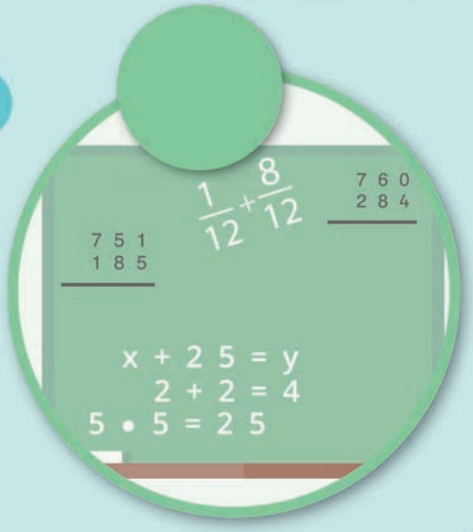
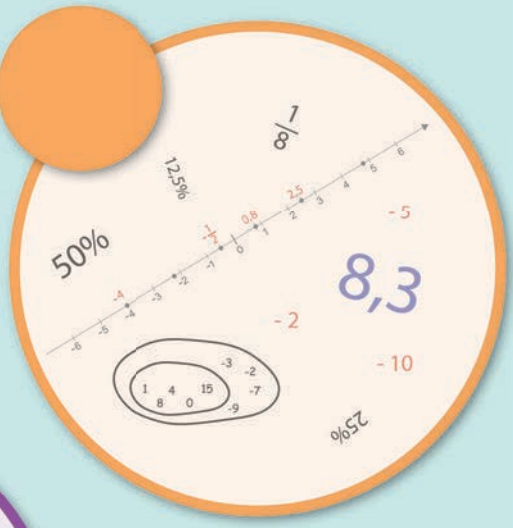
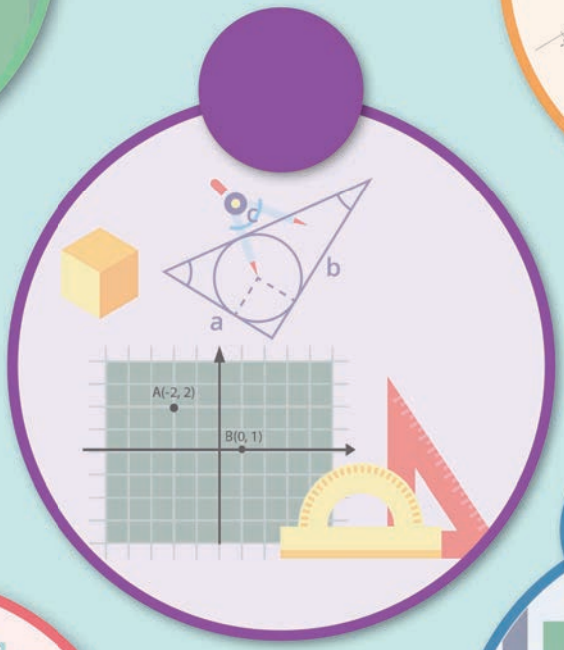
д-р КРУТАН РАСИМИ д-р ВАЛЕНТИНА ГОГОВСКА СНЕЖАНА РИСТОВСКА

МАТЕМАТИКА 6

УЧЕБНИК ЗА ШЕСТО ОДДЕЛЕНИЕ ВО ДЕВЕТГОДИШНОТО ОСНОВНО ОБРАЗОВАНИЕ







МАТЕМАТИКА 6

учебник за шесто одделение
во деветгодишното основно образование

Скопје, 2023

МАТЕМАТИКА 6
учебник за шесто одделение во деветгодишното основно образование

Автори:
Крутан Расими
Валентина Гоговска
Снежана Ристовска

Рецензенти:
Слаѓана Брсакоска
Елена Апостолоска
Николина Ѓорчевска

Јазична лектура: Дејан Василевски

Стручна редакција:
Весела Тарашовска

Уредник:
Весела Тарашовска

Графичко и техничко уредување:
Весна Депиновска – АРС СТУДИО

Место и година на издавање: Скопје, 2023 година

Издавач:
Министерство за образование и наука на Република Северна Македонија
ул. „Св. Кириј и Методиј“ бр.54, 1000 Скопје

Со Одлука за одобрување и употреба на учебник по предметот Математика за VI одделение во деветгодишно основно образование бр. 26-2185/1 од 15.09.2023 година донесена од Националната комисија за учебници.

* во учебникот се користени фотографии од македонски пари и курсна листа од https://www.nbrm.mk/

КАКО ДА ГО КОРИСТИШ ОВОЈ УЧЕБНИК?

Учебникот е поделен во **5 теми** и секоја тема има различна боја:

Тема 1: Броеви

Тема 2: Геометрија

Тема 3: Операции со броеви

Тема 4: Мерење

Тема 5: Работа со податоци

Секоја лекција почнува со воведна активност што ќе те воведе во новата содржина.

Воведна активност

Овде има прашања и задачи со кои ќе се потсетиш на наученото или ќе истражуваш нешто.

Во лекцијата ќе сретнеш различни полиња.

Текстот во ова поле е најважен и треба да го научиш, бидејќи ќе ти треба за решавање на задачите.

Текстот во ова поле е исто така важен и ти кажува некои дополнителни правила што ќе ти помогнат во совладување на материјалот.

Текстот во ова поле ќе ти послужи како потсетување или помош при решавањето на задачите.

Текстот во вакво поле претставува поттик или насока за размислување.

Пример.

Во ова поле има решен пример за да научиш полесно да ги користиш новите правила во лекцијата.

По секој решен пример се дадени задачи што се слични со решените примери и нив можеш да ги решаваш самостојно. На тој начин го учиш потребното од лекцијата.

На крајот на секоја лекција има задачи за вежби.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

Овие задачи се однесуваат на она што се учело во лекцијата и служат за увежбување на наученото. Во нив има и задачи што служат за продлабочување и проширување на наученото. Тие задачи се означени со *.

На крајот на секоја тема има задачи за самооценување. Самооценувањето содржи задачи од секоја лекција во темата и со нив можеш да го повториш наученото.

На крајот има интересна задача во форма на загатка или проблем, што ќе претставува предизвик за најљубопитните математичари.

СОДРЖИНА

ТЕМА 1 БРОЕВИ

Множество....9
Запишување множества....11
Симболите $\in$ и $\notin$. Празно множество....15
Број на елементи на множество....17
Подмножество....19
Конечни и бесконечни множества....22
Множеството на природни броеви....24
Природни броеви на бројна права....27
Класи и месна вредност....29
Споредување и подредување природни броеви....33
Заокружување природни броеви....36
Низа на природни броеви....41
Пишување броеви со римски цифри....44
Множество цели броеви....47
Цели броеви на бројна права....52
Споредување и подредување цели броеви....55
Низи од цели броеви....58
Низи од дропки....61
Запишување неправилна дропка како мешан број и обратно....65
Месна вредност на цифри во децимален број....68
Низи од децимални броеви....71
Заокружување децимални броеви....73
Проширување и скратување дропки....76
Претставување мешани броеви на бројна права....81
Споредување дропки....84
Споредување децимални броеви....88
Проценти....90
Размер....94
Задачи за самооценување....98

ТЕМА 2 ГЕОМЕТРИЈА

Права. Отсечка....101
Собирање и одземање должини на отсечки....105

Заемно нормални и заемно паралелни прави 109
Растојание од точка до права 113
Симетрала на отсечка 116
Агол 118
Соседни, напоредни и накрсни агли 122
Мерење агли 125
Комплементни и суплементни агли 128
Симетрала на агол 132
Кружница. Круг 134
Заемна положба на точка и кружница и права и кружница 139
Заемна положба на две кружници 142
Многуаголници 144
Дијагонали на многуаголник 149
Висина на триаголник. Ортоцентар 153
Тежишна линија во триаголник. Тежиште 155
Опишана кружница кај триаголник 157
Впишана кружница во триаголник 160
Однос на страните и аглите во триаголник 163
Збир на агли во триаголник 166
Врска меѓу 2Д- и 3Д-форми 171
Мрежи на призма и пирамида 175
Мрежа на цилиндар 182
Правоаголен координатен систем 185
Осна симетрија во однос на координатни оски 188
Осна симетрија во однос на прави паралелни на координатните оски 193
Транслација 196
Ротација 199
Задачи за самооценување 204

ТЕМА 3 ОПЕРАЦИИ СО БРОЕВИ

Собирање и одземање броеви од кои едниот е блиску до најблиската 10, 100 и 1000 209
Собирање броеви до 1000000. Својства на собирањето 214
Одземање броеви до 1000000 219
Множење со полни десетки, полни стотки или полни илјади 222
Својства на множењето во N_0 225

Множење броеви од кои едниот е блиску до полна десетка или стотка 229
Множење со удвојување или преполовување на множителите 232
Множење на двоцифрен, трицифрен и четирицифрен број со едноцифрен број 234
Множење на двоцифрен, трицифрен и четирицифрен број со двоцифренброј 236
Делење двоцифрен со едноцифрен број 240
Делење трицифрен со едноцифрен број 243
Делење броеви до 1000000 со двоцифрен број 245
Бројни изрази 247
Решавање равенки 249
Примена на равенки во решавање проблеми 251
Делители и содржатели 253
Разложување двоцифрен број на множители 256
Прости и сложени броеви 257
Претставување сложен број како производ од прости множители 259
Признаци за деливост со 2, 5 и 10 261
Признаци за деливост со 9, 3 и 6 263
Признаци за деливост со 4 и 8 266
Заеднички делители. Најголем заеднички делител 267
Заеднички содржатели. Најмал заеднички содржател 270
Собирање и одземање на правилни дропки со еднакви именители 273
Собирање и одземање неправилни дропки 276
Парови децимални броеви со две децимали чиј збир е 1 и парови
децимални броеви со една децимала чиј збир е 10 278
Собирање на децимални броеви со еднаков број децимални места 280
Одземање децимални броеви со еднаков број децимални места 282
Собирање и одземање децимални броеви од кој едниот е блиску до цел број 284
Собирање и одземање на децимални броеви со различен број децимални места 285
Множење децимални броеви со природен број 288
Множење децимални броеви со едно децимално место 290
Делење на децимален број со една и две децимали со едноцифрен број 291
Задачи за самооценување 294

ТЕМА 4 МЕРЕЊЕ

Должина. Мерки за должина 297
Маса. Мерки за маса 300
Зафатнина. Мерки за зафатнина 303

Едноимени броеви. Претворање на едноимен бројво друг едноимен број 306
Повеќеимени броеви. Претворање на едноимен број во повеќеимен
број и обратно 308
Споредување мерења на должина, маса и зафатнина 311
Проценување должина, маса и зафатнина 313
Периметар на многуаголник 315
Време. Мерки за време 317
Дигитални и аналогни часовници 320
Споредување време 322
Временски интервали 325
Календар 329
Пари 333
Плоштина. Мерки за плоштина 337
Плоштина на форми што можат да се поделат на правоаголници 340
Плоштина на правоаголен триаголник 345
Проценување плоштина на неправилен многуаголник во квадратна мрежа 348
Задачи за самооценување 351

ТЕМА 5 РАБОТА СО ПОДАТОЦИ

Читање податоци од табели и дијаграми 355
Претставување податоци со табела на честота 365
Претставување податоци со линиски дијаграм 367
Претставување податоци со столбест дијаграм 371
Истражување 375
Мода. Аритметичка средина 379
Ранг. Медијана 382
Сигурен настан, невозможен настан и еднакво веројатни настани 386
Задачи за самооценување 390

Со учење на оваа тема ќе се оспособиш да:

1. ги користиш знаењата за множества за да ги објасниш и запишеш множествата на природните броеви, целите броеви и позитивните рационални броеви.
2. ги применуваш римските броеви во практични примери.
3. користиш дропки, децимални броеви, проценти и размер во секојдневен контекст.
4. го откриваш правилото за одредување на секој член на дадена низа од цели броеви.

МНОЖЕСТВО

Воведна активност

1. Разгледај ги математичките плочки. Како можеме да ги групираме?
2. Направете колку што можете повеќе различни групирања на математичките плочки.
3. Според кои својства е направено групирањето на математичките плочки?

Множество е основен поим во математиката и како таков не се дефинира. Под поимот множество се подразбира целина од различни објекти (предмети, поими или живи суштества) што имаат една или повеќе исти карактеристики.

Пример 1. Наброј ги објектите во множестото од:

а) сите членови на твоето семејство.

б) сите букви од македонската азбука.

в) сите ученици од твоето одделение.

Објектите што го образуваат множеството ги нарекуваме **елементи** на множеството.

Во примерот 1 а) елементи се татко, мајка, баба, дедо, ќерка, син и други членови на семејството. Во примерот 1 б) елементи се буквите а, б, в, ..., ш од македонската азбука, додека во 1 в) се момчињата и девојчињата кои учат во твоето одделение.

Пример 2.

Со зборовите: стадо, јато, ученици... не се определени множества, бидејќи не е кажано конкретно за кое стадо, јато или кои ученици станува збор.

Едно множество е определено ако точно се знае кои се неговите елементи.

1. Наброј неколку множества во училницата во која учиш и неколку множества во училиштето.

2. Множеството од цифрите со кои ги пишуваме броевите има 10 елементи. Запиши ги сите тие елементи.

Пример 3.

а) Наброј ги елементите на множеството букви од кои е составен зборот МАСА.

Елементи на множеството букви со кои е запишан зборот МАСА се: М, А и С.

б) Запиши ги елементите на множеството од цифри со кои е запишан бројот 123124.

Елементи на множеството цифри со кои е запишан бројот 123124 се: 1, 2, 3 и 4.

Елементите што се повторуваат се запишуваат само по еднаш.

Пример 4.

а) Броевите 1, 2, 3, ..., 9 образуваат едно множество. Ова множество има девет елементи. Заради пократко пишување не ги запишавме елементите: 4, 5, 6, 7, 8. Наместо нив, напишавме три точки, бидејќи знаеме дека по 3 доаѓа 4, по 4 доаѓа 5 итн.
Се чита: еден, два, три и така натаму до девет.

б) Наброј ги елементите на множеството парни броеви. Елементи на множеството парни броеви се 2, 4, 6, 8, ... Се чита: два, четири, шест, осум и така натаму.

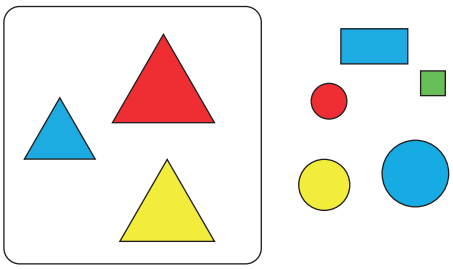
Кога множеството има голем број елементи, за запишување на неговите елементи се користат три точки, односно...

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Наведи примери на 3 различни множества со користење на дадените предлози:

а) броеви поголеми од...
б) денови во седмицата
в) букви од зборот...
г) месеци во годината

2. Запиши го заедничкото својство според кое би формирале множество со групирање како што е дадено на сликата, ако имаме повеќе различни 2Д-форми.



3. Природните броеви помали од 5 формираат едно множество. Напиши ги сите елементи на тоа множество.

4. а) Запиши ги елементите на множеството од букви од зборот МАТЕМАТИКА.

б) Запиши ги елементите на множеството непарни броеви од третата десетка.

5. Градовите низ кои поминува реката Вардар образуваат едно множество.

а) Напиши ги елементите на ова множество.

б) Дали Скопје е елемент на ова множество? Објасни!

в) Дали жителите се елементи на ова множество? Објасни!

***6.** Сите ученици од твоето училиште кои во оваа учебна година се во шесто одделение формираат едно множество. Одговори и објасни ги одговорите.

а) Дали си ти елемент на тоа множество?

б) Дали Никола и Исмет од седмо одделение се елементи на тоа множество?

в) Дали твоето одделение е елемент на тоа множество?

ЗАПИШУВАЊЕ МНОЖЕСТВА

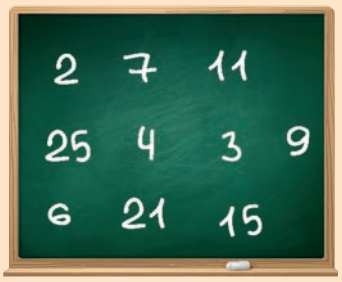
Воведна активност

1. Направи неколку криви затворени линии од волница.
2. Во една од кривите затворени линии стави: молив, гума, пенкало; во другата тетратки и во третата учебници.
3. Именувај ги множествата што ги формираше.

Множествата ги обележуваме (означуваме) со големите букви од латиницата A, B, C, D, ... и тие се определени со своите елементи.

Множествата ги разликуваме по елементите од кои се составени, а не по нивните имиња.

Пример 1. Кои од броевите запишани на таблата се:



а) парни броеви од првата десетка?

Тоа се броевите 2, 4 и 6.

б) броеви помали од 8, а поголеми од 3?

Броеви помали од 8, а поголеми од 3 се: 4, 6 и 7.

в) непарни броеви од втората десетка?

Непарни броеви од втората десетка се: 11 и 15.

г) броеви содржатели на бројот 3?

Содржатели на бројот 3 од таблата се броевите: 3, 6, 9, 15 и 21.

Множеството броеви на таблата што се содржатели на бројот 3 може да се запише:

A = {3, 6, 9, 15, 21}

име (ознака) на множеството

елементите на множеството се раздвојуваат со запирка

за записот на множество се користат големи загради { }

Начинот на запишување на множествата со загради во кои се набројуваат елементите на множеството се вика **табеларен начин** на запишување множество.

Пример 2.

Запиши го на табеларен начин множеството:

а) од двоцифрени непарни броеви A = {11, 13, 15, ... , 99}

б) множеството од непарни броеви B = {1, 3, 5, 7, 9, 11, ...}

в) буквите од зборот ТАПА C = {Т, А, П}

1. Запиши го на табеларен начин множеството:

а) од цифри на бројот 794257

б) од природни броеви поголеми од 12, а помали од 30

в) од двоцифрени природни броеви

Пример 3.

Кое е заедничкото својство за елементите од множеството B = {пролет, лето, есен, зима}?

Заедничкото својство на елементите од ова множество е тоа што секој елемент е годишно време.

Множеството годишни времиња може да се запише:

B = {x | x е годишно време}

име (ознака) на множеството

буква – заедничка ознака за елементите

се чита „така што“

заедничко својство на елементите

Се чита: B, множество од сите елементи x, така што x е годишно време.

Начинот со кој се опишуваат елементите на едно множество се вика **описен начин** на запишување множество.

Пример 4.

Запиши го множеството F = {2, 4, 6} на описен начин.

F = {x | x е парен број помал од 8}

Се чита „F е множество од сите елементи x, така што x се парни броеви помали од 8“.

2. Запиши го табеларно множеството од:

а) твоите среќни броеви

б) буквите со кои е запишано твоето име

в) деновите од седмицата што почнуваат со буквата п

г) трицифрени броеви со полна десетка

Пример 5. Запиши го множеството G = {x | x е буква од зборот МАТЕМАТИКА} на графички начин.

Начинот на запишување на множеството со затворена линија во која се запишани неговите елементи е **графички начин** на запишување множества..

Овој начин на запишување множество се нарекува уште и **Венов дијаграм** во чест на англискиот филозоф Џон Вен (1834 – 1923).

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. На колку различни начини може да се запише едно множество?

2. Запиши ги на описен начин множествата:

а) A = {а, е, и, о, у} б) B = {2, 4, 6, 8, 10}

в) C = {понеделник, вторник, среда, четврток, петок, сабота, недела}

г) D = {71, 73, 75, 77, 79}

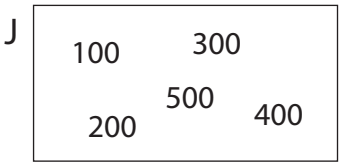
3. Запиши го на табеларен начин и со Венов дијаграм множеството:

а) E = {x | x е парен број и x > 4} б) F = {x | x е непарен број и 20 < x < 30}

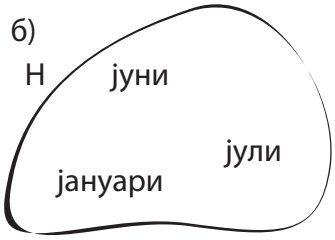
в) G = {x | x е буква од зборот БРЗОЗБОРКА}

4. Запиши ги на описен начин множествата J и H.

а)



б)



Пронајди го заедничкото својство на елементите за секое од овие множества..

5. Со Венов дијаграм запиши ги множествата:

а) A = {1, 3, 5, 7, 9} б) M = {п, у, н, е, р}

в) P = {x | x двоцифрен непарен број помал од 50}

г) B = {x | x двоцифрен број чиј збир на цифрите е 12}

6. Запиши го на описен начин множеството на природни броеви меѓу 50 и 400.

СИМБОЛИТЕ $\in$ И $\notin$. ПРАЗНО МНОЖЕСТВО

Воведна активност

1. Запиши го множеството А чии елементи се сите држави со кои граничи Република Северна Македонија.
2. Запиши го множеството М на сите соседни држави на нашата земја чие име почнува со буквата А.
3. Запиши го множеството S на сите соседни држави на нашата земја чие име почнува со буквата Х.

Кои се елементи на множеството А? Колку елементи има множеството М? Колку елементи има множеството S? Дали Република Грција е елемент на множеството А? Дали Република Бугарија е елемент на множеството М?

Во математиката, множество е и множеството со еден елемент, како и множеството без елементи.

Пример 1.

а) Запиши го множеството на сите согласки во името Ева.

Ако со А го означиме множеството на согласките во името Ева, тогаш А= {в}, бидејќи има само една согласка, а тоа е буквата в.

б) Запиши го множеството луѓе кои се високи 10 метри.

Ако со С го означиме множеството на сите луѓе кои се високи 10 метри, тогаш множеството С нема да има елементи.
Велиме дека С е празно множество и запишуваме С = $\varnothing$.

Множеството што нема елементи се вика **празно множество** и се означува со $\varnothing$.

$\varnothing = \{\}$

1. Запиши го табеларно множеството Н = {x | x е природен број и 11 < x < 12}.

Пример 2. Дадено е множеството А = {1, 2, 3, 4}. Елементи на множеството А се: 1, 2, 3 и 4.

Реченицата: „Бројот 2 е елемент на множеството А“ во математиката се запишува: $2 \in A$.

Реченицата: „Бројот 5 не е елемент на множеството А“ во математиката се запишува: $5 \notin A$.

Симболот $\in$ се чита: „...е елемент на... или припаѓа на...“.

Симболот $\notin$ се чита: „...не е елемент на... или не припаѓа на...“.

2. Со A, B, C и D означи ги по ред множествата од решенијата на следните равенки: $x - 16 = 11$, $125 - x = 63$, $5 \cdot x = 345$, $x : 24 = 1$. Кои од дадените тврдења се точни?

а) $27 \in A$ б) $87 \in B$ в) $68 \in C$ г) $24 \in D$

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Дадено е множеството $B = \{30, 32, 34, 36, 38, 40\}$.

а) Дали бројот 34 е елемент на множеството B? Запиши математички со потребниот симбол.

б) Дали бројот 37 е елемент на множеството B? Запиши математички со потребниот симбол.

2. На часот по физичко образование ученичките се натпреварувале во трчање на 50 метри. Наставникот ги запишал податоците во табелата:

име на ученикот	**време (во секунди)**
Марија	10
Ајше	9
Сара	10
Ивана	10
Афродита	12
Гордана	9

Претстави ги множествата табеларно и со Венов дијаграм, чии елементи се ученичките кои претрчале 50 m за:

а) точно 10 секунди

б) точно 11 секунди

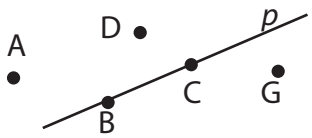
в) точно 9 секунди

г) повеќе од 11 секунди

3. Во множеството на природни броеви реши ги равенките: $8 + x = 12$, $x - 42 = 14$, $14 \cdot x = 154$ и $x : 1 = 14$. Со A, B, C и D обележи ги по ред множествата од решенија на равенките. Утврди ја точноста на тврдењата:

а) $4 \in A$ б) $4 \in B$ в) $4 \notin C$ г) $4 \notin D$

4. Со знаците $\in$ и $\notin$ запиши го односот меѓу дадените точки и правата *p*.



***5.** Од елементите на множеството $M = \{1, 2, 3, ... 1000\}$ се составени неколку множества. Утврди кои множества се празни.

а) $A = \{x \mid x \in M \text{ и } x + 5 = 15\}$ б) $E = \{x \mid x \in M \text{ и } x + 1 = 0\}$ в) $B = \{x \mid x \in M \text{ и } x + 8 = 5\}$
г) $F = \{x \mid x \in M \text{ и } x + 3 < 2\}$ д) $C = \{x \mid x \in M \text{ и } x = 0\}$ ѓ) $G = \{x \mid x \in M \text{ и } 35 \cdot x = 36\}$
е) $D = \{x \mid x \in M \text{ и } x + 4 = 1004\}$

БРОЈ НА ЕЛЕМЕНТИ НА МНОЖЕСТВО

Воведна активност

1. Со Венов дијаграм претстави го множеството броеви 21, 23, 25, 27 и 29 и именувај го B.
2. Од еден сет картичкисо броеви до 30 извлечи четири картички. Именувај го со A и претстави го табеларно множеството чии елементи се броевите што ги извлече.

Колку елементи има множеството B? Колку елементи има множеството A? Спореди ги множествата. Објасни што забележуваш.

Пример 1. Елементи на множеството A се цифрите од бројот 325, а елементи на множеството B се цифрите од бројот 523.

а) Претстави ги табеларно множествата A и B. $A = \{3, 2, 5\}$ и $B = \{5, 2, 3\}$

б) Колку е бројот на елементи на множествата A и B?

Множеството A има три елементи и запишуваме: б(A) = 3.

Се чита: Бројот на елементи на множеството A е три.

в) На кое множество припаѓа цифрата 5? $5 \in A$ и $5 \in B$.

г) Дали секој елемент на множеството A припаѓа и на множеството B?

Секој елемент од множеството A припаѓа и на множеството B.

д) Дали секој елемент на множеството B припаѓа и на множеството A?

Секој елемент од множеството B припаѓа и на множеството A.

Од г) и д) можеме да заклучиме дека множествата A и B имаат исти елементи.

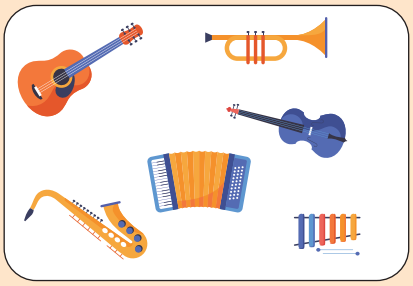
Множествата A и B се **еднакви** ако имаат исти елементи, односно ако секој елемент од множеството A припаѓа и на множеството B и ако секој елемент од множеството B припаѓа на множеството A.

Редоследот на запишување на елементите на едно множество не е важен.
На пример: $\{2, 4, 6\} = \{4, 2, 6\} = \{6, 4, 2\}$

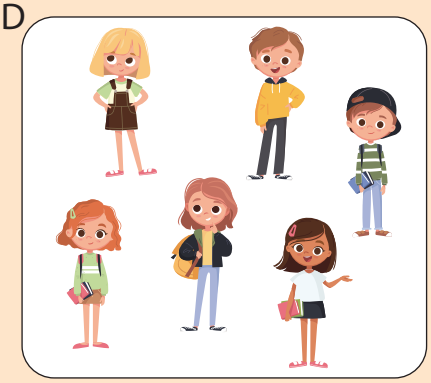
1. Кои од дадените множества се еднакви?
$A = \{5, 6, 9\}$, $B = \{5, 9, 6\}$, $C = \{5, 6, 6\}$, $D = \{5, 5, 6, 6, 9, 9\}$, $E = \{5, 6, 6, 9, 9, 9\}$

Пример 2. На цртежот се претставени две множества со Венови дијаграми.

I



D



а) Направи поврзување на еден инструмент само со едно дете.

б) Дали за секој инструмент има дете кое ќе свири на него?
Множеството инструменти нема повеќе елементи од множеството деца.

в) Дали за секое дете има еден инструмент на кој ќе свири?
Исто така, множеството деца нема повеќе елементи од множеството инструменти.

За две множества А и В велиме дека се **истобројни** ако имаат еднаков број елементи, односно А нема повеќе елементи од В и В нема повеќе елементи од А.
Често, истобројните множества А и В се нарекуваат **еквивалентни множества**.

2. Провери кои множества се еднакви, а кои истобројни (еквивалентни) и објасни го твојот одговор.

А = {x | x е ученик од шесто одделение}

В = {x | x име на ученик од шесто одделение} С = {x | x е буква од зборот ОЛОВО}

D = {Л, О, В} E = {з, Δ, п} F = {x | x ∈ A}

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Кои од дадените множества се еднакви? Објасни го твојот одговор.

$M=\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{5}\right\}$ $N=\left\{\frac{1}{3},\frac{2}{4},\frac{2}{5}\right\}$ $P=\left\{\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right\}$ $S=\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{5}\right\}$ $U=\left\{\frac{2}{4},\frac{2}{4},\frac{2}{5},\frac{2}{5},\frac{1}{3}\right\}$

2. Провери дали се еднакви или истобројни (еквивалентни) множествата А, В и С. Објасни го твојот одговор.

А = {x | x парен број и $4 < x < 10$} В = {x | x е природен број и $1 < x < 4$}

С = {x | x е ден од седмицата што почнува со буквата п}

3. Одреди го бројот на елементи на множествата:

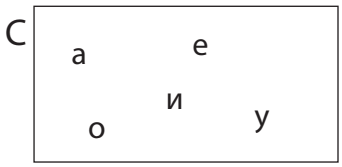
A = {лево, десно, напред, назад, горе, долу} B = {точка, права, рамнина}

C = ∅ D = {x | x буква од македонската азбука} E = {Δ, c} F = {x | x ⊂ E}

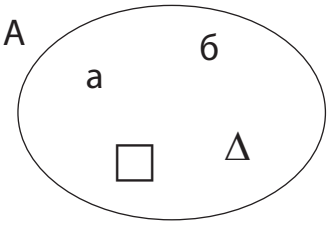
M = {∅} N = {0}

4. Провери кои од дадените множества се еднакви, а кои се истобројни (еквивалентни):

A = {x, y} B = {x | x е буква од зборот КЛУПА} D = {+, –}



***5.** Покажи дека дадените множества се еквивалентни:



B = {x | x е самогласка од македонската азбука}

C = {молив, пенкало, креда, табла, сунѓер}

D = {x | x е оценка за оценување на знаењата на учениците}

ПОДМНОЖЕСТВО

Воведна активност

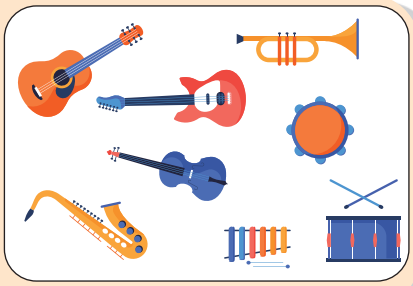
1. Користејќи лента и картички со броеви до 20 претстави го множеството A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} со Венов дијаграм.
2. Во Веновиот дијаграм со кој е претставено множеството A, со лента во друга боја со затворена линија издвој го множеството B = {2, 4, 6, 8, 10}.

Запиши што забележуваш за множествата A и B?

Пример 1. На цртежот е претставено множество P чии елементи се музички инструменти.

а) Претстави го табеларно множеството P така што елементите ќе ги запишеш како имињата на музичките инструменти.

P

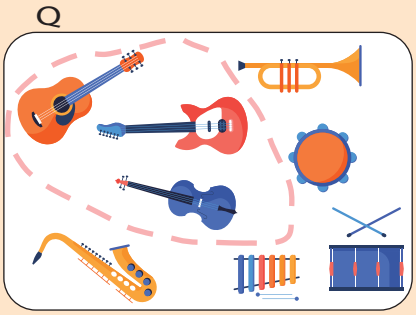


P = {гитара, електрична гитара, виолина, саксофон, труба, ксилофон, дајре, барабан}

б) Претстави го табеларно множеството Q чии елементи се жичани музички инструменти.

Q = {гитара, електрична гитара, виолина}

в) Во Веновиот дијаграм на множеството P со затворена линија издвој ги елементите на множеството Q.



Ако секој елемент на множеството B припаѓа на множеството A и постои елемент $b \in$ A така што $b \notin$ B, тогаш велиме дека B е **вистинско подмножество** од A и запишуваме B $\subset$ A.

Пример 2. Дадено е множеството S = {*a*, *b*, *c*, *d*}. Запиши ги сите негови подмножества.

а) подмножество без елементи (0 елементи)

$\varnothing \subset$ S

б) подмножества со 1 елемент:

{*a*} $\subset$ S, {*b*} $\subset$ S, {*c*} $\subset$ S, {*d*} $\subset$ S

в) подмножества со 2 елемента:

{*a*, *b*} $\subset$ S, {*a*, *c*} $\subset$ S, {*a*, *d*} $\subset$ S, {*b*, *c*} $\subset$ S, {*b*, *d*} $\subset$ S, {*c*, *d*} $\subset$ S

г) подмножества со 3 елемента:

{*a*, *b*, *c*} $\subset$ S, {*a*, *b*, *d*} $\subset$ S, {*b*, *c*, *d*} $\subset$ S, {*a*, *c*, *d*} $\subset$ S

д) подмножество со 4 елемента:

{*a*, *b*, *c*, *d*} $\subseteq$ S

Множеството S е подмножество самото на себе и запишуваме S $\subseteq$ S

Празното множество е вистинско подмножество на секое множество.

Секое множество е подмножество самото на себе, но не е вистинско подмножество.

1. Запиши ги сите вистински подмножества од множеството M = {*a*, *b*, *c*}.

2. Запиши ги сите вистински подмножества од множеството N = {☺, 😐, ☹}.

3. Одреди кои тврдења се точни, а кои неточни. Објасни го твојот одговор.

а) {*a*, *e*, *c*} $\subset$ M = {x |x е буква од македонската азбука}

б) {+, *, &, #, %, @} $\subset$ {*, &, %, @}

в) {2, 4, 7, 9, 11} $\subset$ M = {x | x е цифра}

4. Дадени се множествата: A = {2, 4}, B = {2, 4, 6, 8}, C = {1, 2, 3,…,10}.

а) Запиши ги множествата A, B и C со Венов дијаграм.

в) Користејќи ги знаците $\subset$, $\subseteq$, $\not\subset$, препиши ја и пополни ја табелата така што добиените искази да бидат точни.

Множества	A	B	C
A		$\subset$	
B			
C	$\not\subset$		

Можеш со зборови да запишеш не е вистинско подмножество или со симболот $\not\subset$.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1 Дадено е множеството D = {x | x е непарен природен број и 2 < x < 12} и B = {x | x е природен број и 5 < x < 10}. Кои од следните тврдења се точни?

а) $10 \notin D$ б) $4 \in B$ в) $12 \in D$ г) $7 \in B$
д) $10 \notin B$ ѓ) $4 \notin D$ е) $5 \notin B$

2. Одреди кои од следните множества се празни:

а) A = {x | x е природен број и 2 + x = 1} б) B = {x | x е природен број и 1 + x = 2}
в) C = {0} г) D = {x | x е природен број и x < 1}
д) E = {x | x е природен број и x е помал или еднаков на 1}

3. Со Венов дијаграм претстави ги множествата M и N ако се знае дека:
$2 \in M$, $1 \in M$, $6 \in N$, $7 \in M$, $1 \in N$, $4 \in N$, $5 \in N$, $3 \in M$, $5 \in M$, $10 \in N$.

***4.** Дадено е множеството B = {11, 12, 13, 14, 15, 16}. Одреди ги подмножествата M, N и P чии елементи се елементи од B и соодветно при делењето со 3, 4 и 5 имаат остаток 0.

***5.** Ако A = {e, r, t, q, w, y}, кои од следните тврдења не се точни?

а) $e \subset A$ б) $\varnothing \subset A$ в) $\{q, r, t\} \subset A$ г) $\{e, r, t, q, w, y\} \subset \{e, r, t, q, w, y\}$

КОНЕЧНИ И БЕСКОНЕЧНИ МНОЖЕСТВА

Воведна активност

1. Од твојот сет картички извлечи три броја и претстави го со Венов дијаграм множеството B чии елементи се извлечените броеви.
2. Запиши ги сите вистински подмножества на множеството B.
3. Колку елементи има секое вистинско подмножество на множеството B? Со кое вистинско подмножество, множеството B е истобројно?

Пример 1. Дадено е множеството $A = \{x \mid x$ е природен број и $x < 4\}$.

а) Запиши ги вистинските подмножества на множеството A.

Елементи на множеството A се 1, 2 и 3, односно $A = \{1, 2, 3\}$.

$\varnothing \subset A$ $\{1\} \subset A$ $\{2\} \subset A$ $\{3\} \subset A$

$\{1, 2\} \subset A$ $\{1, 3\} \subset A$ $\{2,3\} \subset A$.

б) Со кое вистинско подмножество, множеството A е истобројно?

Множеството A не е истобројно со ниту едно негово вистинско подмножество.

Ако можат да се избројат елементите на едно множество тогаш тоа множество е **конечно множество**.

Пример 2. D е множество на парните природни броеви.

а) Претстави го табеларно множеството D.

$D = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\ldots\}$

б) Колку елементи има множеството D?

Не можеме да ги изброиме сите елементи на множеството D.
D има бесконечно многу елементи.
D е бесконечно множество.

Кога сакаме бесконечното множество да го запишеме табеларно, после елементот што ќе го запишеме како последен ставаме три точки (...).

Едно множество е **бесконечно**, ако не е конечно.

Бесконечно множество е множеството што има бесконечно многу елементи.

1. Одреди кои од дадените множества се конечни, а кои се бесконечни. Објасни го твојот одговор.

а) A = {a, b} б) B = {1, 2, 3} в) C = {1,3, 5, 7, ...}

г) D = {x | x е ученик од твојата паралелка} д) E = {59, 69, 79, 89, ...}

2. Дадените множества запиши ги на табеларен начин:

а) M = {x | x е природен број и 15 < x < 27}

б) N = {x | x е природен број и x >10000}

в) K = {x | x е природен број и делив со 4}

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Запиши колку е бројот на елементи на дадените множества:

а) P = {52, 54, 56, 58, 60} б) Q = {5, 10, 15, ..., 50} в) K = {∅} г) M = ∅

2. Елементи на множеството B се сите броеви поголеми од 250, а помали од 300.

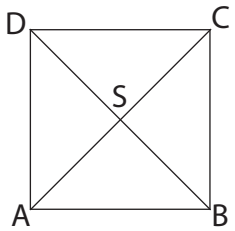
а) Претстави го множеството B табеларно. б) Колку елементи има множеството B?

3. Елементите на множеството M се сите природни броеви поголеми од 150.

а) Претстави го множеството M табеларно. б) Колку елементи има множеството M?

4. Запиши табеларно три конечни и три бесконечни множества.

5. Колку елементи има множеството на сите триаголници прикажани на цртежот.



Прво запиши го табеларно множеството од сите триаголници на цртежот.

***6.** Кои од следните множества се конечни, а кои се бесконечни? Објасни го твојот одговор.

а) Множеството од сите лешници во една врека.

б) Множеството од сите природни броеви чија цифра на единици е 4.

в) B = {x | x е природен број и x < 1000000}

г) C = {8, 18, 28, 38, ...} д) M = {7, 17, 27, ..., 97}

***7.** Запиши примери на множества што се конечни и множества што не се конечни. Кои својства ги имаат елементите на твоите множества?

МНОЖЕСТВОТО НА ПРИРОДНИ БРОЕВИ

Воведна активност

На сликата се прикажани картички со броеви од 1 до 100.

1. Избери една картичка и број нанапред во редослед. До кој број можеш да броиш? Дали има броеви поголеми од 100?
2. Избери друга картичка и број наназад во редослед. До кој број можеш да броиш? Дали има броеви помали од 1 што не се негативни?

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Броевите со кои најчесто броиме, почнувајќи од 1, зголемувајќи за 1 нанапред или наназад во редослед се наречени **природни броеви**.

Тоа се броевите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ... кои формираат бесконечно множество од броеви наречено **множество на природни броеви**.

Множеството на природни броеви го означуваме со буквата **N**.

N = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …]

Најмал природен број е бројот 1. Најголем природен број не постои, бидејќи секогаш има природен број што е за 1 поголем од претходниот.

Дали нулата е природен број?

Ако во множеството на природни броеви како елемент го земеме и бројот 0, тогаш го добиваме множеството {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …}

Нулата не е природен број.

Множеството од природни броеви и нулата се нарекува **проширено множество на природни броеви** и го означуваме со N_0.

Природните броеви ги запишуваме со цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

Нулата се користи како знак (цифра) да се запишат некои природни броеви, на пример 10, 20, ...100, ...120...

Пример 1. Запиши ги табеларно дадените множества.

а) $M = \{x \mid x \in N$ и x е едноцифрен број$\}$

$M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ Во ова множество не припаѓа бројот 0, бидејќи елементи се само броевите што припаѓаат во N.

б) $S = \{x \mid x \in N_0$ и $x < 12\}$

$S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ Во ова множество припаѓа бројот 0, бидејќи елементи се само броевите што припаѓаат во N_0.

1. Запиши ги табеларно дадените множества. Потоа, запиши го бројот на елементи на секое множество.

а) $A = \{x \mid x \in N$ и x е број од осмата десетка$\}$ б) $B = \{x \mid x \in N$ и $234 < x < 372\}$

в) $C = \{x \mid x \in N_0$ и $x < 9\}$ г) $D = \{x \mid x \in N_0$ и x е решение на равенката $x + 0 = x\}$

2. Запиши ги табеларно зададените множества. Утврди кои од нив се бесконечни.

а) $A = \{x \mid x \in N$ и x е парен број поголем од 20 и помал од 40$\}$

б) $B = \{x \mid x \in N$ и $x > 2500$ и x е непарен број$\}$

в) $C = \{x \mid x \in N_0$ и $x < 25$ и x е парен број$\}$

г) $D = \{x \mid x \in N_0$ и x е парен и непарен број$\}$

Во множеството природни броеви, секој број, освен бројот 1, има свој **непосреден претходник** и **непосреден следбеник**.

Бројот 1 има само следбеници, но нема претходници.

Пример 2. За броевите одреди ги непосредните претходници, непосредните следбеници, множествата претходници и следбеници.

а) 22 б) 789 в) 34567

а) непосреден претходник на 22 е 21; непосреден следбеник на 22 е 23

Множеството претходници е {1, 2, 3, 4, 5, ..., 21}
Множеството следбеници е {23, 24, 25, 26, 27, ...}

б) непосреден претходник на 789 е 788; непосреден следбеник на 789 е 790

Множеството претходници е {1, 2, 3, 4, 5, ..., 788}
Множеството следбеници е {790, 791, 792, 793, 794, ...}

в) непосреден претходник на 34567 е 34566;
непосреден следбеник на 34567 е 34568

Множеството претходници е {1, 2, 3, 4, 5, ..., 34566}
Множеството следбеници е {34568, 34569, 34570, 34571, 34572, ...}

Непосреден претходник на еден број е бројот што е за 1 помал од дадениот број.

Непосреден следбеник на еден број е бројот што е за 1 поголем од дадениот број.

3. За броевите одреди ги непосредните претходници, непосредните следбеници, множествата претходници и следбеници. а) 89 б) 980 в) 34871

4. Одреди го бројот ако:

а) 2309 е негов непосреден претходник б) 9000 е негов непосреден следбеник

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во кој случај се добива само природен број? Објасни го твојот одговор.

а) Број на ученици во едно училиште.

б) Растојанието помеѓу два града изразено во километри.

в) Висината на една врата изразена во метри.

г) Бројот на бонбони во една кутија.

д) Температурата на воздухот изразена во Целзиусови степени.

ѓ) Броевите помеѓу 34 и 35.

2. Претстави на описен начин:

а) Множество од парни природни броеви.

б) Множество од природни броеви поголеми од 80 и помали од 100.

3. Запиши го табеларно множеството претходници и множеството на следбеници на бројот 2130.

***4.** Одреди ги броевите за кои е точно:

а) 345, 349, 352 се негови претходници, но бројот не е поголем од 355.

б) 1003, 1007, 1010 се негови следбеници, но бројот не е помал од 1000.

ПРИРОДНИ БРОЕВИ НА БРОЈНА ПРАВА

Воведна активност

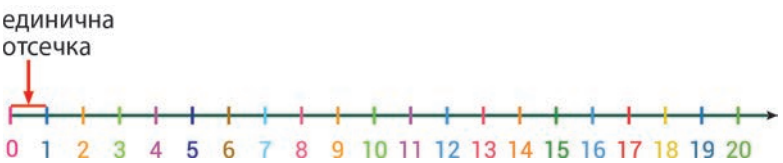
Нацртај бројна права во твојата тетратка како што е прикажано на цртежот. Верверицата прави еден скок броејќи по два.

1. Каде ќе биде верверицата по три скока?
2. Означи ги броевите за секој скок.

Природните броеви и бројот 0 можеме да ги претставиме на хоризонтална и вертикална права на која се означени еднакви отсечки (единични отсечки) и кај секоја отсечка е запишан број. Оваа права ја нарекуваме **бројна права**.

На хоризонталната бројна права броевите ги запишуваме одлево надесно, почнувајќи од 0, во редослед.

На вертикалната бројна права броевите ги запишуваме од долу нагоре.

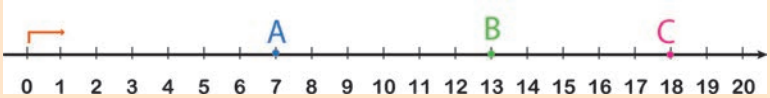


Пример. На бројна права претстави ги броевите 7, 13, 18 и означи ги со точките A, B и C соодветно.

Почнувајќи од 0, броиме надесно и кај бројот 7 ја означуваме точката A.

Почнувајќи од 0, броиме надесно и кај бројот 13 ја означуваме точката B.

Почнувајќи од 0, броиме надесно и кај бројот 18 ја означуваме точката C.



Положбата на секоја точка на бројната права е определена со број од таа права.

Бројот *a* што одговара на една точка M на бројната права се нарекува **координата** на таа точка и се означува M(*a*).

Точките на правата во примерот можеме да ги запишеме со координати A(7), B(13) и C(18).

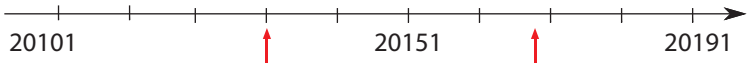
5. Нацртај бројна права и означи ги:

а) непарните двоцифрени броеви до 20 б) парните едноцифрени броеви

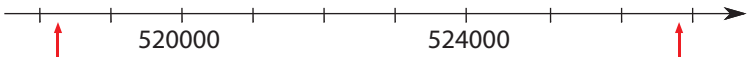
6. Процени кои броеви ги означуваат стрелките на бројните прави.

а)

б)



в)



7. Нацртај бројна права и означи ги точките M(4), N(9) и S(2).

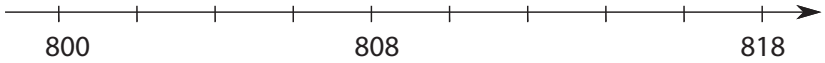
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. На иста бројна права претстави ги броевите: 100, 105, 113, 126 и 156.

2. Нацртај бројна права и на неа претстави ги непарните броеви до 21.

3. Претстави ги на бројна права броевите 6, 13 и 17, а потоа и нивните непосредни претходници и непосредни следбеници.

4. Прецртај ја и дополни ја бројната права со броевите што недостигаат. Какви броеви се претставени на правата? Запиши го тоа множество табеларно и на описен начин.



***5.** Јоана, Андреј и Сара трчале маратон. Јоана стигнала дванаесетта. Андреј стигнал две места пред Јоана, а Сара била три места по Јоана. На кое место завршил Андреј, а на кое Сара?

***6.** Вагоните во еден воз се означени со броевите од 31 до 39 во редослед, почнувајќи од првиот вагон до локомотивата. Учениците од шесто-А одделение требало да се качат во третиот вагон, броејќи од локомотивата. Учениците од шесто-Б одделение требало да се качат во третиот вагон броејќи од последниот вагон. Одреди ги броевите на вагоните во кои треба да се качат учениците од двете паралелки.

КЛАСИ И МЕСНА ВРЕДНОСТ

Воведна активност

1. Запиши петцифрен број во твојата тетратка.

2. Размени ја тетратката со соученикот кој е до тебе.

3. Запиши во неговата тетратка како ќе го прочиташ бројот што го запишал твојот соученик.

4. Кои знаци ги користеше за да ги запишеш броевите? Колку такви знаци има?

За запишување на броевите во целиот свет се користи десетичен (декаден) броен систем.

Зборот декаден доаѓа од грчкиот збор „дека", што значи десет.

Во овој броен систем се користат десет цифри 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, кои се викаат арапски цифри.

Секоја цифра има своја бројна вредност:

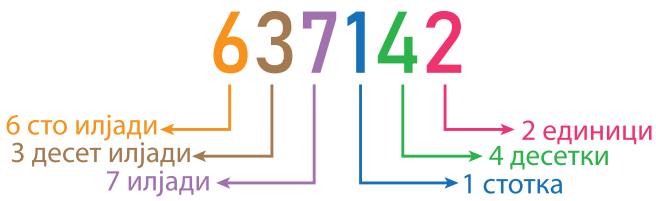
1 има бројна вредност на една единица, 2 има бројна вредност на две единици, 3 има бројна вредност на три единици, итн.

Која е бројната вредност на нулата? 0 има бројна вредност од нула (нема) единици.

Секоја цифра во еден број има **месна вредност**.

Месната вредност на цифрата зависи од местото (позицијата) на кое се наоѓа таа цифра.

Месните вредности во бројот најлесно можеме да ги одредиме оддесно налево: единици (Е), десетки (Д), стотки (С), илјади (И), десет илјади (ДИ) итн.



Пример 1. Броевите во табелата се дадени според месните вредности на нивните цифри. Запиши ги броевите со цифри и со зборови.

милиони (М)	сто илјади (СИ)	десет илјади (ДИ)	илјади (И)	стотки (С)	десетки (Д)	единици (Е)
			2	6	0	8
		8	4	0	1	5
	3	1	7	2	9	0
1	2	8	3	5	0	4

2608 се чита две илјади шестотини и осум.

84015 се чита осумдесет и четири илјади и петнаесет.

317290 се чита триста седумнаесет илјади двесте и деведесет.

1283504 се чита еден еден милион двесте осумдесет и три илјади петстотини и четири.

1. Броевите се дадени според месните вредности на нивните цифри. Запиши ги броевите со цифри и со зборови.

а) 3С 2Д 8Е б) 6И 7Д 9Е в) 4СИ 1И 5С 2Е г) 1М 6СИ 9ДИ 8Д 3Е

2. Броевите се дадени со цифри. Запиши ги со нивните месни вредности.

а) 4023 б) 12890 в) 506309 г) 2091704

Покрај месната вредност, во запишување на цифрите на природните броеви постојат и соодветни **класи од цифри**.

Класите го одредуваме како групи од 3 цифри оддесно налево.

Првата класа е **класа на основни единици** и се состои од цифрите на единици, десетки и стотки.

Втората класа е **класа на илјади** и се состои од цифрите на единици илјади, десет илјади и сто илјади.

Третата класа е **класа на милиони** и се состои од цифрите на единици милиони, десет милиони и сто милиони.

Четвртата класа е **класа на милијарди** и се состои од цифрите на единици милијарди, десет милијарди и сто милијарди.

Секоја класа е составена од три позиции: единици, десетки и стотки (оддесно налево).

Бројот во табелата го читаме еден милион петстотини дваесет и седум илјади триста седумдесет и девет.

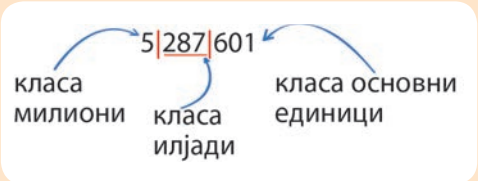
КЛАСИ ОД ЦИФРИ											
МИЛИЈАРДИ			МИЛИОНИ			ИЛЈАДИ			ОСНОВНИ ЕДИНИЦИ		
сто милијарди	десет милијарди	единици милијарди	сто милиони	десет милиони	единици милиони	сто илјади (СИ)	десет илјади (ДИ)	единици илјади (ЕИ)	стотки (С)	десетки (Д)	единици (Е)
					1	5	2	7	3	7	9

Пример 2. Одреди ја класата со месни вредности што се подвлечени кај секој број. Потоа, запиши го бројот со зборови.

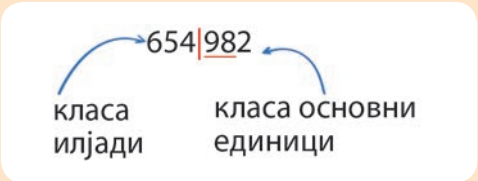
а) 5287601 б) 654982

За да ја одредиме класата треба да ги групираме цифрите на бројот во групи по 3 оддесно налево.

а) Бараните цифри спаѓаат во класата милиони и бројот го читаме пет милиони двесте осумдесет и седум илјади шестотини и еден.



б) Бараните цифри спаѓаат во класата основни единици и бројот го читаме шестотини педесет и четири илјади деветстотини осумдесет и два.



3. Одреди ја класата со месни вредности што се подвлечени кај секој број. Потоа, запиши го бројот со зборови.

а) 80748 б) 33200 в) 769322

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во тетратка напиши ги броевите со зборови.

а) 5701 б) 980047 в) 3209100 г) 1007276

2. Запиши ги со цифри броевите:

а) осум илјади и шеесет и пет

б) пет милиони триста и пет илјади и четириесет и седум

в) еден милион педесет и девет илјади и двеста и пет.

3. Запиши ги сите петцифрени броеви од цифрите 0, 3, 5, 7 и 9, така што секоја цифра да се јавува само еднаш. Потоа, запиши ги со зборови.

4. Нацртај табела со класи и месна вредност, а потоа во неа запиши ги броевите:

а) 8957987 б) 56643 в) 1856003 г) 3100075

5. Запиши ги со цифри, а потоа со зборови сите четирицифрени броеви од цифрите 0, 3, 4, 7, така што секоја цифра се појавува само еднаш.

6. Од цифрите 0, 3, 4, 5 и 9 запиши ги и прочитај ги најголемиот и најмалиот петцифрен број во кои цифрите се појавуваат само еднаш.

7. Колку има десетки, стотки и илјади во броевите:

а) 7099 б) 59353 в) 840059 г) 9536021

***8.** Запиши ги со цифри во десетичен систем и со зборови збировите:

а) $6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$ б) $6 \cdot 10000 + 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 10 + 9$

в) $2 \cdot 100000 + 7 \cdot 1000 + 6 \cdot 10$ г) $3 \cdot 1000000 + 5 \cdot 10000 + 7 \cdot 100 + 6$

***9.** Погоди го бројот што има цифра:

1 со месна вредност десет илјади

6 со месна вредност единици

3 со месна вредност стотки

1 со месна вредност милион

5 со месна вредност десетки

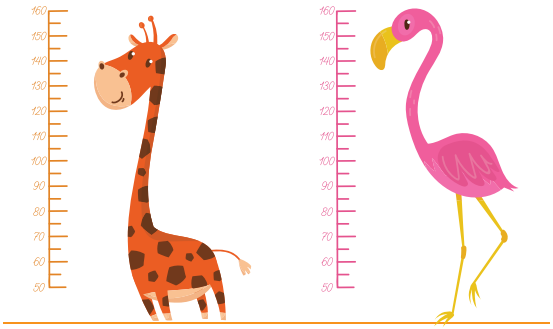
9 со месна вредност сто илјади

0 со месна вредност илјади

СПОРЕДУВАЊЕ И ПОДРЕДУВАЊЕ ПРИРОДНИ БРОЕВИ

Воведна активност

1. Кое животно е повисоко? Објасни зошто.
2. Сподели со друг за тоа што го запиша, како и твоето објаснување.
3. Користи ја табелата со месни вредности за да го објасниш твојот одговор.



Да се споредат два броја значи да се одреди кој од тие броеви е помал (или поголем) или тие броеви се еднакви.

За споредување на броевите ги користиме знаците:

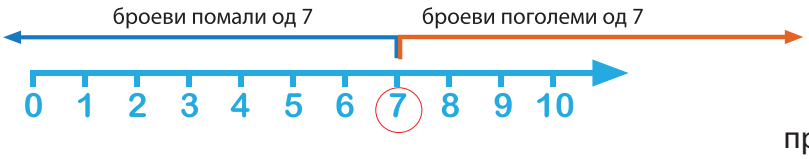
„>" се чита „...е поголем од..."

„<" се чита „...е помал од..."

„=" се чита „...е еднаков на..."

За полесно споредување на природните броеви можеме да ја користиме бројната права на која се претставени броевите од проширеното множество природни броеви N_0.

Зошто броевите десно од 7 се поголеми од 7, а лево од 7 се помали од 7?



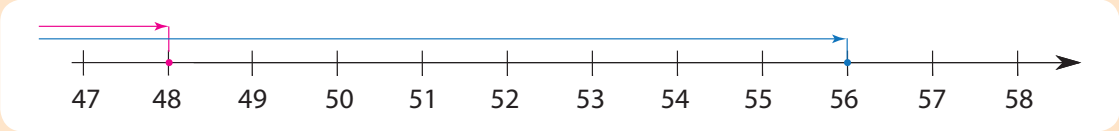
Нулата не е природен број.

Природните броеви што се на поголемо растојание од нулата се поголеми броеви.

Природните броеви што се на помало растојание од нулата се помали броеви.

Пример 1. Спореди ги броевите 56 и 48.

За споредба ќе ја користиме бројната права.



Гледаме дека бројот 56 е подалеку од нулата отколку бројот 48.
Значи, бројот 56 е поголем од 48. Запишуваме 56 > 48.

Или можеме да кажеме дека 48 е помал од 56 и да запишеме 48 < 56.

1. Спореди ги броевите:

а) 1811 и 2211 б) 99964 и 99899 в) 72001 и 69999

Пример 2. Дадени се броевите 245 и 247.

а) Запиши ги природните броеви поголеми од 245.

Броевите поголеми од 245 е множеството {246, 247, 248, 249, 250, 251, ...}

Множеството броеви поголеми од 245 е бесконечно множество.

б) Запиши ги природните броеви помали од 247.

Броеви помали од бројот 247 е множеството броеви {1, 2, 3, 4, 5, ..., 245, 246}

Множеството на броеви помали од 247 е конечно множество.

в) Кој природен број е помеѓу природните броеви 245 и 247?

Помеѓу броевите 245 и 247 е бројот 246.

2. Запиши ги множествата од природните броеви поголеми од броевите:

а) 1246826 б) 529943 в) 82264

3. Запиши ги множествата од природни броеви помали од броевите:

а) 386249 б) 94568 в) 24268

За да се подредат повеќе броеви прво треба да се споредат, а потоа да се запишат по големина, почнувајќи од најмалиот или од најголемиот број во низа.

Пример 3. Подреди ги броевите 567, 89, 1009, 2345, 2901, почнувајќи од:

а) најмалиот број б) најголемиот број

Прво ги споредуваме броевите и добиваме дека бројот 89 е најмал, а бројот 2901 е најголем.

За другите броеви важи: 567 > 89, 2345 > 1009, 1009 > 567.

а) Броевите подредени од најмалиот се: 89, 567, 1009, 2345, 2901.

б) Броевите подредени од најголемиот се: 2901, 2345, 1009, 567, 89.

4. Подреди ги по големина броевите: 49, 118, 96, 348, 609599, 718, 28 и 29, почнувајќи од: а) најмалиот број б) најголемиот број

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Нацртај отсечка долга 10 сантиметри. Крајните точки обележи ги со 0 и 10000.

Продолжи ја од десната страна и стави стрелка.

Процени ја положбата на дадените броеви. Потоа, секој број означи го на оската со стрелка и со соодветната буква: 6000 означи го со А , 3500 означи го со В, 9050 означи го со С.

2. Запиши го табеларно множеството од броеви што се поголеми од 4740, помали од 5160 и на местото на единици имаат 5. Колку елементи има множеството?

3. Запиши го со Венов дијаграм множеството М чии елементи се двоцифрени броеви запишани со цифрите 0, 1, 3, 5 и се поголеми од 30. Колку елементи има множеството М?

4. Запиши го табеларно множеството Е чии елементи се трицифрени броеви напишани со еднакви цифри. Колку елементи има множеството Е?

5. Подреди ги броевите од најмал до најголем.

а) 54754, 55475, 55547, 54775, 55447 б) 45054, 45540, 45504, 45045, 45500

в) 456065, 450566, 455656, 456565, 450666

Искористи кои било од броевите под в) за да ги дополниш неравенствата: ? < ?, ? > ?

6. За секое неравенство одбери по еден од дадените броеви и дополни го за да биде точно. 35055, 35550, 35050, 35005, 35500, 35505

а) ? > 35055 б) 35500 > ? в) ? < 35505

***7.** Дадено е бројното неравенство: ? –1300 > 6500.

Кој од овие броеви може да стои на местото од прашалникот за неравенството да биде точно? 4000 5000 6000 7000 8000 9000

***8.** Кои цифри можат да се запишат наместо у за да биде точно неравенството 3у5 > 355. Запиши го на табеларен и на описен начин множеството К чии елементи се цифрите за у.

ЗАОКРУЖУВАЊЕ ПРИРОДНИ БРОЕВИ

Воведна активност

Во едно основно училиште има 284 ученици. Во тоа училиште има 9 паралелки.

Без да пресметуваш, одреди приближно по колку ученици има во секоја паралелка?

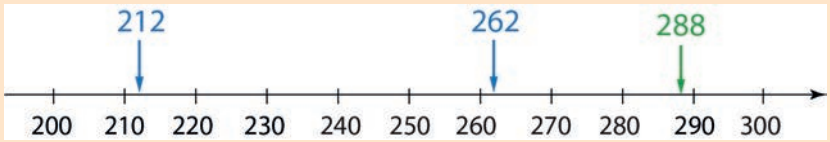
Објасни му на другарчето како го доби одговорот?

Што значи приближна вредност на некој број?

Приближна вредност на еден број е бројот што се добива со **заокружување** на најблискиот број до дадениот број.

При проценување на бројот што е резултат во некоја аритметичка операција, тој број го заменуваме со друг број што се нарекува **приближна вредност** на тој број.

Пример 1. Користејќи ја бројната права, заокружи ги броевите 212, 267, 262, 245 и 288 на најблиската десетка и стотка.



Го одредуваме местото на секој број на бројната права

Бројот 212	е поблиску до бројот 210 отколку до 220 па заокружен на најблиската десетка ќе биде 210.
	е поблиску до бројот 200 отколку до 300 па заокружен на најблиската стотка ќе биде 200.

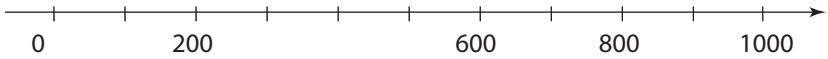
.

Бројот 262	е поблиску до бројот 260 отколку до 270 па заокружен на најблиската десетка ќе биде 260..
	е поблиску до бројот 300 отколку до 200 па заокружен на најблиската стотка ќе биде 300.

Бројот 288	е поблиску до бројот 290 отколку до 280 па заокружен на најблиската десетка ќе биде 290.
	е поблиску до бројот 300 отколку до 200 па заокружен на најблиската стотка ќе биде 300.

1. Прецртај ја во тетратка дадената бројна права. Броевите 2125, 4529, 6630 и 8825 претстави ги на бројната права, а потоа броевите заокружи ги на:

а) најблиската десетка б) најблиската стотка в) најблиската илјада



Постојат правила со кои можеме да ги заокружуваме броевите без да користиме бројна права.

Кога **заокружуваме на десетки**, ја гледаме цифрата на единици:

* ако таа е 5, или поголема од 5 тогаш ја зголемуваме за 1 цифрата на десетки, а наместо единици пишуваме 0.

* ако таа е помала од 5, тогаш цифрата на десетки останува иста, а наместо единици пишуваме 0.

Кога **заокружуваме на стотки**, ја гледаме цифрата на десетки:

* ако таа е 5 или поголема од 5, тогаш ја зголемуваме за 1 цифрата на стотки, а наместо десетки пишуваме 0.

* ако таа е помала од 5, тогаш цифрата на стотки останува иста, а наместо десетки пишуваме 0.

Кога **заокружуваме на илјади**, ја гледаме цифрата на стотки:

* ако таа е 5 или поголема од 5, тогаш ја зголемуваме за 1 цифрата на илјади, а наместо стотки пишуваме 0.

* ако таа е помала од 5, тогаш цифрата на илјади останува иста, а наместо стотки пишуваме 0.

Пример 2. Заокружи ги броевите 2317 и 3682 на најблиската десетка.

Ќе ги запишеме броевите со табела на месни вредности.

И	С	Д	Е		И	С	Д	Е
2	3	1	7		3	6	8	2

Заокружуваме на најблиската десетка, па ќе ги разгледаме цифрите десно од цифрата на десетки.

2	3	1	7		3	6	8	2
7 > 5					2 < 5			
цифрата на десетки се зголемува за 1, а кај единиците запишуваме 0					цифрата на десетки останува иста, а кај единиците запишуваме 0			
заокружуваме на поголемиот број					заокружуваме на помалиот број			
заокруженото број е 2320					заокруженото број е 3680			

Правила на заокружување:

1) Секогаш ја гледаме цифрата десно од цифрата на којашто заокружуваме.

* Ако цифрата десно е 5, 6, 7, 8 или 9, тогаш заокружуваме со вишок – заокружуваме на поголемиот број.

* Ако цифрата десно е 1, 2, 3 или 4, тогаш заокружуваме со кусок – заокружуваме на помалиот број.

3) Другите цифри десно од цифрата што ја заокружуваме добиваат вредност 0.

4) Другите цифри лево од цифрата што ја заокружуваме остануваат исти.

5) Ако некоја од цифрите што се заокружува е 9, тогаш на нејзиното место се запишува 0, а цифрата лево од неа се зголемува за 1 (слично како кај собирање со премин).

2. Заокружи ги броевите 38547, 56494, 7329, 565828

а) на најблиската десетка б) на најблиската стотка в) на најблиската илјада.

3. Искористи го заокружувањето за брзо да ги пресметаш резултатите.

а) 437 + 54 б) 29 · 31 в) 325 : 9

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Заокружи ги броевите до најблиската стотка.

а) 45678 б) 24055 в) 50 505

2. Заокружи ги броевите до најблиската илјада.

а) 147950 б) 65507 в) 157846

3. Прецртај ја табелата во твојата тетратка и дополни ја.

број	заокружен на најблиска десетка	заокружен на најблиска стотка	заокружен на најблиска илјада
3589	3590		
13528		13500	
560749			561000

4. На табелата се прикажани висините на планински врвови на пет различни континенти.

планински врв	континент	висина (во метри)
Килиманџаро	Африка	5895
Еверест	Азија	8848
Кошчушко	Австралија	2228
Макинли	Северна Америка	6194
Аконкагва	Јужна Америка	6961

а) Подреди ги висините, почнувајќи од најмалата.

б) Заокружи ја секоја од висините на најблиските сто метри.

5. На табелата се дадени должините на некои реки во Македонија.

река	должина (во km)
Пчиња	113
Вардар	354
Брегалница	346
Црна Река	297
Треска	215

Запиши ја секоја должина:

а) заокружена на најблиските 10 km,

б) заокружена на најблиските 100 km,

в) Има уште една река што не е на оваа листа. Нејзината должина е 200 km заокружена на најблиските 100 km и 150 km заокружена на најблиските 10 km. Колку би можела да биде вистинската должина на оваа река?

***6.** На една планина се засадени 4529 дрвја. Планирано е да се засадат уште 6381 дрво. Колку е приближниот број дрва што ќе бидат засадени на планината без пишување, а потоа пресметај со пишување.

***7.** Цифрите на еден број се 4, 8 и 7.

а) Кога бројот ќе го заокружиме на најблиската десетка се зокружува на 750. Одреди го точниот број запишан со дадените цифри.

б) Кога бројот ќе го заокружиме на најблиската стотка се зокружува на 800. Одреди го најголемиот број запишан со дадените цифри.

***8.** Никола заокружил еден број на најблиската илјада и го добил бројот 88000. Одреди го најмалиот број што може да се заокружи на дадениот број.

НИЗА НА ПРИРОДНИ БРОЕВИ

Воведна активност

Користејќи ги дадените информации, одреди го шестиот број во оваа низа: 9, ?, ?, ?, ?, ?

1) Четвртиот број од низата е еднаков на 3 • 10.
2) Вториот број е еднаков на 10 + 6.
3) Третиот број е на средина помеѓу вториот и четвртиот број.
4) Петтиот број е за седум поголем од четвртиот број.

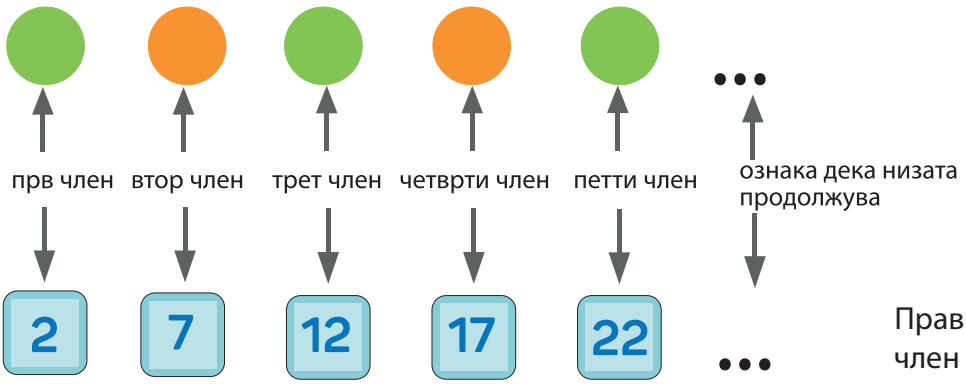
Објасни како го доби шестиот број од низата.

Броеви, форми или предмети подредени според некое правило формираат **низа**.

низа од броеви	1 4 7 10 13 16	правило: „додај 3“
низа од форми		правило: „Зелен мал квадрат, виолетов поголем квадрат, жолт најголем квадрат“
низа од слики		правило: „2 планети Земја, 2 месечини“

Броевите, формите и предмети во една низа ги викаме **членови на низата**.

Броењето на членовите е одлево надесно.



Правилото за следен член покажува на кој начин се добива секој следен член од низата.

Природните броеви можеме ги подредиме во една бесконечна низа, која се вика **низа на природните броеви**.

Тоа е низата: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

Низата почнува од бројот 1 и се користи правилото „додај 1 на претходниот број".

Пример 1. Во низите запиши го правилото и допиши 3 члена во секоја низа.

а) 22, 27, 32, 37, 42, 47, ... б) 78, 75, 72, 69, 66, ...

