$$D = \frac{\Delta \bar{E}}{\Delta m}.$$

Единица за апсорбираната доза е греј (Gy). Еден греј значи дека на маса од 1 kg е предадена енергија од 1 J.

Оваа вредност може да изгледа мала ако ја гледаме на макроскопско ниво, но во радиобиологијата е важно да се има предвид дека 1 J на микроскопско ниво одговара на огромен број **јонизации**, распоредени по должината на патеките на честичките или фотоните низ ткивото.

Апсорбираната доза може да се дефинира и да се мери за различни материјали (воздух, вода, ткиво, метал) и за различни видови зрачење. Сепак, треба да се потенцира дека иста апсорбирана доза не мора да предизвика ист биолошки ефект ако е предизвикана од различни видови на зрачење. Затоа апсорбираната доза е првата дозиметриска величина врз која подоцна се воведуваат и дополнителни дозиметриски величини (како што се еквивалентна и ефективна доза) кои ги земаат предвид разликите во биолошката ефикасност, односно колку силен биолошки ефект предизвикуваат различните јонизирачки зрачења при иста апсорбирана доза.

Зошто апсорбираната доза не е доволна како единствена дозиметриска величина? Замисли две ситуации:

- Ткиво е изложено на алфа-зрачење,
- Истото ткиво е изложено на гама-зрачење,

но и во двата случаја апсорбираната доза е иста.

Иако **депорината енергија по единица маса е иста**, биолошките последици може да бидат многу различни. Причината е во **начинот на кој се депонира енергијата**. Алфа-честичките создаваат многу голем број јонизациски парови во многу мал простор, а гама-зраците ја депонираат енергијата на поголемо растојание.

Затоа, при проценка на ризикот, мора да се земе предвид **видот на зрачењето**, а не само вкупната енергија.

Еквивалентна доза

За да се земе предвид различната биолошка ефикасност на различните видови зрачење, во радијационската заштита се воведува величината **еквивалентна доза**. Еквивалентната доза ја поврзува апсорбираната доза со **факторот на квалитет**, кој ја изразува релативната биолошка ефикасност на даден вид зрачење. Овој фактор е бездимензионален број и зависи од тоа колку силно зрачењето јонизира по должината на својата патека и колкава е веројатноста да предизвика сложени оштетувања, како што се двојните прекини на ДНК.

Еквивалентна доза во ткиво или во орган Т се означува со H_T и се дефинира како производ од апсорбираната доза во тој орган и факторот на квалитет за јонизирачкото зрачење ω_R кој е бездимензионална величина. Ако ткивото или органот е изложено на еден вид зрачење, тогаш еквивалентната доза е:

$$H_T = \omega_R D_{T,R} .$$

Ако органот или ткивото се изложени на повеќе видови зрачење, се сумира придонесот од секој вид на зрачење:

$$H_T = \omega_{R1} D_{T,R1} + \omega_{R2} D_{T,R2} + \dots ,$$

каде што $D_{T,R1}$ то, $D_{T,R2}$ итн. е апсорбираната доза во ткивото или во органот Т, предизвикана од различни зрачење R1, R2, а ω_{R1} , ω_{R2} се бездимензионални фактори што ја изразуваат релативната биолошка ефикасност на тој вид зрачење. Единица за еквивалентната доза е сиверт $1\text{Sv} = 1\text{J/kg}$.

Иако апсорбираната и еквивалентната доза имаат иста единица мерка, нивното значење е суштински различно. На пример, иста апсорбирана доза од алфа-зрачење и од гама-зрачење ќе даде многу поголема еквивалентна доза за алфа-зрачењето. Како илустрација, факторот на квалитет за различните јонизирачки зрачења е даден во табела 1.

Табела 1. Фактор на квалитет за различни јонизирачки зрачења. Факторот на квалитетот за зрачење од неутрони зависи од енергијата на неутроните.