а) Во оваа низа членовите се добиваат кога претходниот член се зголеми за 5, значи правилото на низата е „додај 5".

Низата дополнета со уште три члена е: 22, 27, 32, 37, 42, 47, 52, 57, 62 ...

б) Во оваа низа членовите се добиваат кога претходниот член се намали за 3, значи правилото на низата е „одземи 3".

Низата дополнета со уште три члена е: 78, 75, 72, 69, 66, 63, 60, 57, ...

1. Дополни ги низите со членовите кои недостигаат. Одреди го правилото кај секоја низа.

а) 98, 107, ? , 125, 134, ?, ? б) ?, ?, ?, 43, 32, 21, ?

2. Дополни ги членовите што недостигаат во следната низа: ?, ?, 49, 53, ?, 61, ?, ? Кое е правилото на дадената низа?

Пример 2. Дадена е низата 35, 45, 55, 65, ...

Одреди го: а) осмиот член во низата б) триесеттиот член во низата

а) Правилото за добивање следен член во низата е „додај 10".

За да го одредиме осмиот член во низата треба да ги напишеме сите седум претходни членови во низата.

*Но, можеме и на друг начин да го одредиме бараниот член.

Да го најдеме правилото помеѓу редниот број на членот (n) во низата и вредноста на членот во таа низа.

Правилото помеѓу редниот број на членот (n) во низата и вредноста на членот се нарекува **правило на општ член на низа**.

Редните броеви (n) и вредностите на членовите ќе ги запишеме во табела.

реден број на член (n)	1	2	3	4
вредност на член	35	45	55	65
	+25	+25	+25	+25
10 • n	10	20	30	40

Правилото за следен член е „+10“.

Ги запишуваме редните броеви помножени со 10 (10n).

Го наоѓаме правилото на добивање на броевите 10n и вредностите на членовите на низата, а тоа „+25“.

правилото за општ член е 10n + 25

Осмиот член на низата е: 10 • 8 + 25 = 80 + 25 = 105

б) Триесеттиот член на низата е: 10 • 30 + 25 = 300 + 25 = 325

3. За низата 120, 140, 160, 180, 200, ... одреди го:

а) десеттиот член б) педесеттиот член

4. За низата 4150, 4300, 4450, 4600, ... одреди го:

а) осмиот член б) петнаесеттиот член

5. Дадена е низата: 8, 16, 24, 32, 40 ... Дали бројот 88 ќе биде член во оваа низа? Образложи го одговорот.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Една низа почнува со бројот 200 и секој следен член се добива со одземање на 30.

Кои се првите два броја помали од нула во оваа низа?

2. Ивана составува низа од пет броја. Првиот број е 2. Последниот број е 14. Нејзиното правило е „додај го истиот број секој следен пат“. Кои се броевите што недостигаат во низата?

3. Напиши ги следните пет члена во секоја од дадените низи.

а) прв член е 3, правило „додај 4“

б) прв член е 60, правило „одземи 9“

в) прв член е 2, правило „помножи со 2“

в) прв член е 128, правило „подели со 2“

***4.** Дадени се првиот член и правилото на низата. Запиши ги следните четири члена во низите.

а) прв член 8, правило „помножи со 2 и додај 1“

б) прв член 4, правило „одземи 1, потоа помножи со 2“

в) прв член 400, правило „преполови го членот“

***5.** За низата 12, 23, 34, 45, 56, ... одреди го: а) дваесеттиот член б) стотиот член

***6.** За низата 7, 37, 67, 97, 127, ... одреди го: а) десеттиот член б) петнаесеттиот член

ПИШУВАЊЕ БРОЕВИ СО РИМСКИ ЦИФРИ

Воведна активност

1. Прочитај ги следните текстови.

Кинески ѕид

Се наоѓа во Кина и е составен од повеќе поврзани ѕидови што се доградувале во текот на историјата. Првиот ѕид е изграден во VII век п.н.е., а се оградувал сè до XVII век од н.е.

Стоби

Стоби се наоѓа во близина на Градско и местото каде што реката Црна се влева во Вардар. Тоа е антички град што заземал мошне значајна стратегиска, воена и трговска позиција во северниот дел на римската провинција. Ископините на градот даваат податоци дека градот постоел во металното време, околу II и III век п.н.е. Во градот, освен другите градби, постоел и театар што служел за претстави, но се изведувале и спортски игри.

2. Како се читаат броевите VII, XVII, II и III?
3. Како ги именувавте броевите во петто одделение по предметот општество и историја?

Римски цифри се знаците што ги користеле старите Римјани за пишување на природните броеви.

Основните знаци за запишување броеви според римскиот систем на бележење се големи латински букви што имаат бројна вредност. Сите броеви се запишуваат со помош на овие 7 знаци.

Броевите до 10 запишани со римски цифри се:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Пример 1. Во табелата дадени се броевите од 11 до 20 запишани со римски цифри.

Размисли и објасни според кое правило се запишува секој број од декаден во римски броен систем.

арапски	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
римски	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX

При запишувањето на римските броеви можат да се повторуваат најмногу три цифри (на пример III, VIII).

Ако римската цифра со помала вредност е напишана од **левата страна** на знакот на цифрата со поголема вредност, во тој случај нејзината вредност **се одзема** од вредноста на цифрата со поголема вредност.

На пример:

4 = IV (V – I = 5 – 1)

9 = IX (X – I = 10 – 1)

Ако римската цифра со помала вредност е напишана од **десната страна** на знакот на цифра со поголема вредност, во тој случај нејзината вредност **се собира** со вредноста на цифрата со поголема вредност.

На пример:

8 = VIII (V + III = 5 + 3)

18 = XVIII (X + VIII = 10 + 8)

1. Запиши ги со римски цифри броевите:

а) 101 б) 199 в) 400 г) 706 д) 1974 ѓ) 2015

Пример 2. Запиши ги со арапски цифри броевите дадени со римски цифри:

а) IL б) LII в) LIX г) CIV

а) IL = 49 I има вредност 1 и е на левата страна од цифрата L, која има вредност 50. Одземаме 50 – 1 = 49.

б) LII = 52 II има вредност 2 и е на десната страна од цифрата L, која има вредност 50. Собираме 50 + 2 = 52.

в) LIX = 59 IX има вредност 9 и е на десната страна од цифрата L, која има вредност 50. Собираме 50 + 9 = 59.

г) CIV = 104 IV има вредност 4 и е на десната страна од цифрата C, која има вредност 100. Собираме 100 + 4 = 104.

2. Запиши ги со арапски цифри броевите:

а) DCCCXXXVII б) MDXCIV в) MCMXXXVII г) MCMVIII

д) DCCVII ѓ) MCMLXXIV е) MMXV

3. Истражи каде се користат римските цифри.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Напиши ги со римски цифри броевите:

а) 6 б) 12 в) 25 г) 179 д) 646 ѓ) 1566 е) 3241

2. Напиши ги со арапски цифри броевите:

а) IVб) XVIII в) XXXVII г) XLIX д) LXXVIII ѓ) DLXIII е) CCC

3. Напиши ги следните броеви со арапски и со римски цифри:

а) деведесет и пет

б) двесте триесет и четири

в) илјада шестотини шеесет и шест

***4.** Дадени се изрази запишани со римски броеви. Премести само едно кибритче за да бидат точни изразите.

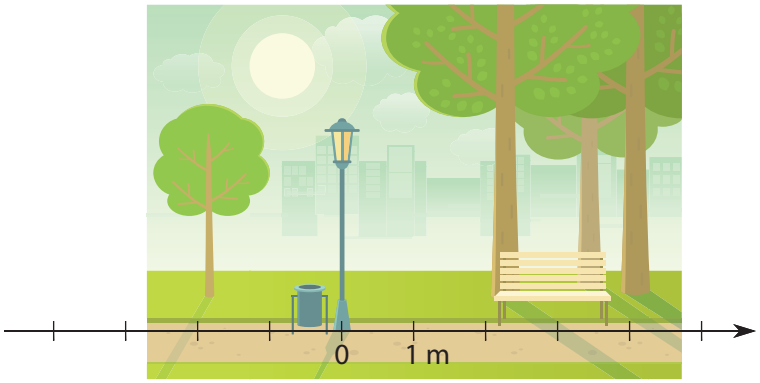
а)

б)

МНОЖЕСТВО ЦЕЛИ БРОЕВИ

Воведна активност

На растојание од 2 метра од уличната светилка треба да се постави клупа.



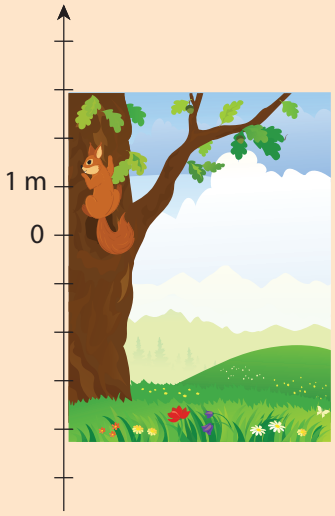
1. Дали знаеш каде точно да ја поставиш клупата?
2. Дали согледа дека клупата може да се постави лево или десно од светилката, а да биде на растојание 2m од неа?

За да биде јасен одговорот, треба да знаеме на која страна од уличната светилка треба да се постави клупата. Еден одговор е дека клупата ќе биде поставена 2 m лево од уличната светилка. Друг одговор е дека клупата ќе биде поставена 2 m десно од уличната светилка.

Ако уличната светилка замислиме дека одговара на бројот 0 на бројната права, тогаш налево од неа е негативната насока, а надесно од неа е позитивна насока.

Пример 1. Верверицата излегла од својот дом во дрвото и почнала да се шета нагоре – надолу по стеблото на дрвото.

1. Каде се наоѓа верверицата, ако таа се одалечила 3 m од својот дом?
2. Колку одговори можеш да дадеш на прашањето 1?

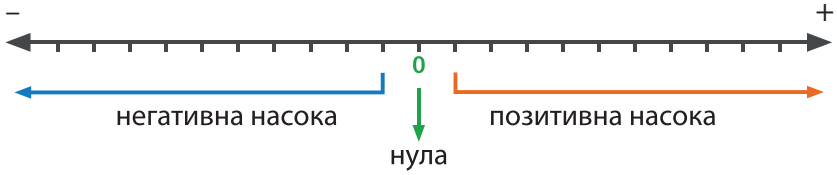


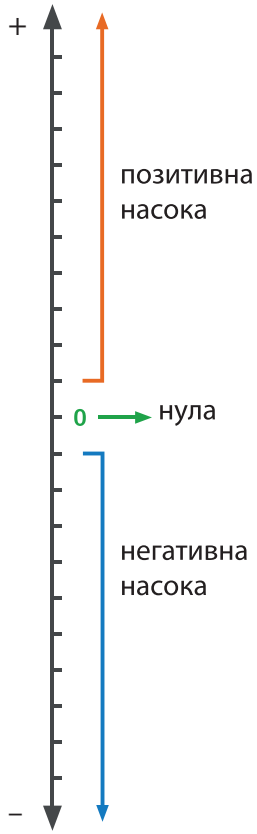
За да определиме каде е верверицата во однос на нејзиниот дом треба да знаеме дали таа се движела нагоре или надолу од домот.

Ако домот на верверицата го замислиме дека одговара на бројот 0 на бројната права, тогаш нагоре е позитивна, а надолу е негативна насока.

Позитивната насока е надесно и нагоре и се означува со „+“.

Негативната насока е налево и надолу и се означува со „–“.





3. Нацртај хоризонтална права и на неа обележи точка O. Потоа, на правата означи точки M, N и P, така што:

а) точката M е лево од O на 4 cm

б) точката N е десно од O на 5 cm

в) точката P е лево од точката O на 6 cm

4. Нацртај вертикална права и на неа обележи точка O. Потоа, на правата означи точки S и L, така што:

а) точката S е горе од O на 3 cm

б) точката L е долу од O на 1 cm

Пример 2. Температурата на воздухот во понеделник била 11° C, а во вторник 6° C. Во текот на ноќта температурата се намалила за 9 °C. Колку била температурата преку ноќта?

понеделник:

На термометарот означуваме температура 11° C

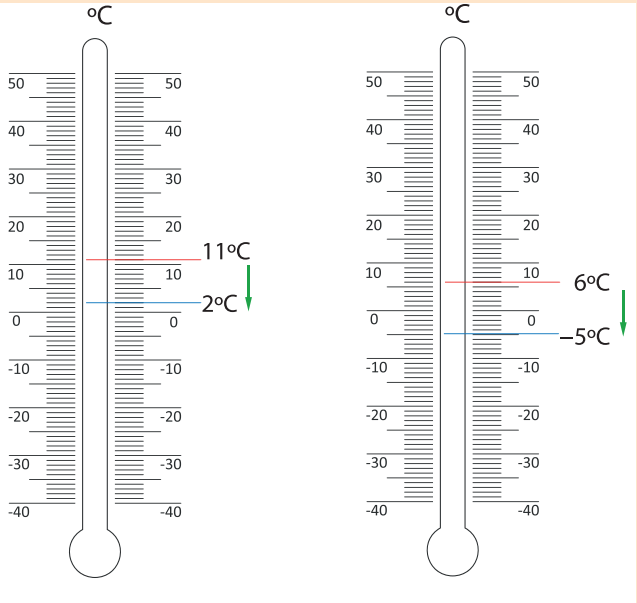
Се намалила за 9 °C преку ноќта и ќе биде 2° C над нулата. Запишуваме +2° C.

вторник:

На термометарот означуваме температура 6° C.

Се намалила за 9 °C преку ноќта и ќе биде 5° C под нулата.

Запишуваме –5° C.



Температурите што се „над нулата" се означени со позитивни броеви.

На пример: +2, +4, +9, +10.

Температурите што се „под нулата" се означени со негативни броеви.

На пример: –3, –5, –7, –9.

Природните броеви 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,... се позитивни цели броеви и нив ги запишуваме кога пред бројот ставиме знак „+", но можеме да ги запишуваме и без тој знак.

Множеството на позитивни цели броеви {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,... } се означува со Z^{+}.

Множеството на негативни цели броеви {... –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1} се означува со Z^{-}.

Бројот 0 не е ниту позитивен ниту негативен цел број. Записот +0 и –0 означува ист број, бројот 0.

Множеството од позитивни цели броеви, нулата и негативните цели броеви се вика **множество цели броеви**. Ознака за множеството на цели броеви е **Z**.

Множеството цели броеви табеларно го запишуваме
$Z = \{... -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...\}$

5. Кои од следниве тврдења се точни, а кои се неточни?

а) $84 \in N$ б) $-4 \in Z$ в) $0 \in N$ г) $\frac{1}{5} \in Z$

д) $-7 \in N$ ѓ) $0 \in N_0$ е) $-12 \in Z^{-}$ ж) $-\frac{1}{4} \in Z^{-}$

Пример 3: Напиши го секое тврдење со цел број.

а) Јован извадил 1000 денари од својата сметка.
Затоа што Јован извадил пари од сметката, бројот ќе биде –1000.

б) Во својата колекција со сликички Хана додала уште 12 сликички.
Затоа што Хана додала сликички, бројот ќе биде +12.

в) Лејла имала 3 боички и сите ги изгубила.
Лејла ги изгубила боичките, значи бројот е –3.

г) Татко му на Ненад добил казна од 300 денари бидејќи не ја платил сметката навреме.
Затоа што се плаќа казна бројот ќе биде –300.

5. Напиши го секој исказ со цел број.

а) Сметката за струја се зголемила за 2200 денари.

б) Ада изгубила 15 поени на тестот по математика.

в) При транспортот се искршиле 45 шишиња сок.

г) Температурата падна за 13 Целзиусови степени.

ЗАЕМЕН ОДНОС МЕЃУ МНОЖЕСТВАТА ПРИРОДНИ И ЦЕЛИ БРОЕВИ

Пример 4. Каков е заемниот однос на множествата N и Z^+?

Да ги запишеме табеларно двете множества:

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...\}$ $Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...\}$

Забележуваме дека елементите од N се и елементи од Z^+ и обратно, елементите од Z^+ се и елементи од N.

Множествата N и Z^+ се еднакви, односно $N = Z^+$.

6. Прецртај ја табелата во тетратката и пополни ги празните места во табелата.

Множества	Табеларно претставување на множествата	Заемен однос на множествата
N и Z^+	$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...\}$	
$Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...\}$		
N_0 и Z^+		$N \subseteq Z^+$ и $Z^+ \subseteq N$, $Z^+ = N$
Z+ и Z^-		
Z^- и Z		
Z и Z^+		
N и Z		

7. Одреди кои од следните тврдења се точни. а) $-4 \in Z^+$ б) $0 \in Z$ в) $N \subset Z$

г) Множествата на природни и на цели броеви немаат заеднички елементи.

8. Кои од следните тврдења се точни, а кои се неточни. Објасни.

а) Заеднички елемент на Z^+ и Z^- е нулата.

б) Множеството на природни броеви е еднакво со множеството на цели позитивни броеви.

в) Множеството на негативни цели броеви и нулата е еднакво на множеството на цели броеви.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. На правата измери го растојанието во сантиметри од точката O до точките M и N. Каде се наоѓа секоја од точките M и N во однос на точката O?

2. Нацртај вертикална права a и на неа обележи точка O. Потоа на правата a означи ги точките A, B и C ако е познато:

а) точката A е нагоре од точката O на 4 cm.

б) точката B е надолу од точката O на 3 cm.

в) точката C е нагоре од точката O на 6 cm.

3. Одреди кои од следните тврдења се точни:

а) $-7 \in Z^-$ б) $0 \in Z^+$ в) $5 \in Z$ г) $\frac{1}{4} \in Z$

4. Дали се точни тврдењата? Објасни го твојот одговор.

а) Секој природен број е цел број.

б) Секој цел број е природен број.

в) Некои цели броеви се природни броеви.

5. Од множеството M = {–7, 9, 1, 0, –4, 5, –2} напиши го вистинското подмножество од:

а) негативни цели броеви б) природни броеви

6. Објасни го твојот одговор.

а) Дали може еден цел број да биде истовремено и позитивен и негативен?

б) А ниту позитивен, ниту негативен?

***7.** Нека P = {–4, –1, 0, 4, +5, 10}. Напиши ги табеларно множествата:

а) $C = \{x \mid x \in P \text{ и } x \in N\}$ б) $D = \{x \mid x \in P \text{ и } x \in Z\}$

в) $K = \{x \mid x \in P \text{ и } x \in Z^+\}$ г) $S = \{x \mid x \in P \text{ и } x \in Z^-\}$

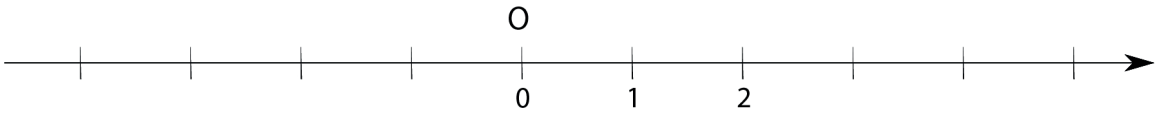
Објасни ја врската меѓу множествата P, C, D, K и S.

ЦЕЛИ БРОЕВИ НА БРОЈНА ПРАВА

Воведна активност

Прецртај ја бројната права во тетратка. На правата:

1. Означи точка M што е 4 мерни единици десно од нулата.
2. Означи точка N што е 3 мерни единици лево од нулата.
3. Означи точка S што е 2 мерни единици десно од нулата.

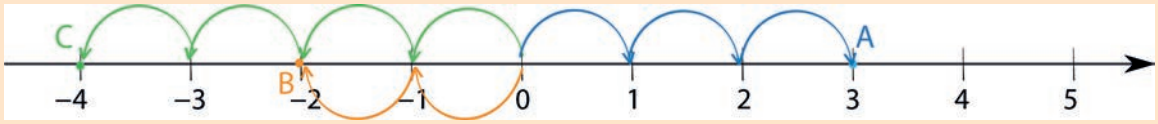


Какви ќе бидат координатите на точките лево од нулата?

За определување на положбата на дадена точка по однос на точката O не е доволно да се знае само нејзиното растојание од точката O. Потребно е да се знае и на која страна од точката O се наоѓа точката.

На бројната права десно од нулата ги претставуваме позитивните броеви, а лево од нулата ги претставуваме негативните броеви.

Пример 1. Претстави ги на бројна права точките: A(3), B(–2) и C(–4).

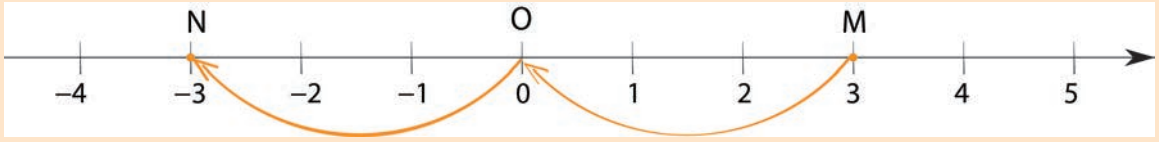


При претставувањето на броевите на бројната права секогаш почнуваме да броиме од нулата: надесно за позитивните броеви, налево за негативните броеви.

Бројот x што одговара на една точка A на бројната права се нарекува координата на таа точка и се означува A(x).

Затоа, бројната права уште ја викаме координатна оска, а точката O е координатен почеток.

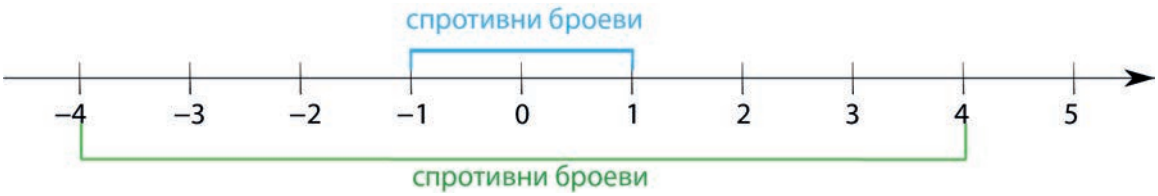
Пример 2. Дадени се точките M (+3) и N (–3) на бројната права. Какви се растојанијата на точките M и N во однос на координатниот почеток O?



Точките се оддалечени по 3 мерни единици од нулата.

Тие се еднакво оддалечени од нулата, но во различни насоки.

Броевите што се на еднакво растојание, но на различни насоки од нулата на бројната права се нарекуваат **спротивни броеви**.



Броевите +3 и –3 во примерот 2 се викаат спротивни броеви.

Бројот +3 е спротивен број на бројот –3, а –3 е спротивен број на бројот 3.

Според тоа, броевите –3 и 3 се пар на спротивни броеви.

Спротивни броеви се вика секој пар броеви, кои на бројната права се претставени со точки што се симетрични во однос на нулата.

Спротивниот број на кој било број *a* го означуваме со –*a*.

1. Колку спротивни броеви има секој број?
Кој е спротивен број на нулата?

Нулата нема спротивен број

Пример 3.

а) Ако $a = -9$, тогаш колку е $-a$?

Записот $-(-9)$ означува број што е спротивен на бројот -9. Затоа што спротивен број на -9 е $+9$, затоа е $-(-9) = 9$.

б) Ако $a = +11$, тогаш колку е $-a$?

Записот $-(+11)$ означува број што е спротивен на бројот $+11$. Затоа што спротивен број на $+11$ е -11, затоа е $-(+11) = -11$.

2. Одреди го бројот $-a$ за секој $a \in \{-2, 0, +7, -11, -16, +8\}$.

3. Препиши ја и дополни ја табелата.

x	14	–8		80		–120
–x			22		–65	

За секој број a

$-(-a) = +a$

$-(+a) = -a$

$+(-a) = -a$

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. На бројна права претстави ги точките A(2), B(–3), C(6), D(–2), M(–7), N(8).

2. На бројна права претстави ги бараните точки.

а) точка S што е 5 мерни единици десно од (–3)

б) точка M што е 4 мерни единици лево од 8

в) точка L што е 2 мерни единици десно од –6

г) точка K што е 6 мерни единици десно од –11

На бројната права одреди соодветна големина на отсечка.

3. Претстави ги на бројна права дадените броеви.

а) 4500, 4800, –4200, –3900 б) –2050, –2000, 2100, 2500

в) –8250, –8000, –7500, –7750 в) –1500, –500, 1000, 2000

***4.** Претстави ги на бројна права, спротивните броеви на дадените.

а) 520, 480, –100, –120 б) –5500, –6000, 3500, 3000

в) –3100, –4200, –2800, –2100 в) –900, –1900, 2000, 2200

СПОРЕДУВАЊЕ И ПОДРЕДУВАЊЕ ЦЕЛИ БРОЕВИ

Воведна активност

Спореди ги броевите:

а) 4268 и 4682 б) 6210 и 1260 в) 5055 и 5505 г) 9010 и 9010

Објасни ги одговорите.

1. Како ги споредуваш броевите?

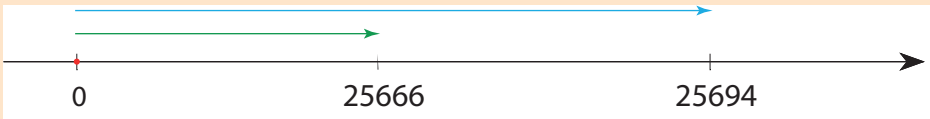
2. Што значи да се споредат два броја?

Да се споредат два броја значи да се одреди кој од тие броеви е помал (или поголем) или тие броеви се еднакви.

За споредување на броевите ги користиме знаците: <, >, =

Пример 1. Спореди ги броевите: а) 25694 и 25666 б) 6541 и 9052

Од два природни броја поголем е бројот што е на поголемо растојание од нулата надесно.



а) 25694 > 25666 б) 6541 < 9052

Од два позитивни цели броја помал е бројот што е поблиску до нулата.

Пример 2. Во Битола и во Скопје се измерени температурите на воздухот во 14 часот. Во Битола температурата изнесувала –7° C, а во Скопје била 3° C?

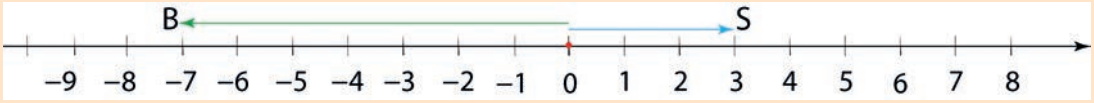
Во кој град е постудено?

Едната температура е над нулата, а другата е под нулата.

Постудено е во Битола, бидејќи температурите под нулата се помали во однос на температурите над нулата.

–7° C < 3° C, односно –7 < 3

Да ги претставиме температурите на бројна права.



Точката B(–7) е лево од точката S(3).

На бројната права помал е бројот што се наоѓа лево во однос на другиот број.

Од позитивен и негативен број помал е негативниот број.

Пример 3. На Пелистер се измерени 23° C под нулата. На Црн Врв се измерени 29° C под нулата. Каде е постудено?

Двете температури се под нулата.

На Пелистер е –23° C, а на Црн Врв е –29° C.

Да ги претставиме температурите на бројна права.

На бројната права броевите се зголемуваат одлево надесно.

Точката C(–29) е лево од точката P(–23). Следува дека –29 < –23.

1. Спореди ги броевите со помош на знаците <, =, >.

а) –3 и –5 б) –8 и 0 в) –2 и 3 г) –9 и –9

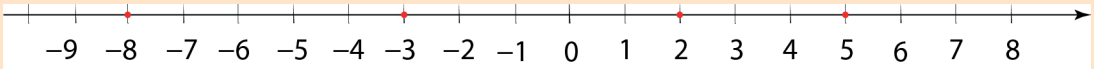
2. Запиши еден број што е помеѓу:

а) –9 и –5 б) –8 и 2 в) –1 и + 1 г) –48 и –59

Пример 4. Подреди ги броевите 2, –8, –3 и 5 во редослед, почнувајќи од:

а) најмалиот број б) најголемиот број

Ќе ги претставиме броевите на бројна оска:



а) Броевите подредени од најмалиот број се: –8, –3, 2, 5

б) Броевите подредени од најголемиот број се: 5, 2, –3, –8

Кога броевите се подредени во редослед, почнувајќи од најголемиот број, велиме дека се подредени во **опаѓачки редослед**.

Кога броевите се подредени во редослед, почнувајќи од најмалиот број, велиме дека се подредени во **растечки редослед**.

3. Подреди ги броевите според барањата.

а) –7, –12, 6, 12, –1, 1 во растечки редослед

б) –17, 19, 0, 6, –1, –11 во опаѓачки редослед

4. Адо, Сара и Нина играат игра во која победува оној што освоил најмалку поени. Во играта, Сара освоила 45 поени, Адо освоил –45 поени и Нина освоила –43 поени. Кој победил во играта?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Спореди ги броевите со помош на знаците <, >, =.

а) –13 и –25 б) –2 и 2 в) –50 и 35 г) –201 и –201

2. Одреди го најголемиот број од броевите.

а) –89, 10, –66, –14 б) –93, –37, –4, –78 в) 46, –29, –61, 64

3. Одреди го најмалиот број од броевите:

а) 92, 57, –40, –32 б) –42, 20, 45, –53 в) –18, 45, –1, 23

4. Подреди ги броевите броеви според барањата.

а) –3, 11, 15, –7, 18, –5 во растечки редослед

б) 15, –9, 4, –1, 19, 13 во опаѓачки редослед

в) –6, –17, 20, –16, –20 во растечки редослед

г) 18, –16, 15, –4, 5, 20 во опаѓачки редослед

***5.** Другарите Али, Тино, Сања и Бојана отишле на нуркање. Али нуркал на длабочина од 3 метри. Тино нуркал на длабочина од 5 метри. Сања нурнала на 365 cm под површината на водата и Бојана нурнала на 243 cm во длабочина.

а) Запиши ги длабочините со цели броеви во иста мерна единица.

б) Кој од другарите бил најблиску до површината на водата, а кој најдалеку?

НИЗИ ОД ЦЕЛИ БРОЕВИ

Воведна активност

Разгледај ги низите од природни броеви и за секоја од нив допиши уште три члена.

а) 220, 230, 240, 250, 260, ... б) 890, 790, 690, 590, 490, ...

1. Како ги одреди трите члена во секоја низа?

2. Објасни го правилото со кое ги пресмета новите членови во низите?

Елементите на низата се наречени членови на таа низа.

Кај бројните низи, членови на низата се броеви и низата може да биде растечка или опаѓачка.

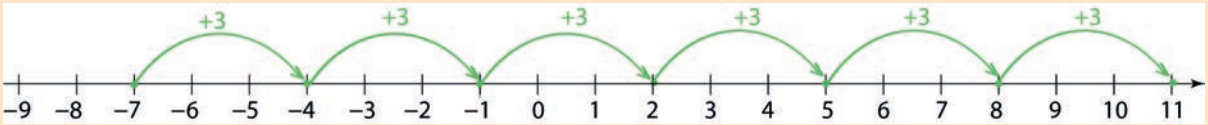
Броеви, форми или предмети подредени според некое правило формираат **низа**.

Пример 1. Дадени се низите. Одреди го правилото за следен член и напиши ги следните три члена.

а) –7, –4, –1, 2, ... б) 4, 2, 0, –2, ...

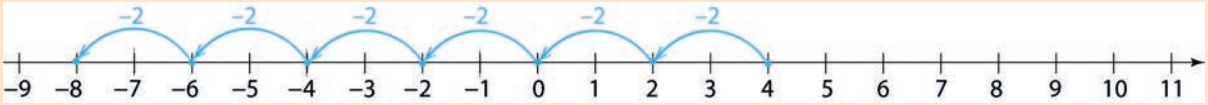
За да го откриме правилото можеме да ја користиме бројната оска.

а)



Од бројот –7 за да дојдеме до бројот –4 правиме три чекори надесно. Броиме со чекор 3 надесно. Со истиот чекор, од –4 доаѓаме до бројот –1, потоа до 2. Следниот број е 5, па 8 и 11.

б)



Од бројот 4 за да дојдеме до бројот 2 правиме два чекора налево. Броиме со чекор 2 налево. Со истиот чекор од 2 доаѓаме до бројот 0, потоа до –2. Следниот број е –4, па –6 и –8..

2. Препиши ги дадените низи и запиши ги следните пет члена. Објасни го правилото за следен член на секоја низа. Како помош, користи бројна права.

а) –1, –3, –5, –7, ... б) 5, 0, –5, –10, ... в) 11, 5, –1, –7, ...

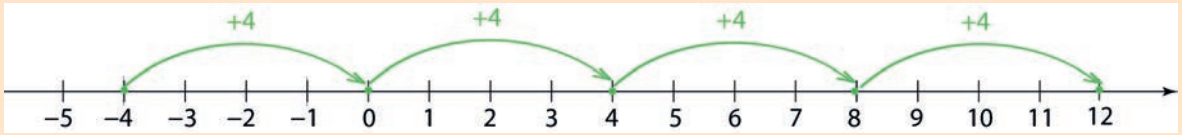
Пример 2. Во низите одреди ги членовите што недостигаат. Објасни го правилото за следен член на секоја низа.

а) –4, 0, ?, ?, 12, ... б) ?, –2, –5, ?, ...

Два члена во една низа што се еден до друг се соседни членови на таа низа.

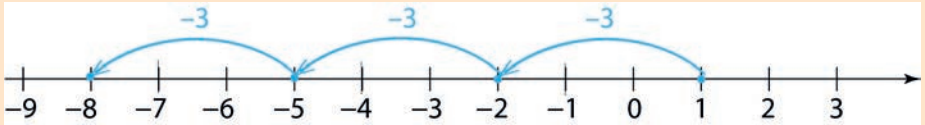
Како помош ќе користиме бројна права.
Ќе го одредиме растојанието помеѓу два соседни члена на оската.

а) Соседни членови во низата се –4 и 0.
Растојанието помеѓу нив е 4, а насоката е надесно. Значи, чекорот е 4 надесно.



Непознатите членови се 4 и 8.

б) Соседни членови во низата се –2 и –5.
Растојанието помеѓу нив е 3, а насоката е налево. Значи, чекорот е 3 налево.



За да го добиеме првиот член броиме налево со чекор 3, а за да го добиеме четвртиот член броиме надесно со чекор 3.

Непознатите членови се –8 и 1.

3. Во низите одреди ги членовите што недостигаат. Објасни го правилото за следен член на секоја низа. Како помош, користи бројна праваа.

а) –24, –28, ?, ?, ? б) –28, ? , –22, –19, ?, ?

4. Дополни ги дадените низи со членовите што несостасуваат. Потоа, запиши ги спротивните броеви на секој член од низата и одреди во каков редослед е новата низа: растечки или опаѓачки.

а) 609, ?, 627, 636, ?, 654, 663, 672 б) 5689, 6689, 7689, ?, ?, ?, ?, ?

в) 2102, 2002, 1902, 1802, ?, ?, ?, ? г) –5075, –5025, –4975, ?, ?, –4825, ?, ?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Открај го правилото на низите и допиши 3 члена во секоја низа.

а) –11, –8, –5, –2, 0, 3, 6, ... б) ..., –3, –1, 1, 3 , 5, 7

в) –9, –5, –1, 3, 7, 11, ... г) ..., –17, –14, –11, –8

***2.** Напиши низа од 4 броја така што ќе броиш на бројната оска со чекор:

а) 2 надесно почнувајќи од –1 б) 3 налево, почнувајќи од 28.

в) 4 налево, почнувајќи од –8 г) 5 надесно, почнувајќи од 5

***3.** Дадени се првиот член и правилото на низата. Запиши ги следните шест члена на низата:

а) прв член 8, правило „3 единици налево и 1 единица надесно“

б) прв член –4, правило „1 единица надесно и 3 единици налево“

в) прв член –40, правило „10 единици надесно и 20 единици налево

***4.** Како се вика процесот при кој водата ја менува агрегатната состојба од мраз во течност? За да го откриеш одговорот треба да го пронајдеш правилото на секоја низа и да ја запишеш буквата што одговара на тоа правило на соодветното место. Како помош користи ја бројната оска.

1) –8, 12, 32, 52, ... 2) 11, 5, –1, –7, ... 3) –9, 1, 11, 21, ...

4) 2, 14, 26, 38, ... 5) 33, 13, –7, –27, ... 6) 2, –6, –14, –22, ...

правило	буква
број 8 налево	Е
број 10 надесно	П
број 12 надесно	Е
број 20 надесно	Т
број 20 налево	Ѣ
број 6 налево	О

одговор					
1)	2)	3)	4)	5)	6)

НИЗИ ОД ДРОПКИ

Воведна активност

Избери различни почетни броеви за да составиш низи во кои важи правилото „додај 5“.
Одреди дали може да се состави низа во која правилото е „додај 5“ и притоа членовите на низата:

а) да бидат сите содржатели на 5

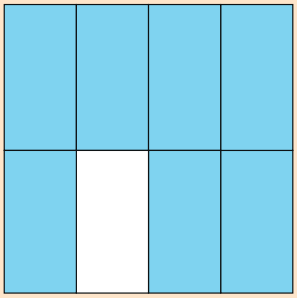
б) да бидат сите содржатели на 10

в) да бидат сите непарни броеви

г) да ги содржат броевите 24 и 39

д) да не се цели броеви

Пример 1. На колку еднакви делови е поделен правоаголникот даден на цртежот. Колкав е обоениот дел?



Правоаголникот е поделен на 8 еднакви дела, односно на осум осмини $\frac{8}{8}$.

Обоениот дел е составен од 7 еднакви дела.

Според тоа, тој дел е седум осмини од целиот правоаголник, кој претставува една целина (едно цело).

Како дропка запишуваме $\frac{7}{8}$ и ја нарекуваме правилна дропка.

За претставување и запишување на дел од една целина (едно цело) користиме правилна дропка.

Правилна дропка е записот $\frac{a}{b}$, каде што a и b се природни броеви за кои е точно $a < b$.

Броител – покажува колку делови се разгледуваат од целото.

дробна црта – покажува делење.

$$\frac{a}{b}$$

Именител – покажува на колку еднакви делови е разделено целото.

1. Следните форми прецртај ги во твојата тетратка и прикажи ги запишаните дропки.

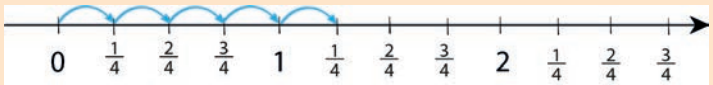
а) $\frac{7}{12}$ б) $\frac{5}{8}$ в) $\frac{3}{7}$

Пример 2. Вера и Илир добиле задача да бројат нанапред за $\frac{1}{4}$.

Вера нацртала круг, го поделила на четири еднакви дела и обоила една четвртина. Постапката на броење ја продолжила како на дадените цртежи.

$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$

Илир нацртал бројна права и ја користел за броење нанапред во чекор од $\frac{1}{4}$.



Вера и Илир продолжиле да бројат за $\frac{1}{4}$ и двајцата ја добиле низата: $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}, \frac{9}{4}, \frac{10}{4}, \frac{11}{4}, \frac{12}{4}, \frac{13}{4}, \ldots$

Пример 3. Разгледај ги дропките $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}, \frac{9}{4}, \frac{10}{4}, \frac{11}{4}, \frac{12}{4}, \frac{13}{4}, \ldots$ Што можеш да забележиш?

Знаејќи дека дробната црта значи делење, од дропките $\frac{4}{4}, \frac{8}{4}, \frac{12}{4}, \frac{16}{4}, \frac{20}{4}$ може да се забележи дека именителот е делител на броителот и при делење се добиваат броевите 1, 2, 3, 4, 5, ...

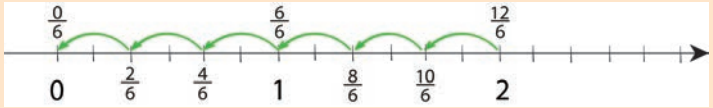
Исто така, секој природен број може да се запише како дропка со именител 1, на пример: $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{5}{1}, \frac{6}{1}, \frac{7}{1}, \frac{8}{1}, \frac{9}{1}, \ldots$ Овие дропки ги нарекуваме привидни дропки.

2. Запиши пет дропки, така што именителот на секоја дропка е делител на броителот.

3. Број со чекор $\frac{1}{3}$, почнувајќи од $\frac{1}{3}$.
Запиши ги првите 15 члена од низата.
Од членовите на низата издвој ги привидните дропки.

Записот $\frac{a}{b}$, каде што a и b се природни броеви такви што b е делител на a, се нарекува привидна дропка

Пример 4. Број наназад со чекор $\frac{2}{6}$, почнувајќи од 2.



Од 0 до 1 има шест шестини $\frac{6}{6}$, а од 1 до 2 има уште шест шестини $\frac{6}{6}$.

Почнуваме да броиме од 2, односно од $\frac{12}{6}$ наназад по чекор $\frac{2}{6}$.

Добиваме $\frac{12}{6}, \frac{10}{6}, \frac{8}{6}, \frac{6}{6}, \frac{4}{6}, \frac{2}{6}, \frac{0}{6}$.

Што забележуваш кај дропките $\frac{10}{6}, \frac{8}{6}$?

Кај овие дропки броителот е поголем од именителот.

Записот $\frac{a}{b}$, каде што a и b се природни броеви за кои $a > b$ се нарекува **неправилна дропка**.

Со дропките $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}, \ldots$ е запишан бројот 0.

Именителот на секоја дропка секогаш е природен број, односно број различен од 0.

4. Број наназад со чекор $\frac{1}{5}$, почнувајќи од 3. Потоа, број наназад со чекор $\frac{2}{10}$, почнувајќи од 3. Што воочуваш? Објасни го твојот одговор.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Бројот 1 запиши го како дропка со именител 11.

2. Одреди го природниот број x за кој $\frac{17}{x} = 1$.

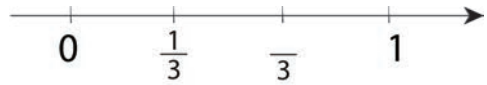
3. Број со чекор $\frac{1}{5}$, почнувајќи од $\frac{2}{5}$. Запиши ги првите 10 члена од низата.

4. Дополни ги низите.

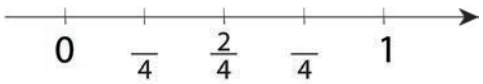
а) $\frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$, ?, ?, ?, ? б) ?, 1, $\frac{3}{2}, \frac{4}{2}$, ?, ?, ? в) ?, $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}$, ?, ?, ?

5. Пополни ги празните места во дропките на бројните прави.

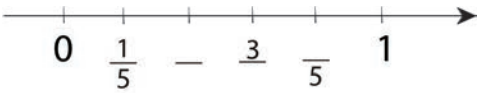
а)



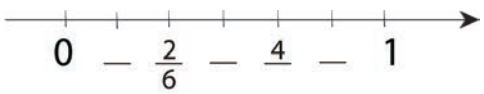
б)



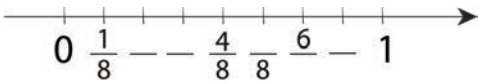
в)



г)



д)



***6.** Ана брои нанапред со чекор $\frac{1}{3}$, почнувајќи од $\frac{2}{3}$. Алмир почнува од 21 и брои наназад со чекор 3. Кој од нив прв ќе стигне до бројот 3?

***7.** Дадено е множеството $A = \{\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{5}, \frac{12}{4}, \frac{13}{102}, \frac{24}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{8}\}$. Запиши ги множествата:

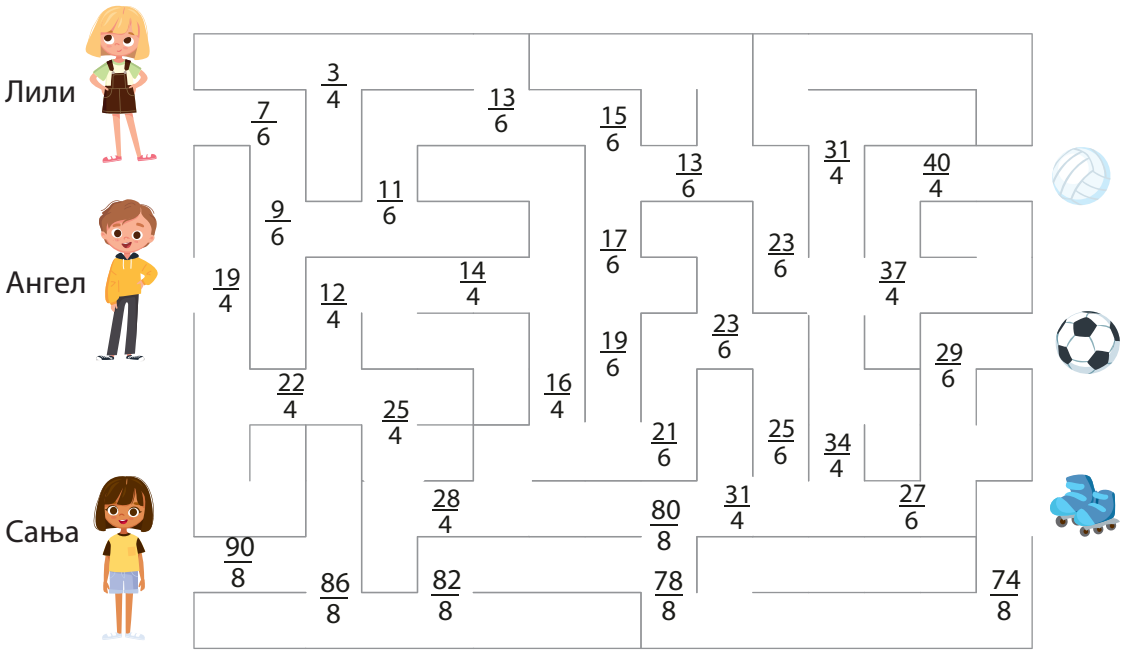
а) $B = \{x \mid x \in A$ и x е привидна дропка$\}$

б) $C = \{x \mid x \in A$ и x е правилна дропка$\}$

в) $D = \{x \mid x \in A$ и x е неправилна дропка$\}$

г) Дали има елементи што се елементи во повеќе од едно од множествата B, C или D? Ако има, објасни зошто тие дропки припаѓаат и во двете множества?

***8.** Лили, Ангел и Сања имаат омилен спорт: фудбал, возење ролери и одбојка. Поврзи ги членовите на трите низи од дропки за да откриеш кои се омилените спортови на децата.



ЗАПИШУВАЊЕ НЕПРАВИЛНА ДРОПКА КАКО МЕШАН БРОЈ И ОБРАТНО

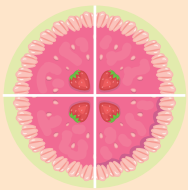
Воведна активност

Со броевите 3, 4, 5 и 7 запиши го табеларно множеството на сите неправилни дропки.

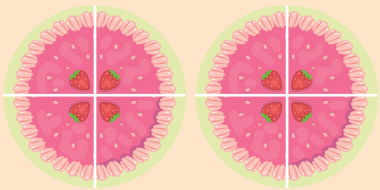
Пример 1. Од множеството на неправилни дроки што ги запиша од броевите 3, 4, 5 и 7, ќе ја разгледаме дропката $\frac{7}{4}$.

Во множеството на природни броеви 7 не е делив со 4.

1 цело има $\frac{4}{4}$

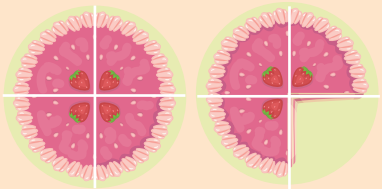


2 цели имаат $\frac{8}{4}$, а тоа е повеќе од $\frac{7}{4}$



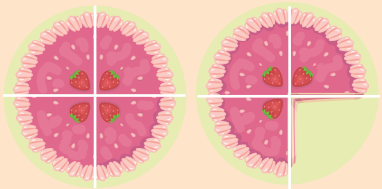
$\frac{7}{4}$ има 1 цело и три четвртини и запишуваме $1\frac{3}{4}$. Значи, $\frac{7}{4}$ е еднакво на $1\frac{3}{4}$.

$\frac{7}{4}$

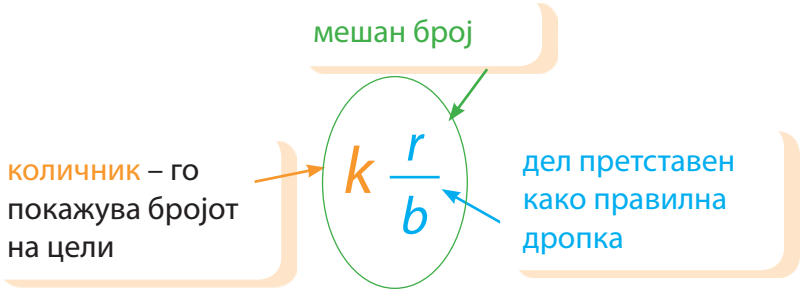


=

$1\frac{3}{4}$



Записот на неправилната дропка $\frac{a}{b}$ како $k\frac{r}{b}$ се нарекува **мешан број**.



Пример 2. Дропката $\frac{103}{4}$ запиши ја како мешан број.

Дробната црта значи делење, па ако 103 го поделиме со 4 имаме:

$$\begin{array}{l} 103 : 4 = 25 \\ \underline{-4} \\ \quad 23 \\ \underline{-20} \\ \quad\ 3 \end{array}$$

Количникот е 25, а остатокот е 3.

Неправилната дропка $\frac{103}{4}$ може да се запише како $25\frac{3}{4}$ и читаме: 25 цели и три четвртини.

Значи, $\frac{103}{4} = 25\frac{3}{4}$

Да се потсетиме, операцијата делење за да биде секогаш изводлива во множеството на природни броеви, множеството природни броеви го проширивме со нови броеви – дропки.

На пример количникот 3 : 4 запишан со дробна црта е $\frac{3}{4}$, па велиме дека $3 : 4 = \frac{3}{4}$.

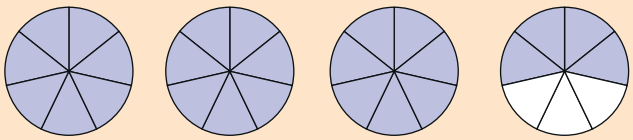
Во множеството на дропки опфатени се и природните броеви, бидејќи секој природен број може да се претстави како дропка со именител 1.

Секој број запишан во вид на дропка $\frac{a}{b}$, каде што $a, b \in \mathrm{N}$ се вика **рационален број**, односно позитивен разционален број.

1. Неправилните дропки $\frac{7}{4}$, $\frac{12}{5}$ и $\frac{120}{13}$ запиши ги како мешан број. Објасни го начинот на кој секоја дропка ја запиша како мешан број.

2. Неправилните дропки $\frac{2471}{9}$, $\frac{327}{11}$, $\frac{1473}{19}$, $\frac{97}{5}$ и $\frac{55}{2}$ запиши ги како мешан број. Објасни го начинот на кој секоја дропка ја запиша како мешан број.

Пример 3. Мешаниот број $3\frac{4}{7}$ запиши го како неправилна дропка.



$3\frac{4}{7}$ има 21 + 4 = 25 седмини.

Мешаниот број $3\frac{4}{7}$ запишан како неправилна дропка е $\frac{25}{7}$, односно $3\frac{4}{7} = \frac{25}{7}$,

Запишувањето на мешаниот број $3\frac{4}{7}$ како неправилна дропка можеш да го направиш и на овој начин:

$$3\frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 4}{7} = \frac{25}{7}$$

3. Мешаните броеви $1\frac{9}{10}$, $7\frac{3}{4}$, $12\frac{1}{4}$, и $3\frac{1}{3}$ напиши ги како неправилни дропки.

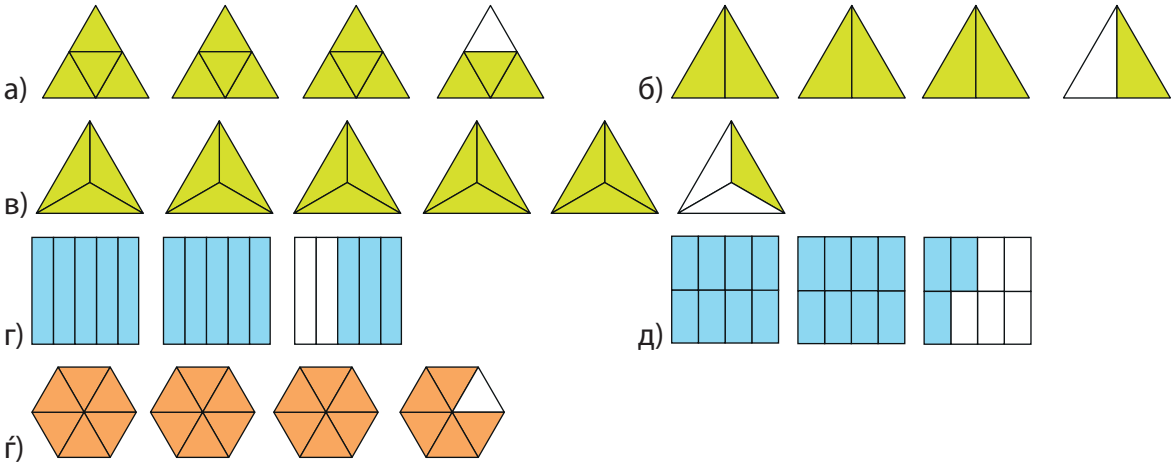
4. Одреди го x од равенките:

а) $\frac{22}{6} = x\frac{4}{6}$ б) $\frac{x}{11} = 5\frac{3}{11}$ в) $\frac{225}{12} = 18\frac{x}{12}$

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Објасни со цртеж зошто а) $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$ б) $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

2. Дропките претставени со цртеж, запиши ги со неправилна дропка и со мешан број.



3. Дропките $\frac{53}{7}$, $\frac{17}{3}$ и $\frac{46}{9}$ запиши ги како мешани броеви.

4. Мешаните броеви $5\frac{8}{9}$, $9\frac{4}{5}$ и $12\frac{5}{6}$ запиши ги како неправилни дропки.

5. Пет пици се пресечени така што секоја од нив е поделена на четири еднакви парчиња. Теодора земала 2 такви парчиња, а преостанатите парчиња еднакво ги поделила на другарите Иво, Хамза и Сузана.

а) Колкав дел добил секој од нив?

б) Претстави ги деловите што секој од другарите на Теодора ги земал, со цртеж, со неправилна дропка и со мешан број.

6. Одреди го x од равенките:

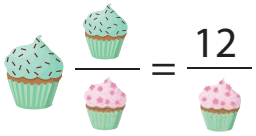
а) $\frac{15}{7} = x\frac{1}{7}$ б) $\frac{x}{12} = 4\frac{4}{12}$ в) $\frac{308}{13} = 23\frac{x}{13}$

***7.** Препиши, потоа дополни за да бидат точни записите.

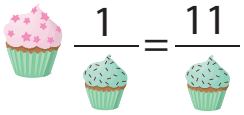
а) $5\frac{4}{11} = \frac{? \cdot ? + ?}{11}$ б) $?\frac{?}{?} = \frac{4 \cdot 8 + 2}{?}$ в) $?\frac{7}{9} = \frac{3 \cdot ? + ?}{?}$

***8.** Кои природни броеви можат да бидат именител на дропките $\frac{6}{b}$ и $\frac{9}{b}$, така што дропката $\frac{6}{b}$ да биде правилна дропка, а дропката $\frac{9}{b}$ да биде неправилна или привидна.

***9.** На сликите се прикажани записи на неправилни дропки и мешани броеви. Секоја слика одговара само на една цифра. Исти слики одговараат на еднакви цифри. Одгатни и напиши ги цифрите за секоја слика. Двата записи за поврзани.



и



МЕСНА ВРЕДНОСТ НА ЦИФРИ ВО ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ

Воведна активност

1. Колку е $\frac{1}{100}$ од 1 kg?

2. Колку е $\frac{1}{10}$ од 1 dm?

Пример 1. Колкав дел е:

а) Еден метар од еден километар?

1 km = 1000 m , $\frac{1}{1000}$ од 1000 m е 1 m.

б) Еден сантиметар од еден метар?

1 m = 100 cm, $\frac{1}{100}$ од 100 cm е 1 cm.

в) Еден дециметар од метар?

1 m = 10 dm, $\frac{1}{10}$ од 10 dm е 1 dm.

Во примерот се дадени дропки со именител 10, 100, 1000, 10000...

Броевите 10, 100, 1000, 10000... се нарекуваат десетични единици.

Дропките чии именители се десетични единици се викаат **децимални дропки**.

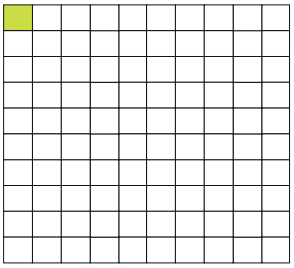
Децималните дропки $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ и $\frac{1}{1000}$ ги запишуваме како децимални броеви 0,1; 0,01 и 0,001 соодветно.

$$\frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad \frac{1}{100} = 0{,}01 \qquad \frac{1}{1000} = 0{,}001$$

Кај децималниот број 0,01 нулата по запирката значи дека нема десетинки, а кај децималниот број 0,001 нулите по запирката значат дека има нула десетинки и нула стотинки.

$\frac{1}{10} = 0{,}1$

$\frac{1}{100} = 0{,}01$

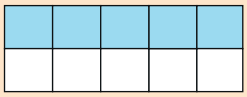


Пример 2. Децималните броеви запиши ги како децимални дропки.

а) 0,5 б) 0,07 в) 0,25

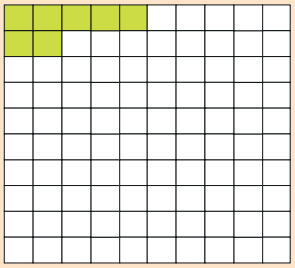
а) Децималниот број 0,5 го читаме: пет десетинки и запишуваме како децимална дропка $\frac{5}{10}$. Значи, $0{,}5 = \frac{5}{10}$.

Заклучуваме дека $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.



б) Децималниот број 0,07 го читаме: седум стотинки и запишуваме како децимална дропка $\frac{7}{100}$.

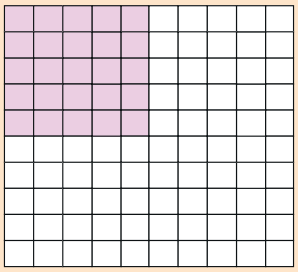
Значи, $0{,}07 = \frac{7}{100}$.



в) Децималниот број 0,25 го читаме: дваесет и пет стотинки и запишуваме како децимална дропка $\frac{25}{100}$.

Значи, $0{,}25 = \frac{25}{100}$.

Заклучуваме дека $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.



1. Децималните броеви 0,05; 0,6 и 0,20 запиши ги како децимални дропки.

Пример 3. Запиши ги дропките како децимални броеви.

а) $\frac{31}{10}$ б) $\frac{307}{100}$

а) Дропката $\frac{31}{10}$ е неправилна дропка и може да се запише како мешан број $3\frac{1}{10}$.

Читаме: 3 цели и една десеттина. Запишуваме како децимален број 3,1.

б) Дропката $\frac{307}{100}$ е неправилна дропка и може да се запише како мешан број $3\frac{7}{100}$.

Читаме: 3 цели и седум стотинки.

Запишуваме како децимален број 3,07.
Нулата по запирката значи дека нема десетинки.

2. Користи табела на месни вредности како дадената за да ги запишеш броевите.

а) 15 цели и 4 десеттинки б) 123 цели и 12 стотинки

в) 27 цели и 5 стотинки г) 1234 цели и 9 стотинки

цел дел									,	децимален дел		
класи милиони			класи илјади			класи единици			,	десеттинки	стотинки	илјадити дел
С	Д	Е	С	Д	Е	С	Д	Е	,			
									,			

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди ги броевите што недостигаат за да биде точно равенството:

а) $0{,}13 = \frac{1}{10} + \frac{?}{100}$ б) $3{,}54 = 3 + \frac{?}{100}$ в) $4{,}05 = 4 + \frac{?}{100}$ г) $2{,}9 = 2 + \frac{9}{?}$

2. Запиши ги децималните броеви штои ги читаме:

а) 3 цели и 5 десеттинки б) 9 десеттинки и 6 стотинки

в) 304 цели и 45 стотинки г) 18 цели и 80 стотинки

3. Децималните броеви 2,11; 24,01; 0,13; 91,20; 101,01 запиши ги како децимални дропки.

4. Запиши ги како децимални броеви дропките: $\frac{97}{100}, \frac{6}{10}, \frac{4}{100}, \frac{543}{10}, \frac{255}{10}$.

5. Напиши ги како децимални броеви, збировите:

а) $7 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$ б) $15 + \frac{1}{10} + \frac{9}{100}$ в) $120 + \frac{8}{10} + \frac{3}{100}$

6. Која е месната вредност на подвлечените цифри во броевите:

а) $2{,}0\underline{7}$ б) $51{,}\underline{3}2$ в) $\underline{3}{,}012$ г) $0{,}\underline{9}8$

***7.** Претвори ги броевите во дадената мерна единица:

а) 13 m 4 cm во m б) 2 m 5 dm во m в) 7 cm 4 mm во cm г) 23 dm во m

д) 999 g во kg ѓ) 31 kg 450 g во g е) 7 kg 20 g во kg

***8.** Одгатни ги броевите.

а) • Цифрите на единици и на стотинки се еднакви.
• Цифрата на десетки е најголемиот едноцифрен број.
• Цифрата на десеттинки е трипати помала од цифрата на десетки.
• Цифрата на стотинки е четвртиот непарен едноцифрен број.
• Цифрата на илјадитиот дел е за три помала од цифрата на единици.

б) • Цифрата на десеттинки е збир од цифрите на стотки и десетки.
• Цифрата на десетки е најмалиот едноцифрен природен број.
• Цифрата на единици е најмалиот парен природен број.
• Цифрата на стотинки е четири пати поголема од цифрата на единици.
• Цифрата на стотки е за три помала од цифрата на стотинки.

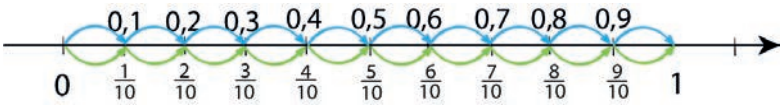
НИЗИ ОД ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ

Воведна активност

Лејла и Весна бројат нанапред за 0,1.

Лејла го напишала бројот 0,1 како децимална дропка $\frac{1}{10}$ и почнала да брои: $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{10}{10}$, ...

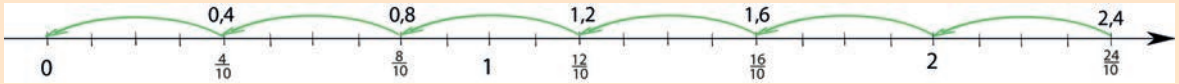
Весна нацртала бројна права како на цртежот и почнала да брои: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1...



Лејла и Весна ги претставиле на иста бројна права децималните дропки и децималните броеви. Броеле со еднаков чекор, но користеле различен запис.

1. Со твоето другарче почнете од 0 и бројте нанапред за 0,5 наизменично и пишувајте ги добиените броеви.

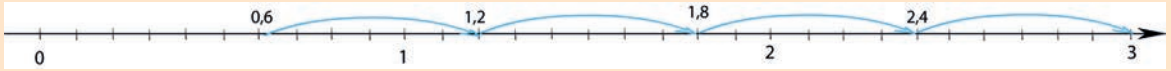
Пример 1. Број наназад од 2,4 во чекор од 0,4.



Ги добивме броевите: 2, 4; 2; 1,6; 1,2; 0,8; 0,4; 0.

2. Број наназад, почнувајќи од 3,3 во чекор од 0,3. Напиши ги во тетратка добиените броеви.

Пример 2. Запиши ги следните три члена од низата: 0,6;1,2; ?; ?; ?



Од цртежот можеме да забележиме дека на секој следен член се додава 0,6.

Третиот член е 1,8. Четвртиот член е 2,4 и петтиот член е 3.

3. Одреди ги непознатите членови во низата: ?; 0,7; 0,9; ?; ?; ?
Кое е правилото за да ги добиеш непознатите членови од низата со децимални броеви?

4. Одреди ги непознатите членови во секоја од низите и објасни како ги најде.

а) 0,5; 1; ?; ?; ? б) 2,2; ?; 2,6; ?; ? в) ?; ?; ?; 2,4; 2,8

г) $\frac{1}{2}$; ?; 1,5; ?; ? д) $\frac{3}{5}$; 0,9; ?; ?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во паралеката еден ученик нека почне да брои во чекор децимален број што тој ќе го избере. Друг го кажува следниот број. Наизменично броите. Излегува од играта – броење тој што ќе згреши. Ја повторувате играта со побрзо броење.

2. Дадена е низата на броеви: 1,2 1,4 1,6, ? , ?, ?. Запиши ги непознатите членови. Објасни го правилото како ги доби непознатите членови на низата.

3. Запиши ги непознатите членови на низата: $1\frac{3}{10}$;1,6;?; ?; ?. Објасни го правилото како ги доби непознатите членови.

4. Запиши ги непознатите членови според дадениот чекор.

а) 0,2; ?; 0,6; 0,8; ?; ?; 1,4 б) 0,3; 0,7; ?; 1,5; ?; 2,3; ?; 3,1

в) 0,7; 1,4; ?; ?; 3,5; ?; 4,9; ? г) 0,9; ?; 2,7; 3,6; ?; ?; ?; 7,2

***5.** Број наназад во чекор по $\frac{5}{25}$, почнувајќи од 4. Добиените броеви напиши ги како низа.

***6.** Број нанапред со чекор $\frac{5}{100}$ и дополни ги низите:

а) 0,05; 0,10; 0,15; 0,20; 0,25; ?; ?; ? б) 1,25; 1,30; 1,35; ?; ?; ?

в) 21,43; 21,48; 21,53; ?; ?; ? г) 2,75; 2,8; ?; ?; ?; 3; 3,05

ЗАОКРУЖУВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ

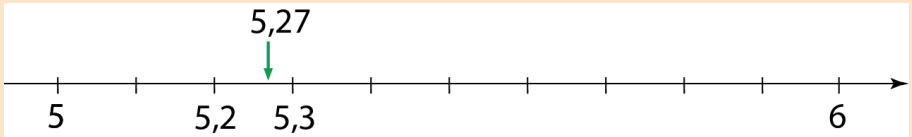
Воведна активност

Ангел треба да купи 48 kg компири. Колку приближно пари треба да земе со себе Ангел, ако 1 kg компири чини 37 денари?

Честопати потребно е некој број да го замениме со друг број што се нарекува приближна вредност на тој број.

Пример 1. Собата на Ана и Марија има форма на правоаголник со ширина 2,3 m и должина 5,27 m. Ана рекла дека дека ќе земат теписон со должина 5,2 m, а Марија рекла дека должината треба да биде 5,3 m. Ана заокружила на помалку, а Марија заокружила на повеќе. Чија приближна вредност на должината е поблиску до точната должина, на Ана или на Марија?

Точната должина на собата е меѓу приближните должини што ги избрале Ана и Марија и запишуваме 5,2 < 5,27 < 5,3.



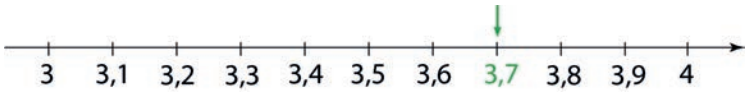
Од цртежот заклучуваме дека приближната вредност на Марија е поблиску до точната вредност бидејќи 5,27 е поблиску до 5,3 отколку до 5,2.

Ако првата отфрлена цифра **е 5 или поголема од 5**, тогаш последната задржана цифра од бројот што го заокружуваме **ја зголемуваме за 1**.

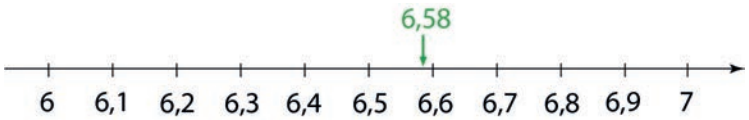
Ова заокружување се вика **заокружување со вишок**.

1. Заокружи ги броевите дадени на бројните прави според барањата.

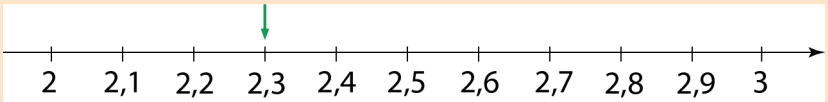
а) Заокружи на цел број.



б) Заокружи на десеттинки.



Пример 2. Во примерот 1, Ана рекла дека ширината на теписонот е приближно 2 m, а Марија рекла дека е приближно 3 m. Провери чија приближна вредност е поблиску до точната ширина. Користи ја дадената бројна права.



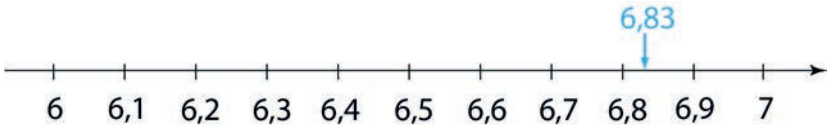
Од цртежот заклучуваме дека приближната вредност на Ана е поблиску до точната вредност, бидејќи 2,3 е поблиску до 2 отколку до 3.

Ако првата отфрлена цифра **е помала од 5**, тогаш другите цифри од бројот што го заокружуваме, ги **оставаме исти**.

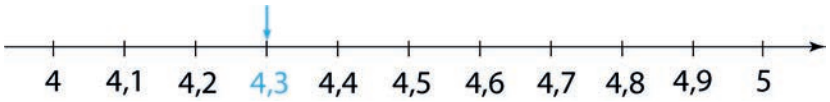
Ова заокружување се вика **заокружување со кусок**.

2. Заокружи ги броевите дадени на бројните прави според барањата.

а) Заокружи на десеттинки.



б) Заокружи на цел број.



3. Заокружи ги броевите на десеттинки.

а) 7,31 б) 13,38 в) 0,78 г) 1,95

4. Броевите заокружи ги на цел број.

а) 28,25 б) 324, 91 в) 15,64 г) $4\frac{1}{5}$

5. Запиши ги дропките $\frac{3}{4}$, $\frac{21}{20}$ и $\frac{3}{25}$ како десетични дропки и заокружи ги на десеттинки.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Препиши ја табелата во твојата тетратка и пополни ја.

Децимални броеви	заокружено на		
	цел број	десеттинки	стотинки
8,348			
7,292			
45,069			
234,475			
67,454			
5,685			

2. Дропките запиши ги како децимални броеви и заокружи на цели. Објасни го начинот на кој ги запиша како децимални броеви.

а) $\frac{4}{10}$ б) $\frac{23}{2}$ в) $\frac{7}{5}$ г) $\frac{20}{25}$ д) $\frac{19}{5}$ ѓ) $\frac{9}{4}$

3. Дропките запиши ги како децимални броеви и заокружи ги на една децимала. Објасни го начинот на кој ги запиша како децимални броеви.

а) $\frac{13}{4}$ б) $\frac{248}{50}$ в) $\frac{34}{20}$ г) $\frac{7}{100}$

4. Дадените броеви заокружи ги според барањата.

а) Заокружи на најблиската десеттинка 0,89; 2,16; 74,03; 9,95;100,85.

б) Заокружи на најблискиот цел број 3,5; 27,48; 10,09; 0,68; 99,51.

***5.** а) Кој е најмалиот број што би можел да го замисли Лирим ако тој број заокружен на десеттинка има 4 десеттини, а заокружен на најблискиот цел број е 7?

б) Кој е најмалиот број што го замислила Сашка ако тој број има 3 стотинки, а заокружен на најблизок цел број е 7?

в) Кој е најголемиот број што би го замислил Виктор ако тој број ги има истите својства што ги има бројот на Сашка?

***6.** Погоди го точниот број.

а)
- Заокружен на цел број се заокружува со вишок.
- Заокружен на стотинки се заокружува со кусок.
- Заокружен на десеттинки се заокружува со вишок.
- Ниту една цифра не е парен број.

3,579	4,792
3,791	3,892

б)
- Заокружен на стотинки се заокружува со вишок.
- Заокружен на десеттинки се заокружува со кусок.
- Заокружен на цел број се заокружува на 26.

25,408	26,925
23,508	25,508

ПРОШИРУВАЊЕ И СКРАТУВАЊЕ ДРОПКИ

Воведна активност

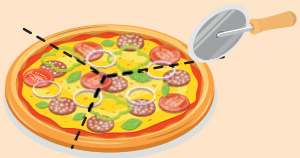
Пицата е поделена на четвртини. Но, купувачот кој дошол, сакал да купи еднакви парчиња за 6 луѓе.

1. На колку дела треба да се подели целата пица?

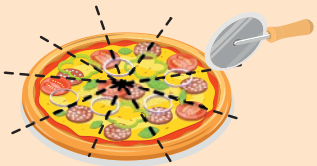
2. Колкав дел е продаден? Колкав дел останал?

Пример 1. Матеј купил $\frac{1}{3}$ од една пица, а Марта купила $\frac{3}{9}$ од истата пица. Кој купил поголем дел од пицата?

Матеј



Марта



Ако ги разгледаме двете парчиња пица ќе забележиме дека двете парчиња се еднакви.

Понекогаш, две дропки со различен броител и именител претставуваат еднаков дел на целина и тогаш за нив велиме дека се еднакви.

Такви се дропките $\frac{1}{3}$ и $\frac{3}{9}$.

Дропката $\frac{3}{9}$ е добиена од дропката $\frac{1}{3}$ кога броителот и именителот на дропката се помножат со 3.

Пишуваме $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ или $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3}$.

Ако броителот и именителот на една дропка истовремено се помножат со еднаков природен број се добива дропка еднаква на дадената.

$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}$, $m \in N$

Ова својство се вика **проширување дропка**.

1. Запиши дропки еднакви на дропката $\frac{2}{5}$.

2. Кои дропки ќе ги добиеш, ако дропката $\frac{5}{6}$ ја прошириш со: 2, 4, 5 и 7?

3. Одреди го x за дропките да бидат еднакви:

а) $\frac{3}{7} = \frac{x}{35}$ б) $\frac{4}{5} = \frac{36}{x}$ в) $\frac{8}{9} = \frac{24}{x}$ г) $\frac{8}{3} = \frac{x}{15}$ д) $1\frac{3}{4} = \frac{42}{x}$

Пример 2. Пример 2. Дропката $\frac{3}{10}$ прошири ја со: а) 10 б) 100.

а) $\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{30}{100} = 0{,}30$

б) $\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 100}{10 \cdot 100} = \frac{300}{1000} = 0{,}300$

За дропките е точно дека $\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = \frac{300}{1000}$.

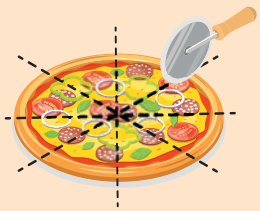
Според тоа, за соодветните децимални броеви е точно 0,3 = 0,30 = 0,300.

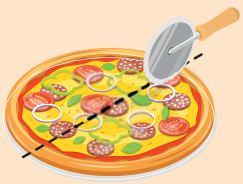
Вредноста на децималниот број не се менува ако на крајот, од неговата десна страна се допишат нули.

4. Одреди кои од тврдењата се точни.

а) 0,05 = 0,5 б) 3,004 = 3,00400 в) 9,01 = 9,1 г) 0,1900 = 0,19 д) 8,80080 = 8,88

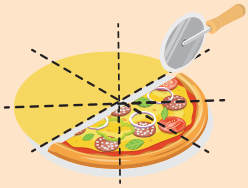
Пример 3. Во продавницата за бели печива за половина час се продале $\frac{4}{8}$ и $\frac{1}{2}$ од една пица. Колкав дел останало од пицата?





Затоа што делот $\frac{4}{8}$ од пицата и делот $\frac{1}{2}$ од пицата се еднакви, можеме да запишеме $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ или $\frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$.

Ништо не останало од пицата.



Ако броителот и именителот на една дропка се поделат со еднаков природен број се добива дропка еднаква на дадената.

$\frac{a}{b} = \frac{a:m}{b:m}$, $m \in N$

Ова својство се вика **скратување дропка**.

5. Скрати ја дропката $\frac{35}{140}$ со: а) 5 б) 7 в) 35.

Пример 4. Дропката $\frac{800}{1000}$ скрати ја со: а) 10 б) 100.

а) $\frac{800}{1000} = \frac{800:10}{1000:10} = \frac{80}{100} = 0{,}80$ б) $\frac{800}{1000} = \frac{800:100}{1000:100} = \frac{8}{10} = 0{,}8$

За дропките е точно дека $\frac{800}{1000} = \frac{80}{100} = \frac{8}{10}$.

Според тоа, за соодветните децимални броеви е точно 0,800 = 0,80 = 0,8

Вредноста на децималниот број не се менува ако се изостават нулите на крајот од неговата десна страна.

6. Во дадените децимални броеви изостави ги нулите, така што новодобиениот број да има иста вредност.

а) 5,0200 б) 0,9000 в) 6,03030 г) 41,002 д) 200,30

Пример 5. Бројот 9 запиши го како дропка со именител 1, а потоа прошири го со:
а)10 и добиената дропка запиши ја како децимален број

$9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{90}{10} = 9{,}0$

б) 100 и добиената дропка запиши ја како децимален број.

$9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{900}{100} = 9{,}00$

Секој природен број може да се запише како децимален број што содржи 0 десетинки, 0 стотинки, ...

7. Броевите 5, 393, 45 запиши ги како децимални бреви со две децимални места.

Пример 6. Скрати ги дропките: а) $\frac{6}{10}$ б) $\frac{16}{25}$

а) Броителот и именителот на дропката $\frac{6}{10}$ можеме да го поделиме со 2.

Добиваме дропка $\frac{3}{5}$.

Дропката можеме да ја скратиме со 1, но се добива истата дропка, $\frac{3}{5}$.

б) Броителот и именителот на дропката $\frac{16}{25}$ можат да се поделат само со природниот број 1.

$$\frac{16:1}{25:1}=\frac{16}{25}$$

Што можеме да кажеме за дропките $\frac{3}{5}$ и $\frac{16}{25}$?
Броителот и именителот можат да се подели само со природниот број 1, односно дропката може да се скрати само 1. За овие дропки велиме дека се нескратливи дропки.

Дропката во која најголем заеднички делител на броителот и именителот е 1 се вика **нескратлива дропка**.

8. Дадени се дропките $\frac{35}{49}, \frac{9}{11}, \frac{16}{12}, \frac{25}{75}, \frac{36}{48}$.

а) Одреди кои дропки се нескратливи.

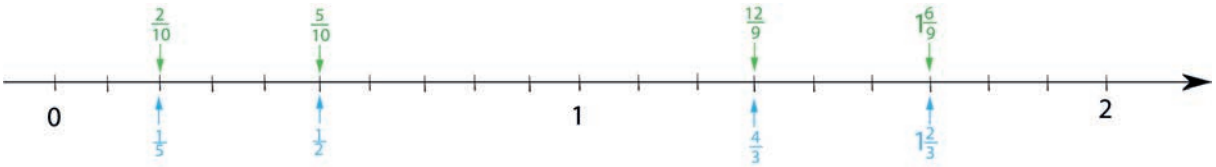
б) Скрати ги дропките до нескратливи дропки.

9. Кои парови дропки се еднакви? Објасни го твојот одговор.

а) $\frac{3}{5}$ и $\frac{33}{55}$ б) $\frac{4}{3}$ и $\frac{40}{32}$ в) $\frac{3}{4}$ и $\frac{75}{100}$

Две **дропки се еднакви** ако и само ако едната дропка се добива од другата дропка со проширување или со скратување.

Сите еднакви дропки на бројната права ги претставуваме со иста точка.



ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Дропката $\frac{15}{17}$ прошири ја со:

а) 8 б) 36 в) најголемиот двоцифрен број

2. Запиши ги броевите што недостигаат: а) $\frac{1}{2} = \frac{?}{6}$ б) $\frac{12}{30} = \frac{96}{?}$

3. Скрати ја дропката $\frac{72}{108}$ со: а) 6 б) 12 в) 36

4. Дропката $\frac{7}{16}$ прошири ја до дропка со: а) именител 64 б) броител 42

5. Колку дванаесеттини има во: а) $\frac{5}{6}$ б) $\frac{7}{3}$ в) $\frac{8}{24}$ г) $1\frac{6}{36}$

6. Броевите 6,0700; 9,6; 4,4000; 0,800; 49,7000; 15007 и 479982 запиши ги како децимален број со: а) едно децимално место б) две децимални места

***7.** Дадените дропки $\frac{42}{14}$, $\frac{72}{56}$, $\frac{231}{99}$ и $\frac{32}{12}$ скрати ги до нескратливи дропки, а потоа напиши ги како мешани броеви.

***8.** Скрати ги дропките. Објасни го начинот на кој ги скрати дропките.

а) $\frac{4 \cdot 5}{6 \cdot 15}$ б) $\frac{8 \cdot 4}{27 \cdot 32}$ в) $\frac{12 \cdot 15 \cdot 20}{50 \cdot 24 \cdot 9}$

ПРЕТСТАВУВАЊЕ МЕШАНИ БРОЕВИ НА БРОЈНА ПРАВА

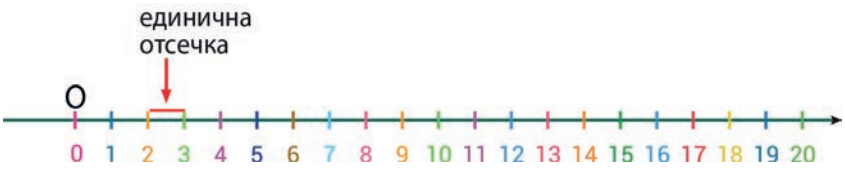
Воведна активност

Разгледај ја бројната права.

1. На кој начин се претставени дропките $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$ на бројната права?

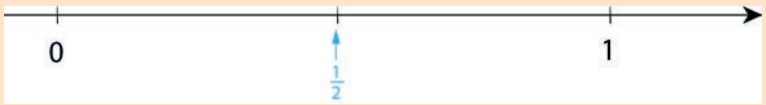
2. На кој начин ќе бидат преставени дропките $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ и $\frac{3}{4}$ на бројна права?

Броевите од множеството N_0 ги претставуваме на бројна права, така што на секој број одговара точка од правата што од почетната точка О е оддалечена онолку единични отсечки, колку што е вредноста на бројот.

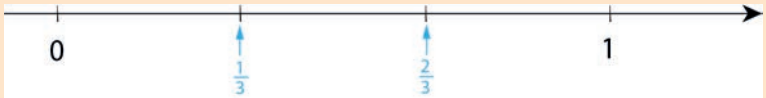


Исто така и на дропките им придружуваме точки од бројната права.

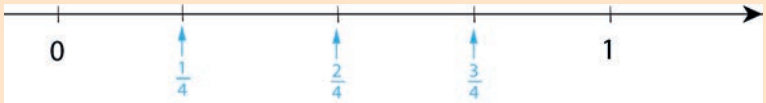
Пример 1. Ако отсечката меѓу броевите 0 и 1 од бројната права ја поделиме на два еднакви дела, тогаш на делбената точка ја придружуваме дропката $\frac{1}{2}$.



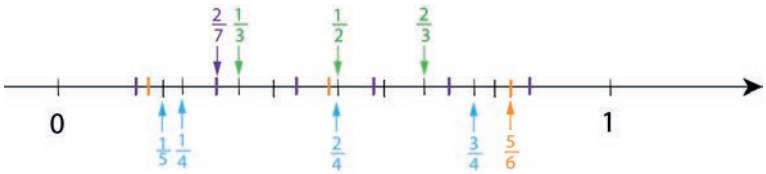
Ако отсечката меѓу броевите 0 и 1 од бројната права ја поделиме на три еднакви дела, тогаш на делбените точки им ги придружуваме дропките $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$.



Ако единичната отсечка помеѓу броевите 0 и 1 од бројната права ја поделиме на четири еднакви дела, тогаш на делбените точки им ги придружуваме дропките $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, и $\frac{3}{4}$.



Дропките $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{5}{6}, \frac{2}{7}$ се правилни дропки и ако ги претставиме на бројната права ќе видиме дека тие се наоѓаат помеѓу 0 и 1.



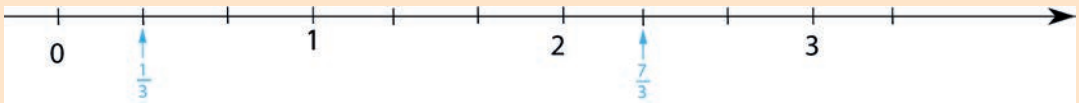
Правилните дропки на бројната права се наоѓаат по меѓу 0 и 1.

1. Претстави ги на бројна права дропките $\frac{1}{5}, \frac{5}{6}, \frac{3}{7}$.

Пример 2. Како Ајше и Симона на бројната права ја претставиле дропката $\frac{7}{3}$.

Ајше ја поделила првата единична отсечка на 3 еднакви дела. Броителот е 7, па таа ја поделила и втората единична отсечка на 3 еднакви дела. Од 0 до 2 добила 6 дела, затоа и третата единична отсечка ја поделила на 3 еднакви дела.

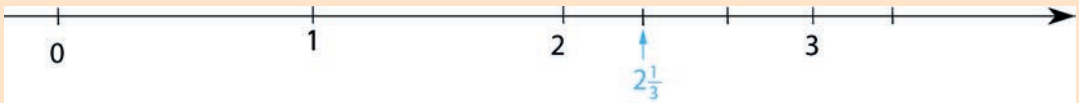
Од нулата броела 7 дела и со таа делбена точка ја претставила дропката $\frac{7}{3}$.



Симона го искористила своето знаење за запишување на неправилна дропка како мешан број.

Односно, $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$.

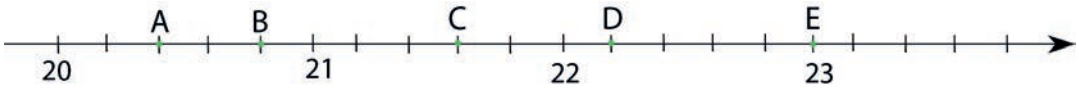
Бројот на цели е 2 и првата точка е бројот 2 на бројната права. За да ја претстави правилната дропка $\frac{1}{3}$, третата единична отсечка ја поделила на три еднакви дела и земала еден дел



2. Нацртај бројна права во твојата тетратка и одреди ги точките кои одговараат на дропките: $1\frac{8}{11}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{15}{8}$, $1\frac{1}{3}$, $\frac{11}{6}$, $2\frac{2}{7}$.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. На кои броеви им се придружени точките A, B, C, D и E од бројната права?



2. Нацртај бројна права со единична отсечка 6 cm и подели ја на три еднакви дела. На првата точка придружи го бројот 15, а на последната бројот 16. Одреди ги точките A, B, C на кои им одговараат соодветно дропките $15\frac{1}{3}$, $\frac{256}{16}$, $\frac{91}{6}$.

3. Нацртај бројна права и на неа претстави ги мешаните броеви: $2\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{4}$ и $5\frac{4}{5}$.

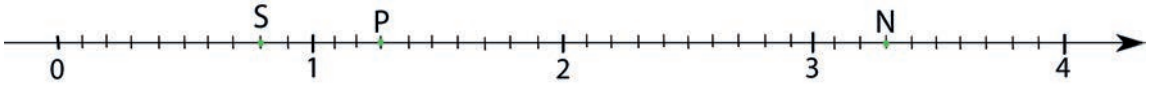
4. Одреди, без да црташ, која од двете дропки се наоѓа лево на бројната права.

а) $\frac{3}{5}$ и $\frac{1}{5}$ б) $\frac{4}{10}$ и $\frac{7}{10}$ в) $\frac{2}{5}$ и $\frac{6}{10}$ г) $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{10}$.

5. Според цртежот одреди ги:

а) дропките што се придружени на точките N, P и S

б) точките A, B и C што се придружени на дропките $2\frac{1}{5}$, $1\frac{3}{5}$ и $3\frac{7}{10}$



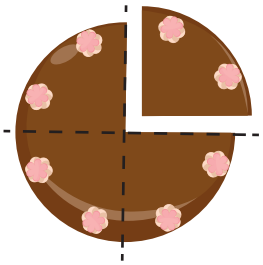
***6.** На бројната права претстави ги дропките: $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{6}$, $\frac{10}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{2}$.
Одреди кои од дропките се еднакви.

***7.** На бројна полуправа придружи им соодветни точки на дропките $\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{7}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{6}$ и $\frac{5}{4}$.

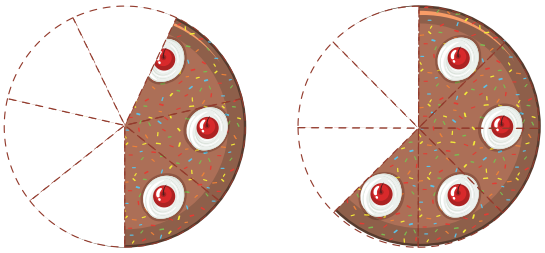
СПОРЕДУВАЊЕ ДРОПКИ

Воведна активност

1. Кое парче торта е поголемо, $\frac{1}{4}$ или $\frac{3}{4}$ од тортата?
Објасни го твојот одговор. Користи ја сликата.



2. Кое парче торта е поголемо, $\frac{3}{7}$ или $\frac{5}{8}$ од тортата?
Објасни го твојот одговор. Користи ја сликата.



Пример 1. На големиот одмор Сања купила $\frac{4}{9}$ торта, а Селма за неа и нејзините другарки купила $\frac{7}{9}$ од тортата. Која купила повеќе торта?

Двете дропки имаат еднакви именители, а различни броители.

Тортата е поделена на 9 еднакви дела, па така, Сања купила 4, а Селма 7 такви делови.

Дропката $\frac{7}{9}$ е поголема од дропката $\frac{4}{9}$, бидејќи кај дропката $\frac{7}{9}$ се земени повеќе еднакви делови отколку кај дропката $\frac{4}{9}$.

Добиваме $\frac{7}{9} > \frac{4}{9}$, бидејќи $7 > 4$.

Од две дропки со еднакви именители, поголема е дропката со поголем броител.

Можеме да запишеме: $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$, ако $a > b$.

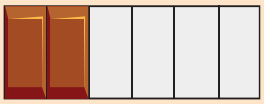
1. Спореди ги дропките:

а) $\frac{1}{12}$ и $\frac{5}{12}$ б) $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{5}$ в) $\frac{7}{7}$ и $\frac{6}{7}$ г) $\frac{12}{13}$ и $\frac{9}{13}$

Пример 2. Ада изела $\frac{2}{6}$ од чоколадото. Илир изел $\frac{2}{3}$ од истото чоколадо. Кој изел повеќе од чоколадото?

Бројот на делови што ги изеле Ада и Илир се еднакви, но големината на деловите е различна.

Затоа, $\frac{2}{3} > \frac{2}{6}$.



$\frac{2}{6}$

$\frac{2}{3}$

Од две дропки со еднакви броители, поголема е дропката со помал именител.

Можеме да запишеме: $\frac{m}{a} > \frac{m}{b}$, ако $a < b$.

2. Спореди ги дропките:

а) $\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{8}$ б) $\frac{9}{15}$ и $\frac{9}{12}$ в) $\frac{27}{17}$ и $\frac{27}{22}$ г) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$

Пример 3. Кој дел од тортата е поголем, $\frac{2}{3}$ или $\frac{3}{5}$?

Со дропката $\frac{2}{3}$, тортата е поделена на поголеми парчиња, но со дропката $\frac{3}{5}$ се земени повеќе парчиња.

За да ги споредиме дропките ќе користиме проширување на дропки и заеднички содржатели на два броја.

За 3 и 5 заеднички содржатели се 15, 30, 45,...

Секој од овие содржатели можеме да го земеме за заеднички именител на дропките $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{5}$, но од практични причини, најчесто се зема најмалиот заеднички содржател. Во овој случај, најмал заеднички содржател за 3 и 5 е 15.

Дропките ги прошируваме до дропки со именител 15:

$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$ $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$

Сега ги споредуваме како дропки со еднакви именители и добиваме:

$\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$ односно $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$

Дропките со различни именители се споредуваат така што прво се прошируваат до дропки со еднакви именители, а потоа се споредуваат како дропки со еднакви именители.

3. Спореди ги дропките:

а) $\frac{19}{25}$ и $\frac{4}{5}$ б) $\frac{7}{6}$ и $\frac{7}{9}$ в) $\frac{21}{9}$ и $\frac{11}{3}$ г) $\frac{11}{8}$ и $\frac{8}{11}$

Пример 4. Спореди ги броевите: а) $2\frac{7}{8}$ и $\frac{24}{7}$ б) $5\frac{5}{6}$ и $\frac{70}{12}$

а) Прво мешаниот број ќе го претвориме во неправилна дропка.

$2\frac{7}{8} = \frac{2 \cdot 8 + 7}{8} = \frac{25}{8}$ Најмал заеднички содржател за именителите 8 и 7 е 56.

Ги прошируваме дропките до дропки со именители 56:

$\frac{25}{8} = \frac{25 \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{175}{56}$ $\frac{24}{7} = \frac{24 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{192}{56}$

Сега ги споредуваме како дропки со еднакви именители и добиваме:

$\frac{192}{56} > \frac{175}{56}$ односно $\frac{24}{7} > 2\frac{7}{8}$

б) Прво мешаниот број ќе го претвориме во неправилна дропка.

$5\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6 + 5}{6} = \frac{35}{6}$ Најмал заеднички содржател за именителите 6 и 12 е 12.

Ја прошируваме првата дропка до дропка со именител 12:

$\frac{35}{6} = \frac{35 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{70}{12}$ Втората дропка има именител 12.

Сега ги споредуваме како дропки со еднакви именители и добиваме:

$\frac{70}{12} = \frac{70}{12}$ односно $5\frac{5}{6} = \frac{70}{12}$

4. Спореди ги дропките:

а) $2\frac{3}{8}$ и $2\frac{3}{7}$ б) $1\frac{4}{9}$ и $3\frac{4}{9}$ в) $\frac{77}{10}$ и $10\frac{5}{7}$ г) $\frac{21}{11}$ и $2\frac{8}{11}$

За полесно споредување мешани броеви, можеш прво да ги споредиш целите делови, а потоа правилните дропки.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

Во задачите од 1 до 3 спореди ги дропките.

1. а) $\frac{3}{6}$ и $\frac{3}{16}$ б) $\frac{3}{7}$ и $\frac{3}{9}$ в) $\frac{8}{9}$ и $\frac{7}{9}$ г) $\frac{15}{12}$ и $\frac{11}{12}$

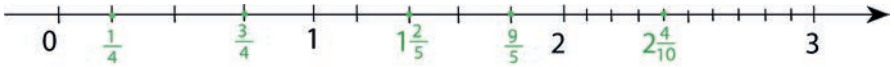
2. а) $\frac{5}{6}$ и $\frac{40}{54}$ б) $\frac{7}{8}$ и $\frac{5}{6}$ в) $\frac{9}{10}$ и $\frac{13}{50}$ г) $\frac{10}{14}$ и $\frac{11}{28}$

3. $2\frac{3}{8}$ и $2\frac{5}{8}$ б) $1\frac{1}{10}$ и $2\frac{1}{4}$ в) $3\frac{3}{5}$ и $3\frac{4}{5}$ г) $13\frac{7}{9}$ и $13\frac{7}{11}$

4. На бројната права се означени дропки.

а) Која е најмала, а која е најголема дропка?

б) Подреди ги дропките, почнувајќи од најмалата дропка.



5. Елена и Виктор јадат јаболка што се еднакви по големина. Елена го пресекла своето јаболко на половина и изела едно парче. Виктор го поделил своето јаболко на четири еднакви дела и изел две парчиња. Кој од нив изел повеќе од јаболкото?

6. Во едно училиште, две петтини од момчињата во шесто одделение носат очила. Една третина од девојчињата од шесто одделение носат очила. Дали има повеќе момчиња од девојчиња кои носат очила?

7. Три момчиња имаат еднаква сума на пари. Првото момче потрошило $\frac{4}{5}$ од своите пари. Второто потрошило $\frac{13}{30}$ од своите пари, а третото потрошило $\frac{17}{21}$ од парите. Кој од нив потрошил најмногу, а кој најмалку од парите што ги имал?

***8.** Одгатни ја секоја дропка. Потоа, подреди ги дропките, почнувајќи од најмалата.

дропка 1: Дропката е неправилна. Броителот и именителот се разликуваат за 2. Именителот е вториот непарен број.

дропка 2: Именител е петтиот содржател на именителот на првата дропка. Броителот е третиот непарен број.

дропка 3: Броителот е еднаков со броителот на првата дропка. Именителот е за еден поголем од броителот.

дропка 4: Оваа дропка е мешан број со едно цело. Броителот на правилната дропка е еднаков со именителот на првата дропка. Именителот е вториот парен природен број.

СПОРЕДУВАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ

Воведна активност

Баба Наде правела сок од јагоди, кајсии и праски.

Од јагоди направила 12,5 литри. Од кајсии направила 7,8 литри, а од праски направила 25 литри сок.

1. Дали повеќе направила сок од кајсии или од јагоди?

2. Дали најмногу сок направила од праски?

Објасни ги твоите одговори.

Пример 1. Спореди ги децималните броеви: а) 3,4 и 2,5 б) 13,24 и 13,54

а) Децималните броеви прво ги запишуваме како децимални дропки и ги споредуваме како дропки со еднакви именители.

$3{,}4 = 13\frac{4}{10} = \frac{34}{10}$ $2{,}5 = 2\frac{5}{10} = \frac{25}{10}$

$\frac{34}{10} > \frac{25}{10}$, бидејќи 34 > 25. Добиваме дека 3,4 > 2,5

б) $13{,}24 = 13\frac{24}{100} = \frac{1324}{100}$ $13{,}54 = 13\frac{54}{100} = \frac{1354}{100}$

$\frac{1324}{100} < \frac{1354}{100}$, бидејќи 1324 < 1353. Добиваме дека 13,24 < 13,54.

Децималните броеви со еднаков број на децимални места можат да се запишат без децимална запирка и да се споредуваат како природни броеви.

1. Спореди ги децималните броеви: а) 24,7 и 25,9 б) 53,54 и 53,35

Пример 2. Спореди ги броевите $\frac{7}{2}$ и 1,4

Постојат повеќе начини да се споредат броевите.

I начин: Децималниот број 1,4 ќе го запишеме како дропка $1\frac{4}{10}=\frac{14}{10}$.

Дропките $\frac{7}{2}$ и $\frac{14}{10}$ ги доведуваме до дропки со еднакви именители.

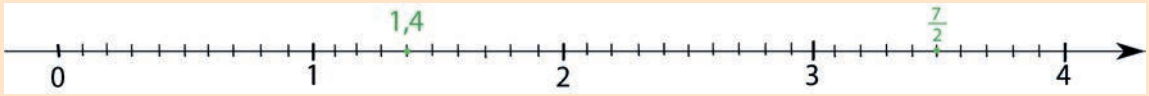
Заеднички содржатели за 2 и 5 се: 10, 20, 30, 40, ...

Најмалиот заеднички содржател е 10.

Ги прошируваме дропките:

$\frac{7}{2}=\frac{7\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{35}{10}$ и $1{,}4=\frac{14}{10}$ Следува $\frac{35}{10}>\frac{14}{10}$, односно $\frac{7}{2}>1{,}4$

II начин: Можеме на бројна права да ги претставиме броевите $\frac{7}{2}$ и 1,4. Од бројната права одредуваме дека 1,4 е поблиску до нулата, па $\frac{7}{2}>1{,}4$.



III начин: Дропката $\frac{7}{2}$ можеме да ја запишеме како десетична дропка кога броителот и именителот ќе се помножат со 5. На овој начин дропката ќе ја запишеме како децимален број.

$\frac{7}{2}=\frac{7\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{35}{10}=3{,}5$. Добиваме $3{,}5>1{,}4$ односно $\frac{7}{2}>1{,}4$

2. Спореди ги броевите: а) 4,6 и $\frac{5}{4}$ б) 12,4 и $11\frac{3}{15}$.

3. Подреди ги децималните броеви 3,56; 7,8; 12,09; 3,2; 7,2, почнувајќи од:

а) најмалиот број б) најголемиот број.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Спореди ги децималните броеви: а) 2,3 и 2,28 б) 43,5 и 43,81.

2. Спореди ги броевите: а) 3,65 и $\frac{6}{25}$ б) $\frac{17}{25}$ и 1,12

3. Која цифра треба да стои наместо прашалникот за споредувањето да биде точно: Одреди ги сите можни решенија.

а) $4{,}52>4{,}?9$ б) $?{,}65>3{,}65$ в) $7{,}52?<7{,}521$

г) $31{,}0?<31{,}08$ д) $\frac{7}{?}>\frac{7}{3}$ ѓ) $\frac{4}{5}<0{,}?$

4. Во трка на полжави биле постигнати следните резултати: првиот полжав поминал 7,2 cm; вториот полжав 9,6 cm; третиот полжав поминал 7,8 cm, четвртиот поминал 8,8 cm и петтиот полжав 9,1 cm. Кој полжав стигнал најдалеку? Претстави ги резултатите на бројна права.

***5.** Спореди ги броевите: а) $\frac{26}{6}$ и 4,56 б) 9,18 и $\frac{86}{9}$ в) $\frac{459}{28}$ и 45,7

***6.** Дадено е множеството S = {0,003; 3,3; 0,03; 3,33}.

Претстави ги множествата P= {x | x∈S и x < 0,1} и Q = {x | x∈S и x >1} со Венов дијаграм.

ПРОЦЕНТИ

Воведна активност

Цената на една книга е 210 денари. Цената на книгата е зголемена за $\frac{1}{3}$ од цената на книгата.

Колку ќе чини книгата по зголемувањето?

Пример 1. Цената на еден производ е 100 денари. Цената е намалена за $\frac{1}{4}$. Колку ќе чини производот по намалувањето?

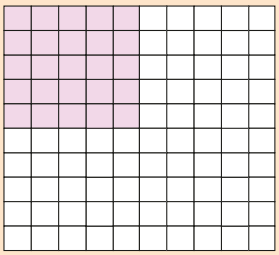
Да пресметаме колку изнесува $\frac{1}{4}$ од 100 денари.
Добиваме 100 : 4 = 25 денари. Цената на книгата ќе се намали за 25 денари.

По намалување, цената ќе биде 100 – 25 = 75 денари.

Ако дропката $\frac{1}{4}$ ја прошириме со 25, тогаш можеме да ја запишеме како децимална дропка.

$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100}$.

Ова можеме да го претставиме со цртеж.
Ако со квадратот со 100 мали квадратчиња претставиме 100 денари и ако обоиме 25 квадратчиња, на тој начин го претставиме намалувањето на цената. Преостануваат 75 квадратчиња, односно цената по намалувањето.

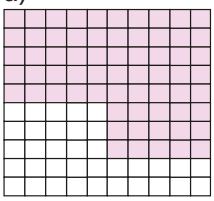


За делот $\frac{25}{100}$ од цената велиме дека е 25 проценти од цената.

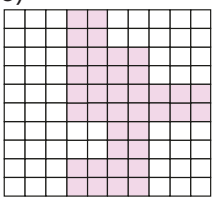
$\frac{1}{100}$ од една целина се вика **еден процент** и се запишува **1%**.

1. Колкав дел е обоен? Напиши го делот во проценти.

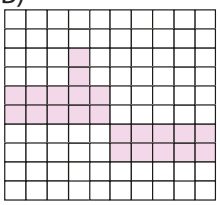
а)



б)



в)



2. Претстави ги процентите со цртеж. а) 37% б) 83% в) 1%

Пример 2. Запиши ги дропките како проценти. а) $\frac{34}{100}$ б) $\frac{76}{100}$.

а) $\frac{34}{100} = 34\%$ б) $\frac{76}{100} = 76\%$

3. Запиши ги дропките како проценти.

а) $\frac{54}{100}$ б) $\frac{67}{100}$ в) $\frac{5}{10}$ г) $\frac{3}{10}$

Пример 3. Запиши ги процентите како дропки. а) 7% б) 15%

а) $7\% = \frac{7}{100}$ б) $15\% = \frac{15}{100} = \frac{15:5}{100:5} = \frac{3}{20}$

Пример 4. Запиши ги процентите како децимални броеви.

а) 12% б) 236%.

Прво ги запишуваме како дропки, а потоа како децимални броеви.

а) $12\% = \frac{12}{100} = 0{,}12$ б) $236\% = \frac{236}{100} = 2{,}36$

Пример 5. Запиши ги децималните броеви како проценти: а) 2,5 б) 3,46

а) **I начин:** Прво ги запишуваме како дропки, потоа ги прошируваме до дропка со именител 100.

$2{,}5 = 2\frac{5}{10} = \frac{25}{10} = \frac{25 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{250}{100} = 250\%$

II начин: Со допишување 0 на крајот на бројот не се менува неговата вредност.

$2{,}5 = 2{,}50 = 2\frac{50}{100} = \frac{250}{100} = 250\%$

б) $3{,}46 = 3\frac{46}{100} = \frac{346}{100} = 346\%$

4. Запиши ги броевите како проценти.

а) $\frac{3}{4}$ б) $\frac{7}{20}$ в) 1,2 г) 6,25

д) $\frac{13}{50}$ ѓ) 0,5 е) $\frac{18}{25}$

5. Запиши ги процентите како дропки и децимални броеви.

а) 17% б) 25% в) 35% г) 120%

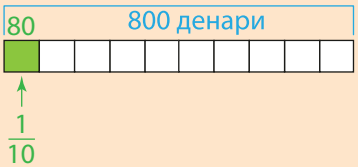
д) 75% ѓ) 36% е) 19% ж) 5%

Пример 6. Една блуза чини 800 денари. Пресметај ја цената на производот по попустот од 10%.

10% од 800 денари е еднакво со $\frac{1}{10}$ од 800 денари

Го пресметуваме намалувањето 800 : 10 = 80 денари

Цената по намалувањето е 800 – 80 = 720 денари.



6. Еден производ чини 1200 денари. Цената на производот е зголемена 15%. Колку чини производот по зголемувањето на цената?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Кои броеви треба да стојат наместо прашалникот за да бидат точни равенствата.

а) $17\% = \frac{?}{100}$ б) $65\% = \frac{?}{100}$ в) $34\% = \frac{?}{100}$

2. Запиши ги дропките како проценти.

а) $\frac{55}{100}$ б) $\frac{8}{10}$ в) $\frac{9}{100}$ г) $\frac{9}{10}$

3. Децималните броеви запиши ги како проценти.

а) 0,08 б) 0,8 в) 0,32 г) 1,34

4. Препиши ги и дополни ги табелите.

а)

дропка	децимален број	процент
$\frac{1}{20}$	0,05	5%
	0,125	
		20%
$\frac{9}{25}$	0,36	

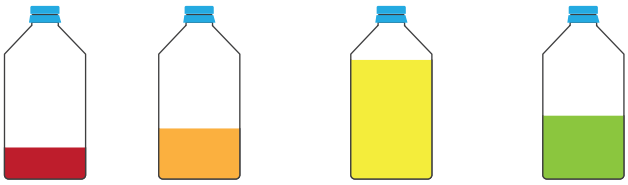
б)

дропка	децимален број	процент
$\frac{1}{10}$		
		25%
	5,6	
$\frac{4}{5}$		

***5.** Направи процена и одреди колку сок има во секое шише.

а) 30% б) 90% в) 40% г) 20%

1) 2) 3) 4)



***6.** Иле добивал 400 денари месечен џепарлак. Но, неговите родители одлучиле да го зголемат месечниот џепарлак за 30%. Колку изнесува џепарлакот по зголемувањето?

***7.** Производството на една мала текстилна фабрика во споредба со претходниот месец се намалило за 15%. Ако претходниот месец фабриката изработила 28000 производи, одреди:

а) За колкав број на производи е намалено производството?

б) Колку производи изработила фабриката овој месец?

***8.** Ако 30% од 300 е 90, тогаш колку е:

а) 15% од 300 б) 10% од 300 в) 60% од 300 г) 20% од 300

РАЗМЕР

Воведна активност

Валентина, Мери, Симе и Абдураман го опишуваат вкусот на овошниот сок од малини и боровинки. Еден од нив опишува поинаков овошен сок? Одреди кој!

Валентина: $\frac{1}{4}$ од сокот е сок од боровинка.

Мери: За секои четири малинки има по една боровинки.

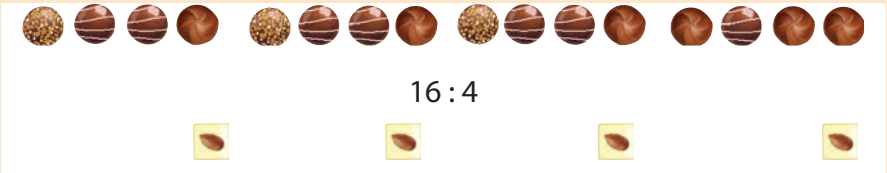
Симе: За секоја боровинка има по три малинки.

Абдураман: $\frac{3}{4}$ од сокот е сок од малинки.

Пример 1. Во една кутија има 20 чоколадни бонбони, од кои 16 се црни и 4 се бели чоколада.

Колку групи на чоколада можеш да направиш така што во секоја група да има еднаков број на црни и бели чоколада?

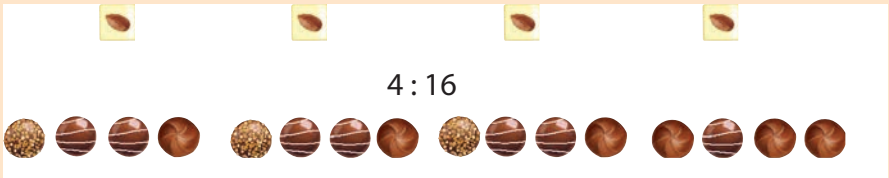
I начин: На 4 црни има 1 бело чоколадо.



Можеме да запишеме 4 : 1 и читаме „на четири црни чоколада има 1 бело чоколадо“.

Или кратко се чита „четири наспрема еден“
Вака можеме да формираме четири групи такви што во секоја од нив за секои 4 црни чоколада има 1 бело чоколадо.

II начин: На 1 бело чоколадо има 4 црни чоколада.



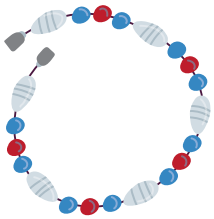
Можеме да запишеме 1 : 4 и кратко читаме „еден наспрема четири“.
Вака можеме да формираме четири групи такви што во секоја од нив за секое бело чоколадо има 4 црни чоколада.

Размер или сооднос е количник од два неименувани броја или од мерните броеви на две истородни величини мерени во иста мерна единица

Пример 2. На една екскурзија отишле ученици и наставници. На секои 15 ученици, имало по 2 наставника. Напиши го размерот на наставници наспрема ученици.

Имало по 2 наставника на секои 15 ученици, размерот ќе биде 2 : 15.

1. Погледни ги бисерите на ѓерданот.



а) Кој дел од бисерите се црвени?

б) Кој дел од бисерите се сини?

в) Кој е соодносот на црвени и бели бисери?

2. Во една цвеќарница има 52 црвени и бели рози. Одреди го соодносот на црвени наспрема бели рози, ако се знае дека има 25 бели рози.

Пример 3. Во една кутија има 32 спортски реквизити. На секои 6 топки има 2 јажиња. Колку топки има во кутијата, а колку јажиња?

Топките и јажињата се во сооднос 6 : 2.

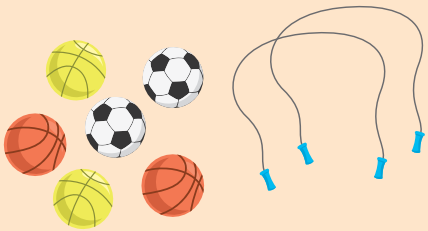
Колку групи има од 6 топки и 2 јажиња?

6 топки + 2 јажиња се 8 реквизити во секоја група, значи 32 : 8 = 4 групи.

Добиваме

4 групи по 6 топки вкупно 24 топки.

4 групи по 2 јажиња вкупно 8 јажиња.



3. За својот роденден Ален имал густ сок од вишна што требало да се раствори за да добие повеќе чаши сок. Неговата мајка му кажала дека на една чаша густ сок се ставаат три чаши вода.

а) Запиши го соодносот на густ сок наспрема вода.

б) Како треба да постапи Ален за да добие:

1) четири чаши сок 2) дванаесет чаши сок 3) една чаша сок

Објасни го твојот одговор со дијаграм.

4. Во една паралелка имало 36 ученици. Размерот меѓу девојчиња и момчиња бил 4 : 5. Колку девојчиња, а колку момчиња имало во паралелката?

Пример 4. Во продавница за играчки има кукли, мечиња, колички и коцки.

а) Куклите и мечињата се во сооднос 3 : 1, соодветно. Колку има кукли, ако има 12 мечиња?

Соодносот го читаме: „на 3 кукли има 1 мече".

Значи, на 12 мечиња ќе има 3 · 12 = 36 кукли.

б) Количките и коцките се во сооднос 12 : 5, соодветно. Колку има коцки, ако има 24 колички?

Од соодносот на колички наспрема коцки, односно од 12 : 5 добиваме дека на 12 колички има 5 коцки.

24 колички : 12 = 2, па имаме 2 групи од колички и коцки во дадениот сооднос

Има 2 групи, а во секоја од нив има по 5 коцки, па за бројот на коцки се добива 5 · 2 = 10.

5. Во еден овоштарник има дрва со јаболка и дрва со круши во сооднос 1 : 3, соодветно. Колку има дрва круши, ако се знае дека има 40 јаболкници?

6. Даниел има црвени и шарени џамлии во сооднос 2 : 5, соодветно. Колку има шарени џамлии, ако се знае дека има 30 црвени џамлии?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во една кутија има банани и јаболка. Вкупно има 130 парчиња. Соодносот на бананите наспрема јаболката е 2 : 3.

а) Објасни што значи 2 : 3.

б) Во колку групи можеш да ги групираш бананите и јаболката, така што соодносот на банани и јаболка да биде 2 : 3?

в) По колку парчиња од секој вид овошје има во кутијата?

2. За торта се потребни 10 јајца и 20 лажици шеќер. Во каков размер се јајцата и шеќерот? Објасни што значи тоа.

3. Во една кутија има 45 балони. Од нив, 30 биле црвени, а другите сини. Во каков размер се црвените наспрема сините балони?

4. Во математичката секција има 27 членови. Од нив, 14 се момчиња.

а) Одреди го размерот на момчиња наспрема девојчиња во секцијата.

б) Колкав дел се момчиња, а колкав дел се девојчиња во секцијата?

5. Ана треба да купи 75 чоколада, бели и црни. Соодносот на црните наспрема белите чоколада требало да биде 5 : 10.

а) Колку црни, а колку бели чоколада требало да купи?

б) Колку пари ѝ требаат, ако едно црно чоколадо чини 35 денари, а едно бело чоколадо чини 40 денари?

***6.** Во книжарницата на една полица има моливи и гуми. За секој молив има по 2 гуми.

а) Ако имало 60 моливи, колку гуми имало во книжарницата?

б) Ако имало 70 гуми, колку вкупно моливи и гуми има на полицата?

в) Ако на полицата има вкупно 300 моливи и гуми по колку има од секој вид?

***7.** Нина сака да направи сок од портокали и моркови во размер 7 : 2, соодветно. Има 25 литри сок од портокал и 10 литри сок од морков. Одреди го најголемото количество мешан сок што може да го направи Нина.

ЗАДАЧИ ЗА САМООЦЕНУВАЊЕ

Реши ги задачите. Потоа, самооцени се според дадената чек листа.

1. Напиши ги вистинските подмножества на множеството F= {m, n, Δ}.

2. Запиши го бројот 455 запишан со римски цифри.

3. Која од дропките $\frac{1}{2}, \frac{4}{8}, \frac{2}{4}, \frac{2}{8}$ НЕ е еднаква со преостанатите?

4. Бројот 2,45 заокружи го на едно децимално место.

5. Размерот на мапата покажува дека 1 сантиметар на мапата претставува 5 километри на земјата. Растојанието помеѓу два града на мапата е 9 сантиметри. На колку километри оддалеченост се двата града?

а) 5 km б) 9 km в) 35 km г) 45 km

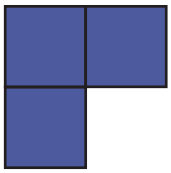
6. Запиши ги процентите како дропки и децимални броеви.

а) 28% б) 9% в) 70% г) 105%

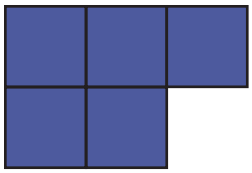
7. Бројот 345578 заокружен до најблиската илјада е

а) 345000 б) 345600 в) 346000 г) 355000

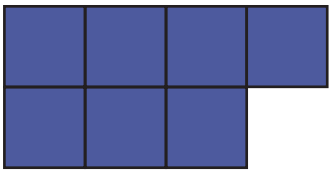
8. Игор ги подредува квадратите во формите на следниот начин:



форма 1



форма 2



форма 3

Колку квадрати му се потребни на Бојан за да ја направи формата 16?

а) 16 б) 17 в) 32 г) 33

9. Дадено е множеството M = {5, 10, 15, 20, 25, ...}. Претстави го множеството на описен начин.

10. Во една продавница во текот на седум дена се потрошиле следните количини на брашно: $\frac{51}{2}$ kg, $\frac{61}{2}$ kg, $\frac{52}{8}$ kg, $\frac{26}{5}$ kg, $\frac{29}{5}$ kg, $\frac{52}{3}$ kg и $\frac{51}{3}$ kg. Кој ден се потрошило најмалку брашно?

11. Дадена е низата 5, 7, 9, ... Колку е четириесет и првиот член на низата? Одреди го правилото за да го најдеш четириесет и првиот член. Објасни го твојот одговор.

12. Броевите –56; –40; 0; $\frac{33}{5}$; 4,4 претстави ги на бројна права.

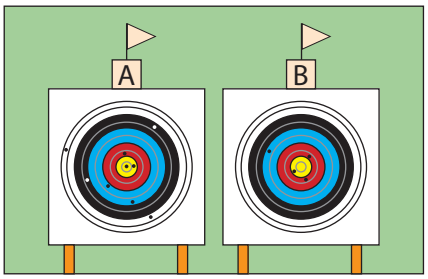
Чек – листа за самооценување според стандардите за оценување

Јас можам да:	☺	😐	☹
запишам подмножество и вистинско подмножество од дадено множество.			
претставувам множества на табеларен, графички и описен начин.			
заокружувам природни броеви до најблиската 10, 100 или 1000.			
го откријам правилото за да дополнам или да продолжам низа од природни броеви.			
запишувам броеви запишани со арапски цифри со римски цифри и обратно.			
да бројам нанапред и наназад со негативни цели броеви, позитивни рационални броеви и да дополнам низа со цели броеви и позитивни рационални броеви.			
претставувам цели и позитивни рационални броеви на бројна права.			
подредувам и да споредувам цели броеви и позитивни рационални броеви.			
одредам процент од форми и природни броеви.			
решавам едноставни проблеми со размер.			

Задача за 5+

Абдураман и Вања играат пикадо. На сликите се прикажани нивните резултати.

Колку поени постигнал Абдураман, ако се знае дека вкупниот резултат на Вања е 55 и дека различни поени се добиваат во десетте зони во растечка вредност кон центарот?



Со учење на оваа тема ќе се оспособиш да:

1. решаваш проблеми од секојдневен контекст со користење на поимите отсечка и агол.
2. ги користиш поимите кружница, круг, заемна положба на кружница со точка, права и кружница, во секојдневен контекст;
3. решаваш проблеми од триаголник со користење на поимите: ортоцентар, тежиште, впишана и опишана кружница и збир на агли во триаголник.
4. опишуваш и црташ мрежи на 3Д-форми (призма, пирамида и цилиндар).
5. користиш промена на положба на многуаголник со осна симетрија, транслација или со ротација за 90^0 околу едно негово теме во секојдневен контекст.

ПРАВА. ОТСЕЧКА

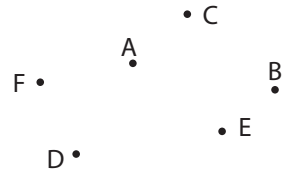
Воведна активност

Именувај ги геометриските поими што ги гледаш на цртежите.

_____ _____ _____ _____

За **точката** можеме да кажеме дека е трагата што ја остава врвот на моливот ако го допреме на листот од тетратката, врвот на кредата на таблата, зрно песок и слТочките ги именуваме со големите латинични букви.

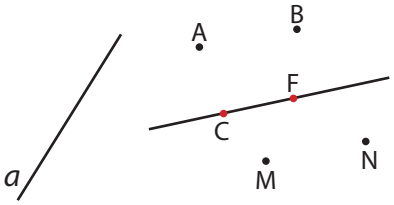
На цртежот се дадени точките A, B, C, D, E и F.



Правата е множество точки во една рамнина. Рамнината може да замислиме дека е лист хартија на кој пишуваме, училишниот двор, подот во училницата, површината на мирната вода во езерото итн. Правата нема почеток и нема крај.

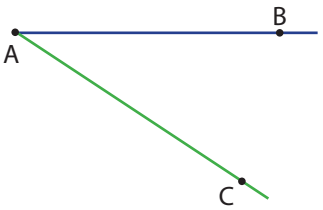
Правите ги именуваме или со малите латинични букви *a, b, c, p, q, r...* или со произволни две точки од правата, на пример права AB.

На цртежот се дадени две прави именувани како права *a* и права CF (или FC).



Редоследот на буквите во ознаката за права не е важен. CF и FC се ознаки за иста права.

Ако на правата *b* избереме точка A, тогаш точката A ја дели правата на два дела. Секој од тие два дела од правата *b* се нарекува полуправа со почетна точка (или почеток) A. Почетната точка или гранична точка на полуправата може да се означи со големи латински букви: A, B, C, D, O, … Полуправата има почетна точка, но нема крајна точка.
Полуправите ги обележуваме со две точки и тоа: почетна точка и една точка што лежи на неа. На цртежот се претставени две полуправи AB и AC со почетна точка A.



Редоследот на буквите во ознаката за полуправа е важен. AB и BA се ознаки за различни полуправи.

Пример 1.

На правата с избрани се две точки A и B. Имаме две полуправи и тоа полуправа AB и полуправа BA. Заедничкиот дел на овие полуправи е од точката A до точката B.. Тој дел од правата се вика **отсечка**.

Отсечката е наполно определена со нејзините крајни точки.

Може да се случи со AB да сме означиле права, полуправа и отсечка. За да нема забуна, пред ознаката AB треба да се запише соодветниот збор: права AB, полуправа AB, отсечка AB.

Редоследот на буквите во ознаката за отсечка не е важен. AB и BA се ознаки за иста отсечка.

Отсечките можеме да ги означуваме и со малите латинични букви *a, b, c, d,* …, но исто така пред ознаката треба да се запише зборот „отсечка“, на пример: отсечка p.

1. Од цртежот, одреди ја точноста на тврдењата.

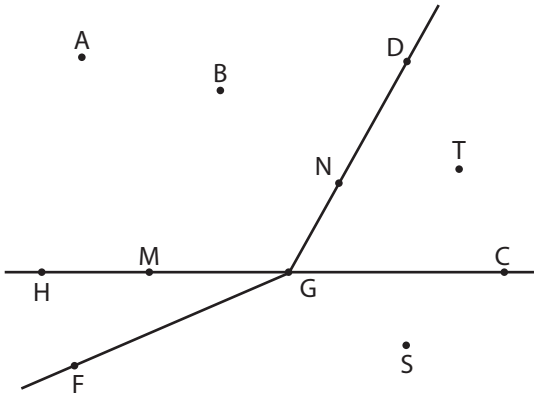
а) A $\in$ полуправа GD

б) M $\in$ права CH

в) F $\notin$ полуправа GC

г) S $\notin$ отсечката CG

д) T $\in$ отсечката DN



Пример 2.

Лука сака брзо да стигне до паркот. По која патека треба да се движи Лука?

Лука треба да се движи по црвената патека, бидејќи тогаш растојанието помеѓу двете точки е најкратко.

Во секојдневниот живот често го користиме поимот растојание, односно оддалеченост. На пример: растојание од дома до училиште, растојание меѓу два града, две куќи, две дрва итн.

Растојанието помеѓу две точки A и B се означува со $\overline{AB}$ и се нарекува уште и **должина** на отсечката AB.

Должина меѓу две точки е најкраткото растојание помеѓу тие точки.

Должината на отсечка ја мериме со линијар и ја изразуваме во единица мерка за должина: mm, cm, dm, m и km.

Пример 3.

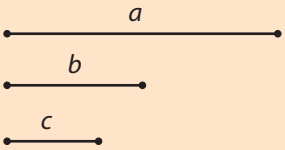
Измери ја должината на отсечката PQ.

Бројот 0 од линијарот го поставуваме во почетната точка P. Го читаме бројот на линијарот што одговара на крајната точка Q. Отсечката има должина 4 cm и запишуваме $\overline{PQ} = 4$ cm.

2. Нацртај и обележи три отсечки. Запиши ја должината на секоја отсечка што ја нацрта.

Пример 4.

Спореди ги должините на отсечките *a*, *b* и *c*.

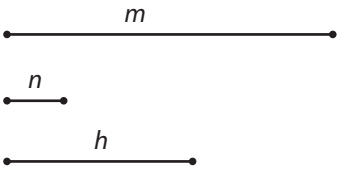


Ги мериме должините на отсечките со линијар. Ги запишуваме во иста мерна единица. Потоа, ги споредуваме добиените броеви.

$a = 6$ cm $\quad b = 3$ cm $\quad c = 2$ cm

Отсечката *a* има најголема должина, а отсечката *c* има најмала должина. Отсечката *b* е помала од *a*, но е поголема од *c*. Запишуваме $a < b < c$.

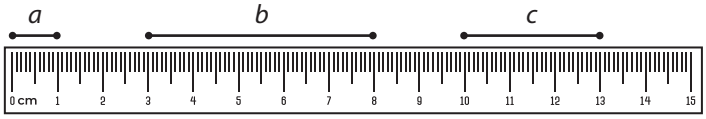
3. Подреди ги по големина должините на отсечките, почнувајќи од најмалата.



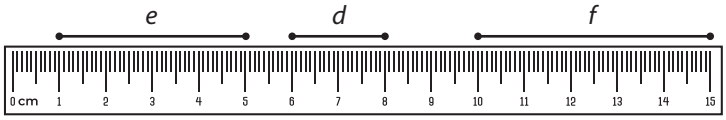
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Подреди ги по големина должините на отсечките m, n и h според барањата. Потоа измери ја и запиши ја должината на секоја отсечка.

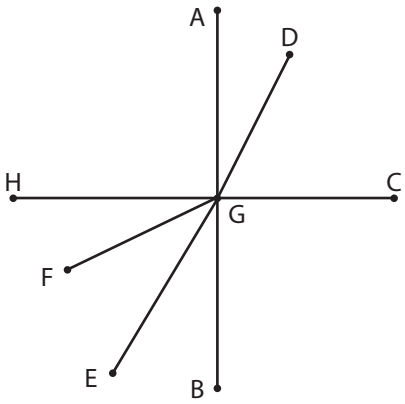
а) Подредени, почнувајќи од најголемата отсечка.



б) Подредени, почнувајќи од најмалата отсечка.



2. Измери ги отсечките на цртежот. Одреди ги паровите отсечки што се еднакви по должина.



3. Прецртај го цртежот во тетратка. Потоа запиши:

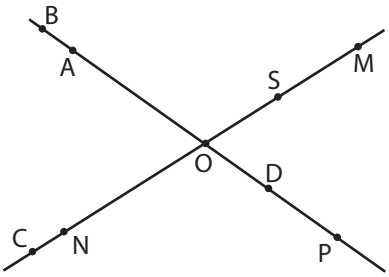
а) точки што припаѓаат на правата AP

б) полуправи со почетна точка S

в) отсечки што лежат на правата MN

г) полуправи со почетна точка O

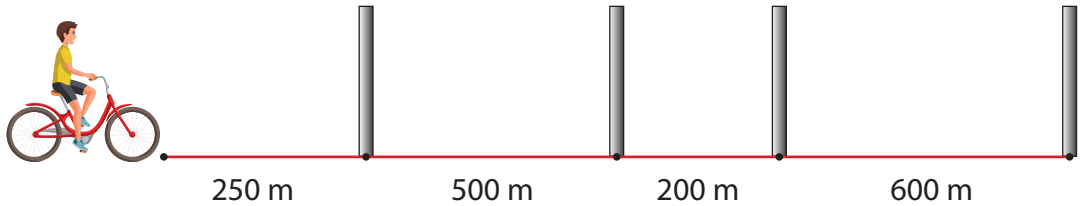
д) отсечки со крајна точка C



СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ ДОЛЖИНИ НА ОТСЕЧКИ

Воведна активност

Еден велосипедист тренира за маратон. Додека вози, ја забележува должината на секој поминат дел од патеката помеѓу два столба. Како да пресметаме колкав пат поминал велосипедистот од почеток до последниот столб?



Пример 1. Одреди го збирот од должините на отсечките AB и CD, ако $\overline{AB} = 33$ mm, $\overline{CD} = 65$ mm.

Да ги означиме отсечките $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$.

Отсечката збир ќе ја означиме со c.

$a = 33$ mm, $b = 65$ mm

$c = a + b$

$c = 33 + 65$

$c = 98$ mm

За да одредиме колку е збирот на две или повеќе отсечки треба да ја знаеме нивната должина во иста мерна единица и да ги собереме. Овој начин на собирање на должината на отсечки се вика **аритметичко** собирање. Исто така, можеме да ја пресметаме разликата на должините на две или повеќе отсечки.

Пример 2. Пресметај ја аритметички разликата од должините на отсечките AB и CD, ако $\overline{AB} = 33$ mm и $\overline{CD} = 65$ mm.

За аритметички да ја пресметаме разликата од должините на отсечките треба од поголемата по должина да ја одземеме отсечката со помала должина, изразени во иста мерна единица.

Да ги означиме отсечките $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$.

Отсечката што претставува разлика ќе ја означиме со d.

$a = 33$ mm, $b = 65$ mm

$d = b - a$

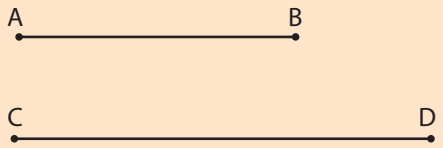
$d = 65 - 33$

$d = 32$ mm

1. Ана патувала пеш 2 часа. Првиот час поминала 23000 m пат, а вториот час поминала 500 m помалку. Колку пат поминала Ана за 2 часа?

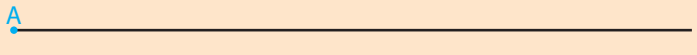
Другиот начин на собирање и одземање на две отсечки е **графичко** собирање и одземање. За овој начин на собирање и одземање на отсечките ќе треба да внимаваш точно да ја измериш должината на отсечките и точно со линијарот да измериш при пренесување на отсечките на полуправа.

Пример 3. Одреди го збирот на отсечките *a* и *b*, дадени на цртежот.

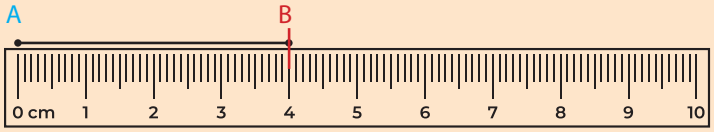


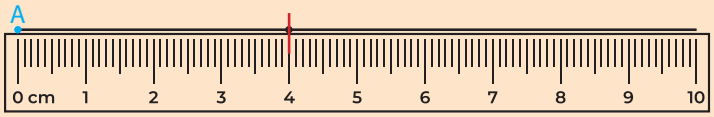
За да го одредиме збирот на отсечките *a* и *b*, отсечките треба да ги пренесеме на една заедничка полуправа.

1) Цртаме една полуправа со почетна точка A.

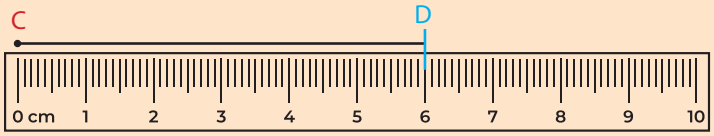


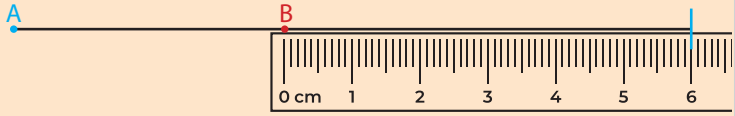
2) Ја мериме должината на отсечката AB и ја пренесуваме на полуправата со почеток во A. Со B ја обележуваме крајната точка на отсечката AB.



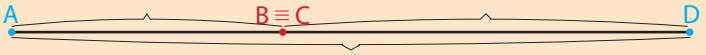


3) Ја мериме должината на отсечката CD и ја пренесуваме на полуправата, така што почетната точка на отсечката CD ќе се совпадне со крајната точка на отсечката AB.





Ова се нарекува **надоврзување нанапред** на отсечки.

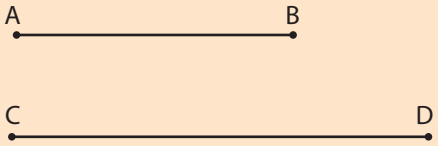


$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{CD}$

Отсечката AD е збир на отсечките AB и CD.
Во овој случај за должината на отсечката AD важи
$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{CD}$.
Повеќе од две отсечки графички се собираат на истиот начин така што се надоврзуваат нанапред една по друга.

За да означиме дека точките B и C се совпаѓаат го користиме знакот ≡.

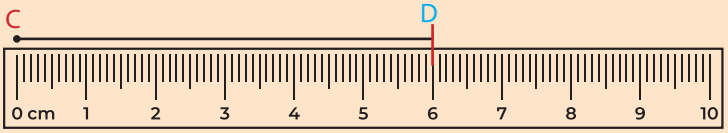
Пример 4. Определи ја графички разликата на отсечките AB и CD, дадени на цртежот.

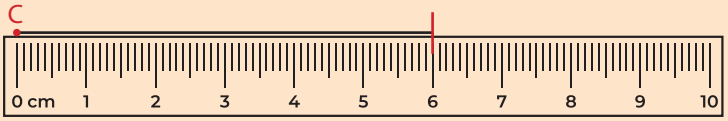


Да ја одредиме разликата на отсечките AB и CD, отсечките треба да ги пренесеме на една заедничка полуправа.

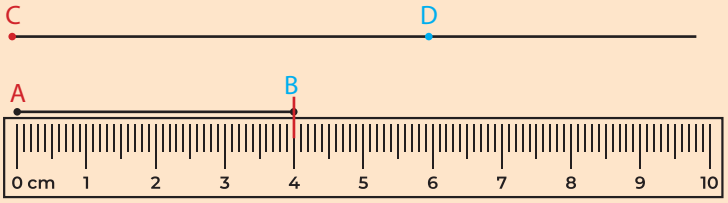
1) Цртаме една полуправа со почетна точка C.

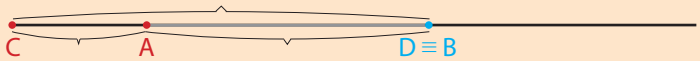
2) Затоа што отсечката CD има поголема должина, прво ја мериме должината на отсечката CD и ја пренесуваме на полуправата со почеток C. Со D ја обележуваме крајната точка на отсечката CD.





3) Ја мериме должината на отсечката AB и ја пренесуваме на полуправата, така што крајната точка на отсечката AB ќе се совпадне со крајната точка на отсечката CD.





$\overline{CA} = \overline{CD} - \overline{AB}$

Ова се нарекува **надоврзување наназад** на отсечки.

Отсечката CA е разлика на отсечките CD и AB.

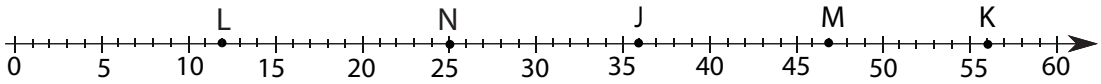
2. Нацртај отсечки MN и PQ, така што $\overline{MN} = 7{,}5\ cm$ и $\overline{PQ} = 4{,}3\ cm$. Одземи ги графички, а потоа одземи ги аритметички. Провери дали должината на отсечката добиена графички се совпаѓа со должината на отсечката пресметана аритметички. Ако не се совпаѓа внимавај точно да измериш и да нацрташ.

3. Пресметај ја должината на отсечката LM, ако е дадено дека:
$\overline{KL} = 31\ mm$, $\overline{MN} = 15\ mm$ и $\overline{KN} = 60\ mm$.

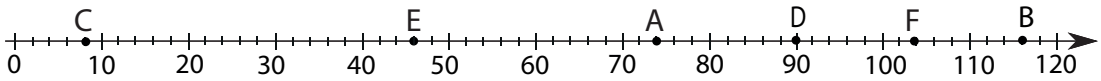
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Користејќи ги цртежите, одреди ги бараните должини.

а) $\overline{LM}, \overline{LN}, \overline{NK} - \overline{JM}, \overline{JK} + \overline{NJ}$

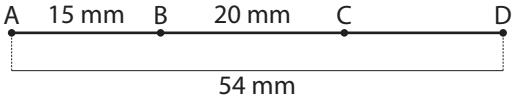


б) $\overline{CB}, \overline{AC}, \overline{EF} - \overline{AF}, \overline{AD} + \overline{FB}$

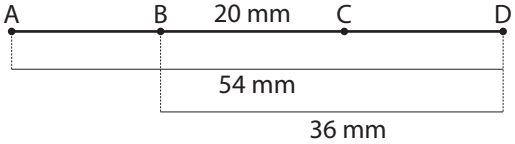


2. Користејќи ги податоците на цртежите, одреди ги должините на бараните отсечки.

а) $\overline{BD} = ?$



б) $\overline{AC} = ?$



***3.** Точките A, B и C припаѓаат на иста права. Одреди ја должината на отсечката AC, ако $\overline{AB} = 12$ mm и $\overline{BC} = 8$ mm. Колку можности има за точката C? Објасни го твојот одговор.

***4.** Нацртај отсечка $\overline{CD} = 10$ cm. Точките M, N и T лежат на отсечката CD, така што $\overline{CM} = 2$ cm, $\overline{TD} = 3$ cm, $\overline{CN} = \overline{ND}$. Одреди ги должините на отсечките MN, NT, и CT.

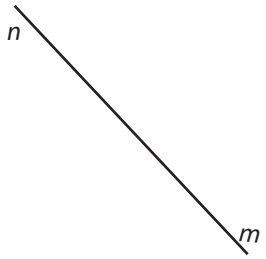
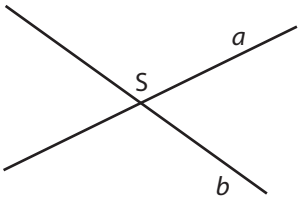
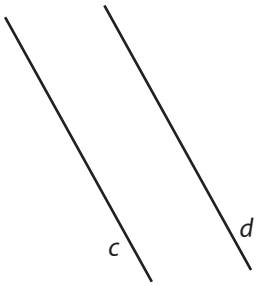
ЗАЕМНО НОРМАЛНИ И ЗАЕМНО ПАРАЛЕЛНИ ПРАВИ

Воведна активност

Разгледај ја сликата.

Какви се правите што минуваат низ страните на таблата, прозорците, клупите и столовите?

Дали имаат заеднички точки?

правите *m* и *n* **се совпаѓаат**	правите *a* и *b* **се сечат**	правите *c* и *d* **се паралелни**
		

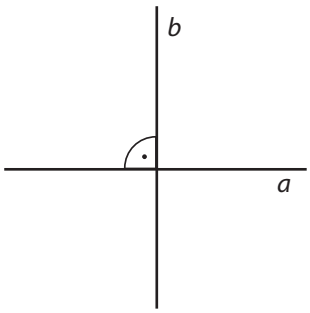
Заемната положба на две прави во рамнина може да биде:

1) Правите *m* и *n* се **совпаѓаат** ако сите точки им се заеднички и пишуваме $m \equiv b$.

2) Правите b и b се **сечат** ако имаат една заедничка точка.

3) Правите b и b се **паралелни** ако немаат ниту една заедничка точка.

Правите b и b се **заемно нормални** ако се сечат и притоа образуваат четири прави агли.



Пример 1. Според податоците на цртежите:

а) Напиши ги паровите паралелни прави.

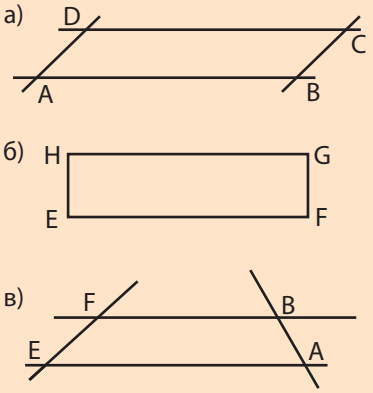
Паровите паралелни прави се: AB и CD, AD и BC.

б) Напиши ги правите што се заемно нормални.

Заемно нормални прави се: EF и EH, EF и FG, GH и FG, GH и HE.

в) Кои прави се сечат со правата AB?

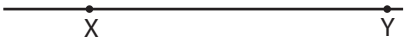
Со правата AB се сечат правите: AE и BF.



Како да нацртаме паралелни прави со два линијара?

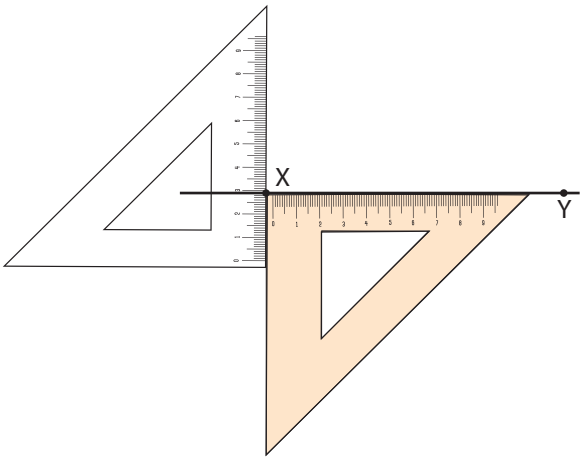
Нацртај права и означи две точки што лежат на неа.