Вид на јонизирачко зрачење	Фактор на квалитет
Фотони (рентгенски и гама-зраци)	1
Електрони	1
Протони	2
α -честички, фисиони фрагменти, тешки јони	0
Неутрони	5-20

Сепак, еквивалентната доза не е крајната величина кога се проценува ризикот за човекот како целина. Причината е што различни органи и ткива немаат иста чувствителност на зрачење: оштетување на коскената срцевина или на ткивата со интензивна клеточна делба, во просек, носи поголем ризик за појава на канцерогени заболувања отколку истата еквивалентна доза во некои помалку чувствителни ткива (на пример, кожата). Затоа се воведува ефективна доза, која ги зема предвид и видот на зрачење и чувствителноста на ткивата.

Ефективна доза

Ефективната доза во ткиво или во орган се означува со E_T и се дефинира како прозивод на еквивалентната доза во ткивото или во органот H_T помножена со биолошкиот фактор на модификација за тоа ткиво или за тој орган ω_T кој е бездимензионална величина:

$$E_T = \omega_T H_T.$$

Ако повеќе ткива или органи се изложени на јонизирачко зрачење, тогаш вкупната ефективна доза е еднаква на збирот од ефективните дози на поединечните органи:

$$E_T = \omega_{T1} H_{T1} + \omega_{T2} H_{T2} + \dots$$

каде што H_{T1} , H_{T2} итн. е еквивалентната доза во ткивата или во органите $T1, T2, \dots$, а ω_{T1}, ω_{T2} , се биолошките фактори на модификација за различните ткива. Единица за ефективна доза е сиверт (Sv) $1\text{Sv} = 1\text{J/kg}$.

Практичната смисла на ефективната доза е следнава: таа е единствената величина што служи за споредување на различни ситуации на изложеност на целото тело или на повеќе органи и се користи во системите за радијацииска заштита (на пример, при определување на дозволени граници, процена на изложеност при дијагностички процедури, процена на ризик при радиолошки несреќи). Важно е да се потенцира дека ефективната доза не е „доза во одреден орган“, туку **мерка за вкупниот ризик за човекот**, добиена од дозите во органите, земајќи го предвид видот на зрачењето и осетливоста на ткивата или на органите. Во Табела 2 дадени се биолошките фактори на модификација за некои органи.

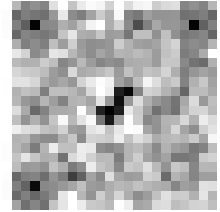
Табела 2. Биолошки фактори на модификација за некои органи кај човекот

Орган	Биолошки фактор на модификација
Кожа	0,01
Мозок	0,01
Тироидна жлезда	0,04
Полови органи	0,08
Бели дробови	0,12
Коскена срцевина	0,12

Колку биолошкиот фактор на модификација е поголем, толку чувствителноста на ткивото или на органот е поголема. Збирот од биолошките фактори на модификација за сите органи е еднаков на 1.

Со воведување на апсорбираната, еквивалентната и ефективната доза, јонизирачкото зрачење престанува да биде апстрактна опасност. Тоа станува **појава** која може квантитативно да се одреди, со која може да се работи, да се

споредуваат различни ситуации и да се воспостават јасни правила за заштита. Анимации кои ги споредуваат трите различни величини може да се најдат на следниов линк: https://remm.hhs.gov/dose_animations.htm



Штом постои мерлива физичка величина, постои и можност за **контрола, споредба и за превенција** - што е основата на радијационата заштита.



РЕШЕН ПРИМЕР 1.

При рендгенско снимање (фотони), во белите дробови се депонира енергија од $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ во маса на ткиво од $0,20 \text{ kg}$. Користејќи ги соодветните вредности за ткиво/орган за факторот на квалитет и биолошкиот фактор на модификација од табелите 1 и 2, пресметај ги апсорбираната, еквивалентната и ефективната доза во белите дробови.

Дадено: $\Delta E = 5,0 \times 10^{-4} \text{ J}$, $m = 0,20 \text{ kg}$, $w_R = 1$, $w_T = 0,12$	Решение: а) Апсорбирана доза: $D = \frac{\Delta E}{m} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ J/kg} = 2,5 \text{ mGy}.$ б) Еквивалентна доза во белите дробови: $H_T = w_R \cdot D = 2,5 \text{ mSv}.$ в) Ефективна доза (придонес од белите дробови): $E_T = w_T \cdot H_T = 0,30 \text{ mSv}.$
Се бара: а) D – ?, б) H_T – ? в) E_T – ?	

Изложеност на јонизирачко зрачење

Луѓето постојано се изложени на природен радиоактивен фон, односно на зрачење што постои во околината и не зависи од човечката активност. Два главни извора се космичкото зрачење и природните радионуклиди во Земјината кора. Космичкото зрачење пристигнува од Вселената (Сонцето и космичките извори надвор од Сончевиот систем) и при влегување во атмосферата создава секундарни јонизирачки честички кои стигнуваат до површината. Изложеноста на ваквиот вид на јонизирачко зрачење расте со надморска височина и при летови со авион.

Радиоактивните материјали во земјата (како што се ураниум, ториум и нивните потомци, како и ^{40}K) емитураат α , β и γ зрачење. Особено значаен природен извор на зрачење е **радонот** (гас кој настанува во радиоактивната низа на ураниум), бидејќи може да се акумулира во затворени простории и да придонесе значително во вкупната природна доза што ја прима човекот. Во глобални рамки, природниот фон просечно изнесува неколку mSv годишно, со големи варијации, во зависност од географијата и од условите за живеење.

Освен природниот фон, човекот може дополнително да биде изложен и на **вештачки извори** на зрачење. Дел од нив се резултат на нуклеарните радиолошки несреќи, како што се Чернобил во Украина (1986) и Фукушима Даичи во Јапонија (2011). Кај ваквите настани радиоактивни материјали може да се ослободат во атмосферата и да се распространат на големи растојанија од местото на несреќата, па изложеноста може да биде надворешна (од депонирани радиоизотопи на земјата) и внатрешна (преку вдишување и внесување храна и вода). При радиолошка несреќа се воведуваат мерки, како што се евакуација, контрола на храната и ограничување на престојот во контаминирани области.

Најзначајниот вештачки извор на изложеност за населението во мирновременски услови, сепак, се медицинските испитувања и процедури што користат јонизирачко зрачење. Тука спаѓаат рентген-

ските снимања, компјутерската томографија, интервенционалната радиологија и нуклеарната медицина. Овие постапки имаат голема дијагностичка и терапевтска вредност, но секоја носи одредена доза, која зависи од видот на прегледот и од параметрите на апаратот. Затоа современите принципи на радијацииска заштита во медицината се темелат на оправданост (прегледот се прави само ако придобивката е поголема од ризикот) и оптимизација (дозата да биде „колку што е разумно можно пониска“ за да се добие потребната информација).

ALARA - принцип на оптимизација во радијацииската заштита

Во радијацииската заштита не е доволно изложеноста да биде под законските граници. Се применува и принципот **ALARA** (*As Low As Reasonably Achievable*), според кој изложеноста треба да се одржува на најниско разумно можно ниво, земајќи ги предвид техничките, економските и општествените фактори, без нарушување на целта на активностата.

Во практиката, ALARA се реализира преку:

- Намалување на времето на изложување,
- Зголемување на растојанието од изворот,
- Употреба на заштитни материјали (екранирање),
- Избор на соодветна техника и параметри,
- Контрола на контаминацијата,
- Редовно дозиметриско следење.