Нека се означени точките X и Y.



Еден од начините е:

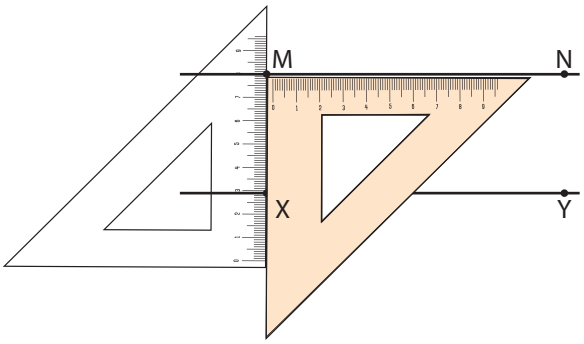
Во едната точка постави ги линијарите така што двата линијара се допираат под прав агол (како на сликата).



Во овој случај во точката X ги поставивме двата линијара.

Придвижи го едниот линијар надолу или нагоре и нацртај ја новата права.

Во нашиот случај, линијарот го придвижуваме нагоре и ја цртаме правата MN. Запишуваме MN || XY.

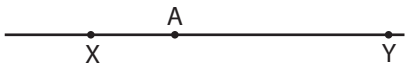


1. Нацртај две прави паралелни во твојата тетратка и именувај ги.
2. Нацртај права p и точка A што не лежи на неа. Потоа, нацртај права b што минува низ A и b||a.

Како со линијар да нацртаме заемно нормална права низ точка што лежи на дадена права?

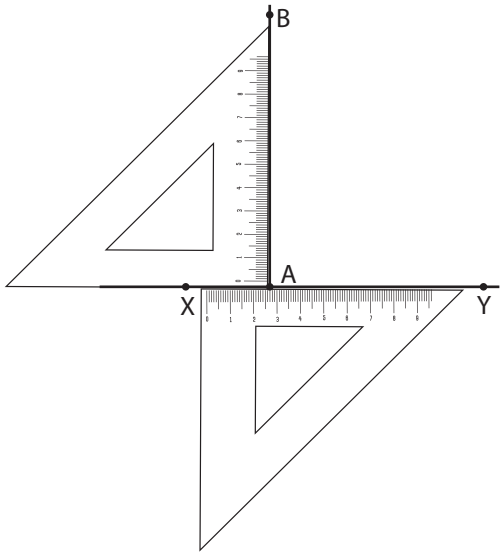
Еден од начините е:

Нацртај права и означи една точка што лежи на неа.



Нека е дадена правата XY и нека точката A лежи на правата XY (A∈XУ).

Низ точката A постави ги линијарите така што двата линијара се допираат под прав агол (како на сликата).

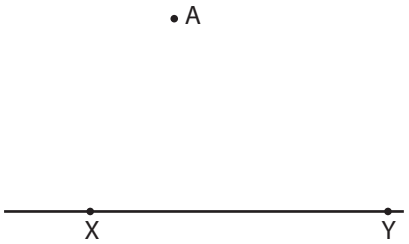


Нацртај ја правата AB која е заемно нормална со правата XY. Запишуваме MN⊥XY

3. Во твојата тетратка нацртај една права и точка што лежи на неа. Потоа, низ означената точка нацртај права што е нормална на дадената права.

Како со линијар да нацртаме заемно нормална права низ точка што не лежи на дадена права?

Нацртај права и означи точка што не лежи на неа.

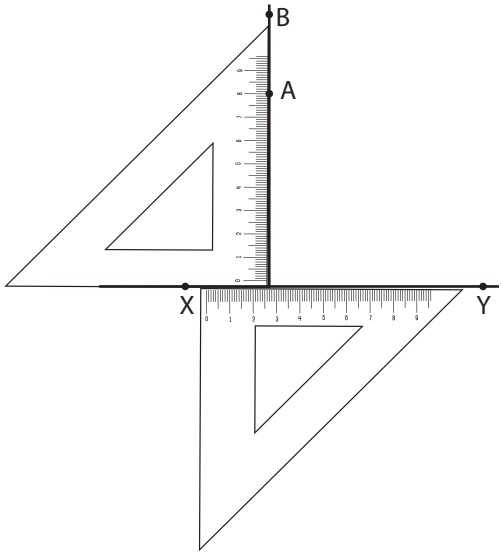


Нека е дадена правата XY и нека точката A не лежи на правата XY (A ∉ XУ)

Еден од начините е:

Низ точката А постави ги линијарите така што двата линијара се допираат под прав агол (како на сликата).

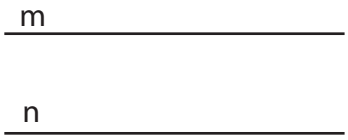
Нацртај ја правата АВ која е заемно нормална со правата XY. Запишуваме АВ ⊥ XY.



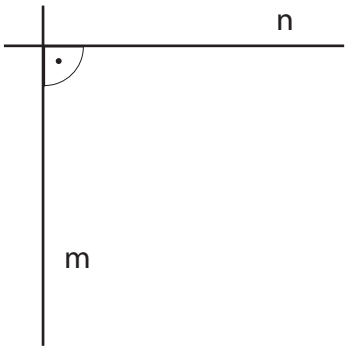
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди ја заемната положба на дадените прави.

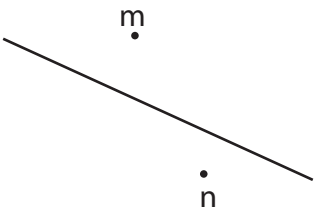
а)



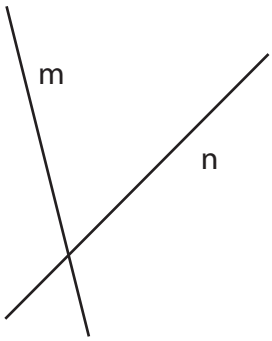
б)



в)

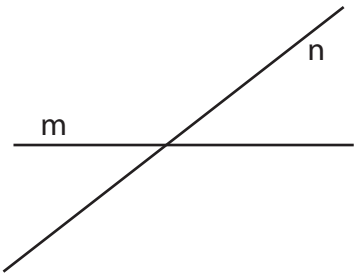


г)



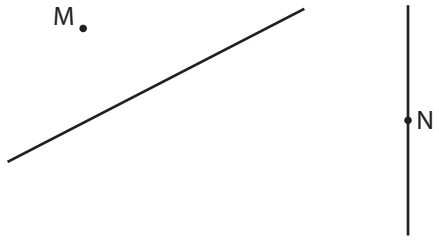
д)

ѓ)

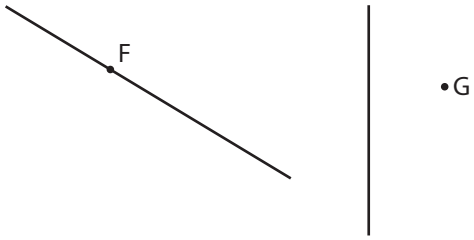


2. Во тетратка прецртај ги дадените прави. Потоа, низ дадената точка, нацртај права што е:

а) паралелна на дадената права



б) заемно нормална со дадената права



***3.** Во рамнината означи точка M. Нацртај четири прави a, b, c, d што минуваат низ точката M, така што правите b и d се заемно нормални.

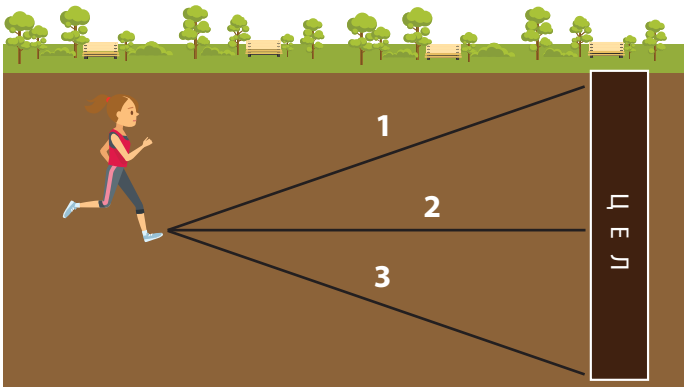
***4.** Размисли, каков би бил светот без паралелни и заемно нормални прави? Разгледај ги сликите и наведи други примери.

РАСТОЈАНИЕ ОД ТОЧКА ДО ПРАВА

Воведна активност

Тркачот треба да стигне најбрзо до целта. По која патека треба да се движи?

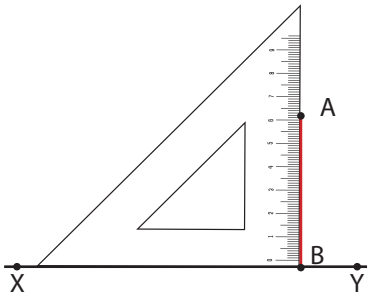
Според сликата, патеката број 2 е најкратка. Значи, ако трча по таа патека ќе стигне најбрзо.



Патеката 2 е најкратка бидејќи е заемно нормална со правата што минува низ целта.

Како да го определиме растојанието од точка до права?

Низ точката А повлекуваме нормала кон правата XY, па пресечната точка на нормалата спуштена од А и правата XY ќе ја означиме со В.
Должината на отсечката АВ е најкраткото растојание од точката до правата.



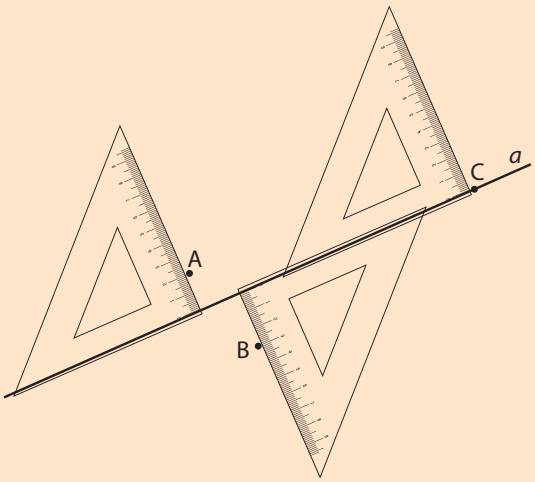
Растојанието од точката А, што не лежи на права XY, до правата XY е еднакво на должината на отсечката АВ каде што В е пресекот на нормалата повлечена од точката А кон правата XY.

Пример 1. Одреди ги растојанијата од точките А, В и С до правата *a*.

Растојанието од точката А до правата *a* е 2 cm.

Растојанието од точката В до правата *a* е 3 cm.

Растојанието од точката С до правата *a* е 0 cm бидејќи точката С лежи на правата *a* ($C \in a$).

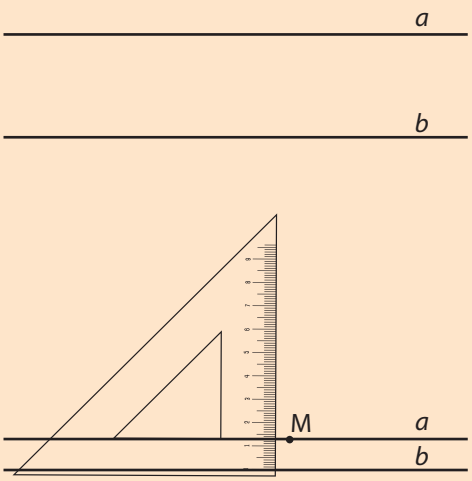


Ако точката лежи на правата, растојанието од таа точка до правата е 0.

Пример 2. Одреди го растојанието помеѓу паралелните прави *a* и *b*.

Избираме произволна точка М на правата *a*.
Потоа, го одредуваме растојанието од точката М до правата *b*.
Растојанието од М до *b* е 13 mm.

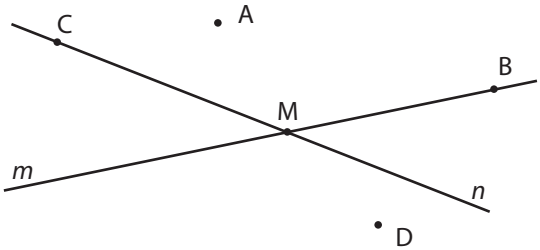
Според тоа, растојанието помеѓу правите е 13 mm.



ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

За да ги решиш задачите, прецртај ги цртежите во тетратка.

1. Одреди го растојанието на секоја точка до правите *m* и *n*.

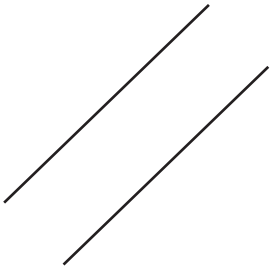


2. Одреди ги растојанијата помеѓу паралелните прави.

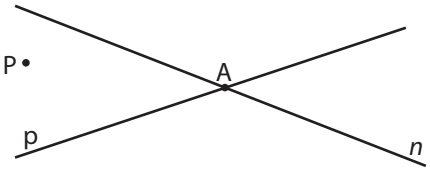
а)

б)

в)



3. На цртежот се дадени две прави p и n што се сечат во точката A и точка P што не лежи на ниту една од нив. Нацртај прави m и q што минуваат низ точката P и се нормални на правите p и n соодветно. Потоа, измери колку е растојанието од точката P до правите p и n.

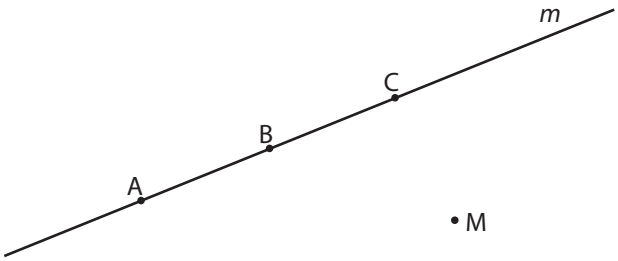


4. Дадена е правата m и точките M, A, B, C како на цртежот (A, B, C се на m).

а) Измери ги и напиши ги растојанијата од точката M до точките A, B и C.

б) Нацртај права што е нормална на правата m и што минува низ точката M.

в) Спореди ги должините на добиените отсечки.



СИМЕТРАЛА НА ОТСЕЧКА

Воведна активност

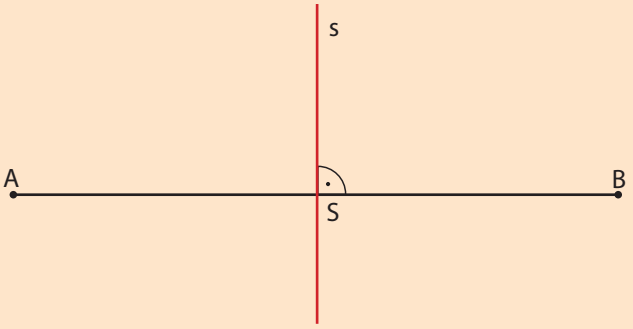
Нацртај отсечка AB со произволна должина. Потоа, на таа отсечка означи точка S што е еднакво оддалечена од крајните точки на отсечката. Што можеш да кажеш за точката S?

Точката што ја дели отсечката на два еднакви дела е **средишна точка** на таа отсечка.

Симетрала на отсечка е правата што минува низ нејзината средишна точка и е нормална на таа отсечка.

Пример 1. Објасни зошто правата s е симетрала на отсечката AB.

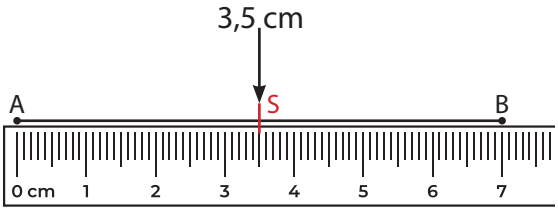
Отсечките AS и SB се еднакви меѓу себе, односно $\overline{AS} = \overline{SB}$. Значи, точката S ја дели отсечката AB на два еднакви дела и е средишна точка на отсечката AB. Правата s минува низ средишната точка на отсечката AB и е нормална на отсечката AB.



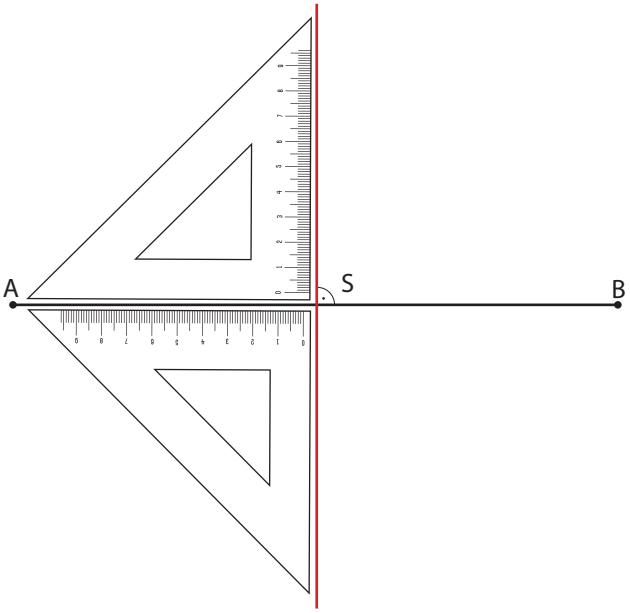
1. Нацртај и обележи три отсечки со должини: 9,6 cm; 4,2 cm; 58 mm. Потоа, обележи ја средишната точка на секоја отсечка.

Како, со линијар, да нацртаме симетрала на отсечка?

Прво треба да ја најдеме средишната точка на отсечката.
Ако отсечката AB има должина 7 cm, тогаш средишната точка S се наоѓа на растојание 3,5 cm од крајните точки на отсечката.



Правиот агол на линијарот го поставуваме во точката S и цртаме права низ точката S што е заемно нормална со отсечката AB.



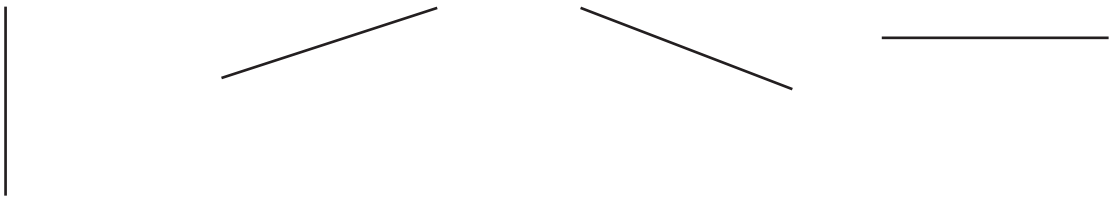
2. Нацртај квадрат со страна 5 cm. Нацртај ја симетралата на секоја негова страна. Што забележуваш? Објасни.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

За да ги решиш задачите, прецртај ги цртежите во тетратка.

1. Нацртај ја симетралата на секоја отсечка.

а) **б)** **в)** **г)**



2. Нацртај отсечка со должина 8 cm, а потоа подели ја на четири еднакви дела.

3. Нацртај и обележи произволна отсечка, а потоа подели ја на два дела, така што едниот да биде трипати поголем од другиот.

4.

Определи ги должините на отсечките AB, BC, AC, а потоа нацртај ги симетралите на AB и BC. Спореди ја должината на отсечката чии крајни точки се средишните на AB и BC и спореди ја со должината на AC.

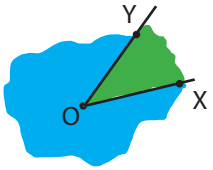
***5.** Земи прозирна хартија. На неа нацртај отсечка MN. Нацртај симетрала s на отсечката MN. На симетралата s избери точки: A, B и C. Поврзи ги крајните точки на отсечката MN со точките A, B и C. Превиткај ја хартијата по должината на симетралата. Што забележуваш? Дали тоа ќе важи за секоја точка од симетралата? Објасни го твојот одговор.

АГОЛ

Воведна активност

Разгледај го цртежот.

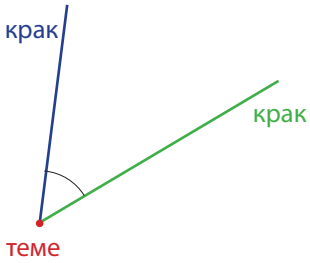
1. На колку дела е поделена рамнината?
2. Како се викаат формите со зелена и со сина боја?



Две полуправи со заеднички почеток ја разделуваат рамнината на два дела. Секој од тие два дела заедно со двете полуправи се нарекува **агол**.

Елементи на агол

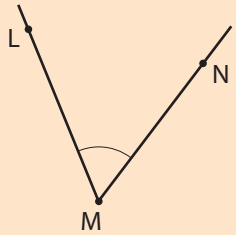
Полуправите што го формираат аголот се викаат **краци** на аголот, а нивниот заеднички почеток се вика **теме** на аголот.



Пример 1. Одреди ги темето и краците за дадените агли.

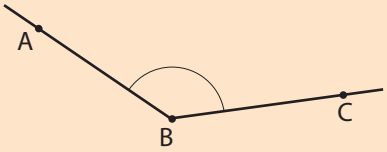
а) Теме на аголот е точката M, а краците се MN и ML.

а)



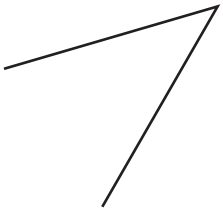
б) Темето на аголот е во точката B, а краците се BC и BA.

б)

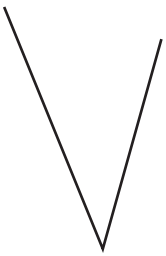


1. Означи ги темето и краците на аглите.

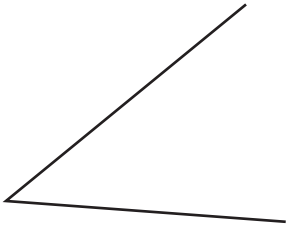
а)



б)



в)



Пример 2. Одреди кои точки припаѓаат, а кои не припаѓаат на ∢EDC.

На аголот припаѓаат точките: C, D, E и M.

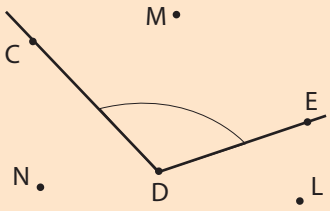
Запишуваме: C∈∢EDC, D∈∢EDC, E∈∢EDC, M∈∢EDC.

Точките C и E се точки што припаѓаат на краците на аголот EDC, а точката M припаѓа на внатрешниот дел на аголот и таа е внатрешна точка на аголот.

На аголот не припаѓаат точките N и L.

Запишуваме N∉∢EDC, L∉∢EDC.

Точките N и L припаѓаат на надворешната област на аголот EDC.



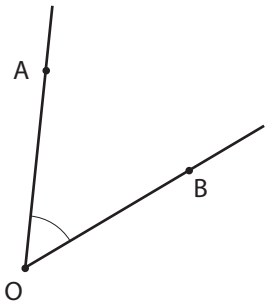
Од овој пример можеме да заклучиме дека: еден агол е наполно определен со две полуправи со заеднички почеток и точка што не лежи на нив.

Именување и запишување агол

Аглите ги обележуваме на четири начини:

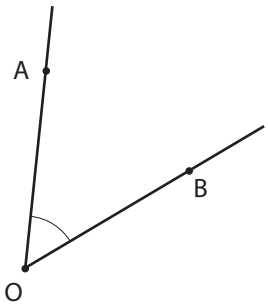
1) Со **три големи букви** од латиничната азбука, од кои буквата при темето на аголот секогаш е во средина. Пред буквите го запишуваме знакот за агол ∢.

Аголот на цртежот можеме да го запишеме ∢AOB или ∢ BOA



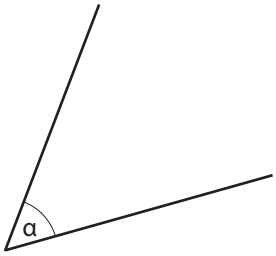
2) Со **знакот** ∢ и буквата со која е означено **темето**.

Аголот на цртежот можеме да го запишеме ∢O.



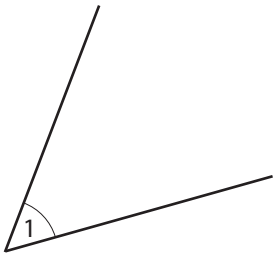
3) Со **буквите од грчката азбука** α (алфа), β (бета), γ (гама), δ (делта), ... Тогаш не се користи знакот ∢.

Аголот на цртежот можеме да го запишеме α.



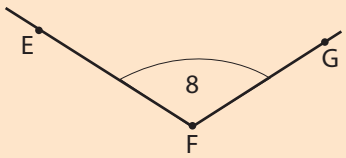
4) Со броеви и знакот ∢ пред бројот.

Аголот на цртежот можеме да го запишеме ∢1.



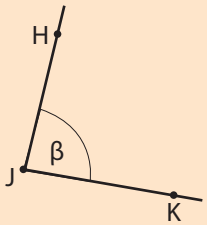
Пример 3. Именувај ги на сите можни начини дадените агли.

а)



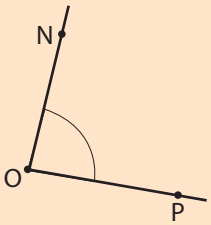
∢8, ∢GFE, ∢F

б)



∢J, ∢KJH, β

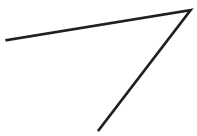
в)



∢O, ∢PON

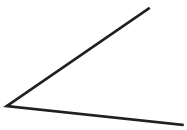
2. Аглите можеме да ги обележуваме на четири различни начини. Секој од дадените агли обележи го на различен начин.

а)

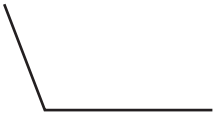


б)

в)



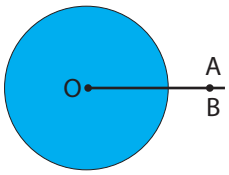
г)



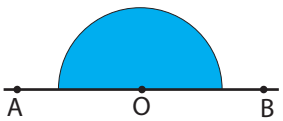
Видови агли

Големината на аглите ја изразуваме во степени со ознака °.

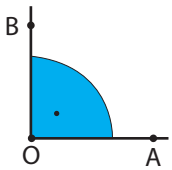
Краците на **полниот** агол се совпаѓаат и аголот има 360°.



Рамен агол има 180°. Краците се составните полуправи OA и OB на една права.

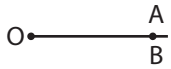


Прав агол има 90°. Ознака за прав агол е ◺.

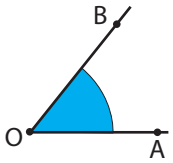


Нулти агол има 0°.

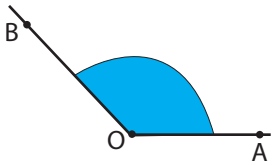
Неговите краци се совпаѓаат, внатрешниот дел на овој агол е празно множество.



Остар агол има повеќе од 0° и помалку од 90°.



Тап агол има повеќе од 90° и помалку од 180°.



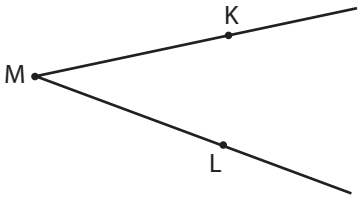
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во врска со аголот даден на цртежот одговори на поставените барања.

а) Кои се краци на аголот?

б) Која точка е теме на аголот?

в) Именувај го аголот.



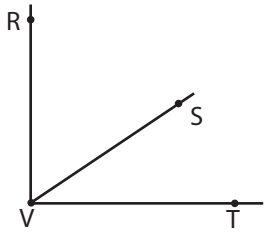
2. Нацртај четири агли и именувај ги на следниот начин:

а) првиот со три големи букви **б)** вториот со број

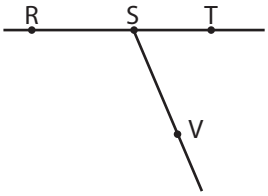
в) третиот со грчка буква **г)** четвртиот со буква која го означува темето на аголот.

За да ги решиш задачите, прецртај ги цртежите во тетратка.

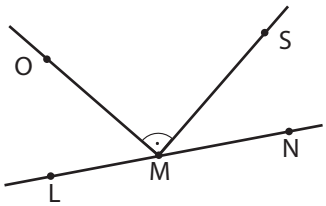
3. Именувај ги аглите на кои припаѓа кракот VS.



4. Именувај ги сите агли со теме S.



5. Именувај ги сите остри агли на цртежот.

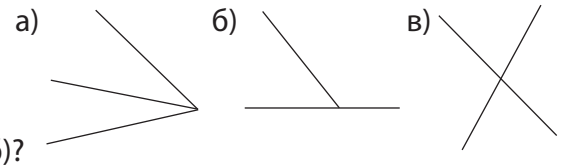


6. Нацртај прав агол со теме во B и крак BC. Нацртај тап агол со теме во A и крак AB. Именувај ги добиените агли.

СОСЕДНИ, НАПОРЕДНИ И НАКРСНИ АГЛИ

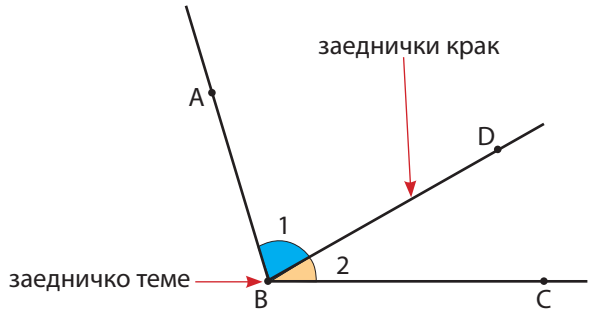
Воведна активност

На цртежот се дадени неколку парови од агли.



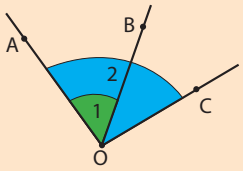
1. Што е заедничко за аглите под а), б), в)?
2. Што е заедничко за паровите агли под а) и б)? Што е различно за овие два пара агли?
3. Како се формирани аглите под в)?

Два агла што имаат заеднички крак и немаат заеднички внатрешни точки ги нарекуваме соседни агли.



Пример 1. Одреди дали ∢1 и ∢2 се соседни.

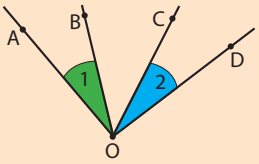
а)



1) имаат заедничко теме O;
2) имаат заеднички крак OA;
3) имаат заеднички внатрешни точки.

∢1 и ∢2 не се соседни

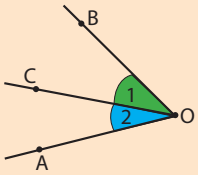
б)



1) имаат заедничко теме O;
2) немаат заеднички крак;
3) немаат заеднички внатрешни точки.

∢1 и ∢2 не се соседни

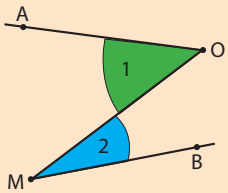
в)



1) имаат заедничко теме O;
2) имаат заеднички крак OC;
3) немаат заеднички внатрешни точки.

∢1 и ∢2 се соседни

г)

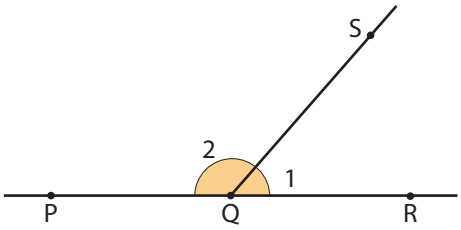


1) немаат заедничко теме;
2) имаат заеднички крак OM;
3) немаат заеднички внатрешни точки

∢1 и ∢2 не се соседни

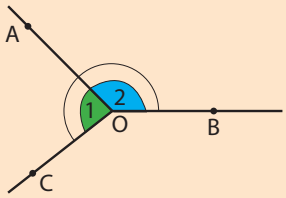
1. Нацртај три полуправи со заеднички почеток. Колку има агли? Кои од аглите се соседни?

Два агла се напоредни ако тие се соседни агли и нивните надворешни краци формираат една права.
Два напоредни агли формираат рамен агол.



Пример 2. Одреди дали ∢1 и ∢2 се напоредни.

а)

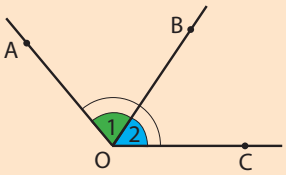


1) аглите се соседни:

2) надворешните краци не формираат права.

∢1 и ∢2 не се напоредни

б)

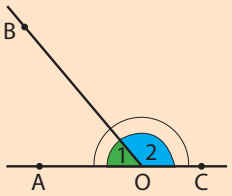


1) аглите се соседни:

2) надворешните краци не формираат права.

∢1 и ∢2 не се напоредни

в)



1) аглите се соседни:

2) надворешните краци формираат права.

∢1 и ∢2 се напоредни

2. Дали напоредните агли можат да бидат

а) и двата остри агли?

б) и двата тапи агли?

в) и двата прави агли?

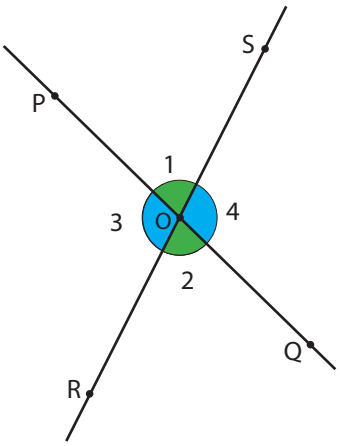
г) едниот прав, а другиот тап агол?

Објасни го твојот одговор.

Аглите што се добиваат кога две прави се сечат се накрсни агли.

Два агла се накрсни ако тие:

- имаат заедничко теме
- нивните краци формираат прави што се сечат
- немаат заеднички внатрешни точки



На цртежот, накрсни агли се: ∢1 и ∢2, ∢3 и ∢4.

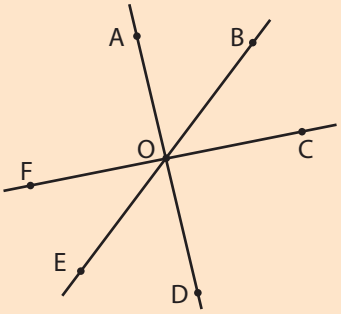
Накрсните агли се еднакви меѓу себе.

∢1 =∢2 и ∢3 =∢4

Пример 3. Одреди ги сите парови накрсни агли на цртежот.

Накрсни се паровите агли:

∢BOA и ∢EOD, ∢COB и ∢FOE,
∢AOF и ∢DOC, ∢FOD и ∢COA



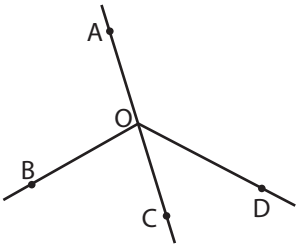
3. Нацртај две прави што се сечат и запиши ги паровите напоредни и накрсни агли што притоа се добиваат.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Прецртај го цртежот во тетратка.

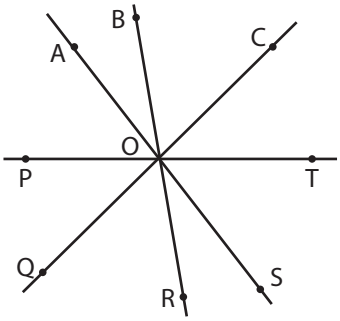
а) Нацртај соседен остар агол на ∢COD, така што OD е заеднички крак.

б) Нацртај соседен остар агол на ∢AOB, така што OB е заеднички крак.



2. Според податоците на цртежот, напиши ги напоредните агли на:

а) ∢BOA **б)** ∢QOS **в)** ∢AOR

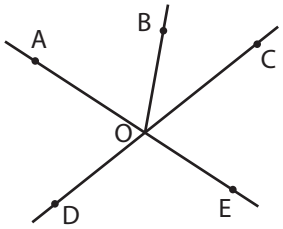


3. Според податоците на цртежот, напиши ги:

а) сите парови накрсни агли

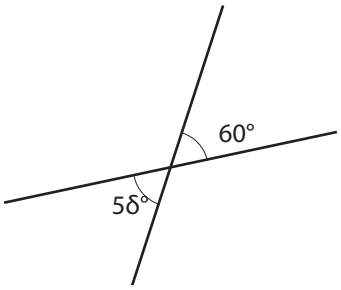
б) сите соседни агли

в) сите напоредни агли

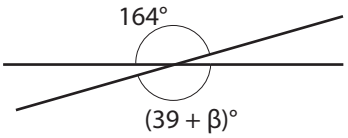


***4.** Пресметај ги вредностите на аглите α, β и δ.

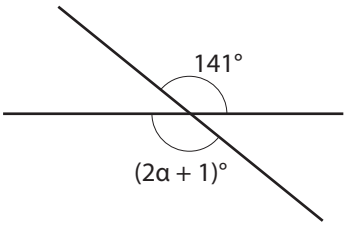
а)



б)



в)

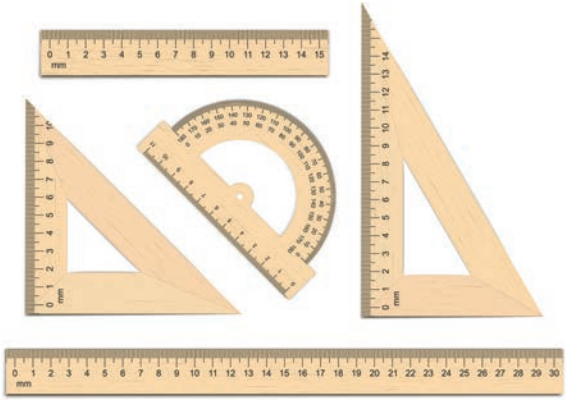


***5.** Нацртај две паралелни прави m и n и права c што ги сече паралелните прави. Означи некои од аглите добиени на тој начин. Напиши три пара соседни, напоредни и накрсни агли.

МЕРЕЊЕ АГЛИ

Воведна активност

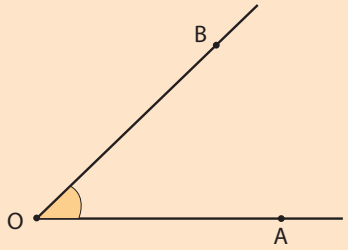
1. Со што се мери должината на отсечка?
2. Кои се мерните единици за должина што ги користиме?
3. Дали знаеш која од направите на цртежот десно може да се искористи за мерење на големината на агол?



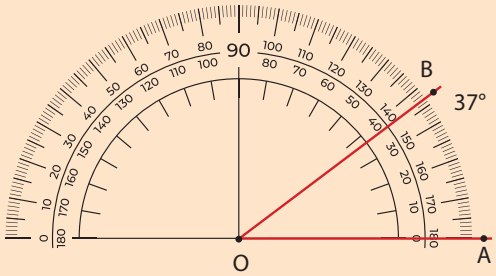
Големината на аглите ја изразуваме во степени со ознака °.

Инструмент за мерење големина на агол е **агломер**.

Пример 1. Измери ја големината на ∢AOB.



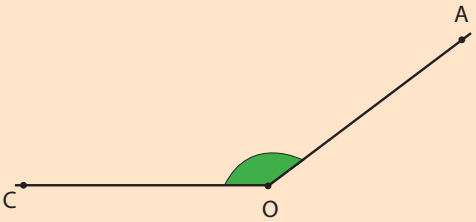
1) Постави го агломерот на кракот OA, така што темето O ќе се совпадне со центарот на агломерот. Читај ја внатрешната скала, почнувајќи од 0° на десната страна на агломерот.



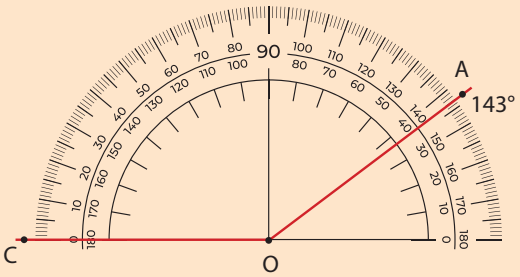
2) Бројот на агломерот што одговара на вториот крак е големината на аголот.

∢AOB = 37°

Пример 2. Измери ја големината на ∢COA?



1) Постави го агломерот на кракот OC, така што темето O ќе се совпадне со центарот на агломерот. Читај ја надворешната скала, почнувајќи од 0° на левата страна на агломерот.



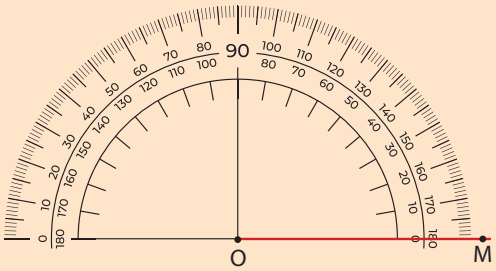
2) Бројот на агломерот што одговара на вториот крак е големината на аголот.

∢COA = 143°

1. Нацртај два остри и два тапи агли. Потоа со агломер измери ја големината на секој агол и запиши ја под него.

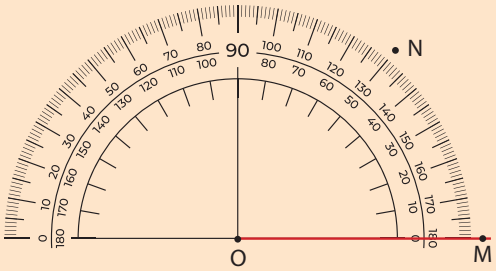
Пример 3. Нацртај го ∢MON = 50°.

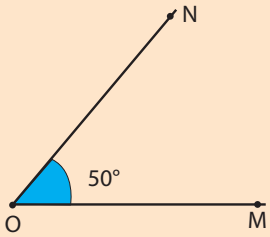
1) Нацртај го прво кракот OM и постави го агломерот со центарот во темето O.



2) На внатрешната скала пронајди ја големината 50° и означи точка N.

Со поврзување на точките O и N се добива вториот крак ON на аголот MON.

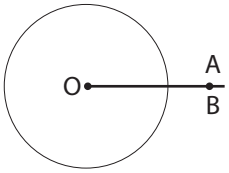




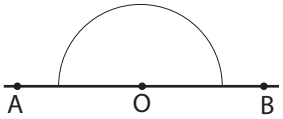
2. Нацртај со агломер агол од:

а) 25^0 **б)** 70^0 **в)** 90^0 **г)** 160^0

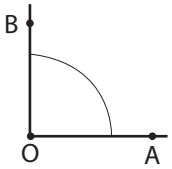
полниот агол има 360°.



рамен агол има 180°.

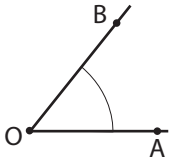


прав агол има 90°.

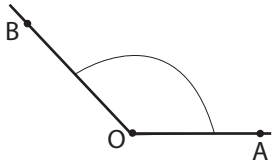


нултиот агол има 0°.

остар агол е поголем од 0° и помал од 90°.



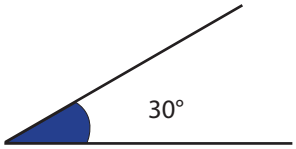
тап агол е поголем од 90° и помал од 180°.



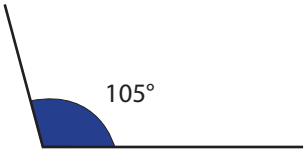
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Дадени се агли со нивните големини. Измери ги аглите и одреди дали се точни дадените големини.

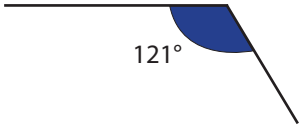
а)



б)



в)



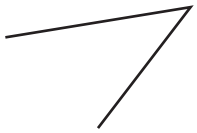
2. Во тетратка нацртај агли од 48°, 95° и 135°.

3. Нацртај триаголник во кој сите агли се остри и друг триаголник во кој еден од аглите е тап. Измери ги аглите на двата триаголнка.

4. Без мерење обиди се да нацрташ агол од: 45°, 10°, 120° и 150°, а потоа измери ги со агломер.

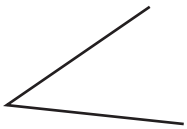
5. Процени ја големината на секој агол. Напиши ја во тетратка. Потоа со агломер измери ја големината на аглите и провери ја твојата процена.

а)

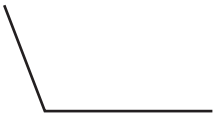


б)

в)



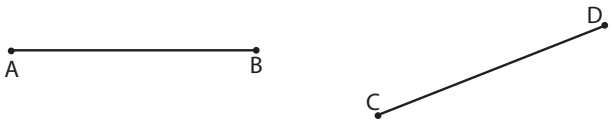
г)



КОМПЛЕМЕНТНИ И СУПЛЕМЕНТНИ АГЛИ

Воведна активност

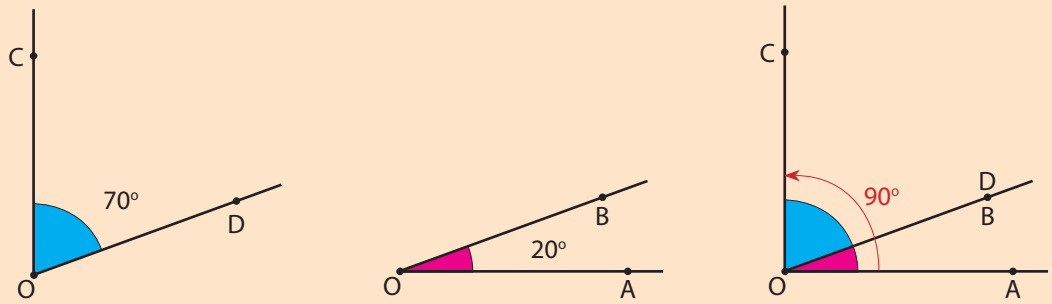
1. Што подразбираме под аритметичко собирање отсечки?
   Како би го определиле аритметички, збирот на отсечките AB и CD дадени на цртежот?



2. Колку би изнесувал збирот на два агли ако едниот има 50°, а другиот 100°?

Два агла чиј збир е 90° се **комплементни агли**.

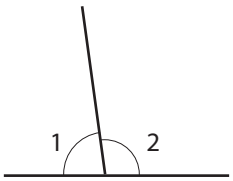
Пример 1. Колку е збирот на ∢DOC и ∢ AOB дадени на цртежот?



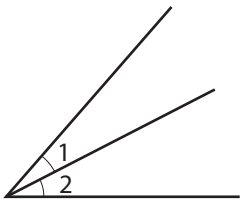
∢AOB + ∢DOC = = 20° + 70° = 90°

1. Одреди на кој цртеж аглите се комплементни. Објасни го твојот одговор.

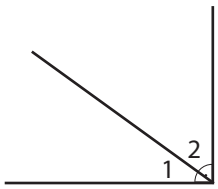
а)



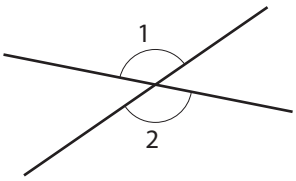
б)



в)



г)



Пример 2. Одреди го непознатиот агол, ако се знае дека дадените агли се комплементни.

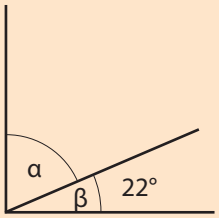
а) Аглите се комплементни, значи $\alpha + \beta = 90°$

$\beta = 22°$

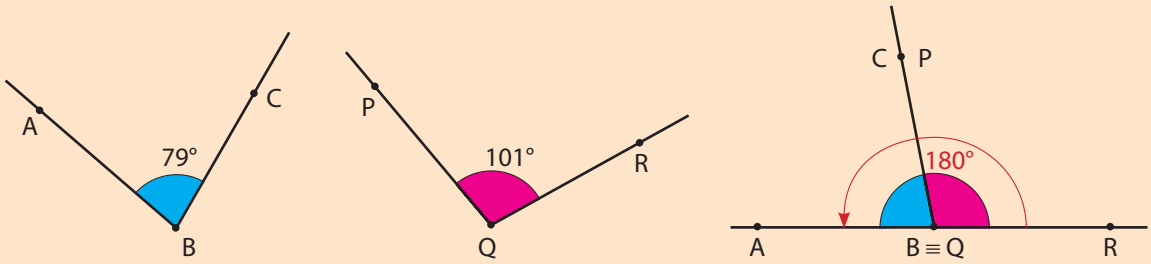
$\alpha + 22° = 90°$

$\alpha = 90° - 22°$

$\alpha = 68°$



Пример 3. Колку е збирот на аголот ∢ABC и ∢PQR дадени на цртежот?

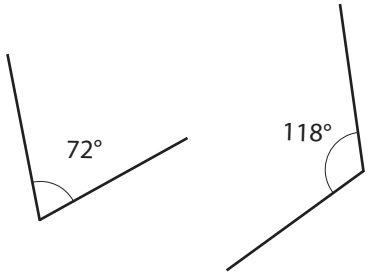


∢CBA + ∢RQP = 79° + 101° = 180°

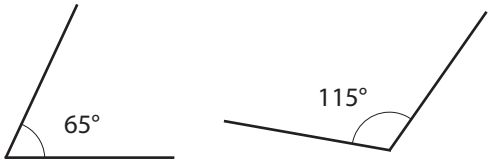
Два агла чиј збир е 180° се **суплементни агли**.

2. Одреди на кој цртеж аглите се суплементни. Објасни го твојот одговор.

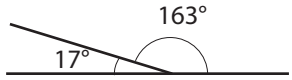
а)



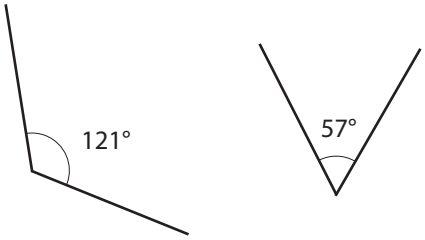
б)



в)

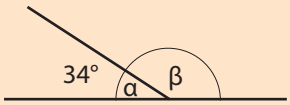


г)



Пример 4. Одреди го непознатиот агол, ако се знае дека дадените агли се суплементни.

а) Аглите се суплементни, значи



$\alpha + \beta = 180°$

$\alpha = 34°$

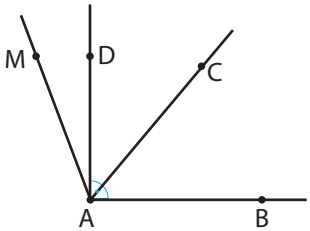
$34° + \beta = 180°$

$\beta = 180° - 34°$

$\alpha = 146°$

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Според цртежот, кои од дадените парови агли се комплементни?



а) ∢CAD, ∢DAM **б)** ∢BAC, ∢CAD

в) ∢DAM, ∢CAD **г)** ∢BAC, ∢DAM

2. Пресметај ги комплементните агли на дадените агли.

а) 50° **б)** 41° **в)** 44° **г)** 65°

3. Одреди ги паровите суплементни агли.

а) 99°, 81° **б)** 142°, 58° **в)** 95°, 85° **г)** 67°, 133°

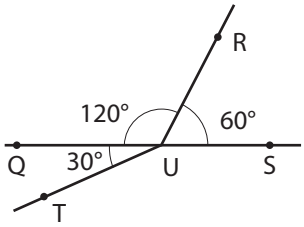
Според податоците на цртежите во задачите 4 и 5, одговори на барањата.

4. **а)** Одреди ја големината на суплементниот агол на ∢SUR.

б) Одреди го парот комплементни несоседни агли.

в) Одреди ја големината на комплементниот агол на ∢QUT.

г) Одреди ги паровите суплементни агли.

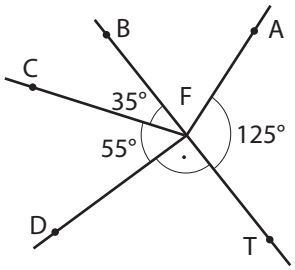


5. **а)** Одреди два пара суплементни агли.

б) Одреди го парот суплементни несоседни агли.

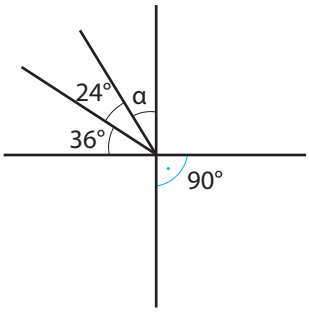
в) Одреди ја големината на суплементниот агол на ∢AFB.

г) Одреди ја големината на комплементниот агол на ∢CFD.

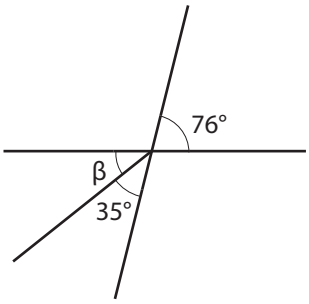


***6.** Прецртај ги цртежите во тетратка. Одреди ги непознатите агли на цртежите.

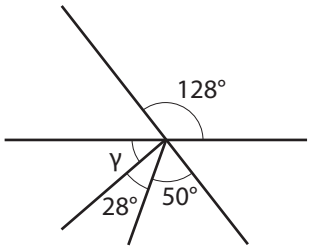
а)



б)



в)



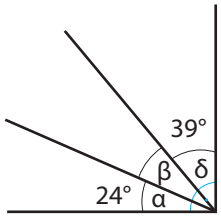
***7.** Пресметај ги комплементните агли α и β, ако $\alpha = \beta$.

***8.** Од два суплементни агли, едниот е за 102° поголем од другиот. Пресметај ги големините на аглите.

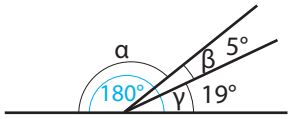
***9.** Два комплементни агли се разликуваат за 78°. Пресметај ја големината на поголемиот агол.

***10.** Еден агол е петпати поголем од неговиот суплементен агол. Пресметај ја големината на помалиот агол.

***11.** Пресметај го непознатиот агол на цртежот.



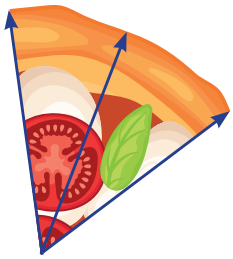
***12.** Пресметај го непознатиот агол на цртежот.

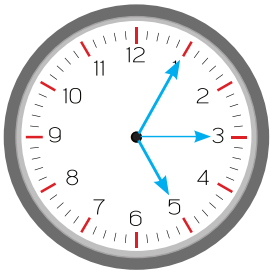


СИМЕТРАЛА НА АГОЛ

Воведна активност

1. Потсети се што е симетрала на отсечка.
2. Како ја цртаме симетралата на отсечка?
3. Како да го пресечеме парчето пица за да добиеме две еднакви парчиња?
4. Какви се аглите што ги зафаќаат стрелките на часовникот на сликата? Зошто?



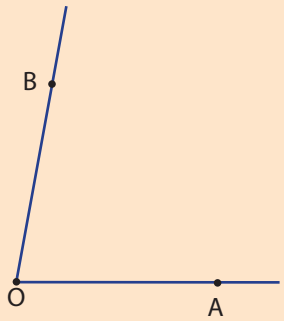


Полуправата, со почеток во темето на еден агол, што го дели аголот на два еднакви дела е **симетрала на агол**.

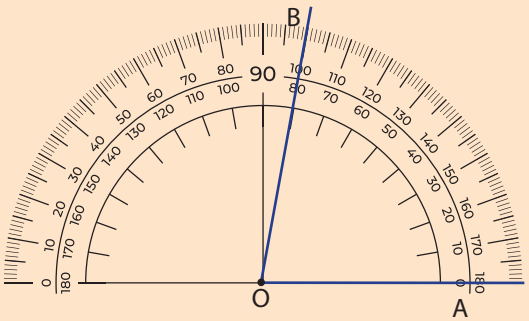
Симетралата на агол ја нарекуваме и бисектриса на аголот.

Пример Нацртај симетрала на дадениот агол со агломер.

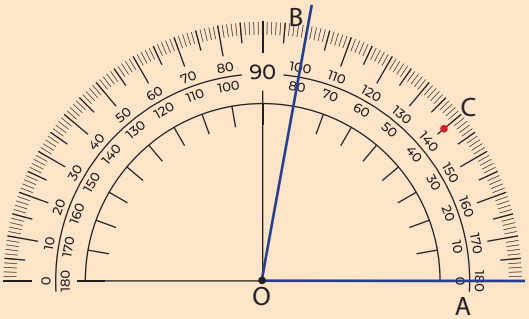
1) Нека е даден ∢AOB.



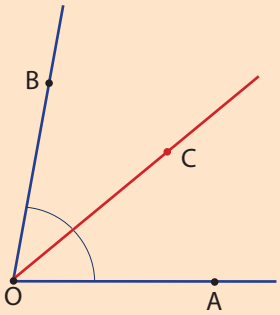
2) Прво ја мериме големината на аголот, ∢AOB = 80°.



3) Пресметуваме половина од вредноста на аголот: 80° : 2 = 40°. На агломерот означуваме точка C кај 40°.



4) Полуправата OC е симетралата на ∢AOB. Според тоа, ∢AOC = ∢COB



1. Нацртај агол и потоа со цртање на неговата симетрала подели го на два еднакви агли.

а) $\alpha = 60°$ **б)** $\beta = 49°$ **в)** $\gamma = 110°$

2. Нацртај произволен тап агол, а потоа подели го на четири еднакви дела.

3. Нацртај произволен ∢AOB и потоа нацртај ја неговата симетрала. На симетралата избери точки M и N. За секоја точка измери го нејзиното најкратко растојание до краците на ∢AOB. Што забележуваш? Објасни го твојот одговор.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Нацртај го комплементниот агол на аголот $\alpha = 56°$. Потоа, подели го на два еднакви агла.

2. Нацртај произволен тап агол и раздели го на два дела, така што, едниот дел да биде трипати помал од другиот.

3. На цртежот:

– полуправата OC е симетрала на ∢AOB = 80°

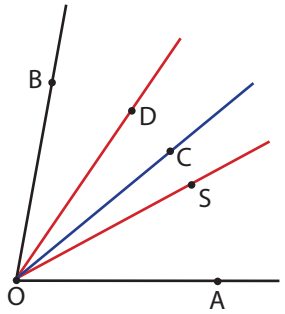
– полуправата OS е симетрала на ∢AOD = 56°

Пресметај ги аглите:

а) ∢AOC **б)** ∢SOD

в) ∢DOC **г)** ∢SOC

д) ∢SOB



***4.** На цртежот:

– полуправата OS е симетрала на ∢POT и ∢POS = 60°

– полуправата OQ е симетрала на ∢POR = 90°

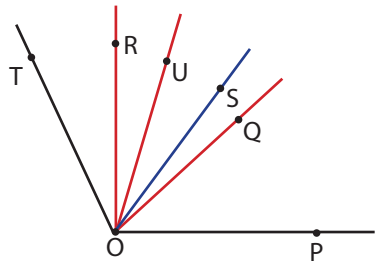
– полуправата OU е симетрала на ∢SOR

Пресметај ги аглите:

а) ∢POT **б)** ∢POQ

в) ∢UOR **г)** ∢QOR

д) ∢POU



КРУЖНИЦА. КРУГ

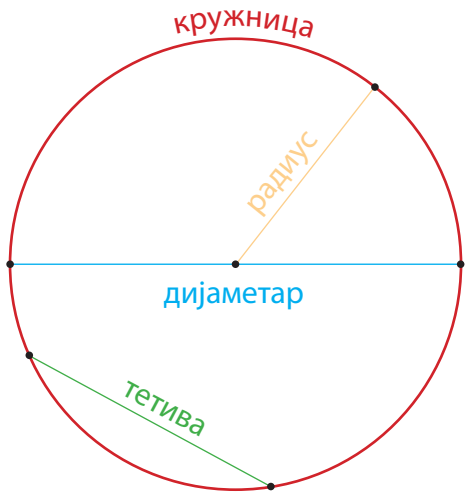
Воведна активност

Кружна фантазија. Замисли дека имаш стар часовник само со една стрелка. Потоа замисли дека на крајот на стрелката си ставил една капка црвена боја. Придвижи ја стрелката и направи цело завртување. Каква форма ќе се добие од трагата на црвената боја?

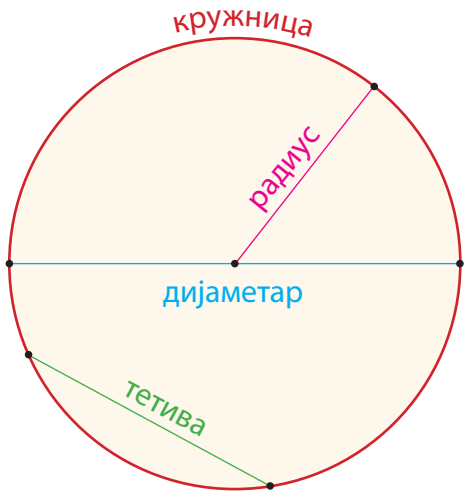
Потоа замисли дека целата стрелка е обоена со жолта боја и придвижи ја при што повторно ќе направиш цело завртување. Каква форма опиша стрелката сега?

Дискутирајте со останатите ученици: Која е разликата меѓу двете форми?

Кружница е множество од сите точки во рамнината, што се еднакво оддалечени, односно се на еднакво растојание од една дадена точка во таа рамнина.



Круг е 2Д-форма во рамнината составена од кружница и нејзиниот внатрешен дел.



Една кружница и еден круг се наполно определени ако се познати центарот и нивниот радиус. Кружница со центар O и радиус r најчесто ја означуваме k(O, r), а кругот K (O, r).

Елементи на кружница и круг

Центар е точката од која сите точки од кружницата се на еднакво растојание.

Најчесто центарот на кружницата го обележуваме со точката O.

Радиус е растојанието, односно должината на отсечката од центарот до која било точка од кружницата.

Радиусот го обележуваме со буквата R или r.

Тетива е отсечката чии крајни точки се точки од една кружница.

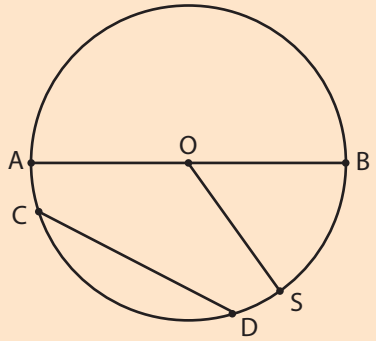
Тетивата ја обележуваме со буквата t или со крајните точки што лежат на кружницата.

Дијаметар е тетивата што минува низ центарот на една кружница.

Дијаметарот го обележуваме со буквата d или со крајните точки што лежат на кружницата.

Пример 1. Според цртежот, напиши ги отсечките што се:

а) радиус
б) дијаметар
в) тетива



а) радиуси се: $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OS}$
б) дијаметар е $\overline{AB}$
в) тетива $\overline{CD}$ и дијаметар $\overline{AB}$

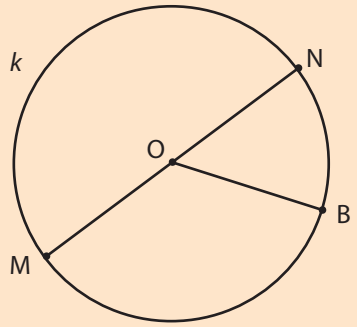
Пример 2. Колкава е должината на отсечката MN на цртежот?

Отсечката MN е дијаметар на кружницата *k*(O, r).

$\overline{MN} = \overline{OM} + \overline{ON}$

$\overline{OM} = \overline{ON} = r$

Добиваме $\overline{MN} = r + r = 2r$



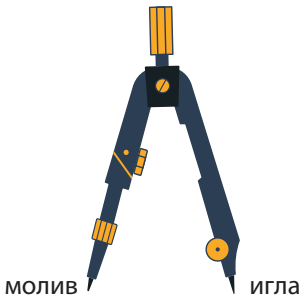
Дијаметарот на една кружница е двапати поголем од радиусот на таа кружница, односно **d = 2r**.

1. Пресметај го дијаметарот на една кружница, ако нејзиниот радиус е:
а) r = 5 cm б) r = 8,6 dm **в)** r = 66,3 mm

2. Пресметај го радиусот на една кружница, ако нејзиниот дијаметар е:
а) d = 25 dm **б)** d = 16,8 cm **в)** d = 56,6 mm

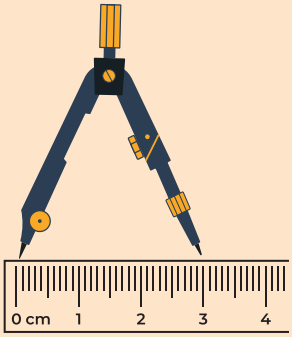
Инструмент за цртање кружница е шестар.

За да можеме да нацртаме кружница потребно е да бидат зададени нејзиниот центар и радиус.



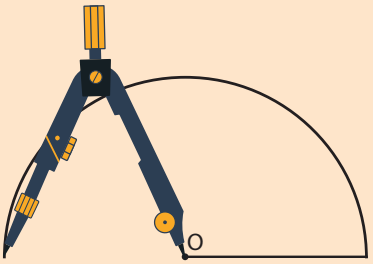
Пример 3. Нацртај кружница со центар O и радиус 3 cm, *k*(O, 3).

1) Шестарот го отвораме колку што е големината на радиусот, 3 cm.



2) Во рамнината, означуваме центар O и цртаме полуправа со почеток во O.

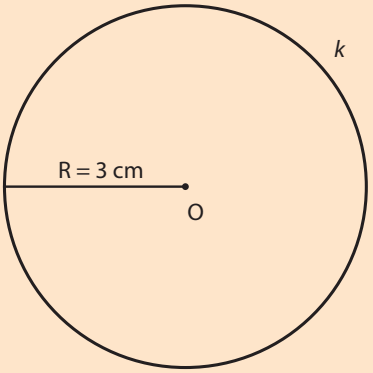
3) Иглата на шестарот ја ставаме во центарот O, а со моливот цртаме кружница. Отворот е колку што е големината на радиусот.



Ја нацртавме кружницата k со центар O и радиус 3 cm.

Оваа кружница можеме да ја запишеме и k(O, 3 cm).

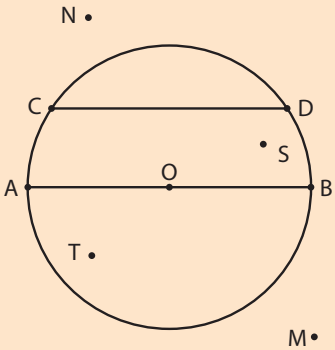
Кругот што одговара на кружницата k го запишуваме K(O, 3 cm).



Пример 4. На цртежот се претставени круг K и кружница k со центар во O и радиус R. Одреди ја точноста на исказите.

а) C ∈ K б) T∈ K в) S ∉ k

г) AB ∈ k д) CD ∈ K ѓ) M ∈ K



а) Точно, C припаѓа и на кружницата и на кругот.

б) Точно, T припаѓа на кругот.

в) Точно, S припаѓа на кругот.

г) Неточно, дијаметарот AB припаѓа на кругот, но не и на кружницата. Точките A и B припаѓаат и на кружницата и кругот.

д) Точно, тетивата CD припаѓа на кругот, точките C и D припаѓаат и на кружницата и кругот.

ѓ) Неточно, M е надвор од кругот.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Според цртежот, одреди ја точноста на исказите:

а) $\overline{BL}$ е дијаметар

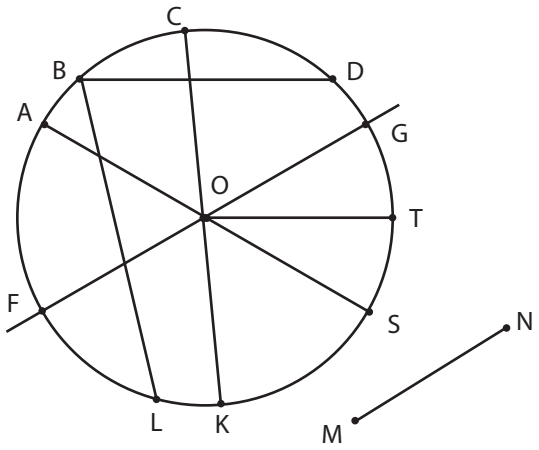
б) $\overline{AO}$ е радиус

в) $\overline{MN}$ е тетива

г) $\overline{CK}$ е дијаметар

д) FG е дијаметар

ѓ) OG не е радиус



2. Нацртај кружница со:

а) радиус 2 cm **б)** дијаметар 30 mm

3. Во рамнина се дадени точките A и B. Нацртај ги кружниците:

а) k(A, AB) **б)** k(B, AB)

4. Нацртај K(O, 25 mm), а потоа:

а) Повлечи тетива $\overline{AB} = 2\,cm$. Дали тоа е најдолгата тетива што можеш да ја нацрташ?

б) Нацртај ја најдолгата тетива и запиши ја нејзината должина. Што забележуваш?

5. Колку изнесува дијаметарот на една кружница, ако нејзиниот радиус е:

а) 7 cm **б)** 2 dm **в)** 25 mm

6. Колку изнесува радиусот на една кружница, ако нејзиниот дијаметар е:

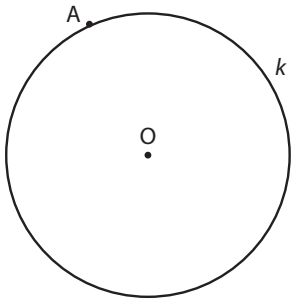
а) 12 cm **б)** 28 mm **в)** 4 dm

ЗАЕМНА ПОЛОЖБА НА ТОЧКА И КРУЖНИЦА И ПРАВА И КРУЖНИЦА

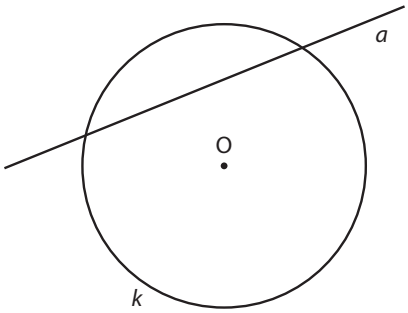
Воведна активност

Дејан добил две задачи.

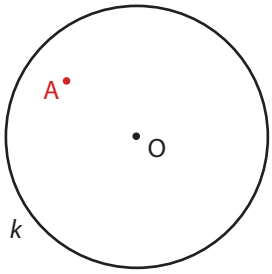
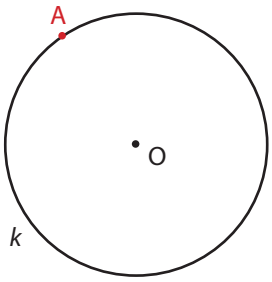
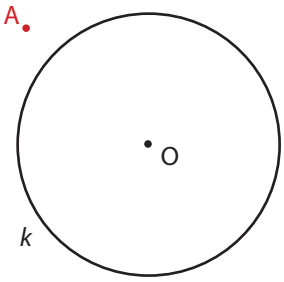
1. Да нацрта кружница и да избере точка.
   Неговото решение е дадено на цртежот.
   Дали имаш друго решение?



2. Да нацрта права и кружница.
   Неговото решение е дадено на цртежот.
   Дали имаш друго решение?