Слика 5. Знак со кој се обележуваат изворите на јонизирачко зрачење, контејнерите во кои се складираат радиоактивни супстанции и просториите во кои има извори на јонизирачко зрачење

Дозни граници

Дозните граници (максималните дози што може да се примат) се дефинираат за планирани изложувања (работа со извори, индустрија, истражување) и служат за да го ограничат ризикот. Најважната граница е за ефективна доза, која го дава вкупниот ризик од изложеност на организмот. За општата популација (луѓе кои професионално

не работаат со јонизирачки извори), граница за ефективна доза е $E \leq 1 \text{ mSv/a}$, со можност во „посебни околности“ да се дозволи повисока доза во една година, ако средната вредност во повеќегодишен период остане во рамките на оваа граница.

Честопати се наведуваат и граници за еквивалентна доза (ткива и органи), на пр.: кожа и леќа на окото, од ред на десетици mSv годишно за јавноста (на пример, леќа 15 mSv/a., кожа 50 mSv/a.). Дозната граница за професионално изложени работници за ефективна доза е $E \leq 20 \text{ mSv/a}$, просечно за 5 последователни години (значи, дозата треба да биде помала од 100 mSv во текот на 5 години), но во една година дозата не смее да надмине 50 mSv/a.

Дозните граници не се применуваат на пациентот кога изложувањето е медицински оправдано (дијагностика/терапија), затоа што целта е здравствената корист. Сепак, дозните граници важат за медицинскиот персонал кој професионално работи со извори.

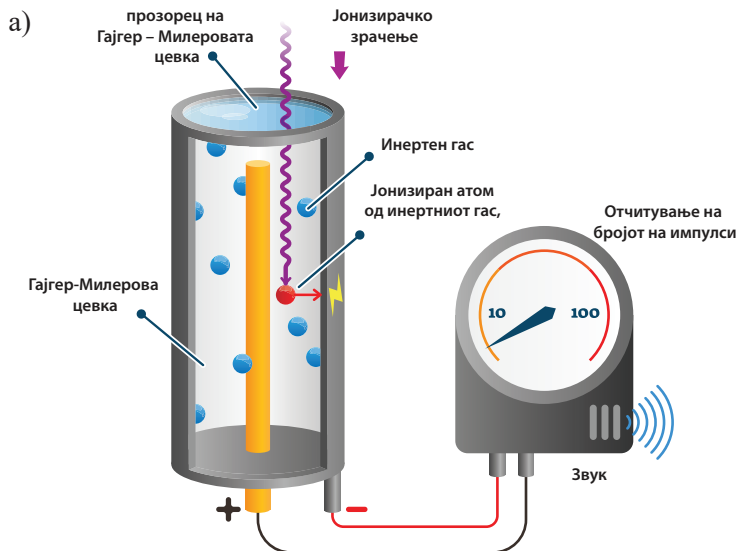


НАУЧИ ПОВЕЌЕ

Гајгер-Милеровиот бројач е еден од најраспространетите детектори за јонизирачко зрачење и се состои од Гајгер-Милерова цевка (диода составена од катода и анода) и електронско коло за напојување и за броење импулси. Цевката е метална цилиндрична катода со тенка анода која се наоѓа во средината на цевката. Оваа цевка е исполнета со разреден гас (најчесто аргон) и со мало количество гас за гаснење на самостојното празнење, што најчесто е алкохол. Кога низ цевката ќе помине јонизирачко зрачење, тоа создава примарни јонски парови во гасот. Под дејство на силното електрично поле, електроните се забрзуваат кон анодата и предизвикуваат лавинска јонизација, па

настанува краток електричен импулс. Кај Гајгеровите бројачи, струјните импулси се приближно со иста големина, без разлика на почетната енергија на честичката, па бројачот најчесто брои настани (колку честички/фотони се детектирани), но не ја мери енергијата на честичките.