Заемна положба на точка и кружница

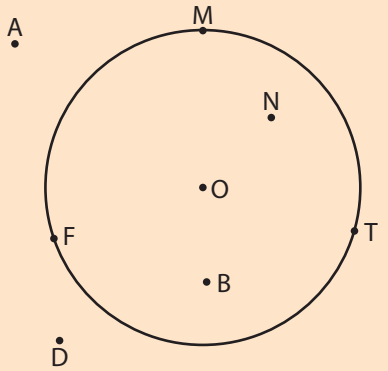
Точката А лежи **во внатрешноста на кружницата.** 	Точката А лежи **на кружницата**. 	Точката А лежи **надвор од кружницата.** 

Пример 1. Според цртежот, одреди ги:

а) точките што припаѓаат на кружницата

б) точките што припаѓаат надвор од кружницата

в) точките што припаѓаат во внатрешноста на кружницата



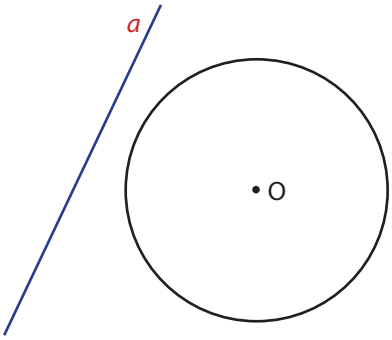
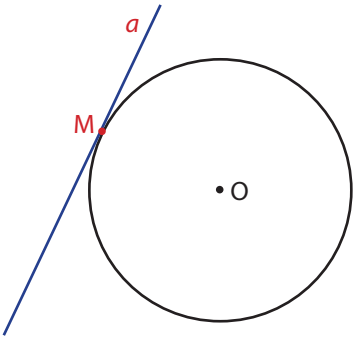
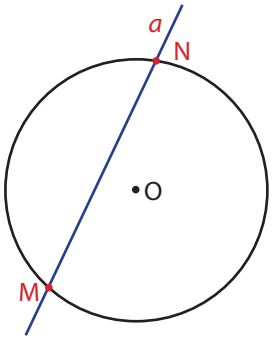
а) M, T и F припаѓаат на кружницата

б) A и D припаѓаат надвор од кружницата

в) N, O и B припаѓаат во внатрешноста на кружницата

1. Внимателно разгледај ги сите три случаи на заемната положба на точката A и кружницата *k*, дадени погоре. Измери го растојанието од центарот O на кружницата *k* до точката A во сите три случаи (кога A е во внатрешноста на кружницата, на кружницата и надвор од кружницата). Што забележуваш? Објасни го твојот одговор.

Заемна положба на права и кружница

Правата и кружницата **немаат ниту една заедничка точка – правата е надвор од кружницата.**	Правата и кружницата имаат **1 заедничка точка – правата ја допира кружницата. (тангента)**	Правата и кружницата имаат **2 заеднички точки – правата ја сече кружницата. (секанта)**
		

Пример 2. Според цртежот, каде што O е центар на кружницата *k*, одреди:

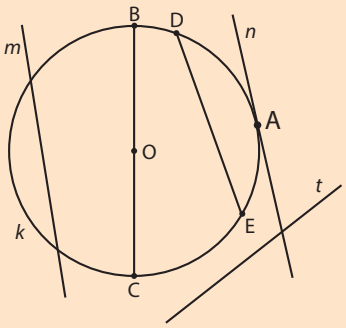
а) која права има една заедничка точка со кружницата *k*?

б) која отсечка е дијаметар на кружницата *k*?

в) која отсечка е радиус на кружницата *k*?

г) која права има две заеднички точки со кружницата *k*?

д) заемна положба на правата *t* и кружницата *k*.



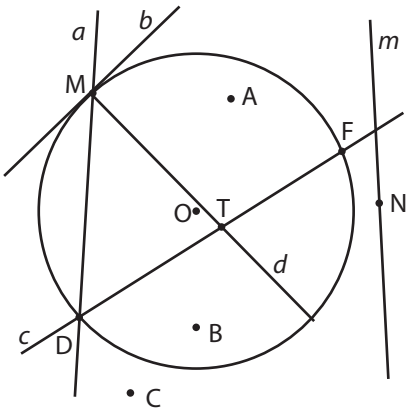
а) Правата n има една заедничка точка A со кружницата *k*.
б) $\overline{BC}$ е дијаметар на кружницата *k*.
в) $\overline{OB}$ и $\overline{OC}$ се радиуси на кружницата.
г) Правата *m* има две заеднички точки со кружницата *k*.
д) Правата *t* и кружницата *k* немаат ниту една заедничка точка.

2. Нацртај кружница k(O, 2 cm) и права p која со кружницата има една заедничка точка. Колку е растојанието од правата p до центарот O на кружницата?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Според цртежот, одреди кое тврдење е точно.

а) точките A и B припаѓаат на кружницата
б) правата *b* има една заедничка точка со кружницата
в) правата m ја сече кружницата во две точки
г) точките M и D припаѓаат на кружницата
д) правата MD не ја сече кружницата
ѓ) точките N и C лежат надвор од кружницата



2. Даден е кругот K(O, 4 cm) и правата *a* што го сече кругот K. Колкава е должината на отсечката што е пресек на правата a и кругот K? Колку е растојанието од центарот на кругот до правата *a*?

3. Дадена е кружницата k(O, 3 cm) и правата b. Нацртај ги трите заемни положби меѓу кружницата и правата. За секоја заемна положба на правата и кружницата, што може да се каже за растојанието од центарот O на кружницата до правата b? Објасни го твојот одговор.

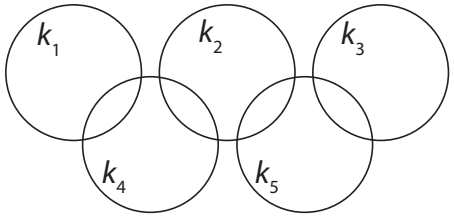
***4.** Точката M припаѓа на кругот K(O; 3,5 cm) и не припаѓа на кружницата k(O; 3,5 cm). Направи цртеж. Ако правата c минува низ точката M, што е пресекот меѓу:

а) правата и кругот?
б) правата и кружницата?

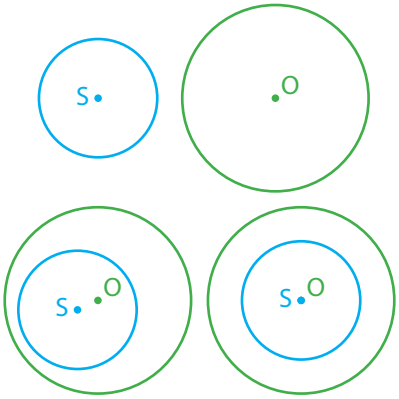
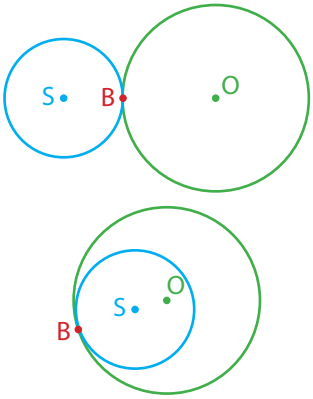
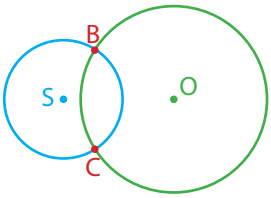
ЗАЕМНА ПОЛОЖБА НА ДВЕ КРУЖНИЦИ

Воведна активност

1. Изброј по колку заеднички точки имаат секои две кружници



2. Дали кружниците на цртежот имаат заеднички точки?

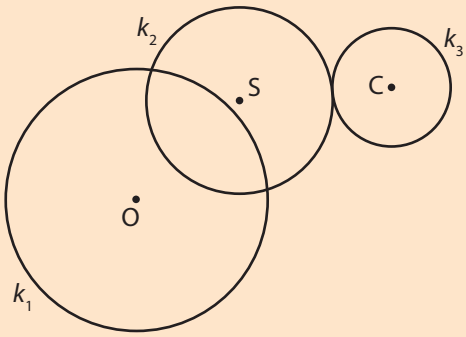
Кружниците **немаат заеднички точки** – тие се надвор една од друга или се внатре една во друга	Кружниците имаат **1 заедничка точка – се допираат однадвор** или **однатре**.	Кружниците имаат **2 заеднички точки – се сечат.**
		

Пример 1. Според цртежот, одреди ги заемните положби на кружниците k_1, k_2 и k_3.

Кружниците k_1 и k_2 се сечат.

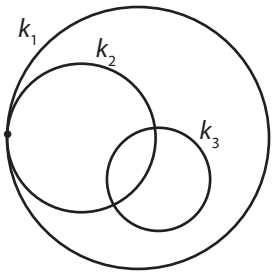
Кружниците k_2 и k_3 се допираат однадвор.

Кружниците k_1 и k_3 се надвор една од друга и немат заеднички точки.

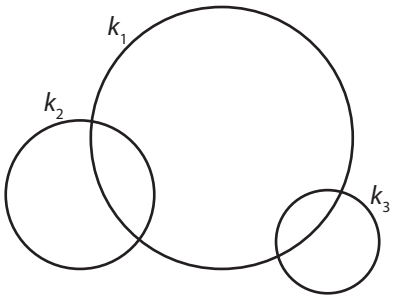


2. Одреди ја заемната положба на кружниците k_1, k_2 и k_3 дадени на цртежите.

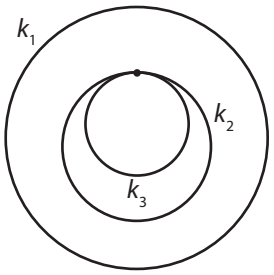
а)



б)

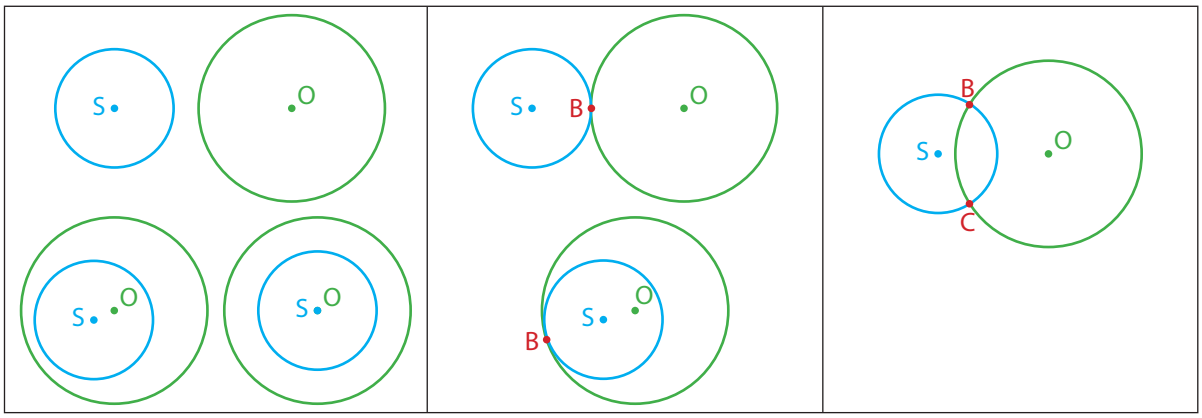


в)



3. Нацртај произволна права p и точка M∈p. Нацртај кружници што ја допираат правата p, а нивните центри се на растојание 2 cm од M. Колку такви кружници има?

4. Користи го цртежот и истражувај какво е растојанието меѓу центрите на кружниците и нивните радиуси во секоја заемна положба.



ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Нацртај кружници $k_1(O_1 < 3{,}5$ cm) и $k_2(O_2, 2$ cm), така што:

а) се сечат **б)** се допираат однадвор

в) се една во друга

2. Избери точка C, а потоа определи го множеството од сите точки што се на растојание од C:

а) 26 mm **б)** 3 cm 3mm

3. Нацртај отсечка PQ со должина 6 cm, а потоа нацртај кружница што ќе минува низ точките P и Q и допира една кружница однатре во точката P, а друга кружница однадвор во точката Q .

4. Дадени се две паралелни прави m и n. Нацртај кружница што ќе ги допира тие прави.

***5.** Кое од тврдењата е точно? Објасни го твојот одговор.

а) Ако точката припаѓа во внатрешноста на еден круг, тогаш нејзиното растојание до центарот е помало од неговиот радиус.

б) Ако точка од кругот K(O, r) не припаѓа на кружницата k(O, r), тогаш нејзиното растојание од O е поголемо од r.

***6.** Колку е растојанието меѓу центрите на кружниците $k_1(O_1, 3{,}5\ cm)$ и $k_2(O_2, 2\ cm)$ ако тие:

а) се допираат однадвор?

б) се допираат одвнатре?

в) надвор се една од друга и немаат заедничка точка?

***7.** Нацртај три кружници што имаат заеднички центар во точката O и имаат различен радиус. Каква е заемната положба на овие кружници? Овие кружници се нарекуваат концентрични кружници.

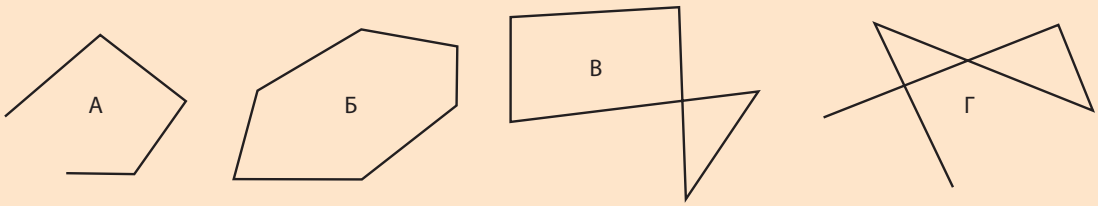
МНОГУАГОЛНИЦИ

Воведна активност

Во парови играјте игра на погодување на името на даден многуаголник. Првиот ученик од парот запишува име на еден многуаголник во тетратката, а потоа другиот му поставува прашања во врска со страните (број, должина), аглите (број, големина) на кои првиот ученик може да му одговори само со ДА или НЕ. Вториот ученик по најмногу 5 поставени прашања треба да погоди кој многуаголник го замислил неговиот другар од парот. Потоа, улогите се менуваат.

Пример 1. На цртежот се дадени четири искршени линии. Која од нив е:

а) отворена б) затворена



Отворени искршени линии се А и Г.

Затворени искршени линии се Б и В. Која е разликата меѓу искршената линија Б и искршената линија В? Кај искршената линија Б нема несоседни отсечки што се сечат, за разлика од искршената линија В каде што има такви отсечки. За искршените линии А и Б велиме дека се прости искршени линии (за разлика од В и Г кои не се прости).

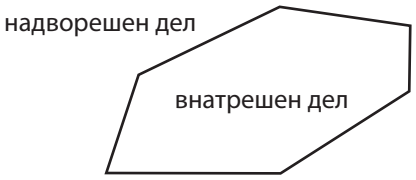
Простата и затворена искршена линија ја нарекуваме **многуаголна линија.**

Пример 2.

На колку дела ја разделува рамнината многуаголната линија Б од пример 1?

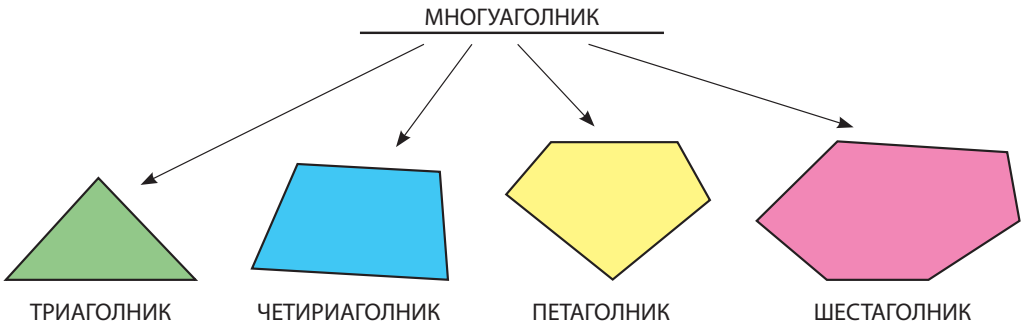
Многуаголната линија Б ја дели рамнината на два дела и тоа внатрешен дел и надворешен дел.

2Д-форма образувана од многуаголна линија и нејзиниот внатрешен дел се вика многуаголник.



Многуаголниците имаат еднаков број страни, агли и темиња.
Аглите образувани од соседните страни на многуаголникот кои се во неговата внатрешната област се нарекуваат внатрешни агли на многуаголникот, а нивните напоредни агли се нарекуваат надворешни агли на многуаголникот.

Според бројот на аглите (страните, темињата), **многуаголниците** ги делиме на: триаголник, четириаголник, петаголник, шестаголник, седумаголник, осумаголник...

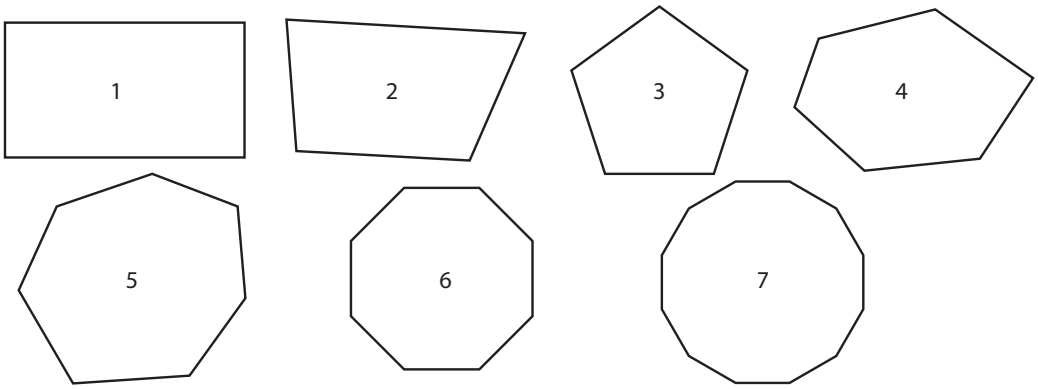


1. Одреди:

а) Колку е најмалиот број страни на еден многуаголник?

б) Кој е најголемиот број страни на еден многуаголник?

2. Во твојата тетратка именувај ги дадените многуаголници.



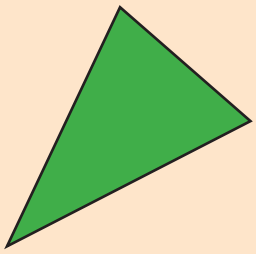
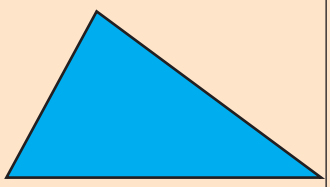
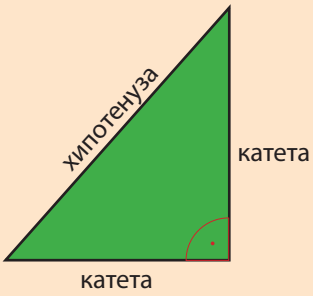
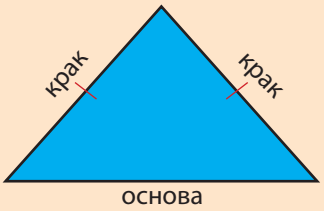
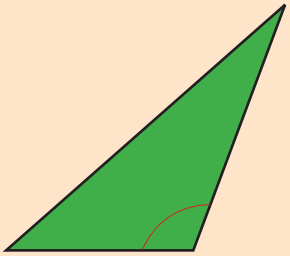
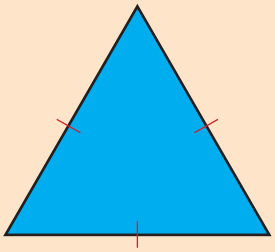
Пример 3. Како можеме да ги класифицираме многуаголниците од задача 2?

Да се потсетиме дека многуаголник со еднакви страни и еднакви агли е правилен многуаголник. Тогаш многуаголниците од задачата 2 ќе ги групираме во две групи: правилни и неправилни многуаголници.

Направи табела во твојата тетратка и распореди ги многуаголниците од задачата 2 на правилни и неправилни многуаголници.

Пример 4. Како можеме да ги класифицираме триаголниците?

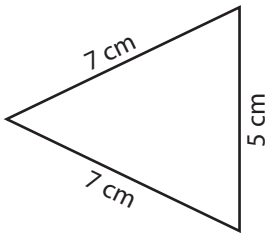
Триаголниците ги класифицираме:

според аглите	**според страните**
остроаголен – сите агли се остри 	**разностран** – сите страни се различни по должина 
правоаголен – еден агол е прав Страните што го формираат правиот агол се викаат **катети**, а третата страна се вика **хипотенуза**. 	**рамнокрак** – две страни имаат еднакви должини и се викаат **краци**, третата страна има различна должина и се вика **основа** 
тапоаголен – еден агол е тап 	**рамностран** –сите страни имаат еднакви должини 

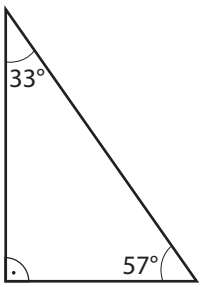
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди каков е секој триаголник според страните и аглите.

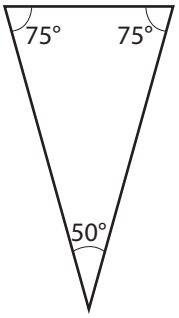
а)



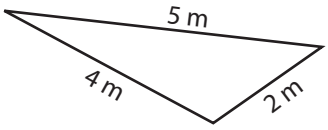
б)



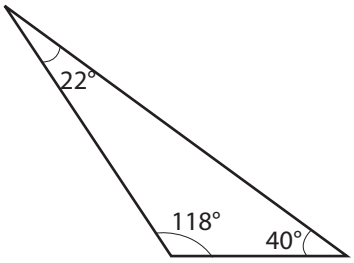
в)



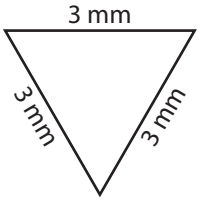
г)



д)



ѓ)



Во задачите од 2 до 6 одреди го точниот одговор.

2. Кој триаголник има 3 остри агли и 3 еднакви страни?

а) остроаголен рамнокрак триаголник
б) остроаголен разностран триаголник
в) тапоаголен рамностран триаголник
г) остроаголен рамностран триаголник

3. Кој триаголник има точно 1 прав агол и нема еднакви страни?

а) тапоаголен рамнокрак триаголник
б) правоаголен рамнокрак триаголник
в) правоаголен разностран триаголник
г) остроаголен разностран триаголник

4. Кој триаголник има 3 остри агли и 2 еднакви страни?

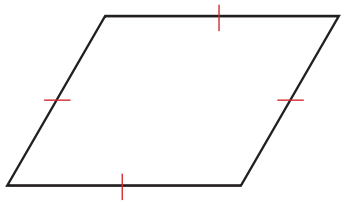
а) остроаголен разностран триаголник
б) остроаголен рамнокрак триаголник
в) остроаголен рамностран триаголник
г) правоаголен рамнокрак триаголник

5. Кој триаголник има 1 тап агол и 2 еднакви страни?

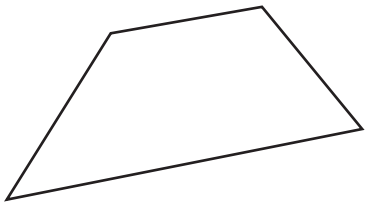
а) тапоаголен разностран триаголник
б) тапоаголен рамностран триаголник
в) остроаголен рамнокрак триаголник
г) тапоаголен рамнокрак триаголник

6. Кој четириаголник има два пара паралелни страни?

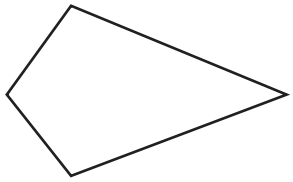
а)



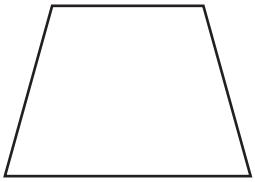
б)



в)

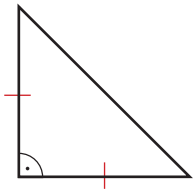


г)

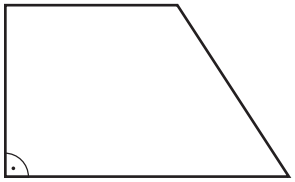


***7.** Класифицирај ги дадените многуаголници. Напиши ги критериумите по кој ја направи класификацијата.

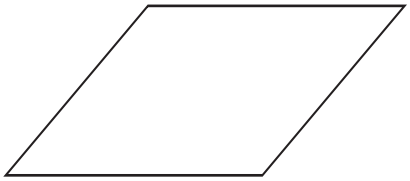
а)



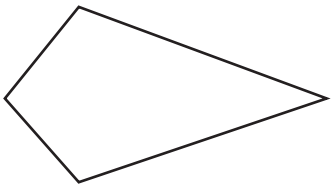
б)



в)



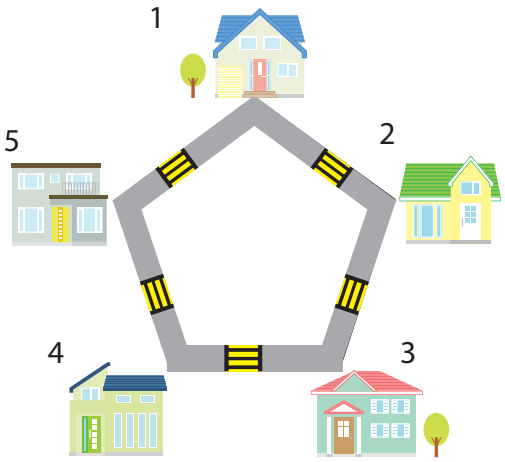
г)



ДИЈАГОНАЛИ НА МНОГУАГОЛНИК

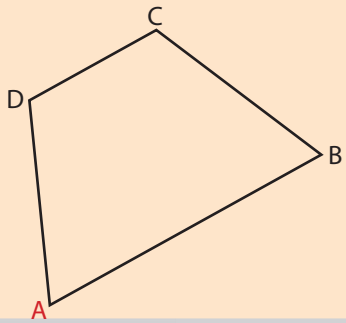
Воведна активност

1. Куќите на кои семејства се на иста улица?
2. Куќите на кои семејства не се соседни?
3. Кој многуаголник го формираат куќите, ако ги замислиш како темиња на тој многуаголник?
4. Нацртај го во твојата тетратка.



Пример 1. Разгледај го четириаголникот ABCD. Кои темиња се соседни, а кои се несоседни?

Темето A има две соседни темиња B и D и едно несоседно теме C.

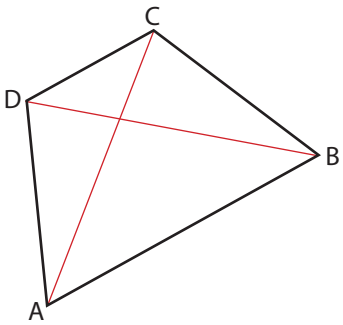


Соседни темиња во многуаголник се темињата што лежат на иста страна на многуаголникот.

Несоседни темиња се темињата што не лежат на иста страна на многуаголникот.

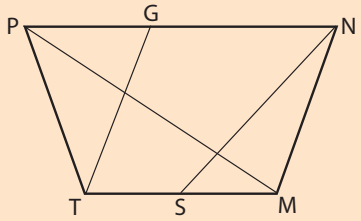
Отсечката чии крајни точки се две несоседни темиња на еден многуаголник се нарекува **дијагонала** на тој многуаголник.

Во четириаголникот ABCD има две дијагонали AC и BD.



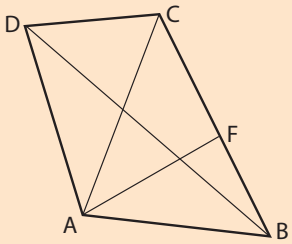
Пример 2. Одреди ги дијагоналите на многуаголниците.

а)



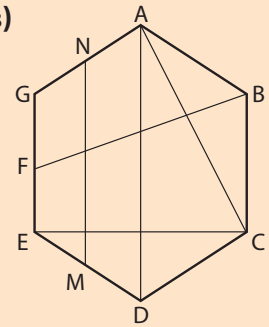
Дијагонала е само отсечката PM

б)



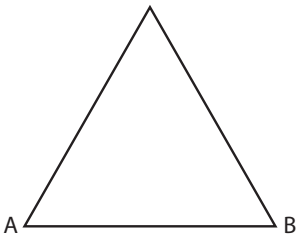
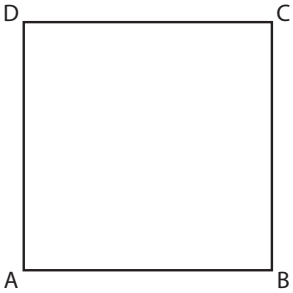
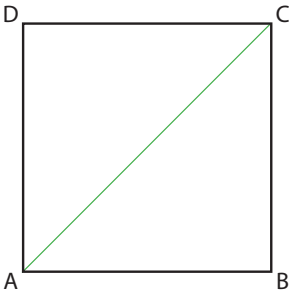
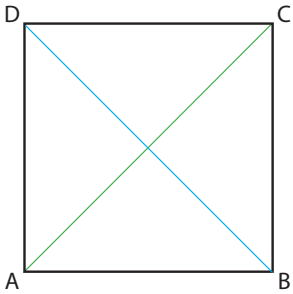
Дијагонали се отсечките: AC и BD

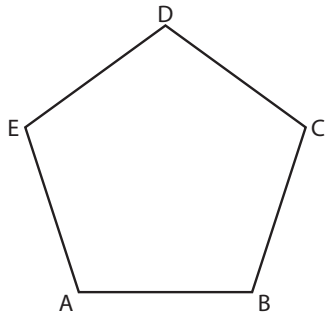
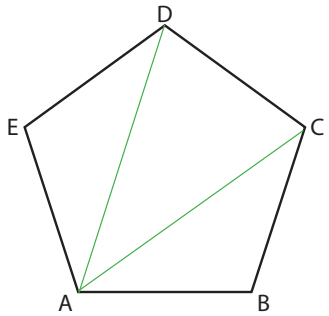
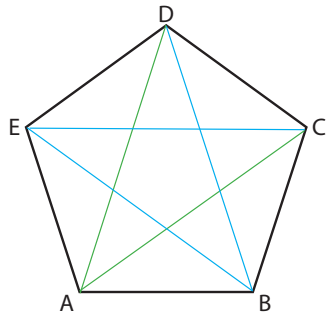
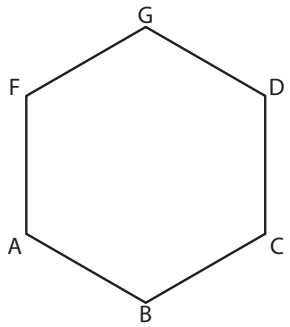
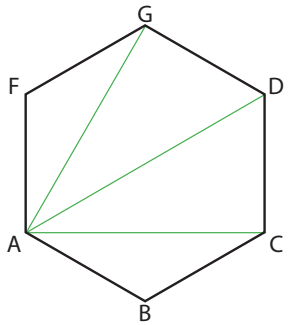
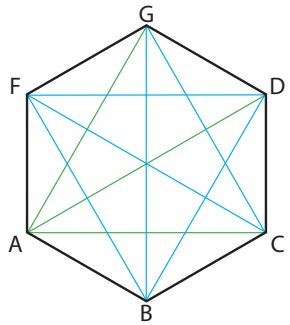
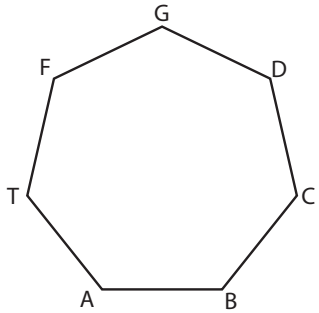
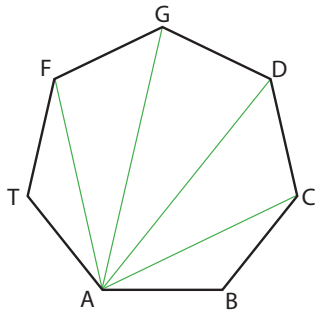
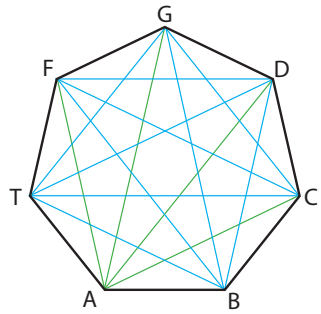
в)



Дијагонали се отсечките: AD, CE и AC

Како да пресметаме колку дијагонали има во секој многуаголник?

многуаголник; број на темиња	**дијагонали од едно теме**	**вкупен број дијагонали**
триаголник; **3 темиња** 	нема спротивни темиња – нема дијагонали	нема дијагонали
четириаголник; **4 темиња** 	**1** дијагонала 	**2** дијагонали 

петаголник; **5 темиња**  	**2** дијагонали  	**5** дијагонали 
шестаголник; **6 темиња**  	**3** дијагонали  	**9** дијагонали 
седумаголник; **7 темиња**  	**4** дијагонали  	**14** дијагонали 

Број на дијагонали од едно теме во многуаголник пресметуваме

број на дијагонали од 1 теме = број на темиња – 3

Вкупен број на дијагонали во многуаголник пресметуваме

вкупен број дијагонали = $\frac{(\text{број на темиња} - 3)\cdot\text{број на темиња}}{2}$

Пример 3.

Колку вкупно дијагонали можат да се повлечат во:

а) осумаголник

бројот на темиња е 8

вкупен број дијагонали =

$$\frac{(\text{број на темиња} - 3)\cdot \text{број на темиња}}{2} =$$

$$\frac{(8-3)\cdot 8}{2} = \frac{5\cdot 8}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

б) дванаесетаголник

бројот на темиња е 12

вкупен број дијагонали =

$$\frac{(\text{број на темиња} - 3)\cdot \text{број на темиња}}{2} =$$

$$\frac{(12-3)\cdot 12}{2} = \frac{9\cdot 12}{2} = \frac{108}{2} = 54$$

1. Колку вкупно дијагонали можат да се повлечат од:

а) десетаголник **б)** седумнаесетаголник

Пример 4.

Одреди го многуаголникот ако од едно негово теме можат да се повлечат:

а) 7 дијагонали

број на дијагонали од 1 теме =
број на темиња – 3

број на дијагонали од 1 теме = 7
7 = број на темиња – 3
број на темиња = 7 + 3
број на темиња = 10
многуаголникот е десетаголник

б) 12 дијагонали

број на дијагонали од 1 теме =
број на темиња – 3

број на дијагонали од 1 теме = 12
12 = број на темиња – 3
број на темиња = 12 + 3
број на темиња = 15
многуаголникот е петнаесетаголник

2. Одреди го многуаголникот ако од едно негово теме можат да се повлечат:

а) 15 дијагонали **б)** 22 дијагонали

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди го вкупниот број дијагонали во:

а) осумнаесетаголник **б)** дваесетипетаголник

2. Одреди го многуаголникот во кој од едно теме можат да се повлечат:

а) 11 дијагонали **б)** 20 дијагонали

***3.** Колку страни има многуаголник што има вкупно 5 дијагонали?

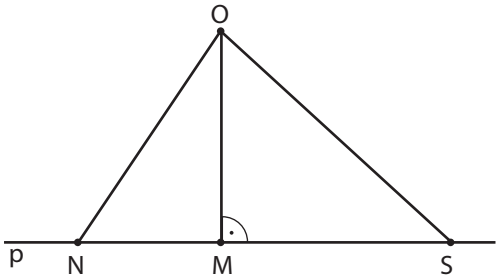
***4.** Еден многуаголник има двапати повеќе дијагонали отколку страни. Кој е тој многуаголник?

***5.** Еден многуаголник има шестпати повеќе дијагонали отколку страни. Кој е тој многуаголник?

ВИСИНА НА ТРИАГОЛНИК. ОРТОЦЕНТАР

Воведна активност

Напиши ги накратко чекорите за определување на растојанието од точката О што не лежи на правата p, до таа права p.

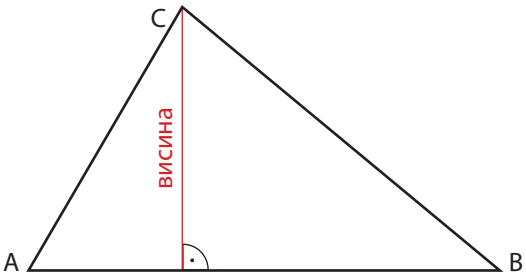


Отсечката чии крајни точки се едно теме на триаголник и подножната точка на нормалата спуштена од тоа теме кон спротивната страна се вика **висина** на тој триаголник.

На цртежот е прикажана висината од темето С кон страната АВ.

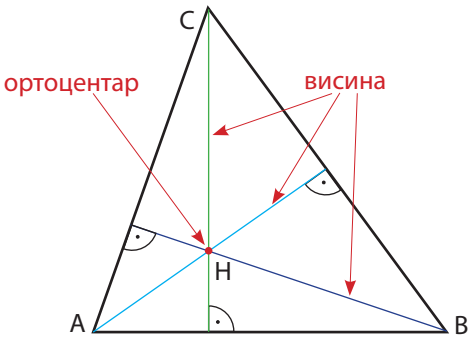
Триаголникот има три висини.

Висините на триаголникот се сечат во една точка.



Пресечната точка на висините е **ортоцентар** на триаголникот.

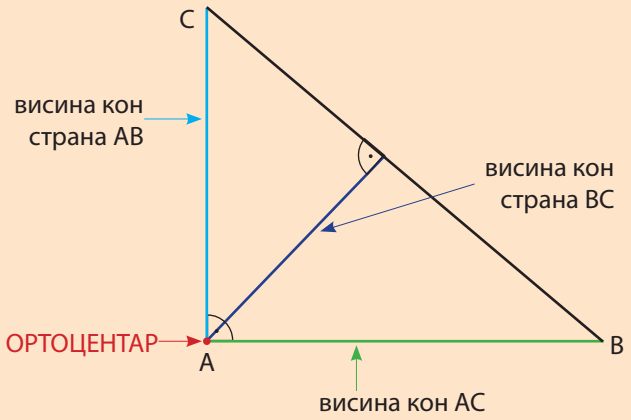
На цртежот ортоценатрот е означен со точката Н.



Пример. Нацртај ги висините и ортоцентарот во:
а) правоаголен триаголник б) тапоаголен триаголник.

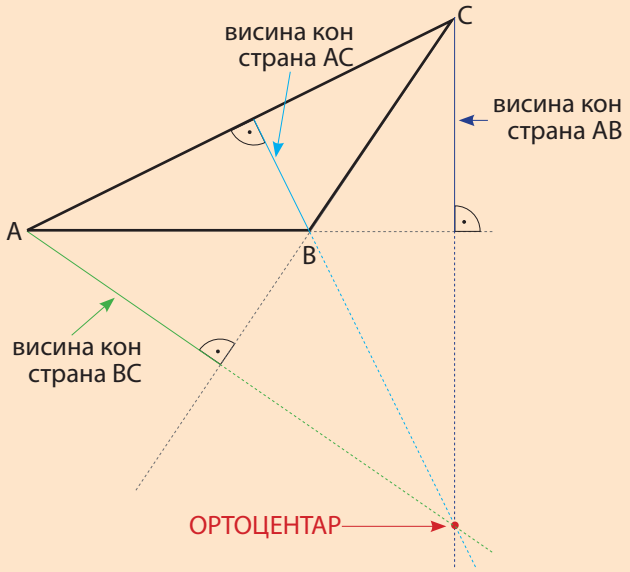
а) Во правоаголен триаголник двете висини се совпаѓаат со двете заемно нормални страни во триаголникот.

Ортоцентарот во правоаголен триаголник се совпаѓа со темето кај правиот агол.



б) За да го определиме ортоцентарот на тапоаголен триаголник, треба да ги продолжиме висините надвор од триаголникот.

Ортоцентарот е надвор од триаголникот.



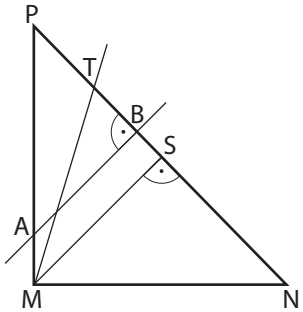
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Нацртај го ортоцентарот во:

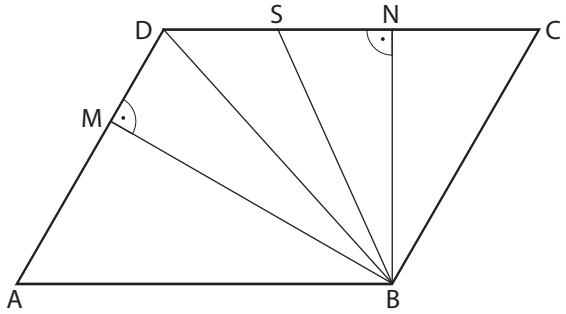
а) остроаголен триаголник **б)** правоаголен триаголник **в)** тапоаголен триаголник

2. Според цртежот одреди ја висината кон бараната страна.

а) Кон страната NP во триаголникот MNP



б) Кон страната CD во триаголникот BCD.



3. Нацртај рамнокрак триаголник и повлечи ги висините од темињата на основата на тој триаголник. Измери ги и запиши ги нивните должини. Што забележуваш?

4. Нацртај разностран триаголник и најди го неговиот ортоцентар. Запиши ги по големина, почнувајќи од најмалата – должините на страните и почнувајќи од најголемата – висините на тој триаголник. Што забележуваш?

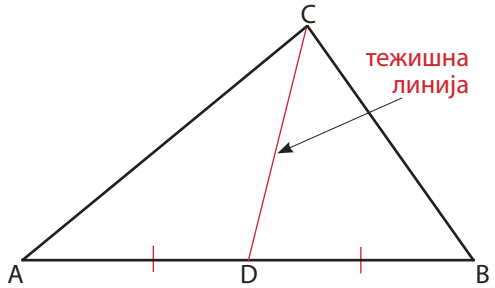
ТЕЖИШНА ЛИНИЈА ВО ТРИАГОЛНИК. ТЕЖИШТЕ

Воведна активност

1. Нацртај триаголник.
2. Обележи ги темињата на триаголникот.
3. На секоја страна на триаголникот најди ја средишната точка.
4. Секое теме од триаголникот поврзи го со средишната точка на спротивната страна.

Што забележуваш? Дали тоа го доби и твојот другар или твојата другарка?

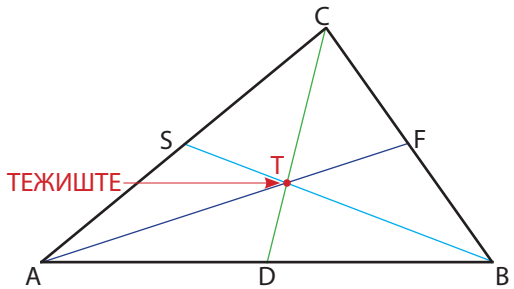
Отсечката чии крајни точки се едно теме на триаголник и средишната точка на спротивната страна од темето се вика **тежишна линија**.



На цртежот е прикажана тежишната линија CD добиена со поврзување на темето C со средишната точка на страната AB.

Тежишната линија ја дели соодветната страна на два еднакви дела. На цртежот, $\overline{AD} = \overline{DB}$.

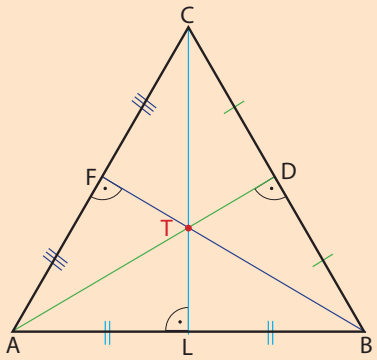
Триаголникот има три тежишни линии што се сечат во една точка.



Пресечната точка на тежишните линии е **тежиште** на триаголникот.

Пример 1. Нацртај тежишни линии во рамностран и во рамнокрак триаголник.

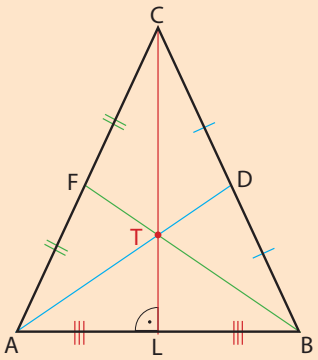
рамностран триаголник



Тежишните линии кон страните се совпаѓаат со соодветните висини.

Тежиштето се совпаѓа со ортоцентарот.

рамнокрак триаголник



Тежишната линија кон основата се совпаѓа со соодветната висина.

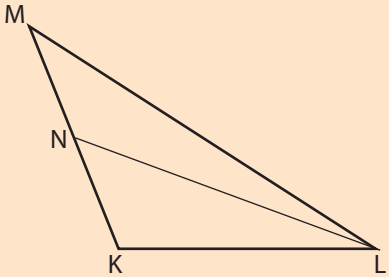
1. Нацртај правоаголен триаголник. Нацртај ги тежишните линии на триаголникот.

Пример 2. Отсечката NL е тежишна линија во триаголникот KLM. Одреди ја должината на KN, ако $\overline{KM} = 18cm$.

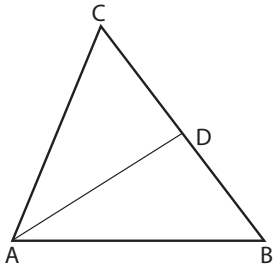
NL е тежишна линија на триаголникот KLM и ја дели страната KM на два еднакви дела, односно $\overline{KN} = \overline{NM}$.

Должината на отсечката KN е половина од должината на отсечката KM.

Според тоа, $\overline{KN} = 18 : 2 = 9$ cm.



2. Отсечката AD е тежишна линија на триаголникот ABC. Одреди ја должината на BC, ако $\overline{BD} = 5$ cm.

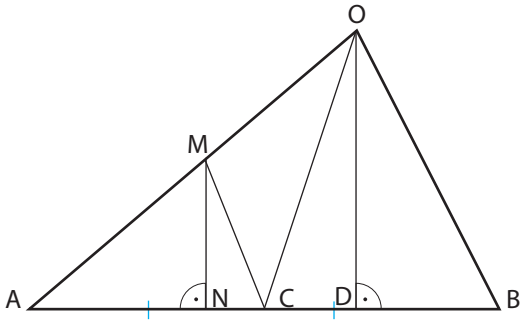


ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Според цртежот, за триаголникот ABO, одреди кои отсечки се:

а) тежишна линија кон страната AB

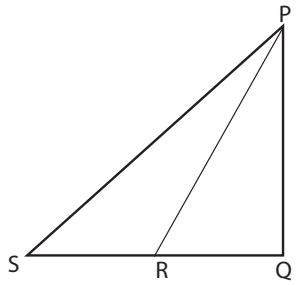
б) висина кон страната AB



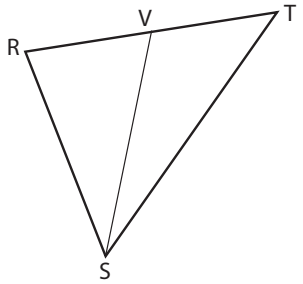
2. Нацртај произволен ΔABC, а потоа одреди го неговото тежиште.

3. Според цртежот и дадените податоци, одреди ги должините на бараните отсечки.

а) Во триаголникот SQP, отсечката PR е тежишна линија кон страната SQ. Одреди ја должината на отсечката SQ, ако $\overline{RQ} = 5{,}4$ cm.



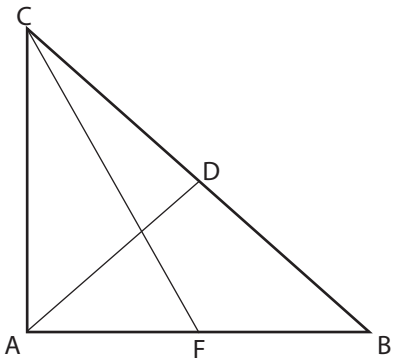
б) Во триаголникот RST, отсечката SV е тежишна линија кон страната RT. Одреди ја должината на отсечката RV, ако $\overline{RT} = 16{,}6$ cm.



***4.** Во триаголникот ABC, отсечките CF и AD се тежишни линии кон страните AB и BC, соодветно. Ако $\overline{AF} = 6{,}2$ cm и $\overline{BC} = 16{,}8$ cm, одреди ги должините на:

а) отсечката AB

б) отсечките BD и DC

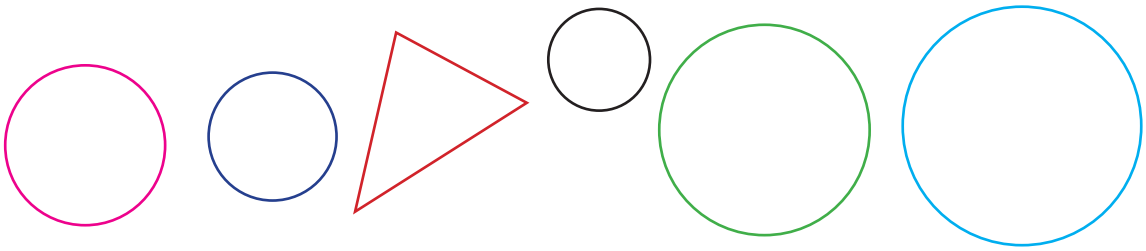


***5.** Нацртај правоаголен рамнокрак триаголник и нацртај ги висината и тежишната линија кон најголемата страна. Што можеш да заклучиш за тие две отсечки?

ОПИШАНА КРУЖНИЦА КАЈ ТРИАГОЛНИК

Воведна активност

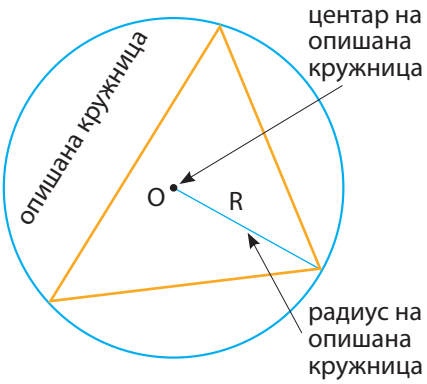
Разгледај ги дадените кружници. Процени која кружница можеш да ја поставиш на триаголникот, така што неговите темиња лежат на кружницата?



Опишана кружница околу триаголник е кружницата што минува низ темињата на тој триаголник.

Центарот на опишаната кружница е пресечната точка на симетралите на страните на триаголникот.

Радиусот на опишаната кружница е растојанието од центарот до кое било теме од триаголникот.

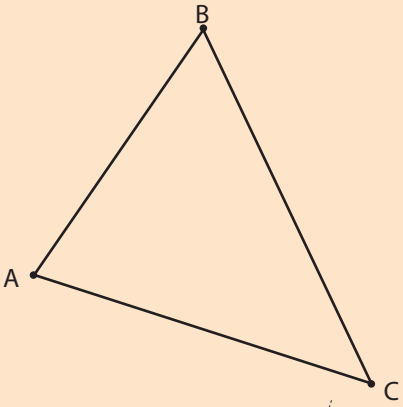


Како да нацртаме опишана кружница околу триаголник?

Пример 1. Опиши кружница околу ΔABC.

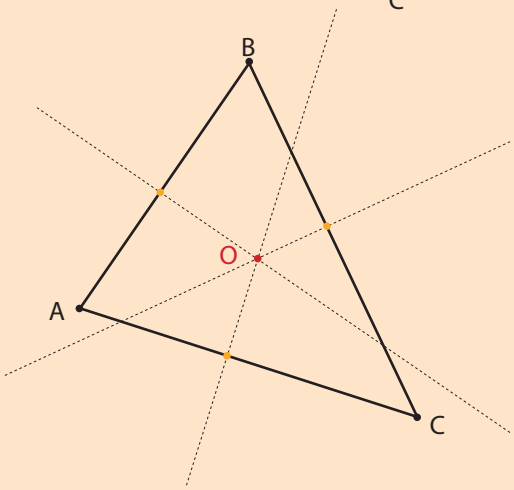
За да нацртаме кружница околу ΔABC потребно е да ги одредиме центарот и радиусот на кружницата.

Нека е даден ΔABC.

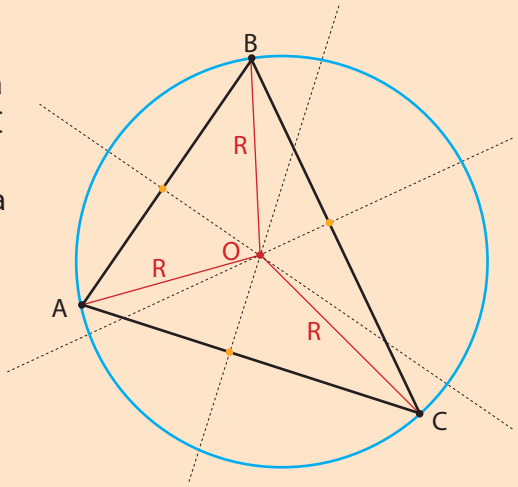


Ги цртаме симетралите на страните на ΔABC.

Пресечната точка на симетралите на страните на ΔABC е центар на опишаната кружница и е означен со O.



Секоја од отсечките OA, OB, OC е радиус на опишаната кружница $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = R$. Значи за да ја нацртаме опишаната кружница околу ΔABC треба да ја поставиме иглата на шестарот во точката O и да отвориме до едно од темињата на тој триаголник.



1. Нацртај опишана кружница околу правоаголен триаголник.

а) Каде лежи центарот на опишаната кружница?

б) Која е врската меѓу радиусот и најдолгата страна на правоаголниот триаголник?

2. Нацртај опишана кружница околу тапоаголен триаголник.
Каде лежи центарот на опишаната кружница?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Нацртај опишана кружница во:

а) остроаголен ΔABC

б) правоаголен ΔMNR, со прав агол во темето N

в) тапоаголен ΔSPT, со тап агол во темето P.

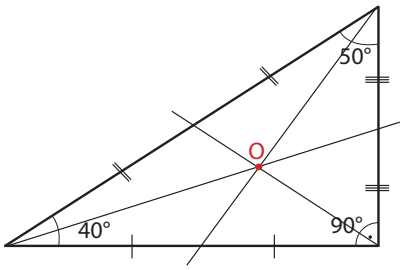
Во задачите 2, 3 и 4 одреди ги точните одговори според податоците на цртежите.

2. Точката O за триаголниот ABC е:

а) центар на опишана кружница

б) тежиште

в) ортоцентар

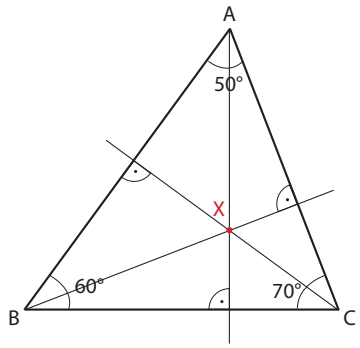


3. Точката X за ΔABC е:

а) центар на опишана кружница

б) тежиште

в) ортоцентар

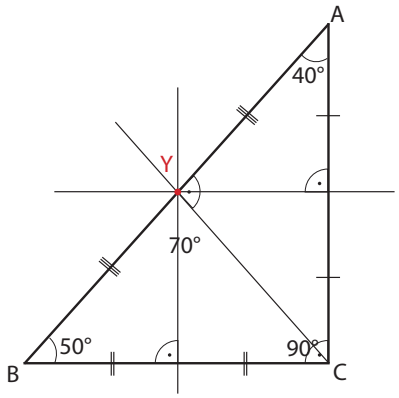


4. Точката Y за ΔABC е:

а) центар на опишана кружница

б) тежиште

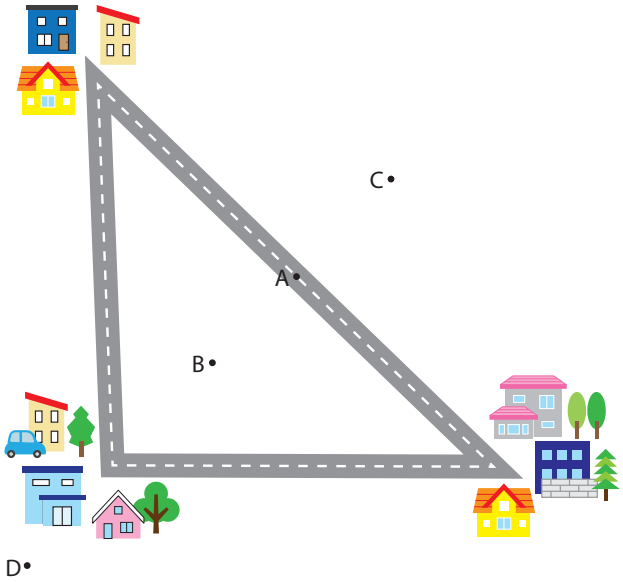
в) ортоцентар



ВПИШАНА КРУЖНИЦА ВО ТРИАГОЛНИК

Воведна активност

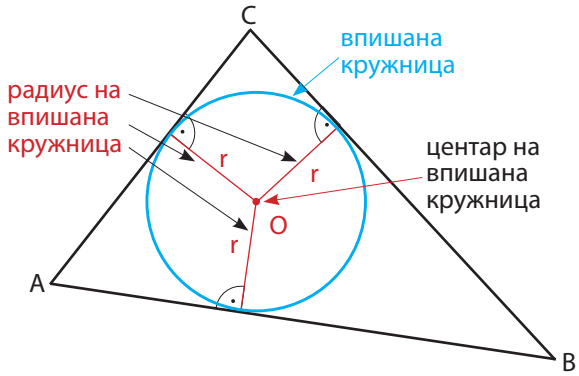
Санела и Јане се сопственици на конкурентски хотели. Тие истражувале на која локација да ги изградат своите хотели за да имаат поголема заработка. Санела мисли дека е подобро нејзиниот хотел да биде на исто растојание од сите објекти на цртежот, па затоа го изградила хотелот во местото C. Јане мисли дека е подобро хотелот да го изгради така што ќе биде на исто растојание од секоја улица во околината. Помогни му на Јане да избере на кое место да го изгради својот хотел.



Впишана кружница во триаголник е кружницата што ги допира страните на триаголникот.

Центарот на впишаната кружница е пресечната точка на симетралите на аглите на триаголникот**.**

Радиусот на впишаната кружница е растојанието од центарот до која било страна на триаголникот.



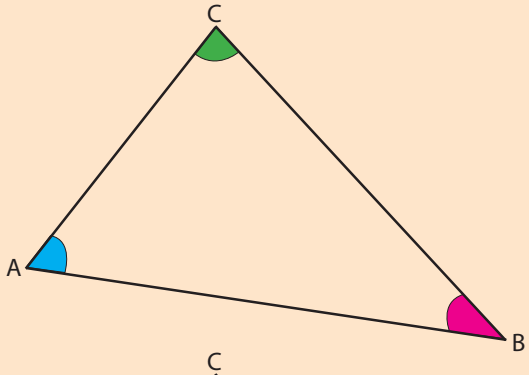
Како да нацртаме впишана кружница?

За да нацртаме кружница потребно е да ги одредиме центарот и радиусот на кружницата.

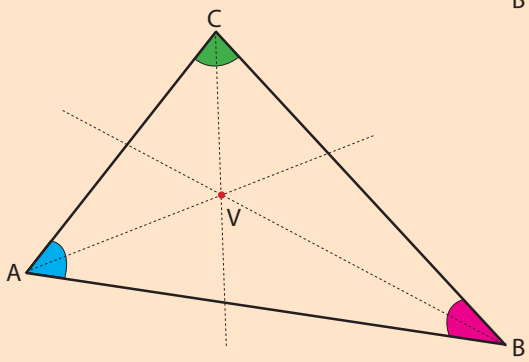
Пример 1. Даден е ΔABC. Нацртај впишана кружница на ΔABC.

Нека е даден ΔABC.

Ги цртаме симетралите на аглите на ΔABC.

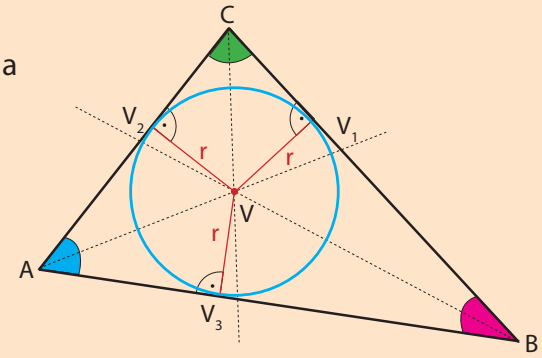


Точката на пресекот на симетралите на аглите на ΔABC е центарот на впишаната кружница и го означуваме со V.



Го цртаме растојанието од центарот V до страните на ΔABC. Иглата на шестарот ја забодуваме во точката V и шестарот го отвораме колку што е растојанието од центарот V до секоја страна на триаголникот $\overline{VV_1} = \overline{VV_2} = \overline{VV_3} = r$ и ја цртаме кружницата.

Внимавај: Растојанието од центарот до страните е отсечка што е заемно нормална на секоја страна, соодветно



.

1. Нацртај правоаголен триаголник и впишана кружница во триаголникот.

2. Нацртај тапоаголен триаголник и впишана кружница во триаголникот.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Нацртај впишана кружница во: **а)** остроаголен триаголник ABC

б) правоаголен триаголник MNR, со прав агол во темето N

в) тапоаголен триаголник SPT, со тап агол во темето P.

2. Нацртај впишана и опишана кружница кај рамностран триаголник KXY. Што можеш да заклучиш за центрите на двете кружници?

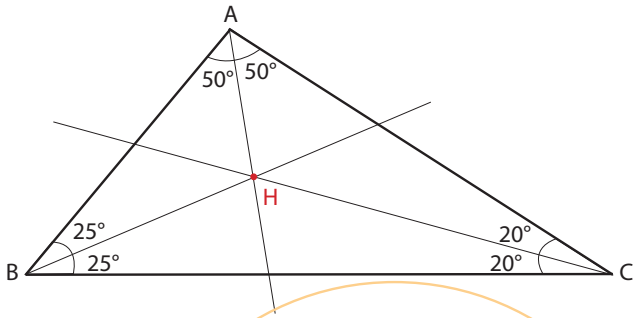
3. Точката H за ΔABC е:

а) центар на опишана кружница

б) тежиште

в) центар на впишана кружница

г) ортоцентар



***4.** Препиши го текстот од задачата во тетратка и дополни за да биде точно.

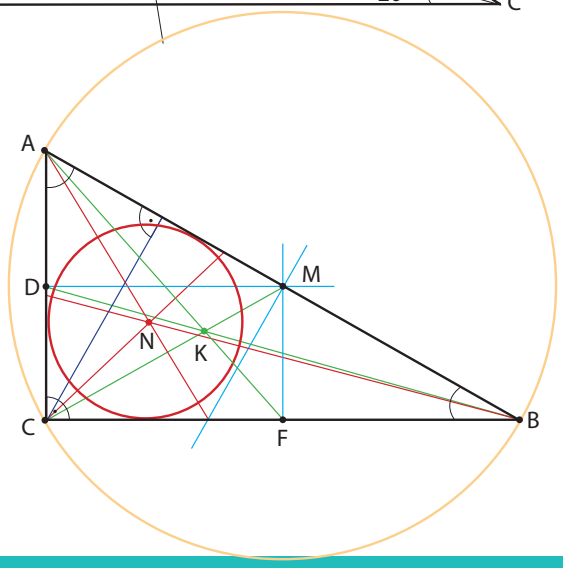
а) Триаголникот ABC е _____ триаголник.

б) Точките D, F и M се _____ на _____ на Δ ABC.

в) Точката M е _____ на Δ ABC.

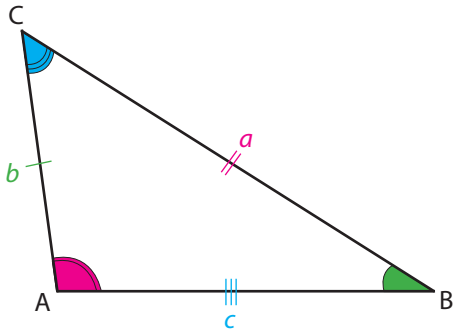
г) Црвените отсечки се _____ на _____ на Δ ABC.

д) Зелените отсечки се _____ и точката K е _____ на Δ ABC.



ОДНОС НА СТРАНИТЕ И АГЛИТЕ ВО ТРИАГОЛНИК

Воведна активност



Да го разгледаме ΔABC.
Страните ги обележуваме соодветно на темињата:

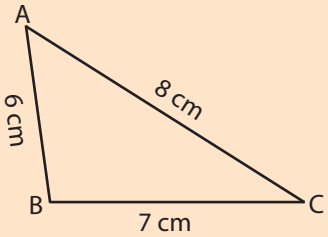
- спроти темето A е страната *a*
- спроти темето B е страната *b*
- спроти темето C е страната *c*

– Измери ги страните на ΔABC и подреди ги по должина, почнувајќи од најмалата.
– Измери ги аглите на ΔABC и подреди ги по големина, почнувајќи од најмалиот.
Што забележуваш?

За секој триаголник важи правилото: **Спроти поголема страна лежи поголем агол.**

Пример 1.

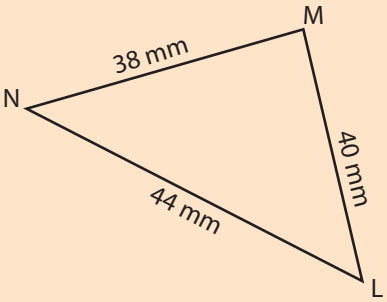
а) Кој агол е најмал во ΔABC?



Според правилото за страните и аглите во триаголникот, најмала страна е страната $\overline{AB} = 6$ cm.

Спроти страната AB е аголот во темето C, што значи најмал е аголот C.

б) Подреди ги аглите на ΔMNL, почнувајќи од најмалиот.



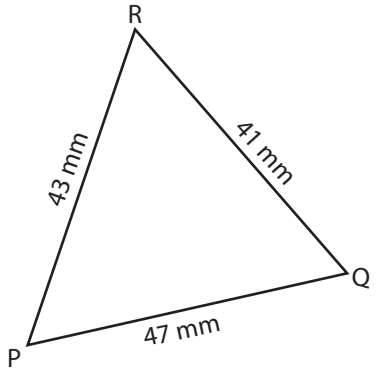
Прво треба да ги подредиме должините на страните на ΔMNL, почнувајќи од најмалата страна:

38 mm, 40 mm, 44 mm

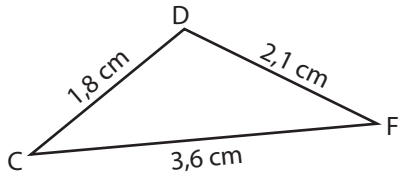
Според правилото за страните и аглите во триаголникот, аглите подредени од најмалиот се: ∢L, ∢N, ∢M.

1. Според цртежите:

а) подреди ги по големина аглите на ΔPQR, почнувајќи од најголемиот.



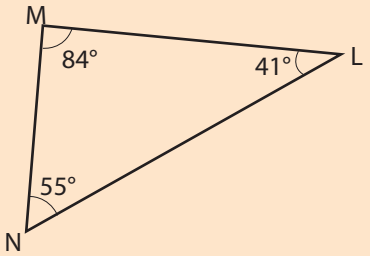
б) одреди го најмалиот агол во ΔCDF



Важи и обратното правило од она што беше дадено на почетокот, односно:
Спроти поголем агол во еден триаголник лежи поголема страна.

Пример 2.

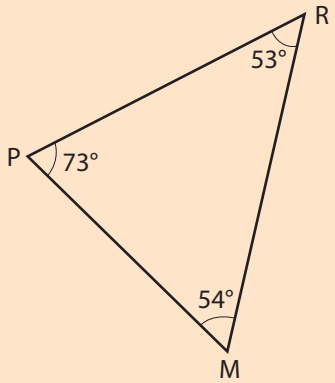
а) Која страна е најголема во аголот LMN?



Според правилото за аглите и страните во триаголник, најголем агол е ∢M □ M = 84°.

Спроти ∢M е страната NL, што значи најголема е страната NL.

б) Подреди ги должините на страните на ΔMPR, почнувајќи од најголемата.



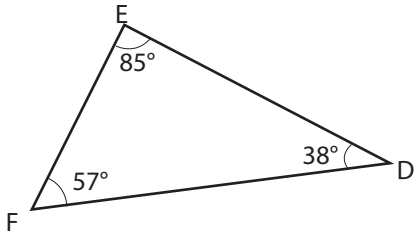
Прво треба да ги подредиме аглите по големина, почнувајќи од најголемиот агол:

73°, 54°,53°

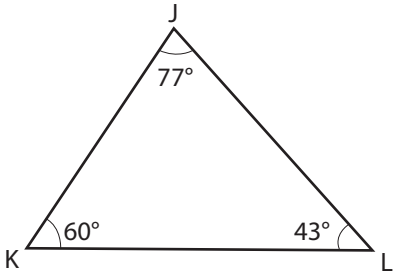
Според правилото за аглите и страните во триаголникот, страните подредени од најголемата се: RM,PR, PM

2. Според цртежите:

а) подреди ги должините на страните на ΔDEF, почнувајќи од најмалата



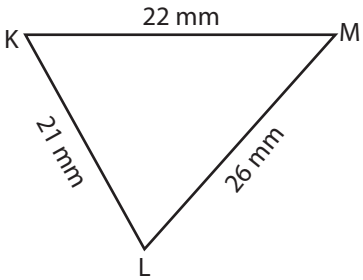
б) одреди ја најмалата страна во ΔKLJ



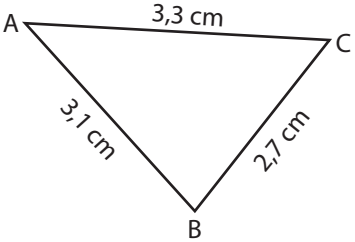
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Според цртежите:

а) подреди ги по големина аглите, почнувајќи од најмалиот

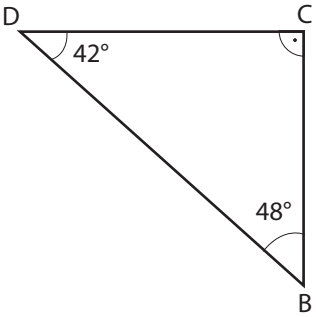


б) подреди ги по големина аглите, почнувајќи од најголемиот

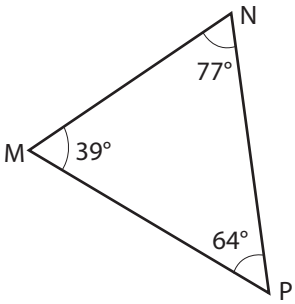


2. Според цртежите:

а) подреди ги должините на страните на триаголникот, почнувајќи од најмалата



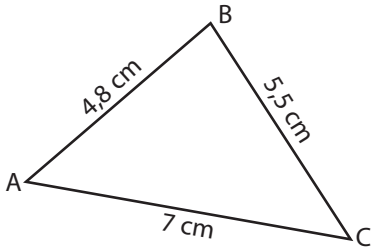
б) одреди ја најмалата страна на триаголникот



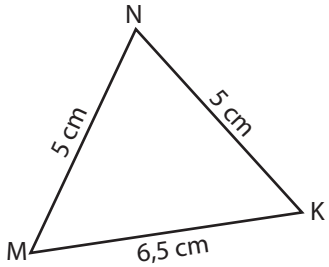
3. Нацртај ΔMNP така што ∢M = ∢P, а потоа измери ги должините на страните спроти тие два агла. Што забележуваш? Каков триаголник се добива?

***4.** На цртежите се дадени триаголниците со должините на нивните страни. За секој триаголник се дадени големините на внатрешните агли. Одреди ги големините на секој агол соодветно на страните на триаголникот.

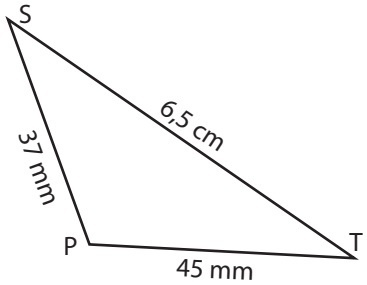
а) 43°, 90°, 47°



б) 65°, 76°, 39°



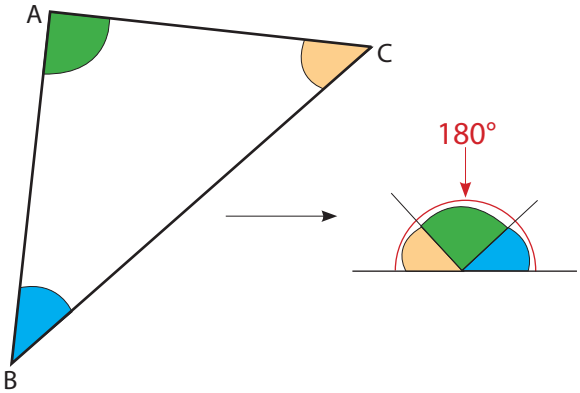
в) 45°, 105°, 30°



ЗБИР НА АГЛИ ВО ТРИАГОЛНИК

Воведна активност

- На хартија нацртај триаголник како на цртежот.
- Исечи го триаголникот од хартија и исечи ги: аголот CAB, аголот ABC и аголот BCA.
- Потоа, намести ги аглите да имаат заедничко теме и да се соседни агли.
- Каков агол формираат трите агли заедно?
- Колку степени има аголот што се формира од трите агли на триаголникот?



Збирот на внатрешните агли во триаголник е 180°.

Пример 1. Провери дали дадените агли се агли во триаголник.

а) 86°, 53°, 41°

Да го провериме збирот на аглите

86°+ 53°+ 41° = 180°

Дадените агли можат да бидат агли од триаголник.

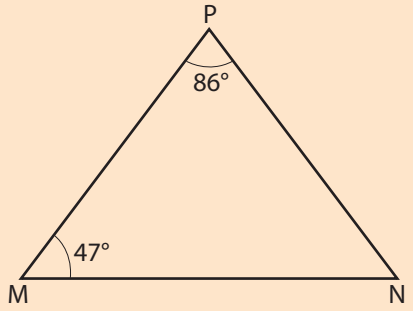
б) 28°, 64°, 100°

Да го провериме збирот на аглите

28° + 64°+ 100° = 192°

Збирот е поголем од 180°, значи дадените агли не можат да бидат внатрешни агли од триаголник.

Пример 2. Според податоците на цртежот, одреди ја големината на непознатиот агол во триаголникот.



Познати се два агла од ΔMNP

∢M = 47° и ∢P = 86°

Треба да ја одредиме големината на ∢N.

Збирот на трите агли е 180°

∢M + ∢N + ∢P = 180°,

Заменуваме за познатите агли

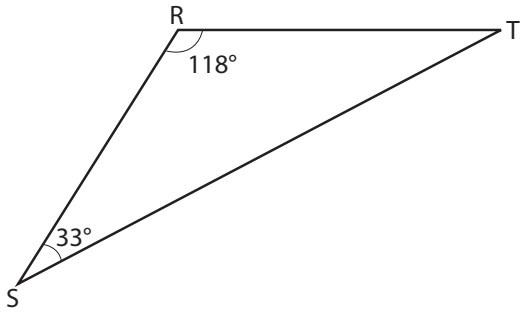
47° + 86° + ∢N = 180°

133° + ∢N = 180°

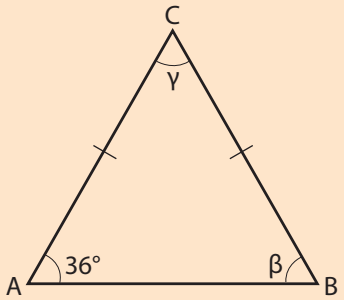
∢N = 180° – 133°

∢N = 47°

1. Според податоците на цртежот, одреди ја големината на непознатиот агол во триаголникот.



Пример 3. Определи ги аглите на ΔABC според податоците на цртежот.



ΔABC е рамнокрак триаголник, аглите спроти краците се еднакви помеѓу себе.

Според тоа, ако $\alpha = 36°$, тогаш и $\beta = 36°$.

Аголот γ ќе го пресметаме, знаејќи дека збирот на аглите во триаголникот е 180^0.

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

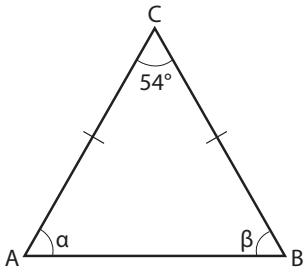
$36° + 36° + \gamma = 180°$

$72° + \gamma = 180°$

$\gamma = 180° - 72°$

$\gamma = 108°$

2. Определи ги аглите на ΔABC според податоците на цртежот.



Секој триаголник има 3 внатрешни агли и 3 надворешни агли.

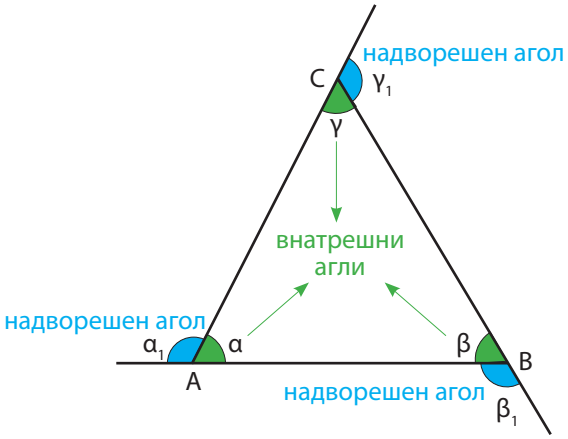
Кај триаголникот ABC:

внатрешни агли се α (алфа), β (бета) и γ (гама)

надворешни агли се

α_1 (алфа еден), β_1 (бета еден) и γ_1 (гама еден)

3. Разгледај го внимателно цртежот. Колку е $\alpha + \alpha_1$, $\beta + \beta_1$, $\gamma + \gamma_1$?

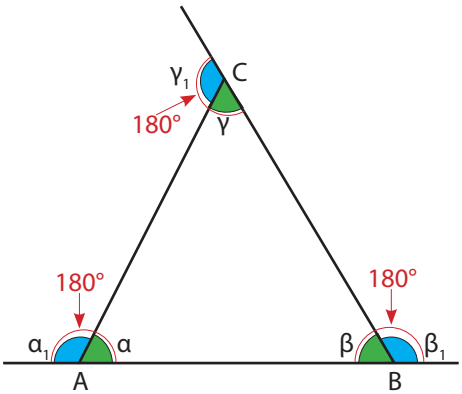


Во секој триаголник, збирот од внатрешниот и соодветниот надворешен агол е 180°.

На цртежот е прикажан ΔABC со неговите внатрешни агли и соодветните надворешни агли.

За аглите важат својствата:

$\alpha + \alpha_1 = 180°$
$\beta + \beta_1 = 180°$
$\gamma + \gamma_1 = 180°$



Пример 4. Пресметај ги непознатите внатрешни агли во триаголникот на цртежот.

а) Во триаголникот се дадени: $\alpha = 48°$ и $\beta_1 = 130°$.

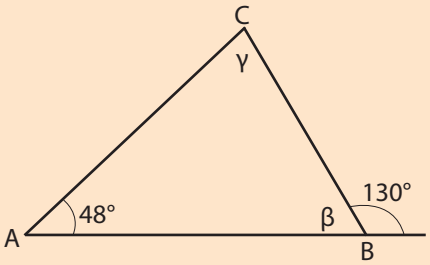
Треба да ги пресметаме аглите β и γ.

1) Да го пресметаме аголот β.

$\beta + \beta_1 = 180°$
$\beta + 130° = 180°$
$\beta = 180° - 130°$
$\beta = 50°$

2) Да го пресметаме аголот γ.

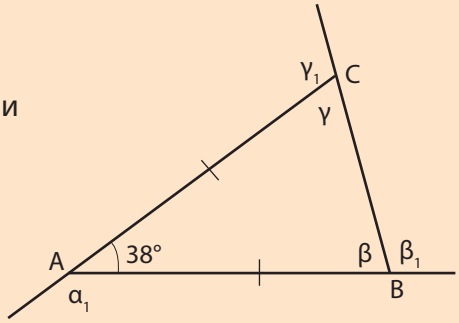
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$
$48° + 50° + \gamma = 180°$
$98° + \gamma = 180°$
$\gamma = 180° - 98°$
$\gamma = 82°$



Пример 5. Пресметај ги непознатите внатрешни и надворешни агли на триаголникот од цртежот.

Триаголникот ABC е рамнокрак со краци AC и AB и агол $\alpha = 38°$.

Треба да ги пресметаме аглите α_1, β, β_1, γ и γ_1.



1) Да го пресметаме α_1:

$\alpha + \alpha_1 = 180°$
$38° + \alpha_1 = 180°$
$\alpha_1 = 180° - 38°$
$\alpha_1 = 142°$

2) Да ги пресметаме β и γ:

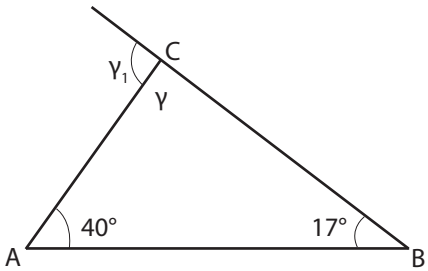
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$
$38° + \gamma + \gamma = 180°$
$38° + 2\gamma = 180°$
$2\gamma = 180° - 38°$
$2\gamma = 142°$
$\gamma = 142° : 2$
$\gamma = 71°$
$\beta = \gamma$ бидејќи се агли спроти краците, па
$\beta = 71°$

3) Да ги пресметаме β_1 и γ_1

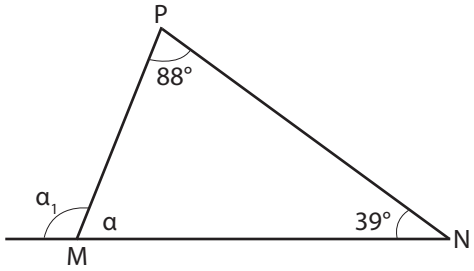
$\beta + \beta_1 = 180°$
$71° + \beta_1 = 180°$
$\beta_1 = 180° - 71°$
$\beta_1 = 109°$
$\gamma + \gamma_1 = 180°$
$71° + \gamma_1 = 180°$
$\gamma_1 = 180° - 71°$
$\gamma_1 = 109°$

4. Пресметај ги непознатите агли во триаголникот на цртежот.

а)



б)



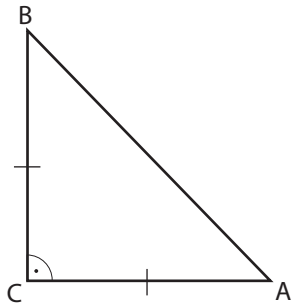
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Два внатрешни агла во еден триаголник се 51° и 36°. Одреди ја големината на третиот агол.

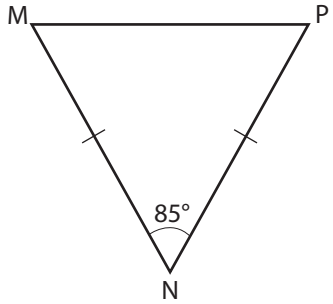
2. Определи ја големината на еден од острите агли во правоаголен триаголник, ако знаеш дека другиот остар агол е 38°.

3. Пресметај ги внатрешните агли на ΔABC и ΔMNP според податоците од цртежот.

а)

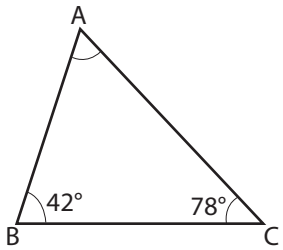


б)

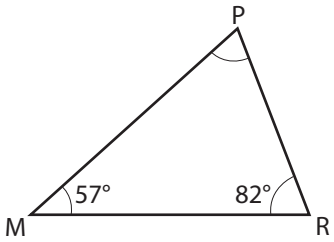


Во задачите од 4 до 12 одреди ја големината на бараниот агол.

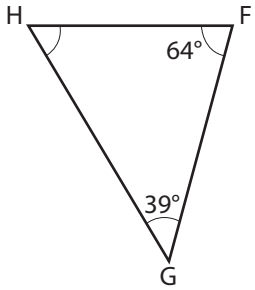
4. ∢A = ?



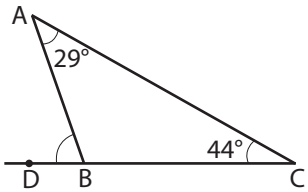
5. ∢P = ?



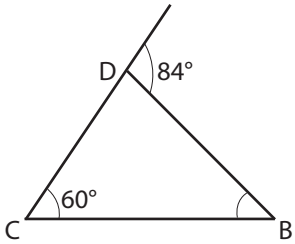
6. ∢H = ?



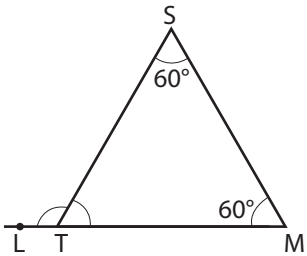
7. ∢ABD = ?



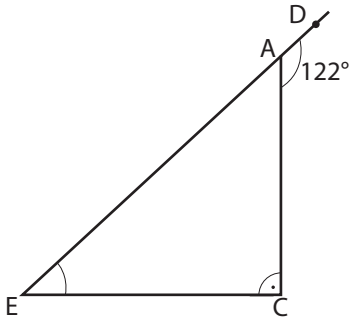
8. ∢B = ?



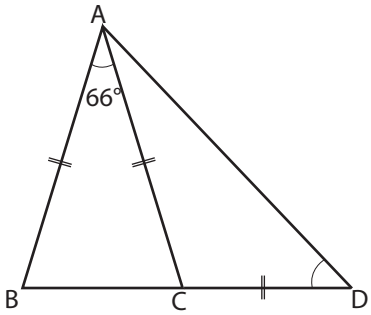
9. ∢STL = ? и ∢STM = ?



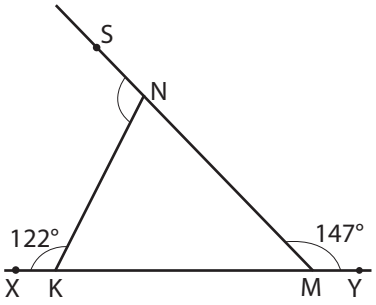
10. ∢E = ?



***11.** ∢D = ?

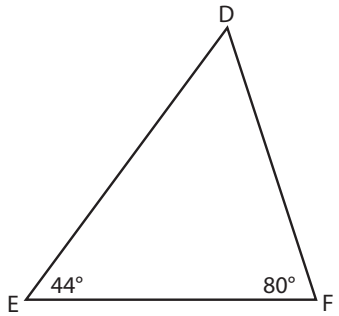


***12.** ∢KNS = ?

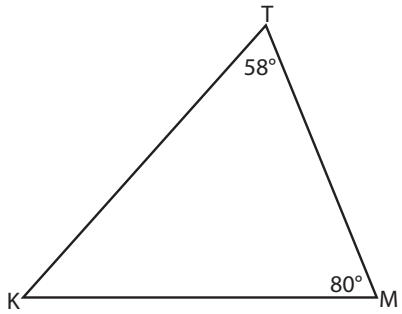


***13.** Според цртежите:

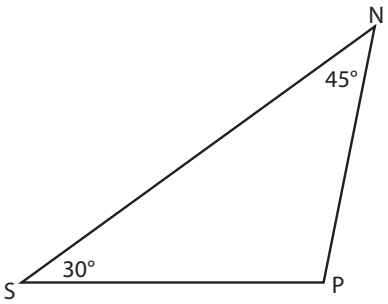
а) Одреди ја најмалата страна во триаголникот.



б) Одреди ја најголемата страна во триаголникот.



в) Подреди ги страните, почнувајќи од најголемата.



ВРСКА МЕЃУ 2Д- И 3Д-ФОРМИ

Воведна активност

Воочи и запиши со каква површина е ограничена секоја 3Д-форма.

3Д-формите ги делиме на **рабести** и **валчести** форми.

Кои 3Д-форми се рабести, а кои се валчести?

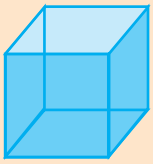
Рабестите 3Д-форми се ограничени со конечно многу многуаголници.

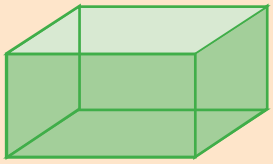
Многуаголниците на рабестите 3Д-форми се викаат ѕидови, нивните страни се викаат рабови на 3Д-формата и заедничките точки на рабовите се викаат темиња на 3Д-формата.

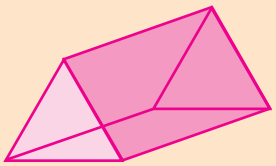
Пример 1. За дадените рабести 3Д-форми:

1) Именувај ја формата.
2) Одреди број на темиња, рабови и ѕидови

3) Опиши од кои 2Д-форми е составена 3Д-формата.

а) 

б) 

в) 

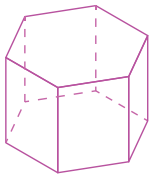
а)
1) 3Д-форма: Коцка
2) Број на темиња: 8, број на рабови: 12, број на ѕидови: 6
3) Коцката е составена од 6 квадрати

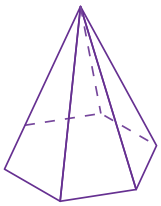
б)
1) 3Д-форма: Квадар
2) Број на темиња: 8, број на рабови: 12, број на ѕидови: 6
3) Квадарот е составен од 6 правоаголници

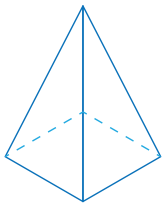
в)
1) 3Д-форма: Триаголна призма
2) Број на темиња: 6, број на рабови: 9, број на ѕидови: 5
3) Тристрана призма е составена од 2 триаголника и 3 правоаголници.

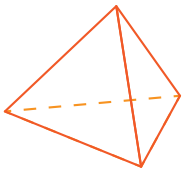
1. За дадените рабести 3Д-форми:

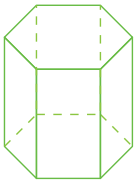
1) Именувај ја формата.
2) Одреди број на темиња, рабови и ѕидови
3) Опиши од кои 2Д-форми е составена секоја 3Д-форма

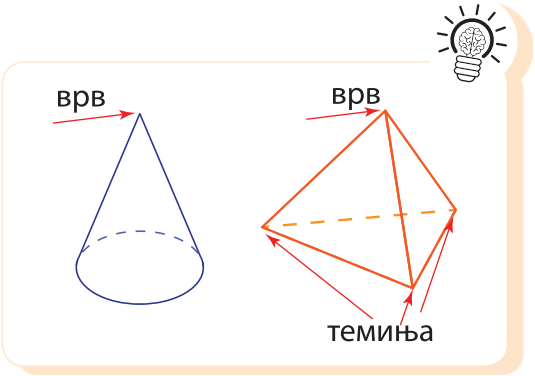
а) 

б) 

в) 

г) 

д) 

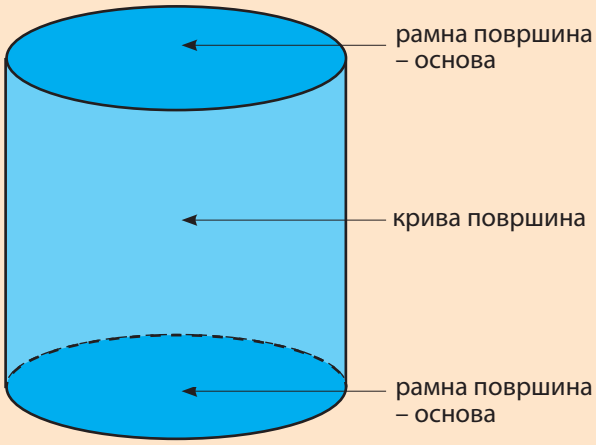


3Д-формите ограничени со рамни и криви површини или само со криви површини се викаат **валчести** 3Д-форми.

Пример 2. За дадената валчеста 3Д-форма:

1) Именувај ја формата.
2) Опиши од кои 2Д-форми е составена 3Д-формата.

1) 3Д-форма: Цилиндар
2) Цилиндарот е составен од крива површина и два круга (основи).



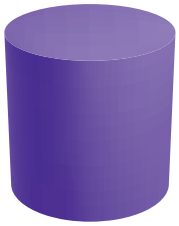
2. За дадените валчести 3Д-форми:

1) Именувај ја формата.

2) Опиши од кои 2Д-форми е составена секоја 3Д-форма.

а)

б)



3. Дадено е множеството А = {коцка, конус, квадар, топка, шестаголна призма, петаголна пирамида, цилиндар, седумаголна пирамида}

Одреди подмножество:

а) R чии елементи се рабести 3Д-форми од множеството А

б) V чии елементи се валчести 3Д-форми од множеството А.

3. Наброј предмети од училницата и од непосредната околина кои имаат 3Д-форма. Опиши од кои 2Д-форми е составен секој предмет.

4. Сандра ставила шест 3Д-форми во една торба. Секое од нејзините другарчиња извлекло по една 3Д-форма и потоа ја опишувале. Сандра требало да го погоди називот на 3Д-формата. Помогни ѝ на Сандра да ги погоди формите.

Ана рекла: Мојата 3Д-форма има 9 раба и 6 темиња.

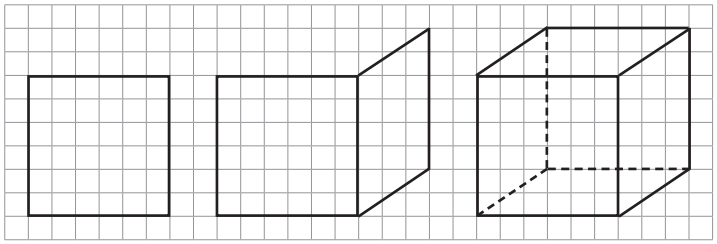
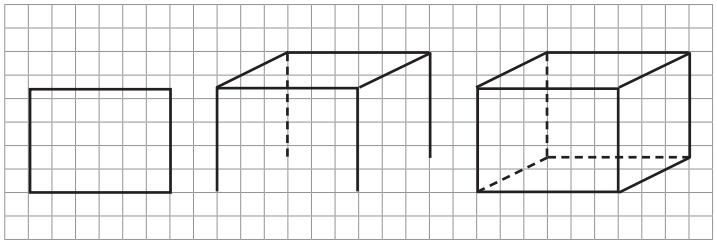
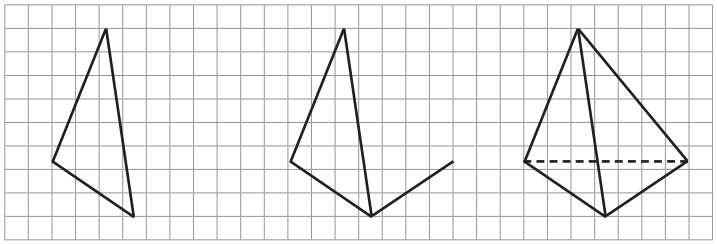
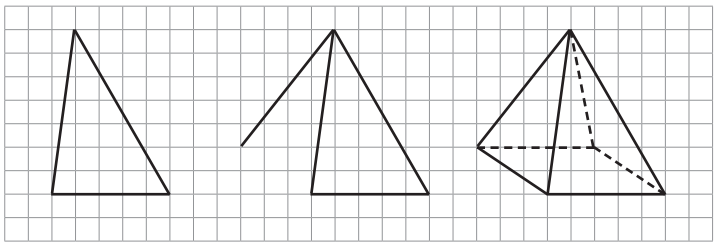
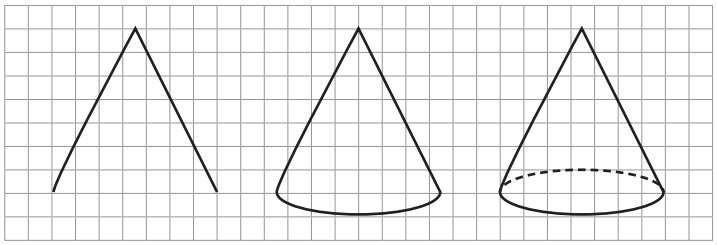
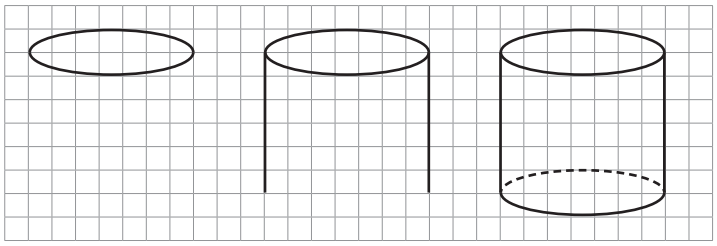
Лиле рекла: Мојата 3Д-форма 6 идентични ѕида.

Вања рекол: Мојата 3Д-форма има 5 ѕида и 5 темиња.

Александар рекол: Мојата 3Д-форма има 9 темиња и 9 ѕида.

Маја рекла: Мојата 3Д-форма има 6 раба и 4 идентични ѕида.

Како да нацртаме некои 3Д-форми?

коцка	
квадар	
триаголна пирамида	
четириаголна пирамида	
конус	
цилиндар	

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одгатни ги формите и нацртај ги во тетратка.

1. 3Д-форма што има пет ѕида, но само една основа.

2. 3Д-форма составена од два круга и крива површина.

3. 2Д-форма што има три пара паралелни страни и сите агли се тапи.

3. 2Д-форма со еден прав агол и два остри агли.

4. 3Д-форма составена од четири триаголници.

5. 3Д-форма составена од два квадрата и четири правоаголници.

6. Нацртај и именувај ги елементите на секоја 3Д-форма. Опиши од кои 2Д-форми е составена 3Д-формата.

а) коцка **б)** квадар **в)** триаголна призма

г) петаголна пирамида **д)** шестаголна призма

ѓ) шестаголна пирамида

***7.** Маре направила десетаголна пирамида. Таа внимателно ја пресекла пирамидата и набљудувала каква форма се добила на пресекот.

а) Која од следниве форми не би можела да се добие:

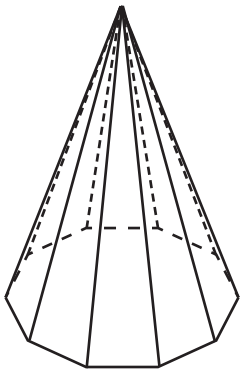
1) десетаголник

2) триаголник

3) правоаголник

4) неправилен четириаголник

б) Објасни како би можела да ја добие секоја друга форма.



МРЕЖИ НА ПРИЗМА И ПИРАМИДА

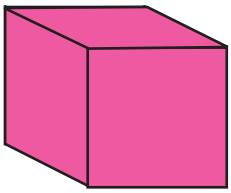
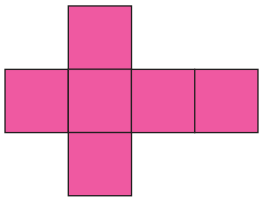
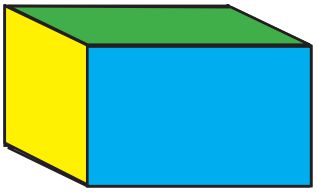
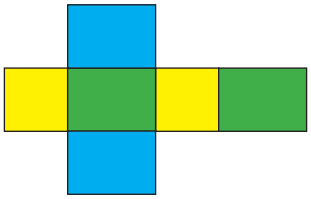
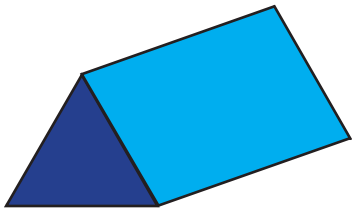
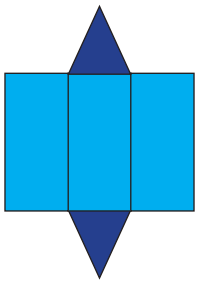
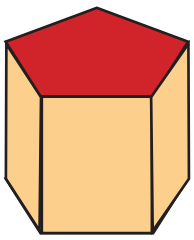
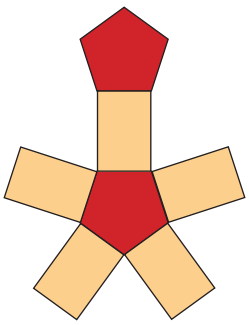
Воведна активност

Замисли дека телефонски треба да му објасниш на твојот другар како да нацрта, а потоа да исече парчиња хартија за да може да состави некоја 3Д-форма што ти ја објаснуваш. Не смееш да го употребуваш името на таа 3Д-форма, но можеш да ги користиш поимите што укажуваат на 2Д-формите од кои е составена. Со твојот другар од парот изиграјте ги улогите на објаснувач и цртач.

Мрежа на 3Д-форма е 2Д-форма составена од сите нејзини ѕидови.

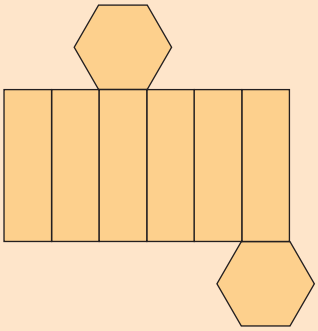
Ако ја исечеме мрежата на една 3Д-форма нацртана на хартија, картон или слично и соодветно ја превиткаме мрежата ќе ја добиеме 3Д-формата.

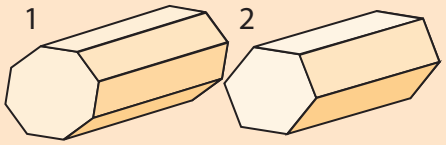
Мрежи на призми

ПРИЗМИ	МРЕЖА
коцка 	
квадар 	
триаголна призма 	
петаголна призма 	

Пример 1. Одреди ги точните одговори.

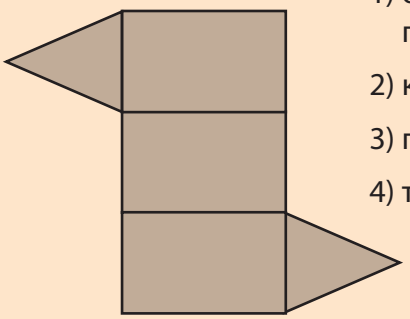
а) Дадената мрежа е мрежа на која 3Д-форма?





Точниот одговор е 2) затоа што мрежата има 2 шестаголника и 6 правоаголника.

б) Од дадената мрежа може да се формира:

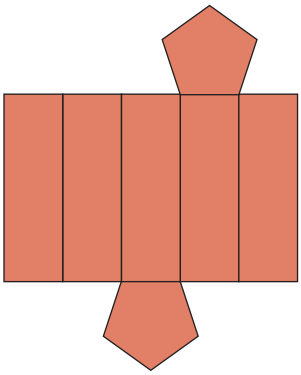


1) осумаголна призма
2) коцка
3) петаголна призма
4) триаголна призма

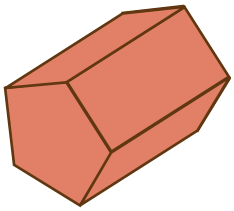
Точниот одговор е 4) затоа што мрежата има 2 триаголника и 3 правоаголника.

Одреди го точниот одговор во задачите 1 и 2.

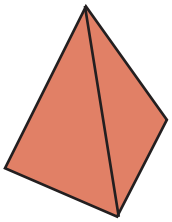
1. Од дадената мрежа може да се состави која 3Д-форма?



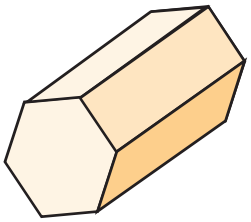
а)



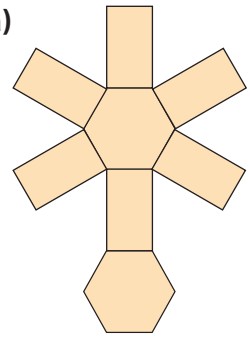
б)



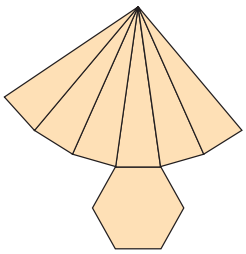
2. Дадената 3Д-форма може да се состави од мрежата:



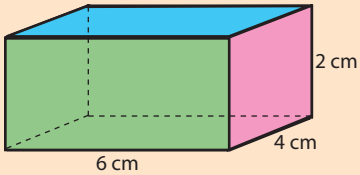
а)



б)



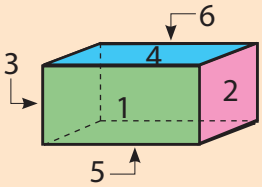
Пример 2. Нацртај мрежа на квадар.



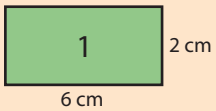
Квадарот е составен од 6 правоаголници.

Ќе ги обележиме ѕидовите со броевите од 1 до 6.

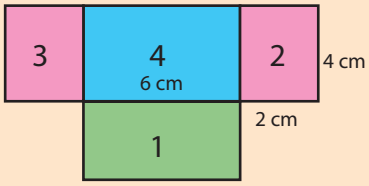
На цртежот, правоаголниците 1 и 6 се зелени, правоаголниците 4 и 5 се сини и правоаголниците 2 и 3 се розови.



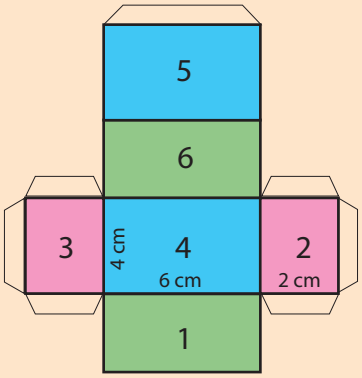
1) Прво го цртаме правоаголникот 1. Тоа е ѕидот свртен кон нас.



2) Потоа, го цртаме правоаголникот 4, тоа е горниот ѕид. На него ги надоврзуваме двата ѕида што се лево и десно, правоаголниците 2 и 3.

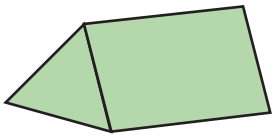


3) На крајот, над правоаголникот 4, ги надоврзуваме правоаголниците 5 и 6, а тоа се ѕидот долу и ѕидот назад.

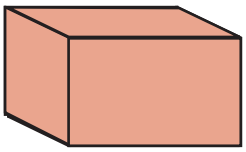


3. Нацртај ги мрежите на дадените призми.

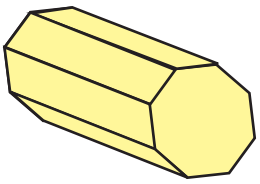
а)



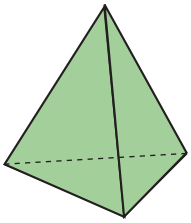
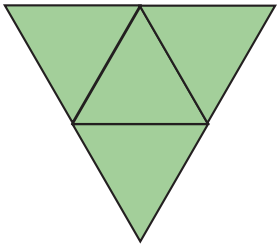
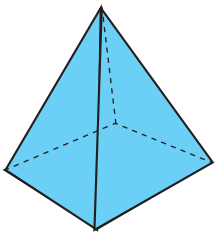
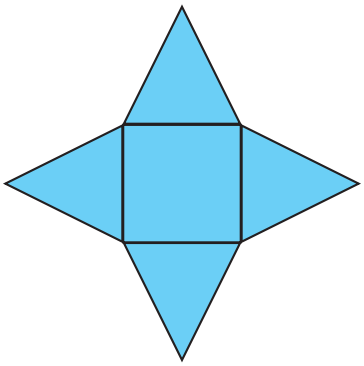
б)



в)

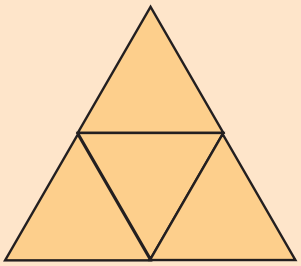


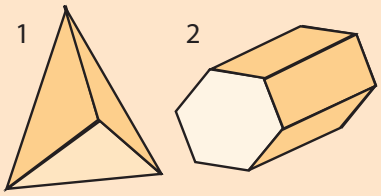
Мрежи на пирамиди

ПИРАМИДИ	МРЕЖА
триаголна пирамида 	
четириаголна пирамида 	

Пример 3. Одреди ги точните одговори.

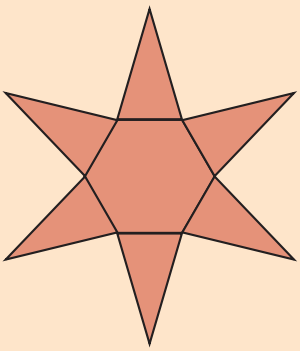
а) Дадената мрежа е мрежа на која 3Д-форма?





Точниот одговор е 1) затоа што мрежата има 4 триаголници.

б) Од дадената мрежа може да се формира:



1) триаголна призма
2) шестаголна пирамида
3) четириаголна пирамида
4) петаголна призма

Точниот одговор е 2) затоа што мрежата има 6 триаголника и 1 шестаголник.

Одреди го точниот одговор во задачите 4 и 5.

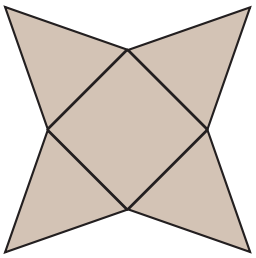
4. Која 3Д-форма ќе се состави од дадената мрежа?

а) триаголна пирамида

б) четириаголна пирамида

в) коцка

г) четириаголна призма



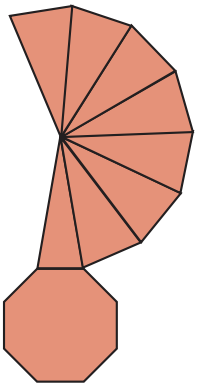
5. Која 3Д-форма ќе се состави од дадената мрежа?

а) петаголна пирамида

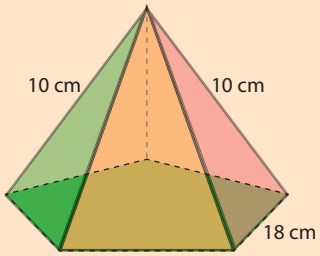
б) квадар

в) осумаголна призма

г) осумаголна пирамида

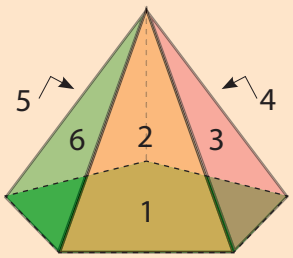


Пример 4. Нацртај мрежа на петаголна пирамида.



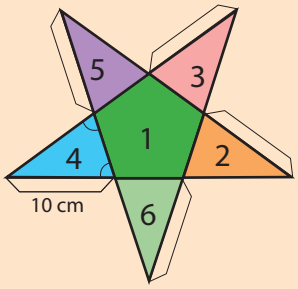
Оваа петаголна пирамида има 1 правилен петаголник – основа на пирамидата и 5 рамнокраки триаголници.

Ќе ја обележиме основата со 1, а триаголниците со броевите од 2 до 6.



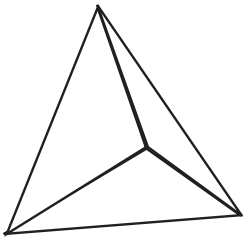
1) Прво ја цртаме основата – петаголникот со страна 18 cm и внатрешен агол 108°.

2) Потоа, над секоја страна на петаголникот, ги цртаме триаголниците. Секој триаголник има краци со должина 10 cm агли при основата 74°.

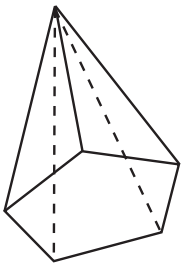


6. Нацртај ги мрежите на дадените пирамиди.

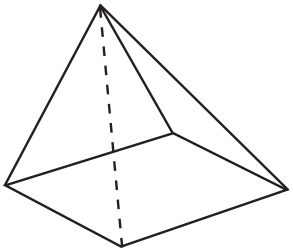
а)



б)



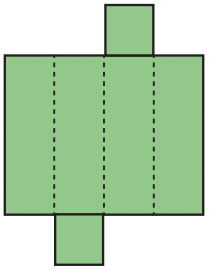
в)



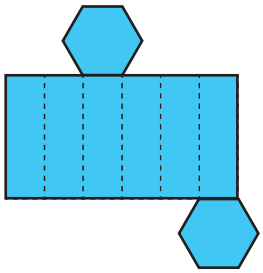
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Со која мрежа може да се состави квадар?

а)

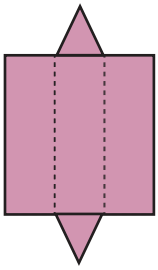


б)

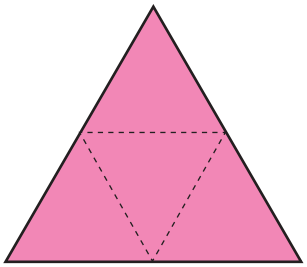


2. Со која мрежа ќе се состави триаголна призма?

а)



б)



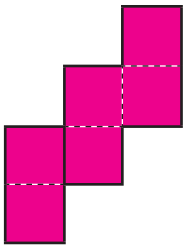
3. Која 3Д-форма ќе се состави од дадената мрежа?

а) триаголна пирамида

б) цилиндар

в) коцка

г) петаголна призма



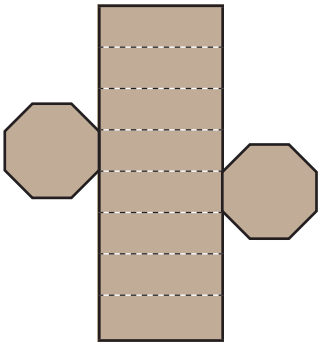
4. Која 3Д-форма ќе се состави од дадената мрежа?

а) цилиндар

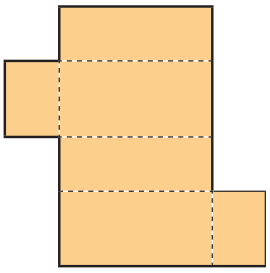
б) квадар

в) осумаголна призма

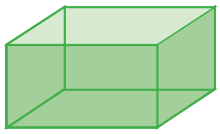
г) осумаголна пирамида



5. Од дадената мрежа може да се состави:

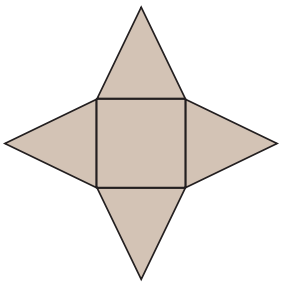


а)

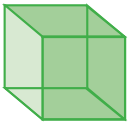


б)

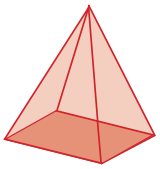
6. Од дадената мрежа може да се состави:



а)

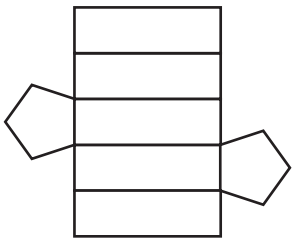


б)

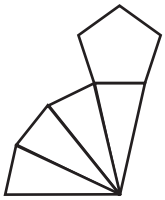


7. Со која мрежа може да се состави петаголна призма?

а)

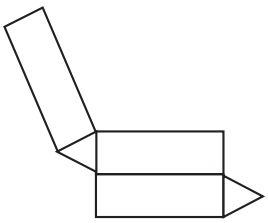


б)

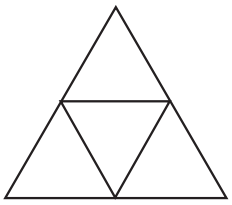


8. Со која мрежа ќе се состави триаголна пирамида?

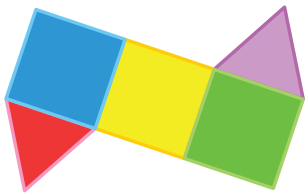
а)



б)



***9.** Која триаголна призма може да се состави од дадената мрежа?

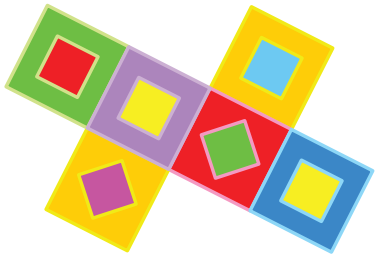


а)

б)

в)

***10.** Која коцка не може да се состави од дадената мрежа?



а)

б)

в)

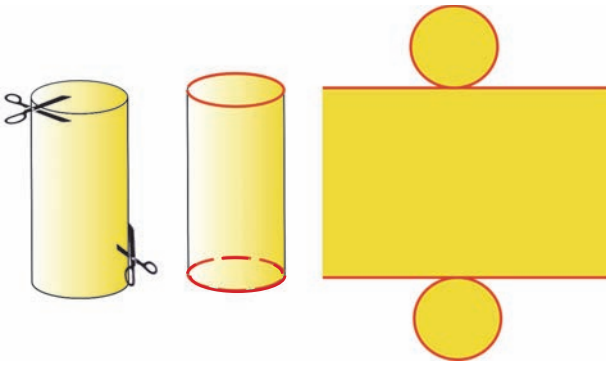
МРЕЖА НА ЦИЛИНДАР

Воведна активност

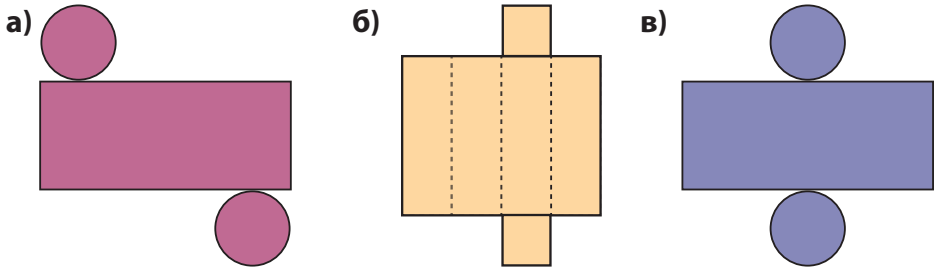
1. Каква е формата на кантичките со боја на сликата?
2. Од какви површини е составена оваа 3Д-форма?
3. Дали оваа форма има темиња, ѕидови и рабови? Објасни го твојот одговор.
4. Како ја именуваме оваа 3Д-форма?

Пример 1. Кога цилиндарот ќе го отвориме по должината на кривата површина и по круговите ќе ја добиеме мрежата на цилиндар.

Се забележува дека мрежата има правоаголник и два круга.

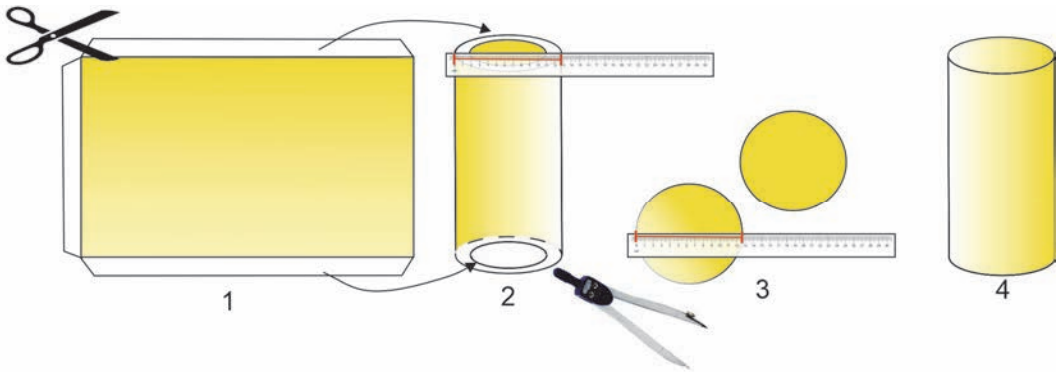


1. Со која од дадените мрежи може да се состави цилиндар?



Пример 2. Изработи цилиндар од хартија.

Постапката за изработување на цилиндарот е дадена по чекори во следната слика.



Чекор 1: Цртаме правоаголник што ќе одговара на кривата површина на цилиндарот и го сечеме со ножички.

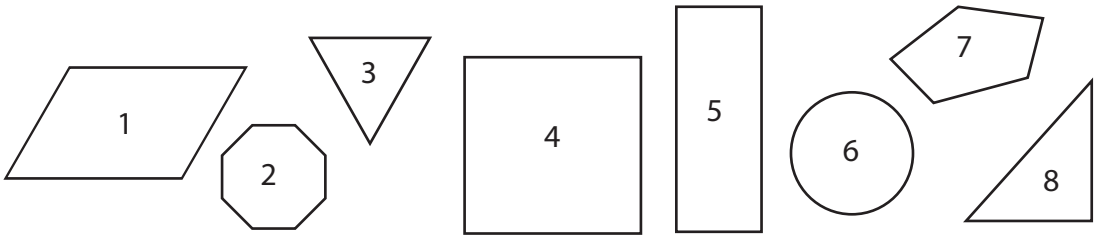
Чекор 2: Го виткаме правоаголникот и лепиме. Со линијар го мериме дијаметарот (што е најдолга тетива во кругот).

Чекор 3: Со дијаметарот што сме го измериле, ги цртаме двата круга што ќе претставуваат основи на цилиндарот и ги сечеме.

Чекор 4: Ги лепиме круговите на соодветните места и го добиваме цилиндарот.

1. Од даденото множество на 2Д-форми избери ги оние со кои може да составиш:

а) коцка **б)** цилиндар **в)** триаголна призма со основи правоаголен триаголник



Запиши по колку ќе ти треба од секоја 2Д-форма што ќе ја избереш.

2. На хартија, прво нацртај мрежа, а потоа изработи:

а) цилиндар **б)** триаголна пирамида **в)** призма со основа правоаголник.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

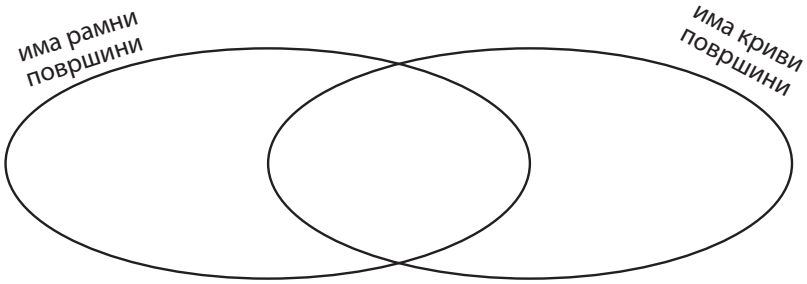
Во тетратката прецртај ги Веновите дијаграми.

а) Пополни ги со точните називи на 3Д-формите што ги исполнуваат соодветните услови.

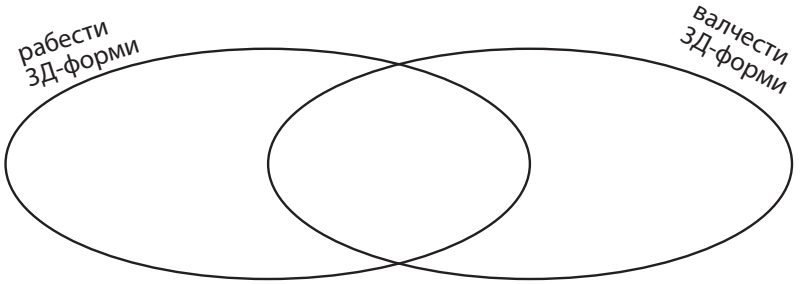
б) Претстави ги табеларно и описно добиените множества.

Внимавај, во делот во кој се сечат дијаграмите треба да ги напишеш формите што ги исполнуваат двата услова.

1.



2.



3. Препиши го и пополни го Кароловиот дијаграм со неколку 3Д-форми.

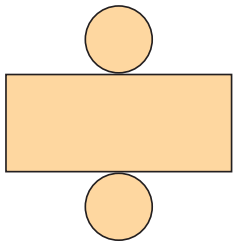
а) Претстави ги на описен начин множествата формирани во секое поле.

б) Дали некое од множествата е празно? Објасни го одговорот.

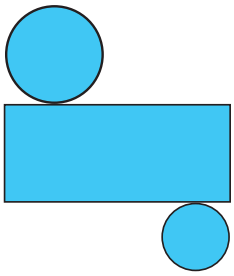
	нема теме/врв	има теме/врв
има криви површини		
има рамни ѕидови		

4. Со која од наведените мрежи не може да се формира цилиндар. Објасни го одговорот.

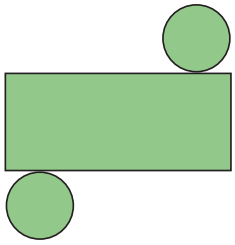
а)



б)



в)

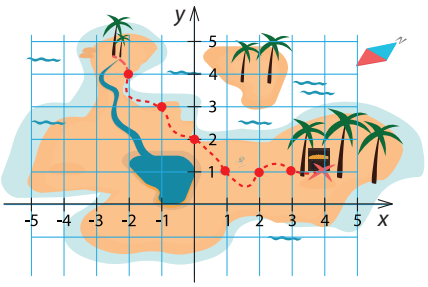


ПРАВОАГОЛЕН КООРДИНАТЕН СИСТЕМ

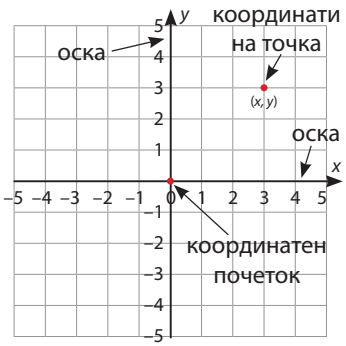
Воведна активност

Разгледај ја внимателно мапата.

Запиши ги координатите на клучните точки, означени со ●, по кои треба да се движат истражувачите за да стигнат до богатството.



Бројните прави x и y што се нормални една на друга во рамнината прават една целина – систем што се вика **координатен систем** во рамнината.



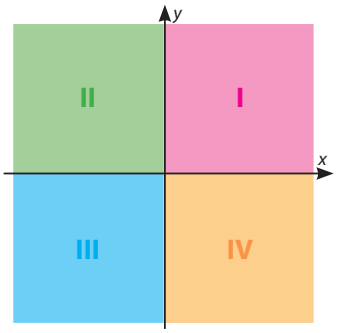
Бројните прави x и y се викаат **координатни оски**, а нивниот пресек се вика **координатен почеток**, што го означуваме со O и координатите на оваа точка се (0, 0).

Од кооринатниот почеток налево, надесно, нагоре и надолу се означуваат, неколку пати, единични отсечка при што се добиваат поделци и се означуваат броевите 1,2,3, ... или –1, –2, –3,...

Секоја точка во рамнината е претставена на координатниот систем со координати (x, y).

Во записот на координатите на една точка секогаш прва се пишува координатата x, а втора се пишува координатата y.

Координатниот систем ја дели рамнината на 4 дела наречени **квадранти: I, II, III и IV**.

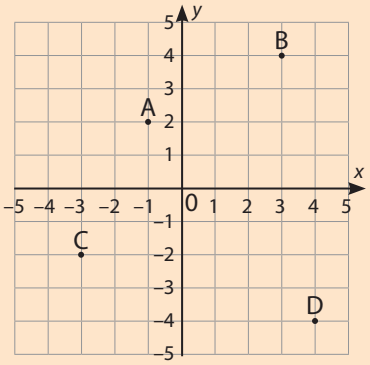


Пример 1.

а) Одреди во кој квадрант се наоѓа секоја точка на цртежот.
Точката A се наоѓа во вториот квадрант, точката B се наоѓа во првиот квадрант, точката C се наоѓа во третиот квадрант и точката D се наоѓа во четвртиот квадрант.

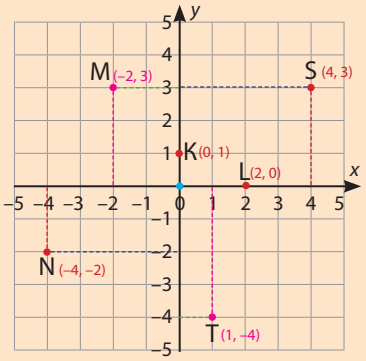
б) Напиши ги координатите на точките A, B, C и D. Координатите на точките ги запишуваме во редослед: прва е x-координатата, втора е y-координатата.

A(–1, 2); B(3, 4); C(–3, –2); D(4, –4)



Пример 2. Претстави ги на координатен систем точките: M(–2, 3); N(–4, –2); T(1, –4); S(4, 3), K(0, 1), L(2, 0).

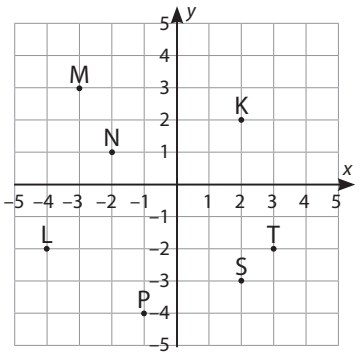
Цртаме координатен систем и ги означуваме броевите на бројните оски x и y.
За да ја претставиме точката M постапуваме на следниот начин:
1) Го наоѓаме бројот –2 на x-оската.
2) Низ –2 повлекуваме права паралелна со y-оската.
3) Го наоѓаме бројот 3 на y-оската.
4) Низ 3 повлекуваме права паралелна со x-оската.
5) Пресекот на двете прави е точката M.
6) Означуваме M(–2,3).
На истиот начин ги претставуваме и другите точки на координатниот систем.



1. а) Одреди во кој квадрант се наоѓа секоја точка на цртежот.

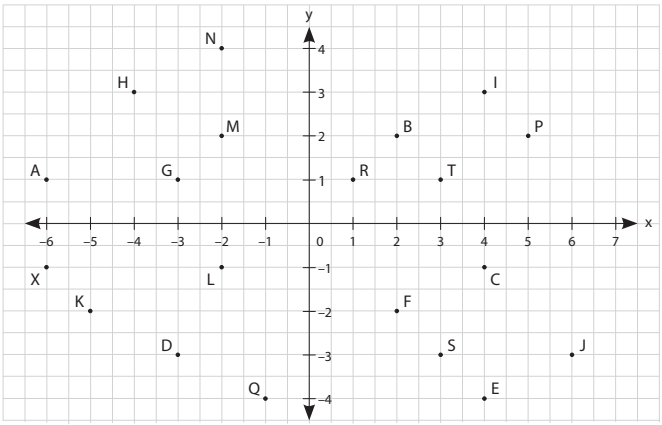
б) Напиши ги координатите на дадените точки на цртежот.

2. Нацртај координатен систем и претстави ги точките R(0, –1), G(–2, –4), F(2, 0), D(–4, 3)



ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Напиши ги координатите на секоја точка претставена на координатниот систем.



2. Нацртај координатен систем и претстави ги дадените точки: A (3, 9); B(–1, –5); C(–8, –3); D(4, –3); M(5, –8); N(9, –5); S(–2, 6); T(4, 3); P(–9, –3); G(4, 3), K (0, 6) и (–5, 0)

3. На координатен систем претстави ги дадените точки, поврзи ги во редослед како што се дадени и именувај ја формата. Што можеш да заклучиш за координатите на темињата што лежат на иста страна на формата?

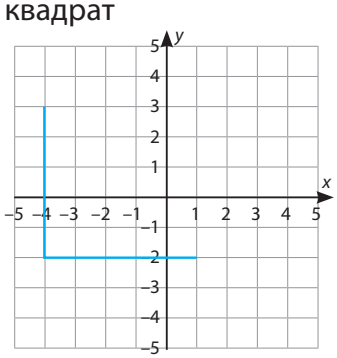
а) A(–1, 3); B(2, 3); C(2, –1); D(–1, –1)

б) M(–2, –4); N(–2, 1); P(3, 1); S(3, –4)

***4.** Одреди ги координатите на непознатите темиња на формите на цртежите.

а) правоаголник

б) квадрат



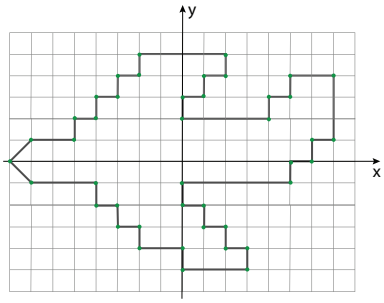
***5.** Следи ги дадените насоки. Одреди ги непознатите координати и нацртај ја формата на координатен систем.

а) Квадрат што лежи во два квадранта. Едно теме на квадратот е (–1, 1).

б) Правоаголник што лежи во два квадранта. Едно теме на правоаголникот е (3, 1).

в) Четириаголник што има еден пар паралелни страни. Едно теме на четириаголникот е (–4, –3).

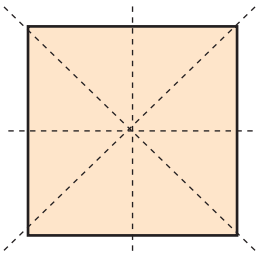
6. Запиши ги координатите на сите точки означени на цртежот. Потоа, во нов координатен систем, обиди се да нацрташ интересен лик за кој ќе ги запишеш координатите на карактеристичните точки.



ОСНА СИМЕТРИЈА ВО ОДНОС НА КООРДИНАТНИ ОСКИ

Воведна активност

На лист хартија нацртај квадрат.
Потоа, исечи го и превиткувај го точно по правите како што е дадено на цртежот.
Што се случува со превитканите делови?
Како се нарекуваат овие прави за квадратот?



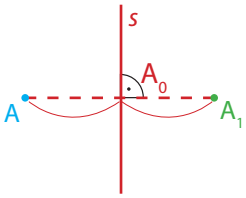
Правата што ја дели 2Д-формата на два исти дела е нејзина оска на симетрија.

Формата што може да се подели со права на два еднакви дела се нарекува осносиметрична форма.

Точките A и A_1 се на еднакво растојание од правата *s*,

односно $\overline{AA_0} = \overline{A_0A_1}$, каде што $A_0 \in$ и $AA_1 \perp s$.

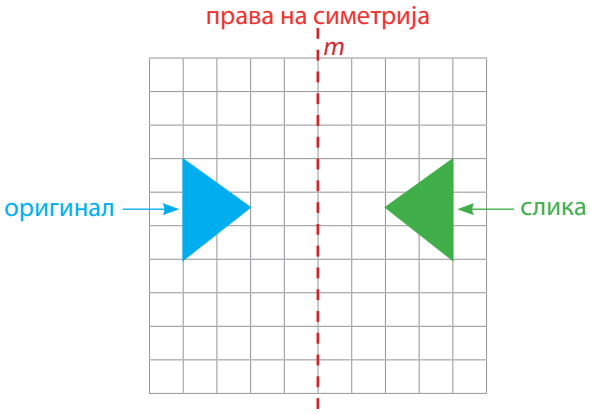
Точките се **симетрични во однос на правата** *s*.
Велиме дека точката A_1 е **слика** на точката A при **осна симетрија** во однос на правата s.
Точката A е оригинал при осната симетрија во однос на правата *s*.



Триаголниците се симетрични во однос на правата m, која ја нарекуваме **права на симетрија**.

Соодветните точки од двете форми се на еднакво растојание, но од различни страни од правата на симетрија.

Осната симетрија е наполно определена со правата на симетрија или со две симетрични точки.



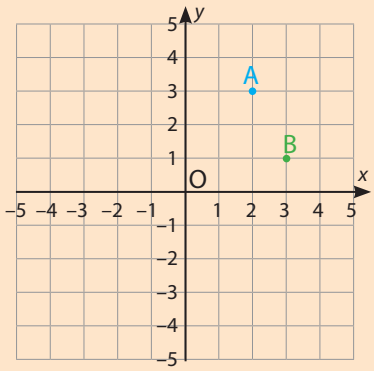
При осна симетрија, сликата и оригиналот се еднакви.

Пример 1. Дадени се точките A и B.

а) Нацртај ја сликата на A во однос на y-оската.

б) Нацртај ја сликата на B во однос на x-оската.

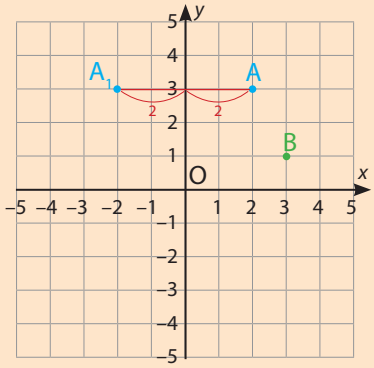
в) Одреди ја промената на координатите на точките.



а) Во овој случај y-оската е права на симетрија. За да ја нацртаме сликата на A треба да нацртаме права нормална на y-оската и да ја продолжиме од другата страна на y-оската.

Потоа, го мериме растојанието од точката A до y-оската и истото го пренесуваме од другата страна на нормалата.

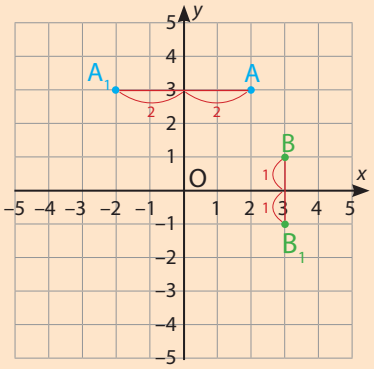
Ја добиваме точката A_1 што е слика на точката A во однос на y-оската.



б) Во овој случај x-оската е права на симетрија. За да ја нацртаме сликата на B треба да нацртаме права нормална на x-оската и да ја продолжиме од другата страна на x-оската.

Потоа, го мериме растојанието од точката B до x-оската и истото го пренесуваме од другата страна на нормалата.

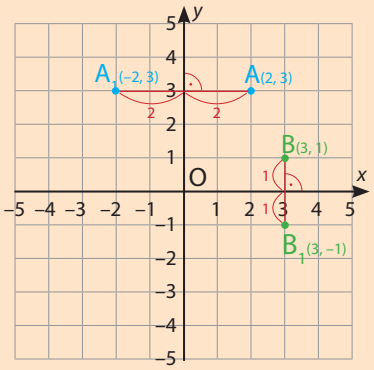
Ја добиваме точката B_1 што е слика на точката B во однос на x-оската.



в) Промената на координатите на точките е:

$A(2, 3) \longrightarrow A_1(-2, 3)$

$B(3, 1) \longrightarrow B_1(3, -1)$



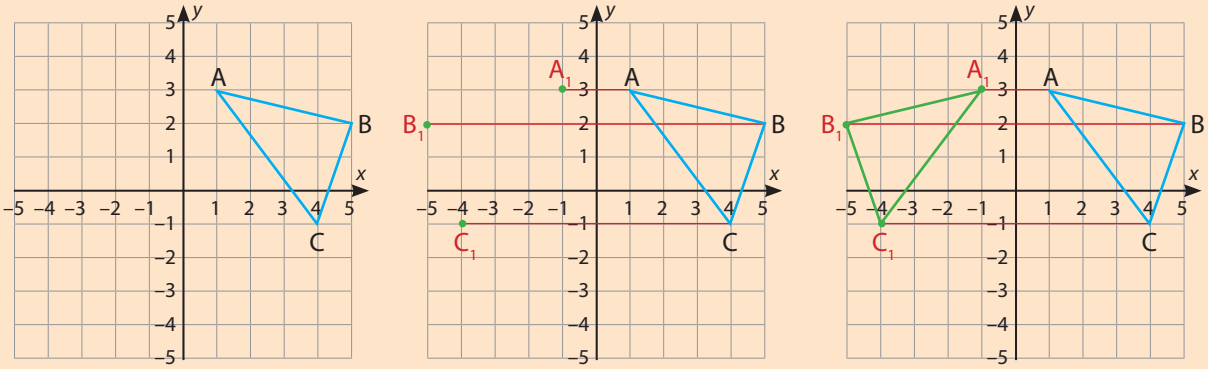
Пример 2. а) Одреди ја сликата на ΔABC при осна симетрија во однос на *y*-оската.

б) Напиши ја промената на координатите на темињата на ΔABC.

а) За да ја одредиме сликата на ΔABC треба да ги најдеме сликите на точките A, B и C при осна симетрија во однос на y-оската.

Точките ги означуваме A_1, B_1 и C_1, соодветно. Ги поврзуваме точките и го добиваме триаголникот $A_1B_1C_1$ што е слика на ΔABC.

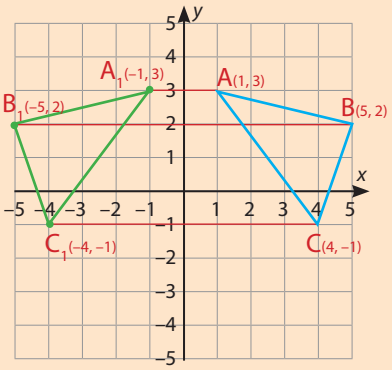
Ако ги измериме соодветните страни на двата триаголника ќе забележиме дека тие се еднакви по должина, односно $\overline{AB} = \overline{A_1B_1}$, $\overline{BC} = \overline{B_1C_1}$ и $\overline{AC} = \overline{A_1C_1}$.



б) Да ја разгледаме промената на координатите на темињата на двата триаголника:

A(1, 3) → A_1(–1, 3)
B(5, 2) → B_1(–5, 2)
C(4, –1) → C_1(–4, –1)

Соодветните точки од оригиналот и сликата имаат еднакви *y*-координати и спротивни *x*-координати.

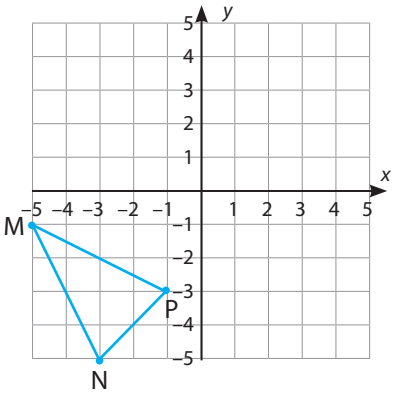


1. Прецртај го цртежот во тетратка.

а) Нацртај ја сликата на ΔMNP во однос на y-оската.

б) Напиши ги координатите на двата триаголника.

в) Објасни ја промената на координатите на темињата.