Гајгер-Милеровиот бројач се користи за детекција и за мониторинг на зрачење во лабораториите, индустријата и во службите за радијациона заштита: на пример, за проверка на контаминација на површини, за ориентациско мерење на интензитетот кој го зрачи одреден извор, за контрола на работната средина и за брзо лоцирање на изворот на зрачење. Најчесто е составен дел од преносни уреди што во секојдневниот говор ги нарекуваме дозиметри, но тука е важно да се разликуваат различните мерни инструменти. Дозиметар, во строга смисла, е уред што ја мери брзината на дозата (колкава е ефективната доза што ја прима човек во единица време, најчесто измерена во $\mu\text{Sv/h}$), додека Гајгер-Милеровиот бројач го мери интензитетот на зрачење, односно бројот на честички кои паднале на површината на цевката. Со калибрација (знаејќи ја енергијата на зрачењето, најчесто за γ и рентгенско зрачење), приближно може да се измери брзината на дозата. Затоа, дозиметрите со Гајгер-Милерова цевка многу се корисни за брза процена и за алармирање, но за прецизна дозиметрија и процена на вид на зрачење најчесто се користат и други детектори: јонизациски комори, сцинтилационски детектори или полупроводнички детектори, во зависност од целта со која се врши мерењето.



б)



Слика 5. а) Шематски приказ на Гајгер-Милерова цевка
б) Дозиметар со Гајгер-Милерова цевка



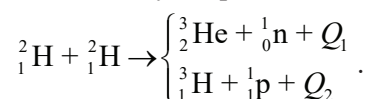
ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Што значи дека јонизирачкото зрачење „депонира енергија“ во материјата?
2. Наведи ги трите главни механизми на заемнодејството на фотоните (рендген/гама) со материјата и по што се разликуваат.
3. Зошто неутроните се сметаат за индиректно јонизирачко зрачење?
4. Зошто иста апсорбирана доза може да доведе до различен биолошки ефект за α и за γ зрачење?
5. Објасни го принципот ALARA со пример од медицинска дијагностика.
6. Кожа е изложена на јонизирачко зрачење што има две компоненти: алфа и гама-зраци. Апсорбираната доза од гама-зраците изнесува $2,0 \text{ mGy}$, а апсорбираната доза од алфа-зрачењето е $0,1 \text{ mGy}$. Колкава е еквивалентната и ефективната доза што ја прима кожата? Потребните податоци да се земат од табелите 1 и 2. (Решение: $0,040 \text{ mSv}$)