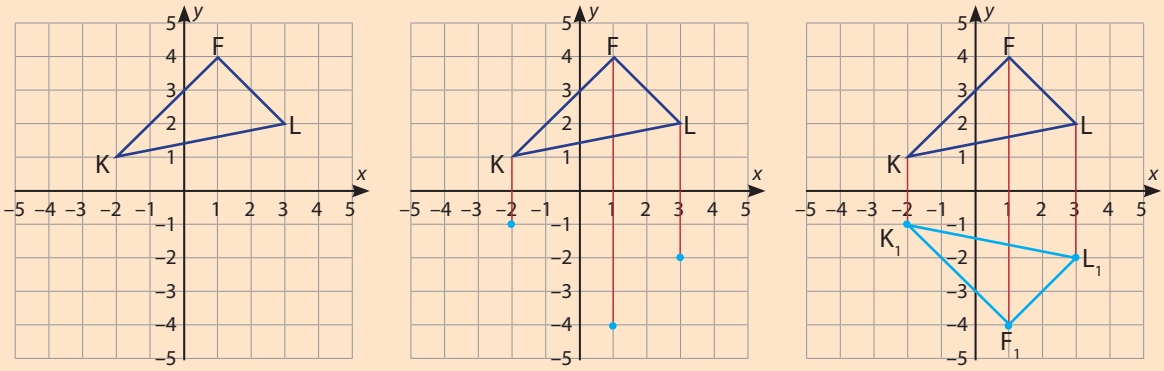


Пример 3. а) Одреди ја сликата на ΔKLF при осна симетрија во однос на *x*-оската.

б) Напиши ја промената на координатите на темињата на ΔKLF.

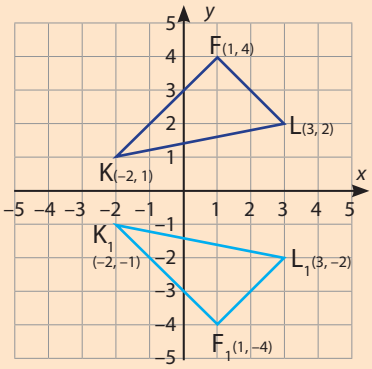
а) За да ја одредиме сликата на ΔKLF треба да ги најдеме сликите на точките K, F и L, при осна симетрија во однос на *x* – оската. Точките ги означуваме K_1, L_1 и F_1, соодветно.

Ги поврзуваме точките и го добиваме $\Delta K_1L_1F_1$, што е слика на ΔKLF. Ако ги измериме соодветните страни на двата триаголника ќе забележиме дека тие се еднакви по должина, односно $\overline{KF} = \overline{K_1F_1}$, $\overline{KL} = \overline{K_1L_1}$ и $\overline{FL} = \overline{F_1L_1}$.



б) Да ја разгледаме промената на координатите на темињата на двата триаголника:

$K(-2, 1) \rightarrow K_1(-2, -1)$
$F(1, 4) \rightarrow F_1(1, -4)$
$L(3, 2) \rightarrow L_1(3, -2)$

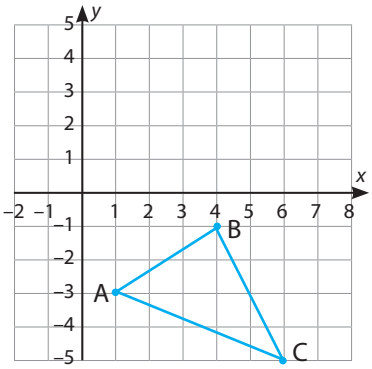


2. Прецртај го цртежот во тетратка.

а) Одреди ја сликата на ABC ако *x*-оската е права на симетрија.

б) Напиши ги координатите на двата триаголника.

в) Објасни ја промената на координатите на темињата на триаголникот.



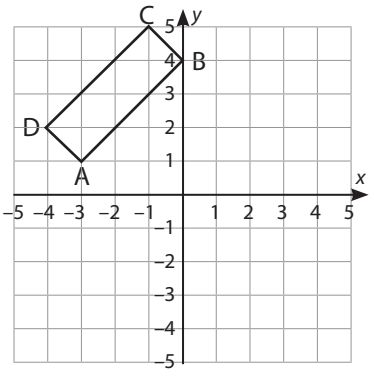
3. Прецртај го цртежот во тетратка. Одреди ја сликата на ABCD:

а) во однос на *x*-оската

б) во однос на y-оската

в) Напиши ги координатите на темињата на двата многуаголника.

г) Објасни ја промената на координатите на темињата на многуаголникот.



ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

Нацртај ги дадените форми на координатен систем. Потоа, во истиот координатен систем одреди ги нивните слики при осна симетрија во однос на:

а) x-оската **б)** y-оската

1. (–8, 1); (–9, 3); (–8, 4); (–6, 4); (–5, 3); (–6, 1)

2. (2, –2); (5, –2); (5, –3); (3, –3); (2, –4)

3. (5, 1); (5, 3); (6, 4); (7, 3); (7, 1)

4. Даден е петаголник со координати на темињата: A(–5, 6); B(–3, 6); C(–2, 4); D(–3, 1); F(–5, 1). Одреди ги координатите на петаголникот $A_1B_1C_1D_1F_1$ што е слика на ABCDF во однос на:

а) x-оската **б)** y-оската

Обиди се прво без цртање. Потоа провери со цртање.

5. Даден е четириаголник со координати на темиња: A(–2, 5); B(5, 5); C(5, 2); D(–2, 2).

Одреди ги координатите на четириаголникот $A_1B_1C_1D_1$, што е слика на ABCD во однос на:

а) x-оската **б)** y-оската.

Обиди се прво без цртање. Потоа провери со цртање.

***7.** Нацртај го многуаголникот А со темиња
(–2, –1), (–1, –1), (–1, –2), (0, –2), (0, –4), (–1, –4), (–1, –3), (–3, –3), (–3, –2), (–2, –2).

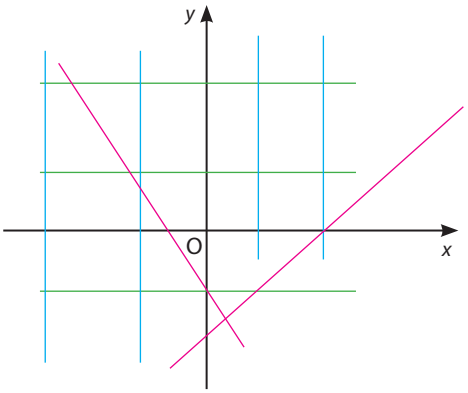
Одреди ја сликата на многуаголникот при осна симетрија во однос на x – оската и сликата означи ја со Б. Потоа, на многуаголникот Б одреди ја сликата при осна симетрија во однос на y-оската и добиената слика означи ја со В. Што можеш да заклучиш за многуаголниците А и В? Објасни!

ОСНА СИМЕТРИЈА ВО ОДНОС НА ПРАВИ ПАРАЛЕЛНИ НА КООРДИНАТНИТЕ ОСКИ

Воведна активност

Разгледај ги правите на цртежот и нивната положба во однос на координатните оски.

1. Каква заемна положба имаат зелените прави во однос на координатните оски?
2. Каква заемна положба имаат сините прави во однос на координатните оски?
3. Каква заемна положба имаат розовите прави во однос на координатните оски?



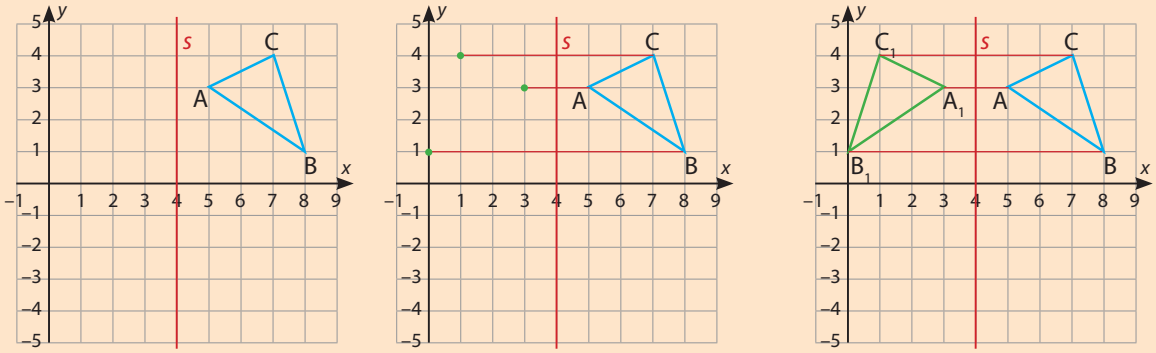
Формите ќе ги ги пресликуваме во однос на прави паралелни на координатните оски.

Пример 1. Даден е ΔABC. Да ја одредиме неговата слика во однос на правата s која е паралелна на y-оската.

а) Одреди ги координатите на сликата на ΔABC.
б) Објасни ја промената на координатите на ΔABC при осна симетрија во однос на правата *s*.

а) Треба да ги одредиме сликите на точките A, B и C во однос на дадената права. За таа цел треба да најдеме точки што се на еднакво растојание од точките A, B и C во однос на дадената права.

Точките ги означуваме A_1, B_1 и C_1, соодветно.
Ги поврзуваме точките и го добиваме $\Delta A_1B_1C_1$ што е слика на ΔABC.



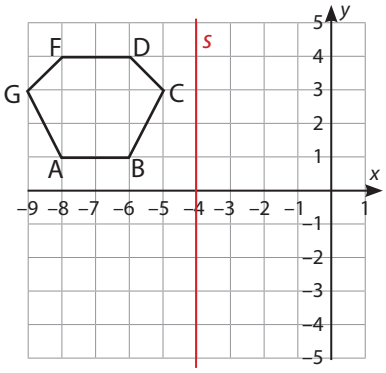
б) Промената на координатите на темињата на триаголниците е:
$A(5, 3) \rightarrow A_1(3, 3)$, $B(8, 1) \rightarrow B_1(0, 1)$, $C(7, 4) \rightarrow C_1(1, 4)$

1. Правата s е паралелна на y-оската.

а) Одреди ја сликата на многуаголникот ABCDFG во однос на правата s.

б) Одреди ги координатите на сликата на многуаголникот ABCDFG.

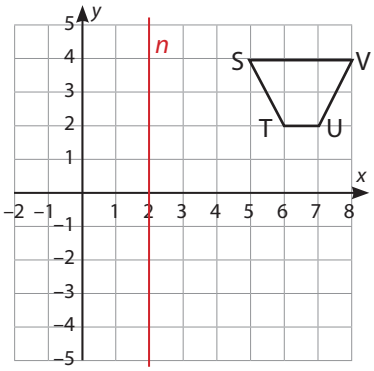
в) Објасни ја промената на координатите на многуаголникот ABCDFG при осна симетрија во однос на правата *s* паралелна со y-оската.



2. Правата n е паралелна во однос на y-оската. Нацртај ја сликата на четириаголникот TUVS во однос на правата *n*.

а) Одреди ги координатите на сликата на четириаголникот TUVS.

б) Објасни ја промената на координатите на четириаголникот TUVS при осна симетрија во однос на правата *n* паралелна со y-оската.



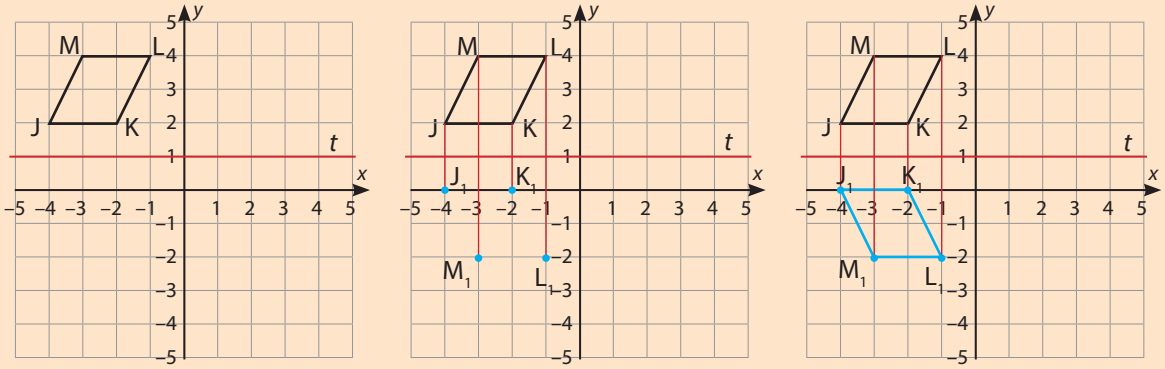
Пример 2. Даден е четириаголникот KLMJ.

а) Одреди ја неговата слика во однос на правата t која е паралелна со x-оската.

б) Напиши ги координатите на темињата на сликата на четириаголникот KLMJ.

в) Објасни ја промената на координатите на темињата на четириаголникот KLMJ при осна симетрија во однос на правата *t*.

а) Треба да ги одредиме сликите на точките K, L, M и J во однос на дадената права. Точките ги означуваме K_1, L_1, M_1 и J_1, соодветно. Ги поврзуваме точките и го добиваме четириаголникот $K_1L_1M_1J_1$, кој е слика на четириаголникот



б) Координатите на четириаголникот $K_1L_1M_1J_1$ се: $K_1(-2, 0)$, $L_1(-1, -2)$, $M_1(-3, -2)$, $J_1(-4, 0)$.

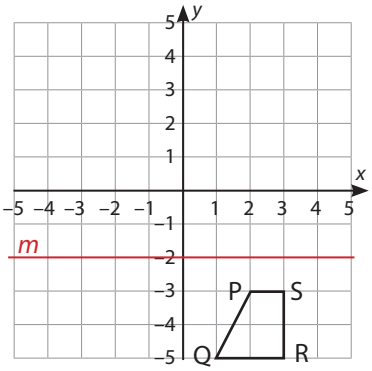
в) Промената на координатите на темињата на четириаголниците е:
$K(-2, 2) \rightarrow K_1(-2, 0)$, $L(-1, 4) \rightarrow L_1(-1, -2)$, $M(-3, 4) \rightarrow M_1(-3, -2)$, $J(-4, 2) \rightarrow J_1(-4, 0)$,

3. Правата m е паралелна на x-оската.

а) Одреди ја сликата на четириаголникот QRSP во однос на правата m.

б) Запиши ги координатите на сликата на четириаголникот QRSP.

в) Објасни ја промената на координатите на четириаголникот QRSP при осна симетрија во однос на правата *m*.

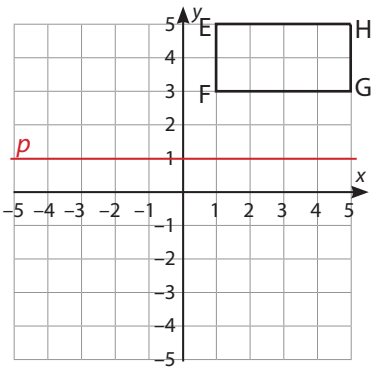


4. Правата p е паралелна на x-оската.

а) Одреди ја сликата на четириаголникот EFGH во однос на правата *p*.

б) Запиши ги координатите на сликата на четириаголникот EFGH.

в) Објасни ја промената на координатите на четириаголникот EFGH при осна симетрија во однос на правата *p*.



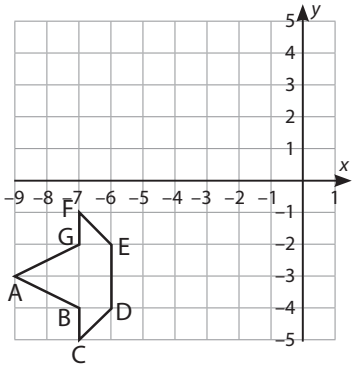
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

Во задачите 1, 2 и 3 прецртај ги цртежите и одреди ја сликата на секоја 2Д-форма.

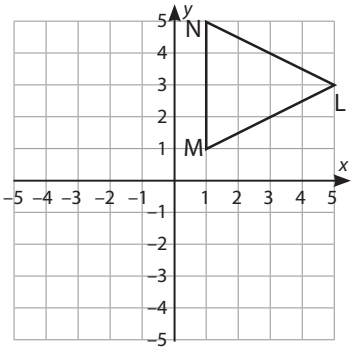
а) Запиши ги координатите на сликата 2Д-формата.

б) Објасни ја промената на координатите на 2Д-формата при осна симетрија во однос на права паралелна со една од оските.

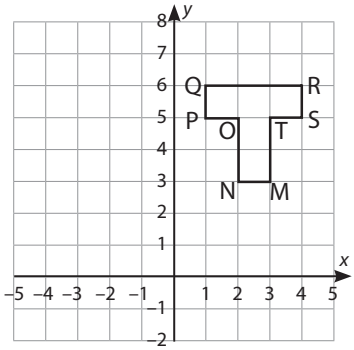
1. Во однос на правата што минува низ точката (–4, 0) и е паралелна на y-оската.



2. Во однос на правата што минува низ точката (0, –3) и е паралелна на x-оската.

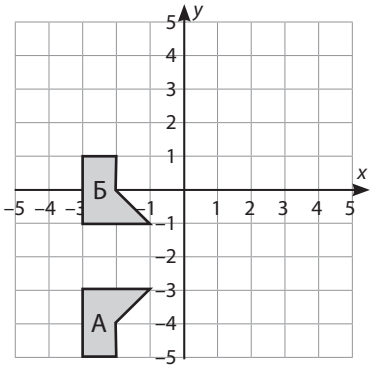


3. Во однос на правата што минува низ точката (–1, 0) и е паралелна со y-оската.

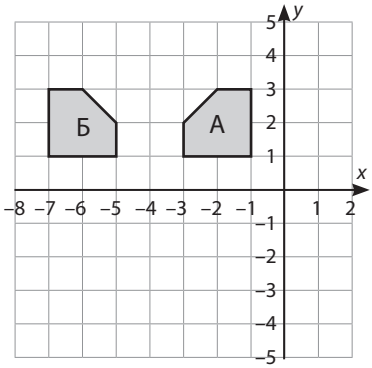


Во задачите 4, 5 и 6 одреди ја правата на симетрија s во однос на која ќе бидат симетрични дадените многуаголници.

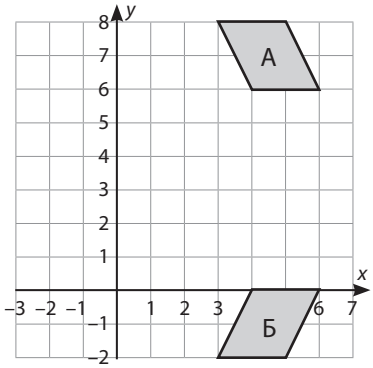
***4.**



***5.**



***6.**

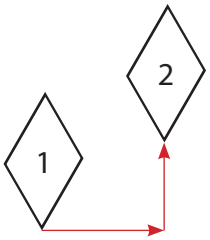


ТРАНСЛАЦИЈА

Воведна активност

Потсети се како се вика движењето што е претставено на сликата?

Во кои насоки е придвижена 2Д-формата за да дојде од положба 1 во положба 2?

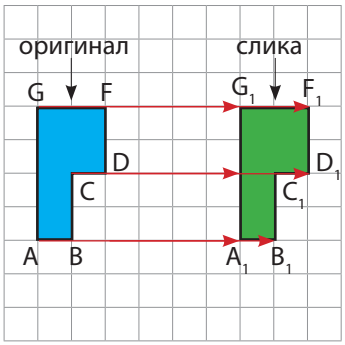


Транслација е поместување на формата по даден правец и насока.

Формата што се поместува при транслација се вика **оригинал**.
Формата што се добива при транслација се вика **слика**.
При транслација сликата и оригиналот се еднакви.

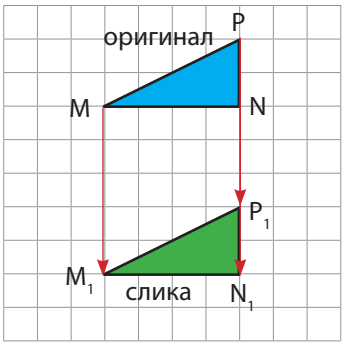
Транслација на квадратна мрежа:

Транслација за 6 квадратчиња надесно.



Секое теме од многуаголникот се придвижува за 6 полиња надесно.

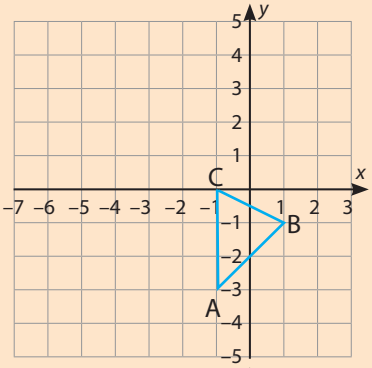
Транслација за 5 квадратчиња надолу.



Секое теме од триаголникот се придвижува 5 полиња надолу.

Во координатниот систем транслацијата ја правиме во однос на големината на единичната отсечка и добиените поделци.

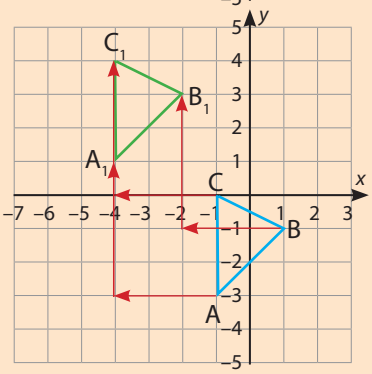
Пример 1. Направи транслација на ΔABC за 3 единици налево и 4 единици нагоре.



Секое теме од триаголникот го придвижуваме за 3 единици налево и 4 единици нагоре.

3 единици налево значи да се придвижиме 3 единици налево по x-оската.

4 единици нагоре значи да се придвижиме 4 единици нагоре по y-оската.

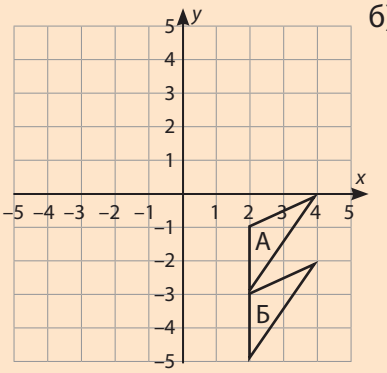


1. Нацртај го многуаголникот ABCD [A(1, 2), B(1, 4), C(2, 5), D(4, 3)]во координатен систем. Потоа, изврши транслација за 2 единици налево и 3 единици надолу. Објасни ја промената на координатите на четириаголникот ABCD при транслација.

Пример 2. Одреди ги транслациите со кои од формата А се добива формата Б.

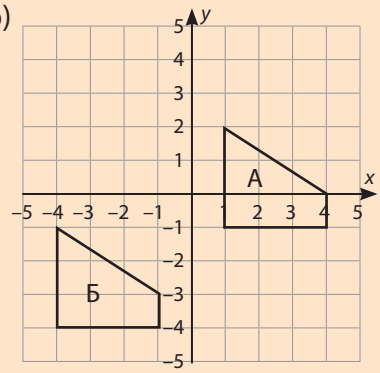
а) Напиши ги координатите на оригиналот и сликата.
б) Објасни ја промената на координатите на многуаголниците при транслација.

а)



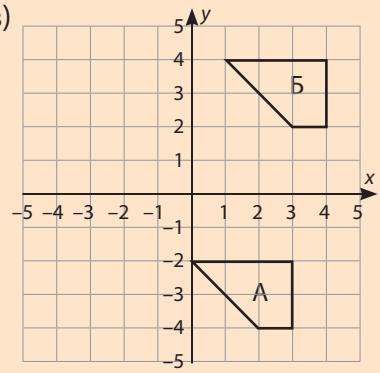
транслацијата е 2 единици надолу

б)



транслацијата е 5 единици налево и 3 единици надолу

в)



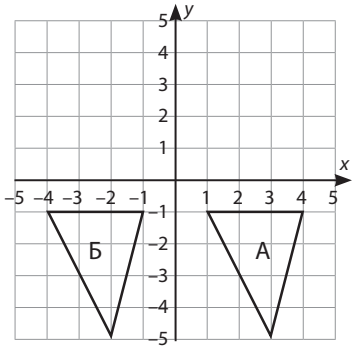
транслацијата е 1 единица надесно и 6 единици нагоре

2. На секој цртеж, опиши ја транслацијата со која од формата А се добива формата Б.

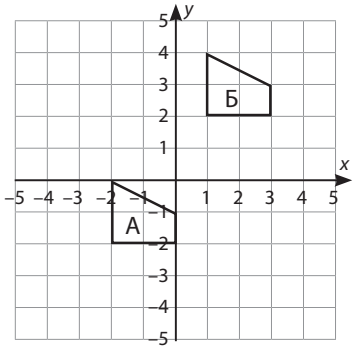
а) Напиши ги координатите на оригиналот и сликата.

б) Објасни ја промената на координатите на многуаголниците при транслацијата.

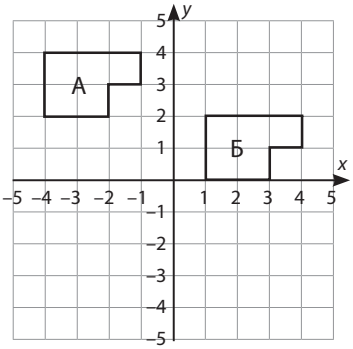
а)



б)



в)



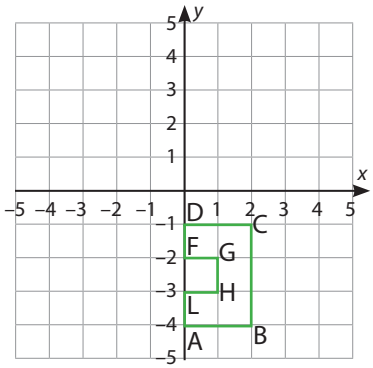
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Прецртај ги цртежите во тетратка. Потоа изврши транслација:

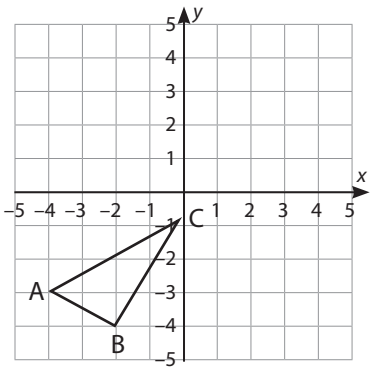
а) Запиши ги координатите на оригиналот и сликата.

б) Објасни ја промената на координатите на многуаголниците при транслација.

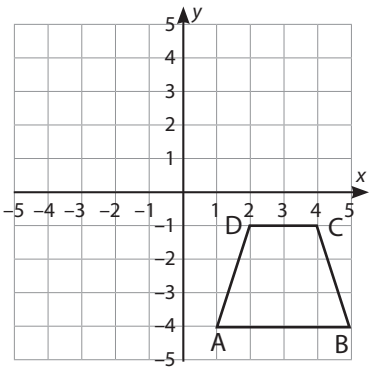
а) за 4 единици надолу



б) за 2 единици надесно и 3 единици нагоре

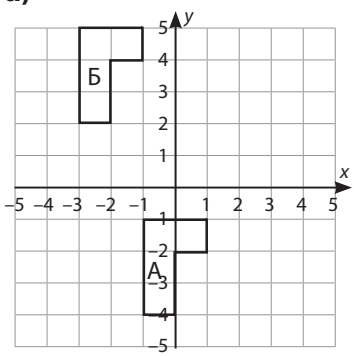


в) за 4 единици налево и 2 единици нагоре

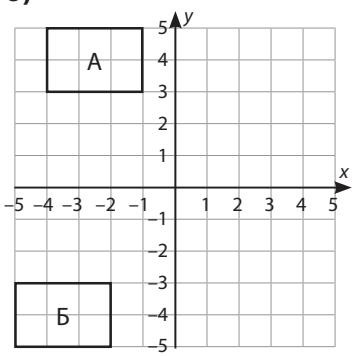


2. На секој цртеж, опиши ја транслацијата со која од формата А се добива формата Б.

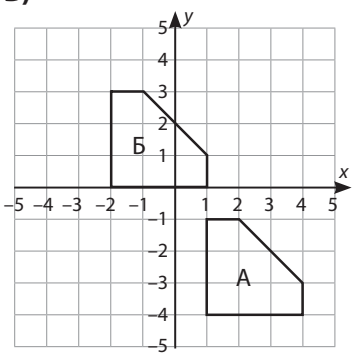
а)



б)

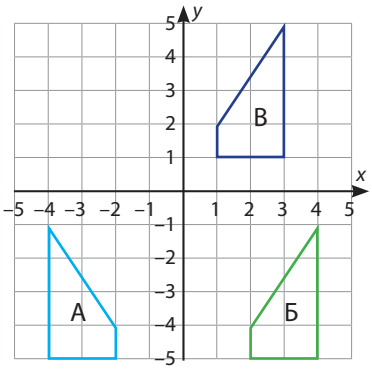


в)

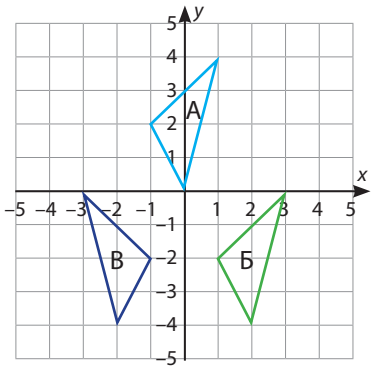


***3.** Откриј и објасни како од формата А се добива формата Б и од формата Б се добива формата В.

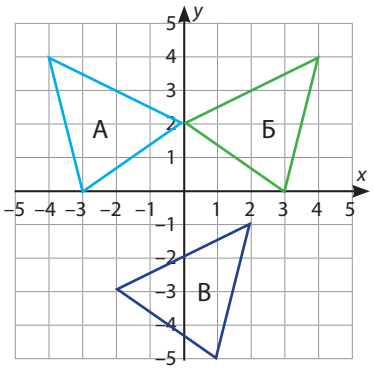
а)



б)



в)

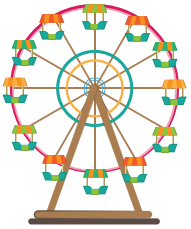


РОТАЦИЈА

Воведна активност

Разгледај ги сликите и објасни какво движење е претставено со нив.

Избери една точка што се движи и објасни што се менува при движењето на таа точка, а што останува на исто место?

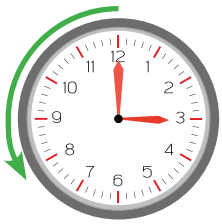


Ротација е вртење на една форма околу дадена точка за даден агол и насока.

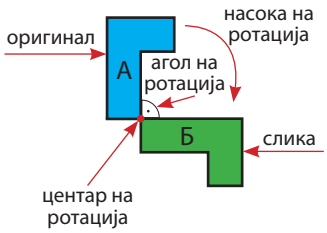
Насоката на аголот може да биде во спротивна насока од движењето на стрелките на часовникот или во насока на движењето на стрелките на часовникот.

во насока на движењето на стрелките на часовникот (↻)

во насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот (↺)



Од формата А се добива формата Б со ротација околу едно нејзино теме, за агол од 90°, во насока на движењето на стрелките на часовникот.



Ротацијата е определена со центар, агол и насока на ротација.

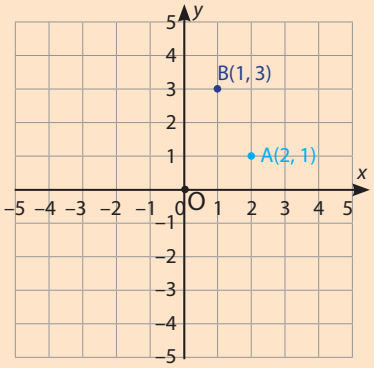
Засега, ќе правиме ротација во координатен систем за агол од 90° околу координатниот почеток или околу едно теме на 2Д-формата.

Пример 1.

Направи ротација на точките А и В во однос на координатниот почеток за агол 90° во спротивна насока од насоката на движењето на стрелките на часовникот.

а) Одреди ги координатите на оригиналот и сликата.

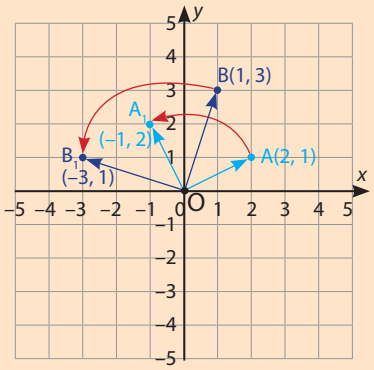
б) Објасни ја промената на координатите на точките А и В при ротација.



$\sphericalangle AOA_1 = 90°$

$\sphericalangle BOB_1 = 90°$

а) координати на оригиналот се : A(2, 1) и B(1, 3)
координати на сликата се $A_1(-1, 2)$ и $B_1(-3, 1)$



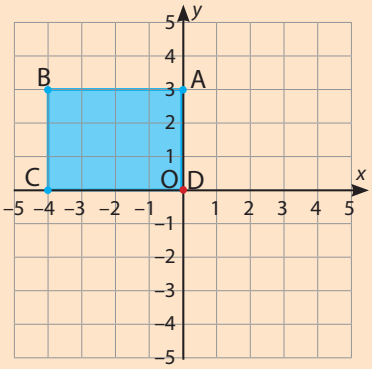
б) $A(2, 1) \longrightarrow A_1(-1, 2)$, $B(1, 3) \longrightarrow B_1(-3, 1)$

Пример 2.

а) Ротирај го правоаголникот ABCD околу координатниот почеток O за 90° во насока на движењето на стрелките на часовникот.

б) Одреди ги координатите на оригиналот и сликата.

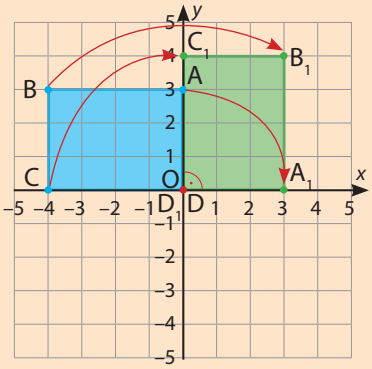
в) Објасни ја промената на координатите на темињата на правоаголникот ABCD при дадената ротација.



а) Секое теме на правоаголникот го ротираме за 90° околу точката O во насока на движењето на стрелките на часовникот.

Ги означуваме сликите на темињата на новиот правоаголник со A_1, B_1, C_1 и D_1.

Темињата D и D_1 се совпаѓаат затоа што се совпаѓаат со координатниот почеток што е центар на ротација.



б) Координатите на темињата на правоаголниците се:

A(0, 3), B(–4, 3), C(–4, 0), D(0, 0)
A_1(3, 0), B_1(3, 4), C_1(0, 4), D_1(0, 0)

в) A(0, 3) ⟶ A_1(3, 0), B(–4, 3) ⟶ B_1(3, 4), C(–4, 0) ⟶ C_1(0, 4), D(0, 0) ⟶ D_1(0, 0)

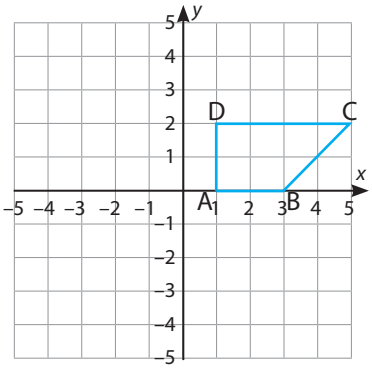
1. Прецртај ги цртежите во тетратка.

а) Ротирај ги дадените форми околу координатниот почеток за 90° во дадената насока.

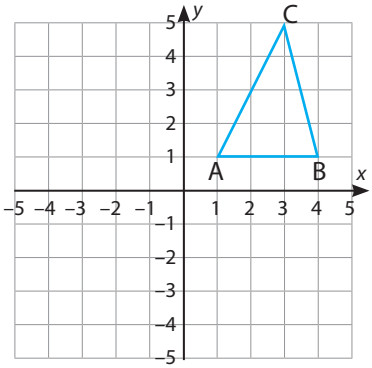
б) Одреди ги темињата на добиените слики.

в) Објасни ја промената на координатите на темињата на многуаголникот при ротацијата.

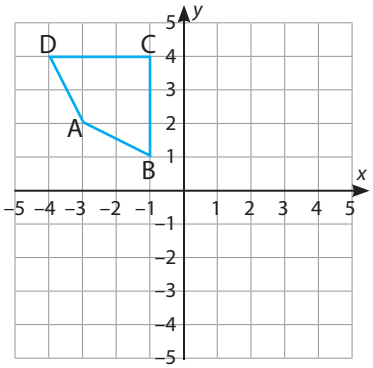
1) насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот



2) насока на движење на стрелките на часовникот



3) насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот



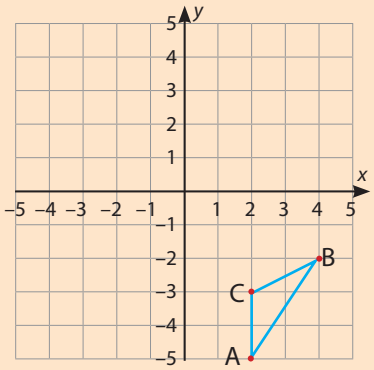
Пример 3.

а) Ротирај го ΔABC околу темето C за 90° во насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот.

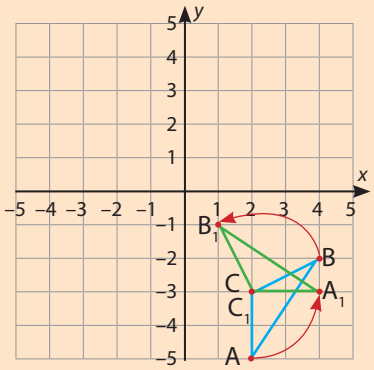
б) Одреди ги темињата на оригиналите и добиените слики.

в) Објасни ја промената на координатите на темињата на многуаголникот при ротацијата.

а) Темињата A и B треба да ги ротираме околу темето C.



Темето C ќе остане на истата положба, бидејќи е центар на ротација.



б) Координатите на на темињата на триаголниците се: A(2, –5), B(4, –2), C(2, –3), A_1(4, –3), B_1(1, –1), C_1(2, –3)

в) A(2, –5) → A_1(4, –3), B(4, –2) → B_1(1, –1), C(2, –3) → C_1(2, –3)

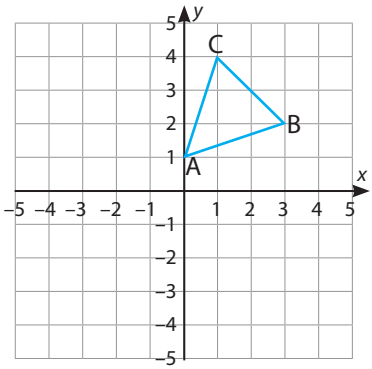
2. Прецртај ги цртежите во тетратка:

а) Ротирај ги дадените форми за 90°според барањата.

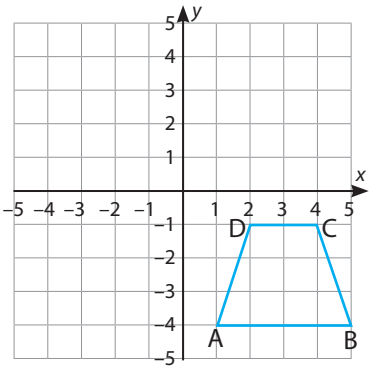
б) Одреди ги темињата на оригиналите и добиените слики.

в) Објасни ја промената на координатите на темињата на многуаголникот при ротацијата.

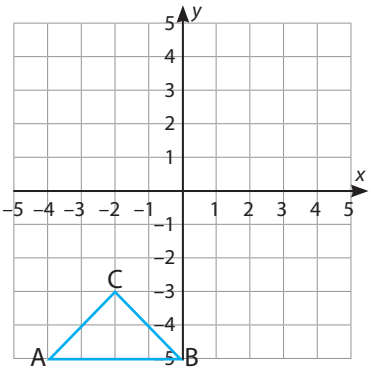
1) околу темето A, во насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот



2) околу темето D, во насока на движење на стрелките на часовникот



3) околу темето C, во насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот



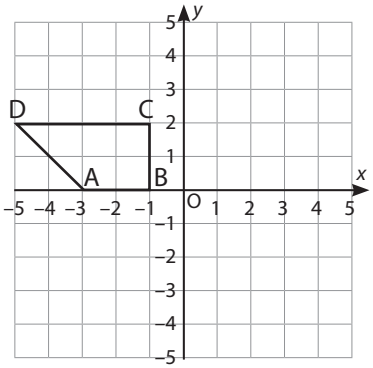
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Прецртај ги цртежите во тетратка и ротирај ги дадените форми околу координатниот почеток за 90° во дадената насока.

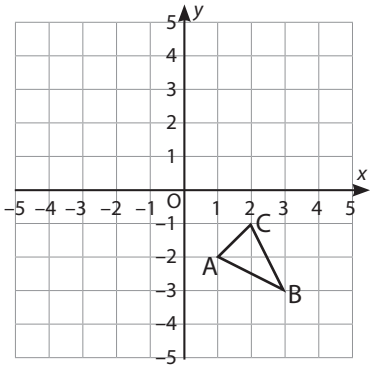
а) Одреди ги темињата на добиените слики.

б) Објасни ја промената на координатите на темињата на многуаголникот при ротацијата.

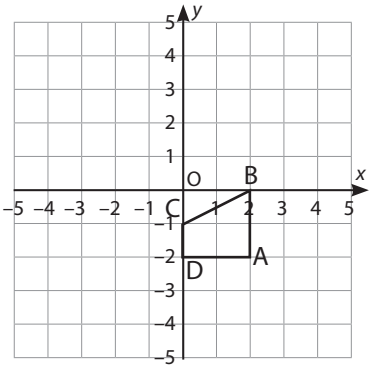
1) во насока на движењето на стрелките на часовникот



2) во насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот



3) во насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот



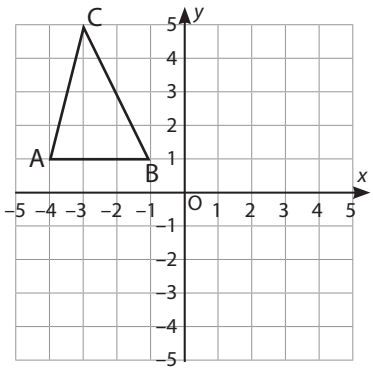
2. Прецртај ги цртежите во тетратка.

а) Ротирај ги на дадените форми за 90°според барањата.

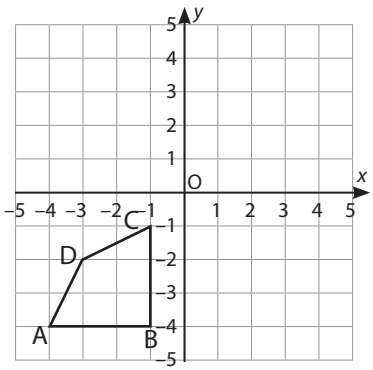
б) Одреди ги темињата на добиените слики.

в) Објасни ја промената на координатите на темињата на многуаголникот при ротацијата.

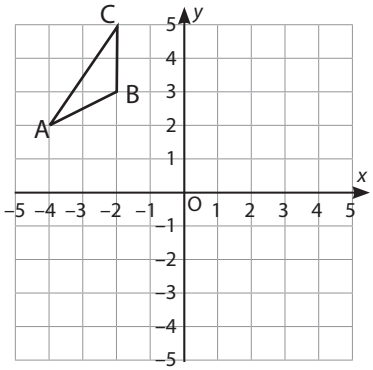
1) околу темето B, во насока на движењето на стрелките на часовникот



2) околу темето C, во насока на движењето на стрелките на часовникот

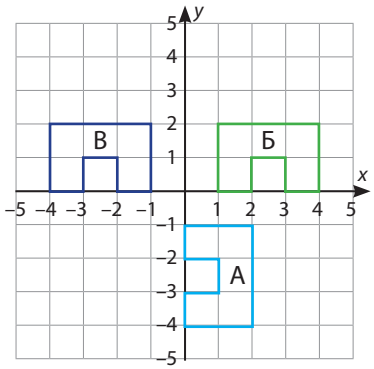


3) околу темето B, во насока спротивна на движењето на стрелките на часовникот

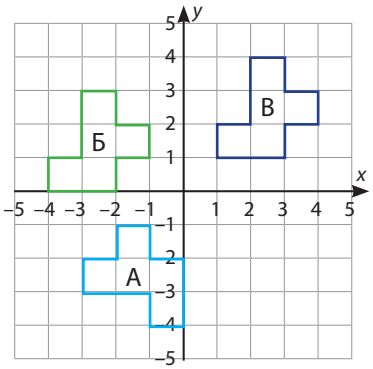


***3.** Откриј и објасни како од формата А се добива формата Б и од формата Б се добива формата В.

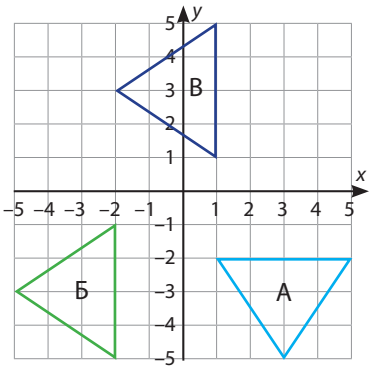
а)



б)



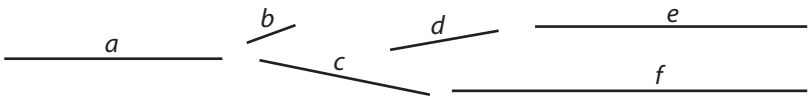
в)



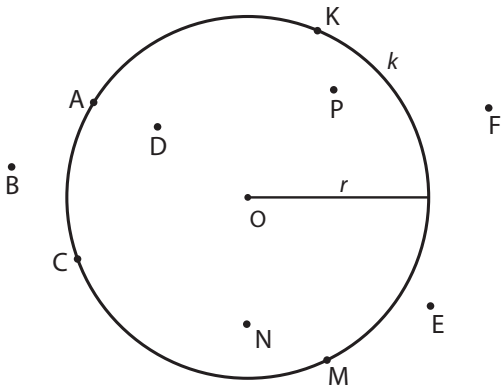
ЗАДАЧИ ЗА САМООЦЕНУВАЊЕ

Реши ги задачите. Потоа, самооцени се според дадената чек листа.

1. Отсечка со најголема должина е отсечката _____ и отсечка со најмала должина е отсечката _____.



2. На цртежот е дадена е кружницата k(O, r) и точките A, B, C, D, E, F, M, N, K и P. На кружницата припаѓаат точките: _____

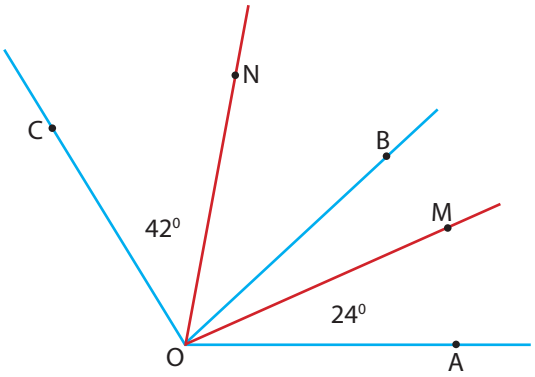


3. Кружницата k(O, 4 cm) и правата p имаат една заедничка точка A. Растојанието од правата p до нејзиниот центар е: _____.

4. Колку е ∢MON? _____

OM е симетрала на ∢AOB.

ON е симетрала на ∢BOC.



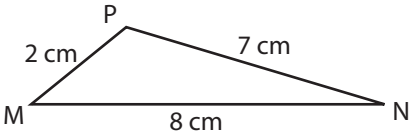
5. Аголот α е за 20^0 поголем од својот комплементен агол. Колку степени е аголот α?

а) 20° **б)** 45° **в)** 35° **г)** 55°

6. Даден е ΔMNP. Кој агол е најголем?

а) ∢PMN **б)** ∢NPM

в) ∢MNP



7. Кружница со дијаметар 360 mm има радиус:

а) 18 cm **б)** 36 cm **в)** 1,8 cm **г)** 3,6 cm

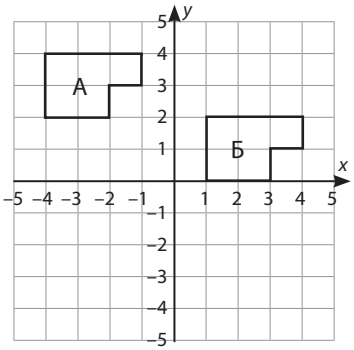
8. Формата Б е добиена од формата А со:

а) осна симетрија

б) ротација

в) транслација

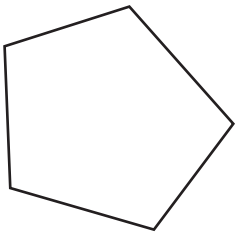
г) осна симетрија и транслација



9. Според цртежот пресметај го периметарот на многуаголникот:

а) како збир на должините на страните

б) графички

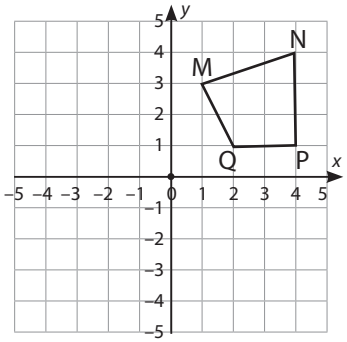


10. Нацртај тапоаголен триаголник. Опиши и впиши кружница на триаголникот.

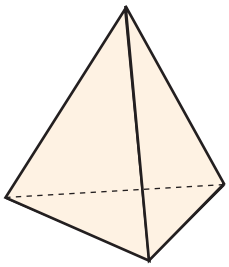
11. а) Одреди ја положбата на четириаголникот MNPQ со осна симетрија во однос на y-оската. Потоа, ротирај ја сликата $M_1N_1P_1Q_1$ за агол од 90^0 во насока на стрелките на часовникот околу темето M_1.

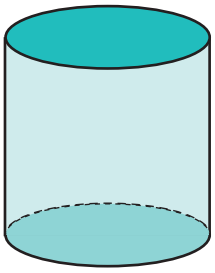
б) Објасни ја промената на координатите на четириаголникот при осна симетрија во однос на y-оската.

в) Објасни ја промената на координатите на сликата на $M_1N_1P_1Q_1$ при ротацијата.



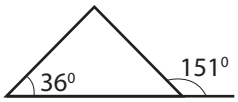
12. Дадени се 3Д-формите:





а) Опиши ја секоја од 3Д-формите.

б) Дадениот триаголник е основа на пирамидата. Колку изнесуваат останатите негови агли?



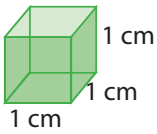
основата на пирамидата

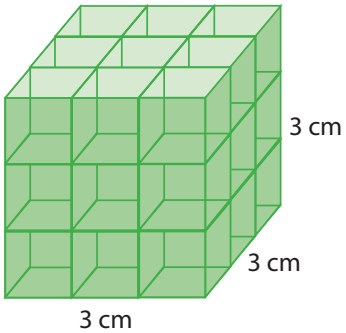
Чек – листа за самооценување според стандардите за оценување

Јас можам да:	☺	😐	☹
именувам заемна положба на точка и права, права и права и права и кружница.			
собирам и одземам отсечки (графички и аритметички).			
користам симетрала на агол, симетрала на отсечка и напоредни, соседни, накрсни и комплементни агли во решавање на проблеми.			
цртам кружница со даден радиус/дијаметар и да пресметам радиус на кружница при даден дијаметар.			
одредувам центар на впишана и центар на опишана кружница на триаголник.			
решавам едноставни задачи во кои се користи односот меѓу аглите и страните на триаголникот.			
одредувам големина на внатрешни и надворешни агли во триаголник.			
ги именувам и ги опишувам 2Д-формите од кои е составена 3Д-формата.			
одредувам положба на многуаголник со осна симетрија, транслација или со ротација за 90° околу едно негово теме во координатен систем.			
ја објаснувам промената на координатите на темињата на многуаголник при осна симетрија (во однос на координатните оски или во однос на прави паралени со оските), транслација и ротација.			
идентификувам и опишува движење при дадени координати на темињата на многуаголникот и на неговата слика.			

Задача за 5+

Дадена е коцка со страна 3 cm. Коцката треба да ја поделиме на помали коцки, како на цртежот.
Колку пати треба да ја пресечеш коцката за да добиеш 27 коцки со страна 1 cm?





Со учење на оваа тема ќе се оспособиш да:

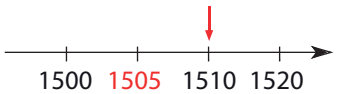
1. составуваш и решаваш проблеми од секојдневен контекст со користење на операции со броеви од N_0.
2. решаваш проблеми од секојдневни ситуации со користење на НАЈГОЛЕМ заеднички делител (НЗД) и НАЈМАЛ заеднички содржател (НЗС) на природни броеви.
3. решаваш проблеми со собирање и одземање на дропки со еднакви именители.
4. користиш месна вредност и факти од природни броеви за собирање, одземање, множење и делење на децимални броеви во секојдневен контекст.

СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ БРОЕВИ ОД КОИ ЕДНИОТ Е БЛИСКУ ДО НАЈБЛИСКАТА 10, 100 И 1000

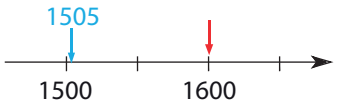
Воведна активност

Потсети се како се заокружуваат броевите:

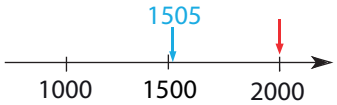
1. Бројот 1505, заокружен до најблиската десетка е 1510.



2. Бројот 1505, заокружен до најблиската стотка е 1500.



3. Бројот 1505, заокружен до најблиската илјада е 2000.



1. Ана си замислила број. Кога ќе го заокружи бројот на најблиската десетка го добила бројот 1080. Кога ќе го заокружи бројот на најблиската стотка го добила бројот 1100.

а) Кој е најмалиот број што би можела да го замисли Ана?

б) Кој е најголемиот број што би можела да го замисли Ана?

Да се соберат два броја во N_0 значи да се најде таков број во N_0 што има толку единици колку што заедно имаат броевите што се собираат.

Броевите што ги собираме се викаат **собироци**, а бројот што се добива се вика **збир**.

$$a + b = c$$

собироци збир

Пример 1. Во еден магацин имало 3509 kg јаболка. Донеле уште 145 kg јаболка. Колку килограми јаболка имало во магацинот?

Еден од начините да го пресметаме збирот е со заокружување.

I начин: Бројот 3509 заокружен до најблиската десетка е 3510.

3510 + 145 = 3655 заокруживме за 1 kg повеќе, па резултатот е 3655 – 1 = 3654 kg

II начин: Бројот 3509 заокружен до најблиската стотка е 3500.

3500 + 145 = 3645 заокруживме за 9 kg помалку, па резултатот е 3645 + 9 = 3654 kg

Во двата случаја добивме еднаков резултат.

Во магацинот има вкупно 3654 kg јаболка.

Ако во еден збир на два или повеќе броја, едниот собирок се зголеми за некој број поголем од нула, а другите собироци остануваат исти, тогаш и збирот се зголемува за истиот тој број.

Ако во еден збир на два или повеќе броја, едниот собирок се намали за некој број поголем од нула (но, помал од собирокот), а другите собироци остануваат исти, тогаш и збирот се намалува за истиот тој број.

Пример 2. Без пишување да пресметаме 238 + 142. Потоа, со пишување да провериме дали точно пресметавме.

Со заокружување до најблиската десетка
240 + 140 = 380

со пишување

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 238 \\ +\ 142 \\ \hline 380 \end{array}$$

Зошто добивме еднакви резултати?

Ако во еден збир на два броја, едниот собирок се намали за некој број поголем од нула, а другиот се зголеми за истиот тој број, тогаш збирот останува ист.

Пример 3. Прво процени колку е збирот на броевите 1992 и 340 со заокружување до најблиската илјада. Потоа, пресметај со пишување.

Со заокружување до најблиска илјада
2000 + 340 = 2340

2340 – 8 = 2332

со пишување

$$\begin{array}{r} 1992 \\ +\ 340 \\ \hline 2332 \end{array}$$

2. Прво процени колку е збирот. Потоа, пресметај со пишување. Именувај ги собироците и збирот: а) 39 + 26 б) 349 + 125 в) 155 + 3499 г) 4698 + 1266

Одземањето е постапка (операција) со која се одредува непознатиот собирок ако се познати збирот и другиот собирок.

Бројот што го намалуваме се вика **намаленик**. Бројот со кој намалуваме се вика **намалител**.

Резултатот од одземањето се вика **разлика**.

намаленик

$$m - n = k$$

намалител разлика

Пример 4. Андреј имал 298 денари. За ужина потрошил 85 денари. Колку денари му останале на Андреј?

Андреј во продавницата немал тетратка и молив да пресмета, па размислувал вака:

300 – 85 = 215

215 – 2 = 213 ден

со пишување

$$\begin{array}{r} 298 \\ -\ 85 \\ \hline 213 \end{array}$$

Што ако Андреј заокружил на 290?

290 – 85 = 205 денари. Заокружената вредност на намаленикот е за 8 помала од точната, па затоа и разликата е помала за 8.

Затоа на разликата 205 додаваме 8 и добиваме 205 + 8 = 213 ден.

Ако во дадена разлика намаленикот се зголеми или се намали за еден број, поголем од нула, тогаш и разликата ќе се зголеми или намали, соодветно, за истиот тој број.

Пример 5. Во една вреќа имало 115 kg компири. Во текот на денот се продале 82 kg компири. Колку килограми компири останале?

115 – 80 = 35

35 – 2 = 33 kg

со пишување

$$\begin{array}{r} 115 \\ -\ 82 \\ \hline 33 \end{array}$$

Од добиената разлика 35 одземаме 2 затоа што намалителот го заокруживме до најблиската десетка со намалување за 2.

Ако во дадена разлика намалителот се намали за некој број, поголем од нула, тогаш разликата ќе се зголеми за истиот тој број.

Пример 6. Процени колку е 2456 – 389, така што 389 ќе го заокружиш на најблиската стотка, а потоа пресметај.

2456 – 400 = 2056

2056 + 11 = 2067

На добиената разлика 2067 додаваме 11 затоа што намалителот го заокруживме до најблиската стотка со зголемување за 11.

со пишување

$$\begin{array}{rcccc} & 2 & 4 & 5 & 6 \\ - & & 3 & 8 & 9 \\ \hline & 2 & 0 & 6 & 7 \end{array}$$

Ако во дадена разлика намалителот се зголеми за некој број, поголем од нула, тогаш и разликата ќе се зголеми за истиот тој број.

4. Прво процени колку е разликата на броевите. Потоа, пресметај со пишување.

а) 89 – 26 б) 248 – 35 в) 2699 – 250 г) 3502 – 355

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Броевите 3509, 3499, 4655:

а) заокружи ги до најблиската десетка. б) заокружи ги до најблиската стотка.

в) заокружи ги до најблиската илјада.

2. Пресметај со заокружување на најблиската десетка. Потоа, пресметај без заокружување. Објасни ги добиените резултати.

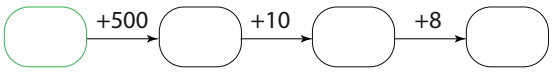
а) 59 + 149 б) 141– 57 в) 91 – 21 г) 58 + 73

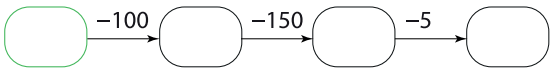
3. Пресметај со заокружување на најблиската стотка. Потоа, пресметај без заокружување. Објасни ги добиените резултати.

а) 621 – 325 б) 878 + 246 в) 895 – 288 г) 681 + 565

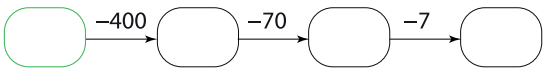
4. Препиши ги шемите во тетратка.

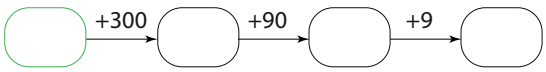
а) Бројот 567 заокружи го до најблиската десетка. Заокруженото број напиши го во зеленото поле и пресметај во насока на стрелките до крај. Потоа, одреди ја точната вредност без заокружување на бројот 567. Објасни ги двата резултата.





б) Бројот 669 заокружи го до најблиската стотка. Заокруженото број напиши го во зеленото поле и пресметај во насока на стрелките до крај. Потоа, одреди ја точната вредност без заокружување на бројот 669. Објасни ги двата резултата.





5. На табелата е даден бројот на посетители на фудбалските натпревари во четврток, петок и сабота.

ден	четврток	петок	сабота
број на посетители	17450	24375	9825

а) Колку приближно посетители имало вкупно сите три дена? Заокружи на најблиската илјада.

б) Колку е разликата во посетители во четврток и сабота? Заокружи на најблиската илјада.

6. Еден одмор чини помеѓу 15000 денари и 20000 денари. Кои од овие суми можат да бидат цените на одморот? 14690 ден. 19900 ден. 20130 ден. 19990 ден.

7. Одговори на прашањата пред да пресметаш со пишување:

а) Кој број е за сто деведесет и девет поголем од петстотини дваесет и седум?

б) Која е разликата помеѓу броевите „четири илјади и три“ и „илјада деветстотини дваесет и четири“.

в) Одреди го збирот на броевите „деветстотини деведесет и седум“ и „четиристотини и тринаесет“.

8. Кој од дадените броеви заокружен на најблиската илјада е 180000?

175809 179099 179599 171099

***9.** Прикажани се неколку различни начини на пресметување. Некои од нив се точни, а некои не. Одреди за секој од примерите дали е точен или не. Ако не е точен, запиши го точниот начин на пресметување.

а) израз: 4366 – 1994 начин на пресметување: 4366 – 2000 + 7

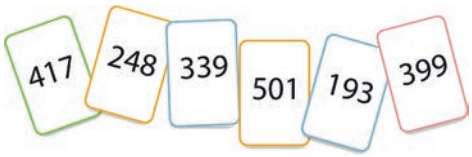
б) израз: 8421 + 519 начин на пресметување: 8421 + 520 + 1

в) израз: 9635 + 199 начин на пресметување: 9635 + 200 – 1

г) израз: 1149 – 399 начин на пресметување: 1149 – 400 – 1

д) израз: 7056 – 1499 начин на пресметување: 7056 – 1500 + 1

***10.** Погоди ги броевите! Оваа игра можат да ја играат двајца или повеќе играчи. Секој од играчите, без да видат другите играчи, избира по 2 картички и ги собира броевите на нив. Првиот играч го кажува збирот и другите играчи треба да ги погодат двата броја.
Ако играчот погоди, тогаш добива 1 поен.
Ако не погоди, на ред е другиот играч.
Играта може да се игра неколку круга.
Победник е играчот со најмногу поени.



СОБИРАЊЕ БРОЕВИ ДО 1000000. СВОЈСТВА НА СОБИРАЊЕТО

Воведна активност

Цифрите 2, 3, 4 и 5 можеш да ги користиш само по еднаш. Со помош на овие цифри состави го најголемиот можен збир според дадената шема. Едно празно поле означува една цифра.

1. Како знаеш каде да ја напишеш секоја цифра?
2. Објасни му на другарчето како го направи тоа.

Пример 1. Пресметај го збирот 246526 + 623463 на повеќе начини.

I начин: Броевите ги запишуваме во развиена форма, а потоа ги собираме.

246526 = 200000 + 40000 + 6000 + 500 + 20 + 6

623463= 600000 + 20000 + 3000 + 400 + 60 + 3

200000	+	600000	=	800000
40000	+	20000	=	60000
6000	+	3000	=	9000
500	+	400	=	900
20	+	60	=	80
6	+	3	=	9
				869989

II начин: Броевите ги запишуваме хоризонтално, а потоа ги собираме цифрите соодветно според нивните позиции во секој од собироците.

илјади			единици				илјади			единици		
СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е	+	СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е
2	4	6	5	2	6		6	2	3	4	6	3

8 6 9 9 8 9

III начин: Броевите ги запишуваме вертикално, така што цифрите се запишани според месната вредност, една под друга. Собираме оддесно налево

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 6\ 5\ 2\ 6 \\ +\ 6\ 2\ 3\ 4\ 6\ 3 \\ \hline 8\ 6\ 9\ 9\ 8\ 9 \end{array}$$

1. Пресметај ги збировите со начин што самостојно ќе го избереш.

а) 23462 + 3326 б) 456834 + 423142 в) 54372 + 44325 г) 1459543 + 10325

Пример 2. Пресметај го збирот 356879 + 435442 на повеќе начини.

I начин: Броевите ги запишуваме во развиена форма, а потоа ги собираме.

356879 = 300000 + 50000 + 6000 + 800 + 70 + 9

435442 = 400000 + 30000 + 5000 + 400 + 40 + 2

$$\begin{array}{rcrcr} 300000 & + & 400000 & = & 700000 \\ 50000 & + & 30000 & = & 80000 \\ 6000 & + & 5000 & = & 11000 \\ 800 & + & 400 & = & 1200 \\ 70 & + & 40 & = & 110 \\ 9 & + & 2 & = & 11 \\ \hline & & & & 792321 \end{array}$$

II начин: Броевите ги запишуваме хоризонтално, внимавајќи да се запишани една под друга цифрите кои се наоѓаат на иста позиција во секој од собироците, а потоа соодветно ги собираме.

илјади			единици				илјади			единици		
СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е	+	СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е
3	5	6	8	7	9		4	3	5	4	4	2

7СИ 8ДИ 11ЕИ 12С 11Д 11Е

7СИ 9ДИ 2ЕИ 3С 2Д 1Е

792321

III начин: Броевите ги запишуваме вертикално, така што цифрите се запишани според месната вредност, една под друга. Собираме оддесно налево.
Во овој случај, собирањето е со премин.

		1	1	1	1	
	3	5	6	8	7	9
+	4	3	5	4	4	2
	7	9	2	3	2	1

9Е + 2Е = 11Е = 1Д + 1Е
7Д + 4Д + 1Д = 12Д = 1С + 2Д
8С + 4С + 1С = 13С = 1ЕИ + 3С
6ЕИ + 5ЕИ + 1ЕИ = 12ЕИ = 1ДИ + 2ЕИ
5ДИ + 3ДИ + 1ДИ = 9ДИ
3СИ + 4СИ = 7СИ

2. Пресметај ги збировите со начин што самостојно ќе го избереш.

а) 567849 + 246988 б) 78965 + 489467 в) 1459876 + 156987

3. Пресметај ги, а потоа спореди ги добиените збирови: Што заклучуваш?

а) 72 + 48 и 48 + 72 б) 1008 + 23209 и 23209 + 1008

Ако при собирањето на два броја од N_0 собироците си ги заменат местата, тогаш збирот не се менува.

За секои два броја m, n $\in N_0$, точно е равенството m + n = n + m.

Ова својство на собирањето се нарекува **комутативно својство на собирањето**.

Збирот не зависи од редоследот на собироците.

4. Определи го x од равенството, користејќи го комутативното својство на собирањето.

а) 23756 + x = 4656 + 23756 б) x + 567345 = 789432 + 567345

5. Пресметај ги, а потоа спореди ги добиените збирови. Што заклучуваш?

а) (123 +177) + 1234 и 123 + (177+1234) б) (106 + 74) + 286 и 106 + (74 + 286)

За дадени три броја m, n, k $\in N_0$ можат да се формираат два збира:
(m + n) + k и m + (n + k)

За броевите во N_0 важи равенството:

(m + n) + k = m + (n + k)

Ова својство на собирањето се нарекува **асоцијативно својство на собирањето** или својство на групирање на собироците.

Збирот не зависи од начинот на групирањето на собироците.

6. Одреди кој број треба да стои на местото на x, така што равенството да биде точно.

а) 148 + (2268 + x) = (148 + 2268) + 300

б) 34267 + (x + 1120) = (34267 + 34132) + 1120

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Пресметај на начин што самостојно ќе го избереш.

а) 86534 + 12976 б) 67839 + 857372 в) 12897 + 7658 г) 1998452 +153988

2. Користи ги својствата на собирањето за побрзо да го пресметаш збирот.

а) 25 + 36 + 75 б) 236 + 1240 + 54 в) 8582 + 3457 + 212 + 343

г) 579 + 1089 + 17421 д) 9860 + 1720 + 140 + 2280 ѓ) 47324 + 7247 + 253 + 676

3. Која цифра треба да стои наместо прашалникот за собирањето да биде точно.

а)

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ ?\ 2 \\ 4\ 5\ ? \\ +\ ?\ 1\ 2\ 7 \\ \hline 8\ 8\ 9\ 3 \end{array}$$

б)

$$\begin{array}{r} 2\ ?\ 0\ 5\ 3 \\ ?\ 3\ 9\ 5\ ? \\ +\ 6\ 6\ ?\ 6 \\ \hline 7\ 4\ ?\ 0\ 9 \end{array}$$

4. Одреди ги најголемиот и најмалиот петцифрен број така што секоја од цифрите 0, 4, 5, 6 и 8 се појавува само по еднаш. Потоа, пресметај го нивниот збир.

5. Три деца штеделе пари една учебна година. Првото дете заштедило 3470 денари. Второто дете заштедило 256 денари повеќе од првото дете, а третото дете заштедило колку првото и второто заедно. Колку денари собрале трите деца заедно?

6. Кој израз е пример за комутативното својство на собирањето?

а) 556 · 100 = 55600 б) (988 + 52) + 302 = 988 + (52 + 302)

в) 1049 + 281 = 281 + 1049 г) 600 + 2300 = 230 + 60

7. Кој израз не е пример за комутативно својство на собирањето?

а) 345 + 1409 = 1409 + 345 б) $a + b = b + a$

в) 300 + 10 = 100 + 30 г) 22 + x = x + 22

8. Кое својство е применето во изразот: (2700 + 104) + 299 = 2700 + (104 + 299)

9. Кој израз е пример за асоцијативното својство на собирањето?

а) 800 + 0 = 800 **б)** 4567 + 234 = 234 + 4567

в) 15 – 15 = 0 **г)** (53 + 200) + 40000 = 53 + (200 + 40000)

10. Препиши во тетратка. Потоа, користејќи ги комутативното и асоцијативното својство, дополни за да бидат точни равенствата.

а) 3567 + 8912 = _____ + 3567 б) 20058 + _____ = 89734 + _____

в) 5002 + (309 + 81) = (_____ + 309) + 81 г) (99 + 560) + 105 = _____ + (560 + 105)

***11.** Препиши во тетратка. Потоа, користејќи ги комутатитвното и асоцијативното својство, дополни за да бидат точни равенствата.

а) 709 + 1200 = _____ + _____ б) _____ + _____ = 3001 + 76

в) _____ + (460 + _____) = (258 + _____) + 75

г) (1000 + _____) + _____ = _____ + (2500 + 480)

***12.** Користејќи ги својствата на броевите и собирањето, собери ги броевите и целосно објасни ја постапката.:

а) Сите едноцифрени броеви. б) Сите двоцифрени броеви.

в) Сите броеви помали од 100.