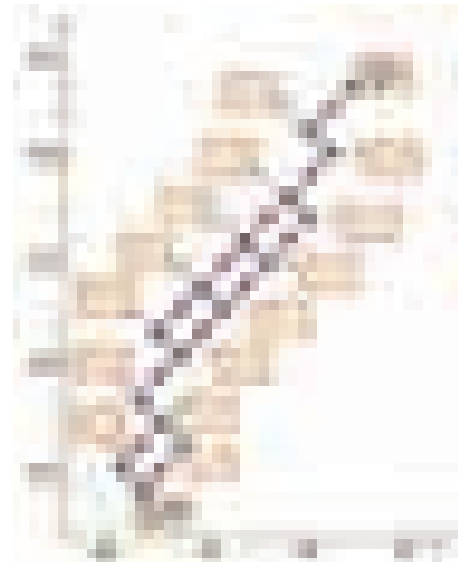
Тема 4: ПРАШАЊА И ЗАДАЧИ

1. Две ѕвезди зрачат како АЦТ, при што емитираат еднакво количество енергија во единица време од нивната површина. Поладната од двете ѕвезди има температура на површината T и дијаметар кој е двапати поголем од оној на потоплата ѕвезда.
 - а) Изрази ја температурата на потоплата ѕвезда преку температурата на поладната.
 - б) Определи ги односите на брановите должини на кои е најголем спектралниот интензитет на зрачење на едната и на другата ѕвезда. (Решение: а) $T_1 = \sqrt{2}T$; б) $\lambda_1 = (1/\sqrt{2})\lambda$)
2. При одредена вредност на закочниот потенцијал, прекинува течењето на фотоелектричната струја од површината на литиум, кој е осветлен со светлина со бранова должина λ_0 . Ако брановата должина на светлината со која се осветлува површината на литиумот се зголеми за 1,6 пати, тогаш за да настане повторно прекин на фотострујата, потребно е да се намали закочниот потенцијал за 2,2 пати. Да се пресмета λ_0 . Излезната работа на електроните кај литиумот изнесува 2,39 eV. (Решение: 520 nm)
3. Електрон во еднаш јонизиран атом на хелиум од петтото енергетско ниво преминува на третото енергетско ниво. Колкава е брановата должина на фотонот што електронот ја емитира при овој процес? (Решение: 320 nm)
4. Во експериментот на Редерфорд за расејување, алфа-честички со енергија од 5,27 MeV се расејуваат од јадрата на злато $^{118}_{79}\text{Au}$. Да се претпостави дека дадена алфа-честичка се движи директно кон јадрото на злато и се расејува наназад под агол од 180° , а јадрото на злато останува неподвижно за време на целиот процес.
 - а) Определи до кое минимално растојание алфа-честичката ќе се доближи до јадрото на злато.
 - б) Определи ја максималната сила што дејствува врз алфа-честичката кога таа се наоѓа најблиску до јадрото на злато. (Решение: а) $4,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$; б) 20 N)
5. Кои од следниве тврдења не е основен постулат во Боровиот модел на водород?
 - а) Само одредени електронски орбити се стабилни и дозволени.
 - б) Електронот се движи по кружни орбити околу протонот под дејство на Кулоновата сила.
 - в) Полнежот на електронот е квантизиран.
 - г) Атомот емитира зрачење кога електронот преминува од состојба со поголема во состојба со помала енергија.
 - д) Полнежот на јадрото е квантизиран.
6. Нека $-E$ е вкупната енергија на електронот кај атомот на водород.
 - а) Колкава е кинетичката енергија на електронот?
 - б) Колкава е потенцијалната енергија на атомот?
 За одговор на прашањата, одбери еден од следниве понудени одговори: 1) $2E$, 2) E 3) 0 , 4) $-E$, 5) $-2E$. (Решение: а) E б) $-2E$)
7.
 - а) Може ли електрон кај атом на водород, во основна состојба, да апсорбира фотон со енергија помала од 13,6 eV?
 - б) Може ли електронот да апсорбира фотон со енергија поголема од 13,6 eV?
8. Што се случува кога атом емитира фотон:
 - а) Еден од неговите електрони го напушта атомот.
 - б) Атомот преминува во состојба со поголема енергија.
 - в) Атомот преминува во состојба со помала енергија.
 - г) Еден од неговите електрони се судира со друга честичка.

9. Колкава енергија е потребна за да се јонизира водород кога е во стационарна енергетска состојба за која главниот квантен број е 3. (Решение: 1,51 eV)
10. Фотон се емитира кога водороден атом преминува од петтата во третата стационарна состојба. Пресметај ја:
- Брановата должина на фотонот.
 - Енергијата на фотонот.
 - Фреквенцијата на емитираниот фотон. (Решение: а) 1,28 μm б) 0,97 eV в) $2,3 \cdot 10^{14}$ Hz)
11. Балмеровата серија за водородниот атом одговара на електронски премини кои завршуваат во состојба со квантен број 2. Определи ја најдолгата и најкратката можна бранова должина на емитираните фотони во оваа серија. (Решение: 656 nm, 365 nm)
12. Меѓу кои два енергетски слоја се врши преминот ако во карактеристичниот спектар на рентгенското зрачење кај некој елемент се набљудуваат линиите: L_{β} , L_{γ} , M_{α} и M_{β} .
13. Во рендгенска цевка со анода од волфрам брановата должина што одговара на максималната енергија од континуираниот спектар се поклопува со K_{α} линијата од дисконтинуираниот спектар на рентгенското зрачење. Да се одреди напонот во рентгенската цевка. ($Z_w = 74$, $\sigma = 1$). (Решение: 70 kV)
14. Кога ^{125}Sb се распаѓа во ^{125}Te , какви промени настануваат во јадрото и кои честички се емитираат од јадрото.
15. Периодот на полураспаѓање на радиум-224 приближно изнесува 3,6 дена. Колкав дел од примерокот ќе остане нераспаднат по четири недели? (Решение: 0,4 %)
16. Одреди ги радиоизотопите кои се добиваат со распаѓање на радиоактивната низа на $^{235}_{92}\text{U}$, која завршува со стабилен изотоп $^{208}_{82}\text{Pb}$. На вертикалната оска на сликата е прикажан бројот на неутрони, а на хоризонталната оска атомскиот број на елементот. Со виолетовата стрелка е прикажано алфа-распаѓањето, а со сината бета-распаѓањето на радиоизотопите. За решавање на задачава, користи го Периодниот систем на елементите.
17. Колкава е Q-вредноста на реакцијата $^9_4\text{Be} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C} + ^1_0\text{n}$? За масата на секоја од честичките во нуклеарната реакција да се земе дека изнесува приближно Au, каде што $1u = 931,5\text{MeV}$. (Решение: 5,6 MeV)
18. Идентификувај ги непознатите нуклиди X во нуклеарните реакции:
- $X + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{24}_{12}\text{Mg} + ^1_0\text{n}$,
 - $^{235}_{92}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{93}_{38}\text{Sr} + X + 2^1_0\text{n}$
19. Набљудувани се следниве реакции:
- $$^9_4\text{Be} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{10}_4\text{Be} + \gamma, \quad Q_1 = 6,812 \text{ MeV} \quad \text{и} \quad ^9_4\text{Be} + \gamma \rightarrow ^8_4\text{Be} + ^1_0\text{n}, \quad Q_2 = -1,665 \text{ MeV}$$
- Пресметај ја масата на ^9_4Be и $^{10}_4\text{Be}$ во унифицирани единици за маса, со точност до три децимали, врз основа на овие податоци. (Решение: 9,012u, 10,013u)
20. Одреди ја енергијата Q_1 и Q_2 што се ослободува при следниве физиски реакции:



Ако е познато дека енергијата на сврзување на јадрата е: $B(^2_1\text{H}) = 2,225\text{MeV}$ $B(^3_2\text{He}) = 7,718\text{MeV}$ $B(^3_1\text{H}) = 8,481\text{MeV}$. (Решение: 3,27 MeV, 4,03 MeV)





Акционерско друштво за издавање
учебници и наставни средства
ПРОСВЕТНО ДЕЛО-АД Скопје,
ул. „Димитрие Чуповски“ бр. 15

За издавачот: м-р Павле Петров, генерален директор

Физика за II година гимназиско образование

Автори:

**Проф. д-р. Ламбе Барандовски
Марија Велевска**

Главен уредник: **Весна Дукоска**

Уредник: **Фросина Арсевска**

Лектура и јазично уредување: **Гордана Ацеска**

Стручна редакција: **доц. д-р Јана Богданоска**

Графичко уредување, корица и компјутерска подготовка: **Сузана Томовска**

Илустрации: Freerik

ISBN: 978-9989-0-1382-9

Печати:

ЕВРОПА 92 - Кочани

I издание

Тираж: 3300

Место и година на издавање:

Скопје, 2026

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

53(075.3)=163.3

БАРАНДОВСКИ, Ламбе

Физика за II година гимназиско образование / Ламбе Барандовски,
Марија Велевска. - Скопје : Просветно дело, 2026. - 296 стр. : илустр. ;
27 см

ISBN 978-9989-0-1382-9

1. Велевска, Марија [автор]

COBISS.MK-ID 69105925