г) Колку има едноцифрени, а колку двоцифрени броеви?

***13.** Замени ја секоја буква со соодветна цифра така што ќе добиеш точно равенство. Еднакви букви означуваат еднакви цифри, а различните букви означуваат различни цифри. А + АА + АБВ = ВББА

***14.** Збирот на три броја е 2023. Ако едниот собирок се зголеми за 224, а другиот се намали за 412, што треба да се направи со третиот собирок за да збирот остане непроменет?

ОДЗЕМАЊЕ БРОЕВИ ДО 1000000

Воведна активност

Во табелата постојат парови броеви чија разлика е 411.
а) Пронајди три пара броеви чија разлика е 411

б) Најди три пара броеви чија разлика е поголема или помала од 411.

Користи заокружување за најбрзо да ги пронајдеш бараните броеви.

893	697	1304	233
404	721	754	492
945	815	899	1071
319	343	1108	651
644	70	660	400
411	903	534	800

Пример 1. Никола имал 2789 денари. Од нив потрошил 1567 денари. Колку пари му останале?

Треба да ја пресметаме разликата 2789 – 1567.

I начин: Никола ги запишал во развиена форма броевите:

2789 = 2000 + 700 + 80 + 9

1567 = 1000 + 500 + 60 + 7

Потоа ги одземал соодветно илјадите, стотките, десетките и единиците.

$$\begin{array}{rcrcr} 2000 & - & 1000 & = & 1000 \\ 700 & - & 500 & = & 200 \\ 80 & - & 60 & = & 20 \\ 9 & - & 7 & = & 2 \\ \hline & & & & 1222 \end{array}$$

II начин: Хоризонтално ги запишал намаленикот и намалителот, а потоа ги одземал соодветните цифри според нивните позиции во броевите.

илјади			единици				илјади			единици		
СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е	–	СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е
		2	7	8	9				1	5	6	7

1 2 2 2

III начин: Броевите ги запишувал вертикално, така што цифрите се запишани според месната вредност, една под друга. Одземал оддесно налево.

$$\begin{array}{rrrrr} & 2 & 7 & 8 & 9 \\ - & 1 & 5 & 6 & 7 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

Пример 2. Пресметај ја разликата 5645 – 3278 на повеќе начини.

I начин: Броевите ги запишуваме во развиена форма, а потоа ги одземаме.

5645 = 5000 + 600 + 40 + 5 3278 = 3000 + 200 + 70 + 8

5000	–	3000	=	2000		
600	–	200	=	300	~~400~~	600 – 200 = 400, но бидејќи 40 – 70 не е можно во N_0
140	–	70	=	60	~~70~~	позајмуваме 100 и додаваме на 40.
15	–	8	=	7		5 – 8 не е можно во N_0, позајмуваме 10 и додаваме на 5.
				2367		

II начин: Хоризонтално запиши ги намаленикот и намалителот и води сметка за месната вредност на секоја цифра.

илјади			единици			–	илјади			единици		
СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е		СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е
		5	6	4	5				3	2	7	8

5ЕИ 5С 13Д 15Е

2ЕИ 3С 6Д 7Е

III начин: Броевите ги запишуваме вертикално, така што цифрите се запишани според месната вредност, една под друга. Одземаме оддесно налево.

$$\begin{array}{rrrrr} & & 5 & 13 & 15 \\ & 5 & \cancel{6} & \cancel{4} & 5 \\ - & 3 & 2 & 7 & 8 \\ \hline & 2 & 3 & 6 & 7 \end{array}$$

5Е < 8Е, позајмуваме 1Д = 10Е и во намаленикот добиваме 1Д + 5Е = 15Е, 15Е – 8Е = 7Е.

На позицијата Д остануваат 3Д, 3Д < 7Д, позајмуваме од стотките, 1С = 10Д, 1С + 3Д = 13Д.

На позицијата С во намаленикот остануваат 5С, 5С > 2С, 5С – 2С = 3С.

На позицијата ЕИ остануваат 5ЕИ – 3ЕИ = 2ЕИ.

1. Пресметај ја разликата со начин по твој избор.

а) 567849 – 246988 б) 78965 – 48946 в) 1269869 – 12754 г) 1956543 - 87369

Пример 3. Пресметај: а) 452 + 0 б) 256 – 0

а) 452 + 0 = 452

б) 256 – 0 = 256

За секој број m од N_0, точно е дека
m + 0 = m m – 0 = m.

Пример 4. Одреди го x во равенките: а) 25 + x = 40 б) x + 162 = 700

Во задачата x е непознат собирок и ќе го пресметаме како разлика од збирот и другиот (познат) собирок.

а) 25 + x = 40
x = 40 – 25
x = 15

б) x + 162 = 700
x = 700 – 162
x = 538

Одземањето е обратна (инверзна) операција на собирањето.

2. Пресметај го x од равенките:

а) 7280 + x = 31693 б) x + 98427 = 678989

Пример 5. Одреди го x во равенките: а) x – 267 = 134 б) 796 – x = 476

а) x – 267 = 134
x = 267 + 134
x = 401

б) 796 – x = 476
x = 796 - 476
x = 320

5. Бојан замислил број. Кога од него го одземал бројот 1695 го добил бројот 2893. Кој број го замислил Бојан?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Збирот на броевите 135396 и 432598 намали го за 56398.

2. Кој број треба да се додаде на бројот 8409, за да се добие бројот 19908?

3. На разликата на броевите 765468 и 248353 додај го бројот 19653.

4. Спореди ги бројните изрази и искористи ги правилно знаците >, < или =.

а) 378769 + 21231 и 378769 – 21231 б) 2469876 + 0 и 2469876 – 0

в) 719342 + 9678 и 9678 + 719342 г) 49001 – 301 и 301 + 49001

5. Реши ги равенките:

а) x + 999 = 43894 б) x – 324233 = 35785 в) 5000 + x = 158354 г) 145278 – x = 7864

6. За колку треба да се намали 12865 за да се добие 9654?

7. Во една книжарница се донесени 3300 пенкала и 4800 моливи. Од нив се продале 1897 пенкала и 3126 моливи. Колку пенкала и моливи останале во книжарницата?

***8.** Брат и сестра за извршена работа добиле 1632 денари. Кога братот потрошил 360 денари, а сестрата 72 денари, тогаш на секој му останала иста сума на пари. По колку пари заработиле?

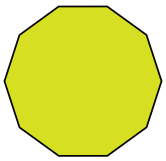
***9.** Одреди ги најмалиот и најголемиот непарен осумцифрен број кој е запишан со цифрите 0, 3, 4, 5 и 7 во кој ниту една од тие цифри не се појавува повеќе од три пати. Определи ги збирот и разликата на овие два броја.

МНОЖЕЊЕ СО ПОЛНИ ДЕСЕТКИ, ПОЛНИ СТОТКИ ИЛИ ПОЛНИ ИЉАДИ

Воведна активност

Правилен десетаголник има страна со должина 17 cm.

Колку е периметарот на десетаголникот?



Кога еден број ќе се помножи со 10, со 100 или со 1000, тогаш месната вредност на секоја цифра во тој број се зголемува 10, 100 или 1000 пати.

Пример 1. Бројот 456 помножи го со: а) 10 б) 100 в) 1000

а) 456 · 10 = 4560

илјади			единици			
СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е	
			4	5	6	· 10
				6	0	Цифрата на единици се поместува на позиција десетки.
			5	0	0	Цифрата на десетки се поместува на позиција стотки.
		4	0	0	0	Цифрата на стотки се поместува на позиција единици илјади.
		4	5	6	0	

б) 456 · 100 = 45600

илјади			единици			
СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е	
			4	5	6	· 100
			6	0	0	Цифрата на единици се поместува на позиција стотки
		5	0	0	0	Цифрата на десетки се поместува на позиција единици илјади.
	4	0	0	0	0	Цифрата на стотки се поместува на позиција десетки илјади.
	4	5	6	0	0	

в) 456 · 1000 = 456000

илјади			единици			
СИ	ДИ	ЕИ	С	Д	Е	
			4	5	6	· 1000
		6	0	0	0	Цифрата на единиците се поместува на позиција единици илјади.
	5	0	0	0	0	Цифрата на десетки се поместува на позиција на десетки илјади.
4	0	0	0	0	0	Цифрата на стотки се поместува на позиција на стотки илјади.
4	5	6	0	0	0	

Кога еден број се множи со 10, со 100 или со 1000, тогаш бројот се препишува и се допишуваат како последни цифри онолку нули колку што нули има десетичната единица. (Една нула кога се множи со 10, две нули кога се множи со 100 и три нули кога се множи со 1000.)

1. Препиши и дополни за да се добијат точни равенства. На една цртичка може да се напише само една цифра.

а) ___ ___ ___ · 10 = 5680 б) ___ ___ ___ ___ ___ = 1000 · 32 в) 560 ___ · 100 = 560 ___ ___ ___

Пример 2. Во една продавница имало 25 гајби. Во секоја гајба имало 30 јаболка. Колку вкупно јаболка имало во гајбите?

Треба да го пресметаме производот 25 · 30.

30 е полна десетка и можеме да запишеме 30 = 3 · 10.

25 · 30 = 25 · 3 ·10 = 75 · 10 = 750 јаболка.

Бројот 30 го запишуваме 3 · 10.

Пример 3. Пресметај 235 · 200.

200 е полна стотка. Можеме да запишеме 200 = 2 · 100.

235 · 200 = 235 · 2 · 100 = 470 · 100 = 47000.

Бројот 200 го запишуваме 2 · 100.

Пример 4. Пресметај 1221 · 4000.

4000 е полна илјада. Можеме да запишеме 4000 = 4 · 1000.

1221 · 4000 = 1221 · 4 · 1000 = 4884 · 1000 = 4884000.

Бројот 4000 го запишуваме 4 · 1000.

2. Пресметај.

а) 1234 · 40 б) 362 · 500 в) 54 · 5000

3. Користи ги цифрите 0, 1, 3 и 5 за да го дополниш равенството. Секоја од цифрите треба да ја искористиш само еднаш. Еден прашалник одговара на една цифра.

? ? · ? ? = 350

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Кој е бројот што недостига? $100 \cdot 10 = 10\,000 : ?$

2. Милица вели „Секој содржател на 1000 е делив со 100“. Дали има право? Објасни го одговорот.

3. Дадени се четири броја 55,55550, 55500, 555000. Кој од овие броеви е 100 пати поголем од бројот 555? Објасни го твојот одговор.

4. Во една продавница дневно носеле по 244 литри масло. Колку вкупно литри масло донеле во продавницата за 50 дена?

5. Во пекарницата на секоја полица имало по 123 леба. Колку вкупно лебови имало во пекарницата ако имало 20 полици?

***6.** Еден земјоделец од градината собрал 246 kg кајсии. Јаболка набрал 30 пати повеќе отколку кајсии. Колку вкупно килограми овошје собрал земјоделецот од својата градина?

СВОЈСТВА НА МНОЖЕЊЕТО ВО N_0

Воведна активност

Дадена е бонбониера како на сликата.

1. Без да ги броиш сите чоколадни бонбони, определи колку бонбони има во бонбониерата. Објасни го твојот одговор.

2. Без да ги броиш сите чоколадни бонбони во секоја бонбониера, определи колку бонбони има во бонбониерите на цртежот. Објасни го твојот одговор.

Пример 1. Јоана во нејзината детска соба има 4 полици и на секоја полица има по 10 книги. Колку книги имала Јоана?

Јоана имала $4 \cdot 10 = 40$ книги.

Ако ја поставиме задачата поинаку: Јоана во детската соба има 10 полици и на секоја полица има по 4 книги. Колку книги има Јоана?

Јоана имала $10 \cdot 4 = 40$ книги.

Во пример 1, при пресметувањето во двете задачи добивме еднаков резултат, но множителите ги променија местата во производот.

Сепак, разликата е во тоа што кај првата задача има 4 групи и во секоја група има по 10 елементи, а во втората задача има 10 групи и во секоја група има по 4 елементи.

Пример 2. Провери ја точноста на $a \cdot b = b \cdot a$, ако $a = 72$, $b = 10$.

$a \cdot b = b \cdot a,$

$72 \cdot 10 = 10 \cdot 72$

$720 = 720$

За кои било два броја m и n од N_0 точно е равенството $m \cdot n = n \cdot m$, односно производот не се менува ако множителите ги заменат местата.

Ова е **комутативно својство на множењето**.

1. Кој број треба да стои на местото на x за следните равенства да бидат точни:

а) $x \cdot 90 = 90 \cdot 56$ б) $245 \cdot 39 = 39 \cdot x$

Пример 3. Провери ја точноста на равенството $(8 \cdot 14) \cdot 10 = 8 \cdot (14 \cdot 10)$.

$(8 \cdot 14) \cdot 10 = 8 \cdot (14 \cdot 10).$

$112 \cdot 10 = 8 \cdot 140$

$1120 = 1120$

За кои било три броја m, n и k од N_0 точно е $(m \cdot n) \cdot k = m \cdot (n \cdot k)$, односно производот не зависи од начинот на групирање на множителите.

Ова својство се вика **асоцијативно својство на множењето**.

2. Кој број треба да биде на местото на x за следните равенства да бидат точни.

а) $27 \cdot (x \cdot 67) = (27 \cdot 56) \cdot 67$ б) $235 \cdot (8 \cdot 24) = 235 \cdot (8 \cdot x)$

3. Колку денари чинат 8 лубеници од по 11 kg, ако еден килограм чини 20 денари.

Пример 4. Провери ја точноста на равенствата.

а) $(8 + 6) \cdot 4 = 8 \cdot 4 + 6 \cdot 4$ б) $4 \cdot (8 + 6) = 4 \cdot 8 + 4 \cdot 6$

а) $(8 + 6) \cdot 4 = 8 \cdot 4 + 6 \cdot 4$

$14 \cdot 4 = 32 + 24$

$56 = 56$

б) $4 \cdot (8 + 6) = 4 \cdot 8 + 4 \cdot 6$

$4 \cdot 14 = 32 + 24$

$56 = 56$

За кои било три броја m, n и k од N_0 точно е:

$(m + n) \cdot k = m \cdot k + n \cdot k = k \cdot (m + n)$.

Со овие равенства се искажани **дистрибутивните својства на множењето во однос на собирањето**.

4. Провери ги равенствата за множењето во однос на собирањето:

а) $(67 + 17) \cdot 20 = 67 \cdot 20 + 17 \cdot 20$ б) $20 \cdot (67 + 17) = 20 \cdot 67 + 20 \cdot 17$

Пример 5. Провери ја точноста на равенствата:

а) $(12 - 7) \cdot 4 = 12 \cdot 4 - 7 \cdot 4$ б) $5 \cdot (22 - 9) = 5 \cdot 22 - 5 \cdot 9$

а) $(12 - 7) \cdot 4 = 12 \cdot 4 - 7 \cdot 4$

$5 \cdot 4 = 48 - 28$

$20 = 20$

б) $5 \cdot (22 - 9) = 5 \cdot 22 - 5 \cdot 9$

$5 \cdot 13 = 110 - 45$

$65 = 65$

За кои било три броја m, n и k од N_0 за кои m > n точно е: $(m - n) \cdot k = m \cdot k - n \cdot k = k \cdot (m - n)$.

Со овие равенства се искажани **дистрибутивните својства на множењето во однос на одземањето**.

5. Одреди го бројот x од равенките. Објасни го твојот одговор.

а) $(99 - x) \cdot 35 = 99 \cdot 35 - 35 \cdot 35$ **б)** $15 \cdot 123 - 15 \cdot 14 = 15 \cdot (123 - x)$

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во еден магацин имало 17 полици и на секоја полица имало по 9 кутии со компјутери. Во друг магацин имало 9 полици, а на секоја полица имало по 17 компјутери. Колку компјутери има во секој магацин? Во што е разликата?

2. Користи ги својствата на множењето за да можеш на поедноставен начин да го пресметаш производот.

а) $427 \cdot 5 \cdot 10$ б) $2 \cdot 49 \cdot 50$ в) $2 \cdot 36 \cdot 5$ г) $40 \cdot 17 \cdot 25$ д) $4 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 25$

3. Во еден магацин, првиот ден се продале 240 kg компири. Следните три дена, секој ден се продавале 10 пати повеќе килограми компири отколку претходниот ден. Колку килограми компири од магацинот се продале за четири дена?

4. Кој број треба да стои место x за следните равенства да бидат точни.

а) $4 \cdot (x \cdot 18) = (4 \cdot 7) \cdot 18$ б) $7 \cdot (15 \cdot 2) = 7 \cdot (15 \cdot x)$

5. Пресметај на два начина :

а) $14 \cdot 2 + 7 \cdot 2$ б) $7 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 41 \cdot 10$ в) $(13 + 4 + 7) \cdot 100$

г) $44 \cdot 9 - 34 \cdot 9$ д) $3 \cdot (324 - 145)$ ѓ) $4 \cdot 10 - 3 \cdot 10 + 10 \cdot 5$

6. Пресметај на наједноставен начин $4 \cdot x + 12 \cdot y + 6 \cdot x$, ако $x = 7$, $y = 10$. Објасни го твојот одговор.

***7.** Запиши ги во друга форма изразите. Објасни го твојот начин на решавање.

а) $b \cdot 33 + b \cdot 27$ б) $x + 12 \cdot x + 7 \cdot x$ в) $12 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5$

г) $42 \cdot x - 12 \cdot x$ д) $x + 2 \cdot x + 4 \cdot x - 3 \cdot x$ ѓ) $19 \cdot x - 5 \cdot x$

МНОЖЕЊЕ БРОЕВИ ОД КОИ ЕДНИОТ Е БЛИСКУ ДО ПОЛНА ДЕСЕТКА ИЛИ СТОТКА

Воведна активност

Продолжи ги низите: а) 210, 220, 230, ... б) 3100, 3200, 3300, ...

Пример 1. Во една слаткарница имало 19 кутии. Во секоја кутија имало по 7 колачиња. Колку вкупно колачиња имало во слаткарницата?

Треба да го пресметаме производот 19 · 7.
Бројот 19 е блиску до полна десетка, бројот 20.

19 · 7 = Го заменуваме 19 со полната десетка 20.
20 · 7 = Множителот 19 го зголемивме за една единица.
= 140 19 · 7 не е еднакво на 140, бидејќи множителот 19 го зголемивме за 1.

19 · 7 = 140 – 7 = 133 Затоа одземаме 7.
Значи, во слаткарницата имало 133 колачиња.

Зошто одземаме 7? Ако наместо 19, пресметаме 20 кутии со по 7 колачиња, имаме 1 кутија повеќе при пресметувањето, па затоа на крај ги одземаме тие 7 колачиња што сме ги земале како вишок на почетокот.

Зошто одземаме 7, може да се покаже и со дистрибутивното својство:

19 · 7 = (20 -1) · 7 = 20 · 7 – 1 · 7 = 140 – 7 = 133 колачиња

Пример 2. Во шумата имало 21 ред од дрва. Во секој ред имало по 9 дрва. Колку дрва имало во шумата?

Треба да го пресметаме производот 21 · 9.
Бројот 21 е блиску до полна десетка, бројот 20.

21 · 9 = Го заменуваме 21 со полната десетка 20.
20 · 9 = Множителот 21 го намаливме за една единица.
= 180 21 · 9 не е еднакво на 180, бидејќи множителот 21 го намаливме за 1.

21 · 9 = 180 + 9 = 189 дрва Затоа додаваме 9.
Значи, во шумата има 189 дрва.

Зошто додаваме 9? Ако наместо 21, пресметаме 20 реда по 9 дрва во секој ред, имаме 1 ред помалу при пресметувањето, па затоа на крај ги додаваме тие 9 дрва што сме ги земале како кусок на почетокот.

Зошто додаваме 9, може да се покаже и со дистрибутивното својство:

21 · 9 = (20 + 1) · 9 = 20 · 9 + 1 · 9 = 180 + 9 = 189.

1. Прво процени колку е производот, а потоа пресметај со пишување.

а) $29 \cdot 6$ б) $41 \cdot 5$ в) $19 \cdot 7$ г) $21 \cdot 8$ д) $49 \cdot 6$ ѓ) $51 \cdot 4$

Пример 3. Броеви до полната стотка 300 се броевите 299 и 301. Пресметај:

а) $299 \cdot 6$ б) $301 \cdot 9$

а) $299 \cdot 6 =$
$= 300 \cdot 6$
$= 1800$
$1800 - 6 =$
$= 1794$

Бројот 299 го заменуваме со полната стотка 300.
Множителот 299 сме го зголемиле за една единица.
$299 \cdot 6$ не е еднакво на 1800, затоа штои множителот 299 го зголемивме за 1. Затоа одземаме 6 единици.

Зошто одземаме 6?

Ако 299 го замениме со 300, добиениот производ $300 \cdot 6 = 1800$ е за 6 единици поголем од бараниот производ. Бидејќи сме земале 6 единици повеќе, на крајот одземаме 6 единици од 1800, односно $299 \cdot 6 = 1800 - 6 = 1794$.

Зошто одземаме 6 единици, може да се покаже и со дистрибутивното својство:

$299 \cdot 6 = (300 - 1) \cdot 6 = 300 \cdot 6 - 1 \cdot 6 = 1800 - 6 = 1794$.

б) $301 \cdot 9 =$
$= 300 \cdot 9$
$= 2700$
$2700 + 9 =$
$= 2709$

Бројот 301 го заменуваме со полната стотка 300.
Множителот 301 сме го намалиле за една единица.
$301 \cdot 9$ не е еднакво на 2700, затоа што множителот 301 го намаливме за 1. Затоа додаваме 9 единици.

Зошто додаваме 9?

Ако наместо 301 земеме 300, добиениот производ $300 \cdot 9 = 2700$ е за 9 единици помал од бараниот производ, бидејќи сме земале 9 единици помалку, па затоа на крај додаваме 9 единици на 2700, односно $301 \cdot 9 = 2700 + 9 = 2709$.

Зошто додаваме 9 единици, може да се покаже и со дистрибутивното својство:

$301 \cdot 9 = (300 + 1) \cdot 9 = 300 \cdot 9 + 1 \cdot 9 = 2700 + 9 = 2709$.

2. Прво процени колку е производот, а потоа пресметај со пишување.

а) $202 \cdot 4$ б) $7 \cdot 599$ в) $401 \cdot 9$

Пример 4. Процени колку е $8 \cdot 298$, а потоа провери ја твојата процена со пишување.

I начин: Напамет пресметуваме со множење со полна стотка и одземање.

$8 \cdot 300 - 8 \cdot 2$
$= 2400 - 16 = 2384$

II начин: Со примена на дистрибутивното својство:

$8 \cdot (200 + 90 + 8) = 1600 + 720 + 64 = 2384$

III начин: Со табела.

·	8
200	1600
90	720
8	64
збир	2384

IV начин: Хоризонтално множење.

7 6

2 9 8 · 8

2 3 8 4

8Е · 8 = 64Е = 6Д + 4Е

9Д · 8 = 72Д, 72Д + 6Д = 78Д = 7С + 8Д

2С · 8 = 16С, 16С + 7С = 23С = 2И + 3С

298 · 8 = 2384

3. Прво процени колку е производот, а потоа избери начин и пресметај.

а) 409 · 5 б) 598 · 4 в) 1099 · 7

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Прво процени, а потоа пресметај со пишување.

а) 39 · 12 б) 41 · 13 в) 49 ·7 г) 22 · 7 д) 31 · 12 ѓ) 59 · 24

е) 3001 · 7 ж) 4099 · 9 з) 9099 · 3 ѕ) 202 · 14 и) 399 · 25

2. Селим секој месец заштедувал по 308 денари. Колку денари заштедил Селим за една година?

3. Процени кои од равенствата се точни. Објасни го твојот одговор. Со пресметување провери ја твојата процена.

а) 221 · 4 = 872 б) 599 · 12 = 708 в) 6 · 701 = 4206 г) 8 · 898 = 736

4*. Ана треба да купи 11 kg компири што чинат по 50 денари килограм, 9 kg банани што чинат 80 денари по килограм и 19 kg мандарини што чинат 70 денари по килограм. Процени колку пари ќе потроши Ана, а потоа со пишување провери ја твојата процена.

5*. Состави проблем во кој треба да се користи множење на броеви од кои едниот е блиску до полна десетка или стотка. Потоа проблемот нека го реши твоето другарче, а ти реши го проблемот што го напишало другарчето.

***6.** Провери ја на најбрз начин точноста на равенствата. Објасни како го направи тоа.

а) $35 \cdot 36 + 35 \cdot 64 - 35 \cdot 100 = 0$ б) $98 \cdot 99 + 98 \cdot 99 \cdot 100 = 98 \cdot 99 \cdot 101$

МНОЖЕЊЕ СО УДВОЈУВАЊЕ ИЛИ ПРЕПОЛОВУВАЊЕ НА МНОЖИТЕЛИТЕ

Воведна активност

Продолжи ги низите и запиши го правилото за да ги добиеш следните членови.

36, 72, 144, ...

96, 48, 24, ...

Пример 1. Знаеш дека $4 \cdot 9 = 36$. Како можеш да пресметаш $4 \cdot 18$ со помош на својствата за множење?

$4 \cdot 18 = 4 \cdot (9 \cdot 2)$ бројот 18 го запишуваме како $9 \cdot 2 = (4 \cdot 9) \cdot 2 = 36 \cdot 2 = 72$ го користиме асоцијативното својство на множењето

Што забележуваш? Како се менува производот, ако еден од множителите се удвои?

1. а) Ако $7 \cdot 9 = 63$, пресметај $7 \cdot 18$ б) Ако $12 \cdot 8 = 96$, пресметај $12 \cdot 4$

2. Пресметај и објасни го начинот на пресметување.

а) Ако $8 \cdot 6 = 48$, пресметај $80 \cdot 6$

б) Ако $12 \cdot 45 = 540$, пресметај $6 \cdot 45$

в) Ако $3 \cdot 9 = 27$, пресметај $6 \cdot 18$

г) Ако $6 \cdot 9 = 54$, пресметај $3 \cdot 18$

3. Кој број треба да стои наместо прашалникот, за да бидат точни пресметките.

а) Ако, $4 \cdot 7 = 28$ тогаш $? \cdot 7 = 56$

б) Ако $18 \cdot 12 = 216$ тогш $? \cdot 12 = 108$

в) Ако $302 \cdot 6 = 1812$ тогаш $302 \cdot ? = 906$

Пример 2. Пресметај го производот 14 · 37 со стратегијата на старите Египќани.

Во левата колона го запишуваме бројот 1. Под него продолжуваме да ги запишуваме удвоените броеви помали од бројот 14.

Потоа секој од нив го множиме до 37. И броевите во втората колона се удвојуваат почнувајќи од 37.

	· 37
1	37
2 ✓	74
4 ✓	148
8 ✓	296

Од левата колона ги избираме броевите чијшто збир е 14.
2 + 4 + 8 = 14
Ги собираме соодветните производи:
74 + 148 + 296 = 518
Бараниот производ 14 · 37 = 518.

4. Со помош на стратегијата на старите Египќани, пресметај:

а) 27 · 78 б) 29 · 56 в) 25 · 48 г) 32 · 76

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Удвој ги следниве броеви напамет.

а) 36 б) 145 в) 483 г) 9750

2. Преполови ги следниве броеви напамет.

а) 86 б) 244 в) 2142 г) 4188

3. Алмира замислила еден број. Прво го удвоила, потоа го помножила со 100 и кога го преполовила го добила бројот 700. Кој број го замислила Алмира?

4. Користи ја таблицата за множење за да го пресметаш производот напамет. Потоа пресметај со пишување. Објасни како пресмета напамет.

а) 18 · 7 б) 12 · 14 в) 16 · 12

***5.** Во една цвеќарница имало одреден број рози. Првиот час се продале половина од розите. Вториот час се продале 20 рози и третиот час половина од преостанатите рози. По три часа во цвеќарницата останале 84 рози. Колку рози имало во цвеќарницата на почетокот?

***6.** Бонбониерата била полна со бонбони. Вера изела 4 бонбони, Јелена изела 7 бонбони, а Сара изела половина од тие што преостанале. Откако секој изел бонбони од бонбониерата, во бонбониерата останале 8 бонбони. Колку бонбони имало во бонбониерата?

***7.** Во еден магацин имало банани. Во понеделник, половина од нив ги однеле во продавница. Во вторник во магацинот донеле 125 kg банани. Во среда донеле исто толку банани колку што во моментот имало во магацинот. Сега во магацинот има 526 килограми банани. Колку килограми банани имало во магацинот на почетокот?

***8.** Вики читала една книга. Во моментот забележала дека збирот на броевите со кои се нумерирани двете страници е 243. Кои се броевите со кои се нумерирани страниците на кои Вики ја читала книгата?

МНОЖЕЊЕ НА ДВОЦИФРЕН, ТРИЦИФРЕН И ЧЕТИРИЦИФРЕН БРОЈ СО ЕДНОЦИФРЕН БРОЈ

Воведна активност

Производот на три последователни броеви е 730.

Кои се тие броеви?

Последователни броеви се броевите што се разликуваат за 1, на пример 22, 23, 24.

Пример 1. Симе имал задача да ги помножи броевите 242 и 4.

Наместо да множи, Симе собирал четири еднакви собироци
242 + 242 + 242 +242 = 484 + 484 = 968.

А неговите другари му предложиле и други стратегии на решавање на задачата:

Арбен го користел дистрибутивното својство. Множителот 232 го запишал во развиена форма и добил:

$(200 + 40 + 2) \cdot 4 = 200 \cdot 4 + 40 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 800 + 160 + 8 = 968$

Јелена користела табела:

·	200	40	2
4	800	160	8

Ги собрала 800 +160 + 8 = 968.

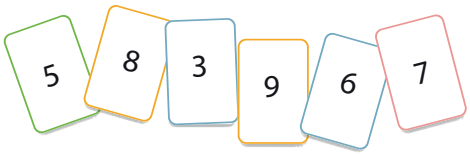
Јосиф пресметал множејќи единици со единици, десетки со единици и стотки со единици и ги пишувал едни под други.

242	· 4
8	
160	
800	
968	

	1		
2	4	2	· 4
8	16	8	
9	6	8	

1. Во една кошница има 18 kg јаболка. Колку килограми јаболка има во 7 кошници?

2. Дадени се два сета со картички. Сет со двоцифрени броеви и сет со едноцифрени броеви. Ти и твоето другарче извлечете по една картичка со двоцифрен број и по една картичка со едноцифрен број. Твоето другарче треба да ги помножи твоите броеви, а ти треба да ги помножиш броевите што ги извлече твоето другарче. Потоа, разменете ги броевите и направете проверка на пресметките.



3. Производот на броевите 8 и 299, зголеми го за 587.

Пример 2. Пресметај го производот на 5 и 1537.

Треба да го пресметаме производот 5 · 1537.

I начин: Со собирање пет днакви собироци.

1537 + 1537 + 1537 + 1537 + 1537 При собирањето користиме удвојување на 1537.
= 3074 + 3074 +1537
= 6148 + 1537
= 7685

II начин: Множење со табела.

·	1000	500	30	7	збир
5	5000	2500	150	35	7685

III начин: Хоризонтално множење.

	2	1	3		
	1	5	3	7	· 5
+	5	5	5	5	
	7	6	8	5	

3. Ти и твоето другарче напишете по еден четирицифрен и еден едноцифрен број. Твоето другарче треба да ги помножи твоите броеви, а ти треба да ги помножиш броевите што ги напиша твоето другарче. Потоа, разменете ги броевите и направете проверка на пресметките.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Процени го производот 86 · 7. Потоа пресметај со пишување.

2. Пресметај: а) 294 · 4 б) 418 · 3 в) 596 ·7 г) 209 · 6

3. Пресметај: а) 2034 · 5 б) 3243 · 7 в) 5024 · 8

4. Кои цифри треба да стојат наместо прашалникот за пресметувањето да биде точно?

? 7 ? · 6 = 1032

5. Збирот на броевите 148 и 92 зголеми го седум пати.

6. Производот на броевите 234 и 9 зголеми го за 789.

7. Производот на броевите 5342 и 7 намали го за нивната разлика.

8. Марко и Али собирале постери. Колку постери имале заедно ако Марко имал 176, а Али има осум пати повеќе?

***9.** Нива во форма на рамностран триаголник со страна 47 m треба да се огради со 4 реда жица. Колку метри жица е потребно за оградување на нивата?

***10.** Во едно училиште има 7 училници. Во секоја училница има по 6 клупи, а на секоја клупа има по 2 столчиња. Колку ученици учат во училиштето, ако од сите столчиња 9 не се зафатени?

МНОЖЕЊЕ НА ДВОЦИФРЕН, ТРИЦИФРЕН И ЧЕТИРИЦИФРЕН БРОЈ СО ДВОЦИФРЕНБРОЈ

Воведна активност

Производот на два последователни броеви е 650.
Кои се тие два броја?

Состави некои други загатки како оваа и решете ги со другарчето.

20 · 20 = 400

30 · 30 = 900

Пример 1. Во една вреќа има 25 килограми компири. Колку вкупно килограми компири има во 13 вреќи?

Треба да го пресметаме производот 13 · 25.

I начин: Стратегија на прачки.

25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25

$13 \cdot 25 = 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25$

$= 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 25 = 100 + 100 + 100 + 25 = 325$ kg.

Вкупно имало 325 kg компири.

II начин: Дистрибутивно својство на множењето во однос на собирањето

$13 \cdot 25 = 13 \cdot (20 + 5) = 13 \cdot 20 + 13 \cdot 5 = 260 + 65 = 325$ kg компири

III начин: Множење со табела.

·	20	5
10	200	50
3	60	15
	260	65
збир		325

IV начин: Хоризонтално множење единици со единици, единици со десетки, десетки со единици и десетки со десетки:

$13 \cdot 25$

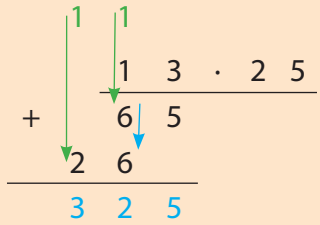
15 (5Е · 3Е = 5 · 3 = 15)

50 (5Е · 1Д = 5 · 10 = 50)

60 (2Д · 3Е = 20 · 3 = 60)

200 (2Д · 1Д = 20 · 10 = 200)

325



1. Пресметај ги производите.

а) $35 \cdot 17$ б) $29 \cdot 41$ в) $72 \cdot 53$

2. Во една книжарница се продаваат збирки по математика за 6 одделение. Во текот на септември се продавале 23 збирки дневно. Колку збирки се продале за 22 дена?

Пример 2. Пресметај го производот $247 \cdot 28$.

I начин: Дистрибутивно својство на множењето во однос на собирањето

$247 \cdot 28 = (200 + 40 + 7) \cdot 28 = 200 \cdot 28 + 40 \cdot 28 + 7 \cdot 28$

$= 5600 + 1120 + 196 = 6720 + 196 = 6916$

II начин: Множење со табела.

·	200	40	7
20	4000	800	140
8	1600	320	56
	5600	1120	196
збир			6916

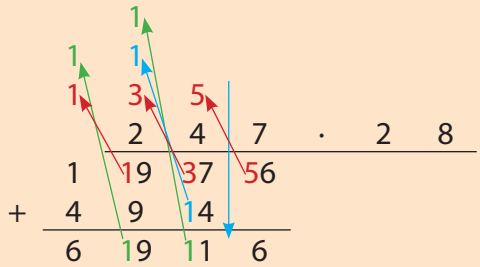
III начин: Множиме единици со единици, единици со десетки, единици со стотки, а потоа десетки со единици, десетки со десетки и десетки со стотки и ги пишуваме едни под други.

247 · 28

56
320
1600
140
800
4000

6916

IV начин: Хоризонтално множење.



3. Пресметај ги производите.

а) 275 · 27 б) 369 · 48 в) 892 · 65

4. Гледачите на еден натпревар биле распоредени во 12 блока. Секој блок има 26 реда и во секој ред има 85 седишта. Колку вкупно гледачи имало на натпреварот?

Пример 3. Пресметај го производот 3561 · 62.

I начин: Дистрибутивно својство на множењето во однос на собирањето

$3561 \cdot 62 = (3000 + 500 + 60 + 1) \cdot 62 = 3000 \cdot 62 + 500 \cdot 62 + 60 \cdot 62 + 1 \cdot 62$
$= 186000 + 31000 + 3720 + 62 = 217000 + 3782 = 220782$

II начин: Множење со табела.

·	3000	500	60	1
60	180000	30000	3600	60
2	6000	1000	120	2
	186000	31000	3720	62
збир				220782

III начин: Множиме единици со единици, единици со десетки, единици со стотки, единици со илјади, а потоа десетки со единици, десетки со десетки, десетки со стотки и десетки со илјади и ги пишуваме едни под други.

3561 • 62

2
120
1000
6000
60
3600
30000
180000

220782

IV начин: Хоризонтално множење.

3	3						
	1	1					
	3	5	6	1	·	6	2
1	7	11	12	2			
21	33	36	6				
22	0	7	8	2			

5. Пресметај го производите.

а) 1098 · 17 б) 3118 · 25 в) 4210 · 31

6. Една леплива лента има должина 2276 метри. Колку метри имаат 73 такви ленти?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во една градина имало 43 реда засадени со зелки. Во секој ред имало по 34 зелки. Колку зелки имало во градината?

2. Користи ги цифрите 0, 1, 3 и 5 за да го довршиш равенството. Секоја цифра треба да ја употребиш само еднаш. Запиши ги сите можни одговори. _____ · ____ = 450

3. Користи ги цифрите 3, 4, 5 и 6 за да составиш производ во форма ?? · ?? така што производот:

а) има најголема можна вредност б) има најмала можна вредност

4. Пресметај:

а) 294 · 34 б) 418 · 53 в) 596 ·67 г) 209 · 86

5. Пресметај:

а) 2034 · 25 б) 3243 · 47 в) 5024 · 68

6. Користејќи ги својствата за множење, на поедноставен начин одреди ги производите:

а) 427 · 5 · 7 б) 40 · 17 · 25 в) 8 · 125 · 9 г) 48 · 94 · 0 · 26

***7.** Кои цифри треба да стојат наместо прашалниците за множењата да бидат точни.

а)

		9	2	·	1	4
	3	6	?			
+	?	2				
?	?	8	8			

б)

		3	2	·	6	?
+	2	2	4			
1	?	?				
2	1	4	4			

в)
```
      4 1 8 · 7 3
  + ? 2 ? 4
  2 ? ? 6
  ? 0 5 1 ?
```

г)
```
    2 ? 2 · ? 4
  + 8 4 ?
  ? ? 8
  9 3 ? 8
```

д)
```
      4 4 9 0 · 7 2
    + 8 ? 8 0
  3 ? ? 3 ?
  ? 2 3 2 8 0
```

ѓ)
```
      7 7 ? 6 · 2 9
    6 9 ? 9 4
  ? 5 ? 3 ?
  ? 2 5 2 1 ?
```

ДЕЛЕЊЕ ДВОЦИФРЕН СО ЕДНОЦИФРЕН БРОЈ

Воведна активност

Мартин замислил еден број.
Кој број си го замислил Мартин?

Прво го множам бројот со 100, па делам со 10, па множам со 1000. Бројот што го добив на крајот е сто и седумдесет илјади.

Пример 1. Пресметај го x во равенството: а) $7 \cdot x = 56$ б) $x \cdot 9 = 63$

Треба да го определиме непознатиот множител. Ќе го поделиме производот со познатиот множител:

а) $7 \cdot x = 56$
$x = 56 : 7$
$x = 8$
проверка $7 \cdot 8 = 56$

б) $x \cdot 9 = 63$
$x = 63 : 9$
$x = 7$
проверка $7 \cdot 9 = 63$

1. Пресметај: а) 45 : 9 б) 72 : 8 в) 61 : 1 г) 0 : 12 д) 7 : 0 ѓ) 8 : 8

Постапката, односно операцијата со која што се определува непознатиот множител, ако се дадени производот и другиот множител, ја нарекуваме **делење**, односно ако $n \cdot k = m$, тогаш $m : n = k$.

Бројот m го викаме **деленик**, бројот n го викаме **делител**, а бројот k го викаме **количник.**

деленик — количник
$m : n = k$
делител

За секој природен број m точно е дека: m : m = 1, m : 1 = m, 0 : m = 0.
Делењето со 0 нема смисла, односно m : 0 не постои за кој било $m \in N_0$.

Пример 2. Пресметај го x во равенството: а) $3 \cdot x = 22$ б) $9 \cdot x = 31$

а) $3 \cdot x = 22$

$x = 22 : 3$ Не постои природен број што ќе се добие при делење 22 со 3.

$x = 7$ и остаток 1 При делењето се појавува остаток 1.

Остатокот е една единица. Ако поделиме 1 на 3 еднакви дела, добиваме $\frac{1}{3}$, значи решението е $x = 7\frac{1}{3}$.

б) $9 \cdot x = 31$

$x = 31 : 9$ Не постои природен број што ќе се добие при делење 31 со 9

$x = 3$ и остаток 4 При делењето сепојавува остаток 4.

Остатокот се 4 единици. Ако поделиме 4 на 9 еднакви дела, добиваме $\frac{4}{9}$, значи решението е $x = 3\frac{4}{9}$.

Операцијата делење не е секогаш возможна во множеството N_0.

При делењето на два природни броја, може да се добие количник и остаток. Остатокот го запишуваме како броител во правилна дропка.

2. Пресметај ги делењата. Количниците запиши ги како мешан број.

а) 98 : 7 б) 76 : 3 в) 48 : 5 г) 82 : 4

Пример 3. Провери го равенството: (96 + 16) : 4 = 96 : 4 +16 : 4

(96 + 16) : 4 = 96 : 4 + 16 : 4

112 : 4 = 24 + 4

28 = 28

Пример 4. Ена и Селим добиле задача разликата 410 – 130 да ја поделат со 10.

Секој од нив користел различен начин, но добиле еднакви резултати.

Ена прво одземала, а потоа поделила (410 – 130) : 10 = 280 : 10 = 28.

Селим, прво ги поделил намаленикот и намалителот со 10, а потоа одземал 410 : 10 = 41 и 130 : 10 = 13 и 41 – 13 = 28.

За броевите m, k, t, s $\in N_0$ за кои важи m : k = t и n : k = s, важат својствата

(m + n) : k = m : k + n : k и (m – n) : k = m : k – n : k, при услов m да биде поголем или еднаков на n.

Ова се вика дистрибутивно својство на делењето во однос на собирањето и одземањето.

Пример 5. Користи го дистрибутивното својство на делењето во однос на собирањето и одземањето за да ги пресметаш количниците.

а) 66 : 3 б) 75 : 8 в) 57 : 3

а) Деленикот го запишуваме во развиена форма
(60 + 6) : 3 = 60 : 3 + 6 : 3 = 20 + 2 = 22

б) Користејќи ја таблицата за множење, при што 75 ќе го запишеме како 72 + 3.

$(72 + 3) : 8 = 72 : 8 + 3 : 8 = 9 + \frac{3}{8} = 9\frac{3}{8}$

делењето 3 : 8 го запишуваме како правилна дропка бидејќи дробната црта означува делење

в) Деленикот ќе го претставиме како разлика, односно 57 = 60 – 3

(60 – 3) : 3 = 60 : 3 – 3 : 3 = 20 – 1 = 19

3. Користејќи го дистрибутивно својство на делењето во однос на собирањето и одземањето пресметај ги на најлесен начин количниците.

а) 114 : 6 б) 102 : 6 в) 105 : 7 г) 144 : 9 д) 120 : 8

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Препиши ги и дополни ги равенствата со броевите што недостигаат.

а) ? : 10 = 24 б) 720 : ? = 72 в) 35 : 7 = ? г) 81 : ? = 9

2. Кај Бојан дошле 7 другарчиња за роденденот. Тој имал 59 чоколадни бонбони. По колку бонбони му дал на секое другарче?

3. Седумдесет и девет ученици од VI треба да одат на излет. За превоз ќе користат комбиња. Секое комбе собира 8 патници. Колку комбиња им се потребни, ако се знае дека со нив отишле и 7 наставници?

4. Разликата на броевите 63 и 56 подели ја со 7. Објасни ја твојата стратегија на решавање.

5. Сена имала 83 килограми грозје. Требала да ги стави во 5 кошници. По колку килограми ќе има во секоја кошница?

6. Мајката на Сања направила 68 колачиња. Колку чинии се потребни за да може во секоја чинија да стави 5 колачи?

7. Препиши и дополни ги равенствата:

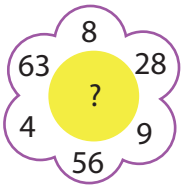
а) (? – 15) : 3 = 351 : 3 – ? : 3 б) 625 : 25 + ? : 25 = (625 +125) : ?

8. Провери дали е точно равенството 120 : (12 + 10) = 120 : 12 + 120 : 10. Објасни го твојот одговор.

ДЕЛЕЊЕ ТРИЦИФРЕН СО ЕДНОЦИФРЕН БРОЈ

Воведна активност

Броевите во цветот следат некакво правило. Кој број треба да стои наместо прашалникот во жолтиот круг?



Пример 1. Пресметај го x во равенството: а) 8 · x = 488 б) x ·6 = 636

Во задачата се бара да се определи непознатиот множител. Затоа производот ќе го поделиме со познатиот множител: За полесно делење го користиме дистрибутивното својство на делењето во однос на собирањето.

а) x = 488 : 8

x = (400 + 80 + 8) : 8

x = 400 : 8 + 80 : 8 + 8 : 8

x = 50 + 10 + 1

x = 61

проверка 8 · 61 = 488

Ја користиме таблицата за делење за да пресметаме напамет.

б) x = 636 : 6

x = (600 + 30 + 6) : 6

x = 600 : 6 + 30 : 6 + 6 : 6

x = 100 + 5 + 1

x = 106

проверка 106 · 6 = 636

1. Пресметај.

а) 459 : 9 б) 728 : 8 в) 546 : 6 г) 345 : 1

Пример 2. Пресметај го x во равенството: $7 \cdot x = 497$.

$x = 497 : 7$

$$\begin{array}{rrrcrcrr} & 4 & 9 & 7 & : & 7 & = & 7\ 1 \\ \hline - & 4 & 9 & \downarrow & & & & \\ \hline & & 0 & 7 & & & & \\ & & - & 7 & & & & \\ \hline & & & 0 & & & & \end{array}$$

проверка: $7 \cdot 71 = 497$

2. Пресметај: а) 891 : 9 б) 575 : 5

Пример 3. Вера треба 124 колачи да ги распореди во чинии. Во секоја чинија ставала по 5 колачиња. Колку чинии ù се потребни?

За да се одреди бројот на чинии треба 124 да се подели со 5.

$$\begin{array}{rrrcrcrr} & 1 & 2 & 4 & : & 5 & = & 2\ 4 \\ \hline - & 1 & 0 & \downarrow & & & & 2 \cdot 5 \\ \hline & & 2 & 4 & & & & \\ & - & 2 & 0 & & & & 4 \cdot 5 \\ \hline & & & 4 & & & & \end{array}$$

При делењето добивме остаток 4.

Но, дали може Вера да најде $24\frac{4}{5}$ чинии?

Бидејќи се потребни повеќе од 24 чинии, Вера ќе користи 25 чинии.

3. Пресметај: а) 357 : 4 б) 987 : 9 в) 685 : 7

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Препиши ги и дополни ги равенствата со броевите што недостигаат.

а) ? : 30 = 80 б) 900 : ? = 30 в) 770 : 7 = ? г) 960 : ? = 160

2. Осум цвеќарници треба да поделат 872 рози. Колку рози добила секоја цвеќарница?

3. Збирот на броевите 256 и 129 намали го 7 пати. Кој број го доби?

4. Иво замислил еден број. Кога бројот го удвоил и потоа го поделил со 9 добил 372. Кој број го замислил Иво?

5. За 9 часа еден автобус поминал 369 km. Друг автобус за истото време поминал 396 km.

а) Колку километри на час минувал секој автобус?

б) Кој автобус ќе стигне прв, ако автобусите тргнат истовремено од исто место и патуваат до исто место?

6 Количникот од некој број со разликата на броевите 12 и 7 е 51. Кој е тој број?

***8.** Борис има четири пати повќе сликички од Ѓорѓи. Заедно имаат 270 сликички. Колку сликички има Борис, а колку Ѓорѓи?

***9.** Кристина има 7 пати помалку салфетки од Ема, а заедно имаат 776 салфетки. Колку салфетки има Кристина, а колку Ема?

ДЕЛЕЊЕ БРОЕВИ ДО 1000000 СО ДВОЦИФРЕН БРОЈ

Воведна активност

Поминувајќи го растојанието од 330 km, Миле се движел пеш и со автобус.

Со автобус поминал десет пати подолг пат отколку пеш.

Колку километри поминал Миле пеш, а колку со автобус?

Пример 1. Пресметај 312 : 24.

3 1 2 : 2 4 = 1 3	Земаме двоцифрен почеток од деленикот, 31:24=1 бидејќи 1 · 24 = 24 е најблиску до 31, а помал од 31.
– 2 4 ↓	1 · 24 = 24
7 2	72 : 24 = 3
– 7 2	3 · 24 = 72
0	нема остаток

1. Збирот на броевите 169 и 356 намали го 15 пати. Кој број го доби?

Пример 2. Пресметај го количникот на броевите 1599 и 41.

1 5 9 9 : 4 1 = 3 9	Ако земеме двоцифрен почеток од деленикот, тој е помал од делителот, па затоа земаме трицифрен почеток, односно 159 : 41.
– 1 2 3 ↓	3 · 41 = 123
3 6 9	369 : 41 = 9
– 3 6 9	9 · 41 = 369
0	нема остаток

2. Пресметај. а) 2788 : 82 б) 5141 : 53

Пример 3. Разликата на броевите 894697 и 418452 намали ја 45 пати.

(894687 – 418452) : 45 = 476235 : 45

4 7 6 2 3 5 : 4 5 = 1 0 5 8 3	
– 4 5	1 · 45 = 45
2 6	26 : 45 = 0
– 0	0 · 45 = 0
2 6 2	262 : 45 = 5
– 2 2 5	5 · 45 = 225
3 7 3	373 : 45 = 8
– 3 6 0	8 · 45 = 360
1 3 5	135 : 45 = 3
– 1 3 5	3 · 45 = 135
0	нема остаток

3. Пресметај: а) 47006 : 38 б) 102396 : 42

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Намали го 15 пати секој од броевите: 9045, 18075, 345705.

2. Одреди колку пати првиот број е поголем од вториот број.

а) 19488 и 96 б) 17304 и 56 в) 317492 и 23 г) 301661 и 31

3. Количникот на броевите 79477 и 89, зголеми го за количникот на броевите 222222 и 22.

4. Количникот на 144 и некој број е 36. Кој е тој број?

***5.** Количникот на некој број и бројот 78 зголемен за 298 изнесува 962. Кој е тој број?

***6.** Во 2010 година цената на една кошаркарска топка била 800 денари. Финансиските аналитичари предвиделе дека цената годишно ќе расте за 25 денари во следните 19 години. Која година цената ќе изнесува 975 денари?

БРОЈНИ ИЗРАЗИ

Воведна активност

Провери кој броен израз е точно решен. Објасни го твојот одговор.

а)

$12 + 4 \cdot 5 - 9 =$

$= 12 + 20 - 9$

$= 32 - 9$

$= 23$

б)

$12 + 4 \cdot 5 - 9 =$

$= 16 \cdot 5 - 9$

$= 80 - 9$

$= 71$

Изрази во кои се појавуваат само броеви и операции со броеви се викаат **бројни изрази**.

Делењето и множењето имаат предност пред собирањето и одземањето.

Редослед на извршување на операциите:

1) Ако во бројниот израз има загради, тогаш прво се извршуваат операциите во заградата, запазувајќи прво множење и делење, а потоа собирање и одземање.

2) Ако нема загради, тогаш редоследот на извршување на операциите е: прво множење и делење, а потоа собирање и одземање.

3) Множењето и делењето се еднакви по значење и се извршуваат по редослед.

4) Собирањето и одземањето се еднакви по значење и се извршуваат по редослед.

Пример 1. Пресметај ги вредностите на бројните изрази.

а) $(54 - 2 \cdot 6) : 7 + 78$ б) $67 + 255 : 5 - 13$

а) $(54 - 2 \cdot 6) : 7 + 78 =$
$= (54 - 12) : 7 + 78$
$= 42 : 7 + 78$
$= 6 + 78$
$= 84$

Прво пресметуваме во заградата, запазувајќи го редоследот (прво множење, а потоа одземање).
Го запазуваме редоследот (делиме, а потоа собираме).

б) $67 + 255 : 5 - 13 =$
$= 67 + 255 : 5 - 13$
$= 67 + 51 - 13$
$= 118 - 13$
$= 105$

Го запазуваме редоследот, прво делиме, а потоа по редослед како што се запишани во изразот, ги извршуваме операциите собирање и одземање.

1. Пресметај ги вредностите на бројните изрази:

а) 234 – 639 : 9 – 108 **б)** (142 · 12 – 124) + 58 – 294 : 21

Пример 2. Пресметај ги вредностите на бројните изрази.

а) 40 : 5 · 3 б) 3 · 10 : 5

Множењето и делењето имаат еднаква важност и затоа ги извршуваме во редослед

а) 40 : 5 · 3 =
= 8 · 3
= 24

б) 3 · 10 : 5 =
= 30 : 5
= 6

2. Пресметај ги вредностите на бројните изрази:

а) 6 · 40 : 8 **б)** 90 : 5 · 3

3. Пресметај ги вредностите на бројните изрази. Потоа, запиши еден од знаците <, > или = на линијата.

а) 22 – 2 · 7 + 5 __ 13 + 5 · 2 **б)**17 + (20 – 3 · 2) __ 22 : 1 · 2

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Пресметај ги вредностите на бројните изрази.

а) (3 · 4) + 6 б) 7 + (11 – 6) в) (14 : 7) + 13

г) (2 + 3) – (4 – 1) д) (14 – 6) · (3 + 1) ѓ) (27 : 9)· 4

2. Дали следниве равенства се точни или неточни? Објасни му го твојот одговор на другарчето.

а) (3 + 6) · 2 = 3 + (6 · 2) б) 6 + (8 : 2) = 6 + 8 : 2 в) (7 – 2) · 3 = 7 – (2 · 3)

г) (3 · 4) · 5 = 3 · (4 · 5) д) 5 · 3 – 5 = (5· 3) – 5

3. Вметни загради во изразите за да се добијат точни равенства.

а) 6 + 2 · 5 = 40 б) 3 + 4 · 2 + 4 = 42

в) 3 · 4 + 2 = 18 г) 4 + 3 + 2 · 2 = 18

4. Дали следниве равенства се точни или неточни? Ако равенството е неточно, поправи ги грешките.

а) 9 · 4 = 36 б) 6 + 3 · 4 = 18 в) (6 + 3) · 4 = 36 г) (6 + 3) · 4 = 18

5. Комбинирај ги дадените броеви заедно со загради и математички операции за да го добиеш бараниот број.

а) 2,5 и 5 за да се добие 35 б) 5,7 и 10 за да се добие 120 в) 2,5 и 14 за да се добие 18

6. Со кој број треба да се подели бројот 2896, за да се добие количник 85 и остаток 6?

7. Тројца работници вкупно треба да добијат 73548 денари. Првиот работник треба да добие 26590 денари, а вториот 3850 денари помалку од првиот. Колку денари ќе добие третиот работник?

***8.** Состави еден броен израз со кој ќе го прикажеш текстот на задачата: Домаќинката Дара купила сандак со овошје. Овошјето заедно со сандакот има маса од 25 килограми. Самото овошје има 20 килограми поголема маса од сандакот. Колкава е масата на сандакот?

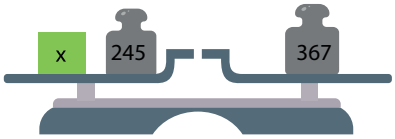
***9.** На велосипедски маратон дел од патеката со должина 2307 метри е во планински предел, три пати повеќе има на рамен терен и остатокот од патеката е покрај езеро. Колкава должина има делот од патеката покрај езерото, ако целата должина на патеката за тој маратон изнесува 10000 метри?

РЕШАВАЊЕ РАВЕНКИ

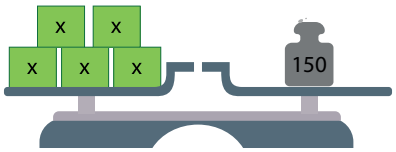
Воведна активност

Реши ги равенките. Како помош користи ги сликите.

а) $x + 245 = 367$



б) $5 \cdot x = 150$



Во изразот $625 : x = 25$ со буквата x означуваме непознат број или уште ја нарекукваме непозната величина или променлива величина.

Ако од два изрази A и B барем едниот од нив има променлива величина, тогаш равенството A = B се вика **равенка**.

За променливите величини се вели дека се непознати во равенката.

1. Реши ги равенките.

а) $698 + x = 1976$ б) $x - 569 = 8978$ в) $45826 - x = 23597$

г) $46 \cdot x = 5704$ д) $790080 : x = 12345$ ѓ) $x : 35 = 246$

Пример 1. Реши ја равенката 140 : (x – 3) = 10.

Во равенката имаме две операции, делење и собирање.

Изразот x – 3 ќе го замениме со □, односно x – 3 = □.

140 : □ = 10. Во оваа равенка се дадени деленикот и количникот, а треба да го одредиме делителот.

140 : □ = 10

□ = 140 : 10

□ =14 Од смената x – 3 = □, наместо □ ќе го запишеме изразот x – 3.

x – 3 = 14

x = 14 + 3

x =17 Проверка 140 : (17 – 3) = 140 : 14 = 10
x = 17 е решение на равенката.

Решение на равенката е вредноста на непознатата за која равенката преминува во точно бројно равенство.

Пример 2. Реши ја равенката: x · 15 + 32 = 92.

Во равенката има операции множење и собирање.
Изразот x · 15 ќе го замениме со Δ, односно x · 15 = Δ.

Δ + 32 = 92. Треба да го одредиме непознатиот собирок.

Δ = 92 – 32

Δ = 60 Од смената x · 15 = Δ, наместо Δ ќе го запишеме изразот Δ

x · 15 = 60

x = 60 :15

x = 4 Проверка: 4 · 15 + 32 = 60 + 32 = 92
x = 4 е решение на равенката.

2. Реши ги равенките:

а) 120 : x – 25 = 15 б) 7 · (x + 4) = 42

в) (20 : x) + 3 · 12 – 22 = 24 г) 66 – 23 · x = 20

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Реши ги равенките:

а) $x + 25 = 73$ б) $54 = x - 47$ в) $256 + x = 324$

г) $287 - x = 198$ д) $200 = (x + 73) + 38$ ѓ) $(x + 124) - 95 = 127$

е) $272 - (x - 363) = 73$ ж) $(635 - x) - 324 = 195$ з) $(863 - x) + 83 = 472$

ѕ) $99 = 435 - (357 - x)$ и) $256 - 128 + 348 = 638 - (1200 - x)$

2. Реши ги равенките:

а) $83 \cdot x = 16849$ б) $b : 726 = 38$ в) $59 = 4602 : c$

г) $308 + 36 \cdot y = 2000$ д) $4774 - 81 \cdot a = 238$ ѓ) $36 \cdot y - 98785 = 86687$

е) $38 + 5658 : x = 107$ ж) $45 + b : 38 = 289$ з) $9 + (13 - 56 : x) = 14$

ПРИМЕНА НА РАВЕНКИ ВО РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМИ

Воведна активност

Колку чини една тетратка, а колку 1 молив, ако 1 молив и 1 тетратка заедно чинат 80 денари, а 2 моливи и 3 тетратки чинат 210 денари?

Пример 1. Пресметај ги периметарот и страните на триаголник, ако збировите на секои негови две страни се $a + b = 16$, $a + c = 18$ и $b + c = 20$.

Ќе го користиме методот на прачки.

Од цртежот имаме: $2a + 2b + 2c = 16 + 18 + 20$

На левата страна од равенството користиме дистрибутивно својство:

$2(a + b + c) = 54$
$2L = 54$
$L = 27$

Периметарот на еден триаголник е $L = a + b + c$.
Ако два пати периметарот на триаголникот е 54, тогаш периметарот на триаголникот е 27.

$a + b + c = 27$

Ако $a + b = 16$, тогаш $c = 11$. Ако $a + c = 18$, тогаш $b = 9$. Ако $b + c = 20$, тогаш $a = 7$.

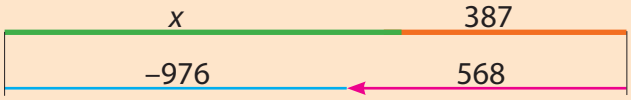
1. Никола купил еден ранец и четири книги и платил 2760 денари. Цената на ранецот е 1200 денари. Одреди ја цената на една книга, ако се знае дека цената е иста за секоја книга.

2. Ален, Сања и Мина имаат сликички. Одреди колку сликички има секој од нив, ако: Ален и Сања заедно имаат 30 сликички, Сања и Мина заедно имаат 39 сликички, Ален и Мина заедно имаат 33 сликички.

Пример 2. Ако збирот на некој број и 387 се намали за 976, се добива 568. Кој е тој број?

Нека непознатиот број биде x.

Со методот на прачки имаме:



Ја составуваме равенката:

$(x + 387) - 976 = 568$	Изразот $x + 387$ го заменуваме со $\square$.
$\square - 976 = 568$	$x + 387 = \square$
$\square = 568 + 976$	
$\square = 1544.$	Од смената $x + 387 = \square$, наместо $\square$ ќе го запишеме изразот $x + 387$
$x + 387 = 1544$	
$x = 1544 - 387$	
$x = 1157$	Проверка: $(1157 + 387) - 976 = 1544 - 976 = 568$

3. Одгатни ги непознатите броеви во загатките.

а) Бројот е помножен со 7. Ако добиениот производ се намали за 17 ќе се добие бројот 18.

б) Бројот е поделен со 3. Ако добиениот количник се намали за 10 ќе се добие бројот 17.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Ако разликата на некој број и 1027 се зголеми за 157, се добива 2268. Кој е тој број?

2. Таткото и синот имаат заедно 47 години.

а) Колку години ќе имаат заедно по 9 години?

б) Колку години имале заедно пред 3 години?

3. Во три силоси има вкупно 7685 t жито. Во првиот и вториот има 4768 t, а во вториот и третиот 4539 t жито. По колку тони жито има во секој силос?

4. Количникот на кој број и 38, зголемен за 768, станува 1000?

***5.** Еден лимон и еден портокал чинат 5 денари, а 5 лимони и 2 портокали чинат 16 денари. Колку чини 1 лимон, а колку 1 портокал?

6. Смеса од месинг се прави кога на 22 kg бакар ќе се додадат 9 kg цинк. По колку килограми треба да се земе од секој метал за да се добие парче месинг со тежина од 124 kg?

***7.** На три полици имало 373 книги. По колку книги има на секоја полица, ако на втората има 17 книги повеќе отколку на првата, а на третата има 48 помалку отколку на втората?

***8.** Мајката на Борис и Нина има 37 години и е за 3 години помлада од нивниот татко. Годините на таткото се два пати повеќе од годините на Борис и на Нина заедно. Борис е за 4 години постар од Нина. Колку години има Борис, а колку Нина?

***9.** Периметарот на еден правоаголник е 126 cm. Должината на правоаголникот е за 13 cm поголема од неговата ширина. Колку изнесуваат должината и ширината на правоаголникот?

ДЕЛИТЕЛИ И СОДРЖАТЕЛИ

Воведна активност

Низата е составена од броевите од 1 до 4, така што секој број е или делител или содржател на претходниот број. Секој број е искористен само еднаш.

4 2 1 3

Формирај низа, со слично правило, составена од броевите од 1 до 6.

Ако за m, n ∈ N, постои q ∈ N, така што m = q · n, односно m : n = q, тогаш велиме дека n е **делител** на m и тоа го означуваме со **n | m**. За бројот m велиме дека е делив со n. Ако тоа не важи, велиме дека n не е делител на m и тоа го запишуваме n ł m.

Еден природен број m го нарекуваме **содржател** на природниот број n, ако n е делител на m, односно n | m.

Пример 1. Запиши ги множествата делители и содржатели на бројот 12.

Делители на бројот 12 се: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
Множеството делители на 12 е D_{12}={1, 2, 3, 4, 6, 12 }

Содржатели на 12 се: 12, 24, 36, 48, 60, . .
Множеството содржатели на 12 е S_{12}={12, 24, 36, 48, 60, ...}

1. Одреди два делителa на 24 чиј збир е 11.

2. Избери три од дадените броеви и запиши ги на местата од прашалниците за да добиеш точно равенство. 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29

? + ? + ? = содржател на 10

Пример 2. Јован имал монети од 5 и од 2 денари. Тој имал вкупно 12 монети со вредност од 36 денари. Колку имал монети од 5 денари, колку монети од 2 денари?

I начин: Формираме низи од броеви со броење со чекор 5 и со чекор 2.

низа со чекор 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ...

низа со чекор 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 ...

Броевите во низите се вредностите на соодветните монети. Збирот 36 го добиваме од: 20 + 16 и 10 + 26. Но, треба да провериме дали збирот на монетите е 12.

36 = 10 + 26 има 10 : 5 = 2 монети од 5 денари и 26 : 2 = 13 монети од 2 денари
Значи има 2 + 13 = 15 монети, а тоа не е точно.

36 = 20 + 16 има 20 : 5 = 4 монети од 5 денари и 16 : 2 = 8 монети од 2 денари
Значи има 4 + 8 = 12 монети, а тоа е точно.

Јован имал 4 монети од 5 денари и 8 монети од 2 денари.

II начин: Ги запишуваме содржателите на 5 и на 2:

содржатели на 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ... вредности на монети од 5 ден.

содржатели на 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... вредности на монети од 2 ден.

Слично како кај првиот начин, го бараме збирот 36 од броеви од двете множества содржатели и потоа проверуваме вкупен број монети да биде 12. Добиваме решение дека Јован имал 4 монети од 5 денари и 8 монети од 2 денари.

III начин: Да претпоставиме дека сите монети се од по 2 денари.

12 монети со вредност од 2 денари се 24 денари

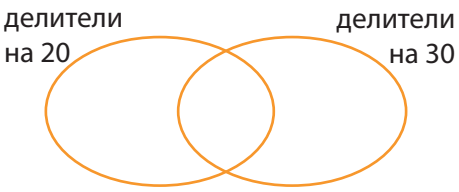
Го намалуваме бројот на монети од 2 денари со замена на монета од 5 денари сè додека не добиеме 36 денари.

број на монети од 2 денари	вредност во денари	број на монети од 5 денари	вредност во денари	вкупна вредност во денари
11	22	1	5	27
10	20	2	10	30
9	18	3	15	33
8	16	4	20	36

Јован имал 4 монети од 5 денари и 8 монети од 2 денари.

3. Владе замислил некој број поголем од 20, а помал од 40. Замислениот број е содржател на 3 и на 5. Кој број го замислил Владе?

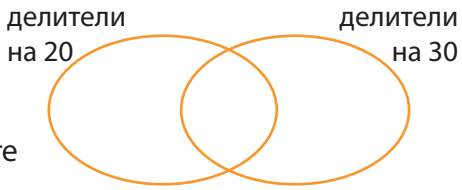
4. Прецртај го Веновиот дијаграм. Запиши ги броевите 3, 4, 5, 6 и 7 во соодветното поле во Веновиот дијаграм



ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Објасни зошто број што завршува на 1 не може да биде содржател на 2.

2. Прецртај го и пополни го Веновиот дијаграм со броевите од 1 до 15.



3. Прецртај го Кероловиот дијаграм во твојата тетратка. Внеси ги броевите 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 и 20 во соодветното поле на дијаграмот.

	содржател на 2	не е содржател на 2
содржател на 4		
не е содржател на 4		

Кое поле на Кероловиот дијаграм останува празно? Објасни!

4. Одреди ги сите делители на: а) 24 б) 32 в) 25.

5. Дадено е множеството A = {3, 4, 5, 7, 8, 9, 12, 21}.
Одреди го множеството B = {x | x ∈ A и x | 36}.

***6.** Запиши го табеларно множеството K = {x | x ∈ N и 6 | (30-x)}.

***7.** Во една трка, од Билјанини Извори до Горица и назад, учениците биле построени на одење по 4 во ред, а при враќање по 6 во ред. Колку имало ученици ако редовите биле полни, а вкупниот број ученици бил поголем од 70, а помал од 78?

РАЗЛОЖУВАЊЕ ДВОЦИФРЕН БРОЈ НА МНОЖИТЕЛИ

Воведна активност

Препиши ја и пополни ја табелата како што е прикажано во примерот.

		n				
	·	3	7		8	12
m	4	12				
	10					
					88	
						144
	9			81		

Производот на броевите 4 и 12 е 48. Бројот 48 е содржател на 4 и 12. Броевите 4 и 12 се делители на 48.
Бидејќи 48 може да се запише како производ од 12 и 4, 48 =12 · 4, може да се каже дека 12 и 4 се множители на 48.

Пример 1. Одреди ги сите парови броеви за кои е точно равенството ? · ? = 30.

Ги запишуваме сите можни производи:

1	·	30	=	30
2	·	15	=	30
3	·	10	=	30
5	·	6	=	30

Броевите 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 и 30 се делители на 30.

Овие броеви се истовремено и множители на 30 бидејќи од нив формираме парови производи со резултат 30.

Претставувањето на еден број како **производ од множители** се вика **разложување на множители** на тој број.

1. Колку е 5 помножено со 2, помножено со 4? Колку множители има производот што го запиша? Што претставуваат броевите 5, 2 и 4 за добиениот производ?

2. Цвеќињата за расад се продаваат по 20 парчиња во една палета.

а) Фросина купила 6 палети со цвеќиња за расад. Колку парчиња цвеќе купила Фросина?

б) Фатма сака да купи 180 парчиња цвеќе. Колку палети треба да купи?

Објасни го начинот на решавање на задачата на твоето другарче. Притоа, користи ги поимите: множител, содржател, делител, делив.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Разложи го секој од броевите: 72, 64 и 45 на множители.

2. Кои би можеле да бидат броевите што недостигаат? а) $? \cdot ? = 66$ б) $? \cdot ? = 90$

***3.** Плоштината на еден правоаголник е 24, а должините на неговите страни се природни броеви.

а) Колку такви правоаголници постојат?

б) Кој од тие правоаголници има најголем периметар?

4. Покажи дека производот $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$ е содржател на секој од броевите 15, 21, 35, 39, 65, 91, 105.

5. На колку начини можат да се наредат во редици и колони:

а) 26 ученици? б) 31 ученик? в) 54 ученици? г) 72 ученика?

ПРОСТИ И СЛОЖЕНИ БРОЕВИ

Воведна активност

Запиши го множеството делители на броевите: 1, 2, 3, 6, 8, 12, 17 и 18.

Бројот на делители на броевите е различен, почнувајќи од еден, и расте во зависност од дадениот број.

Пример 1. Одреди ги множествата делители на 1, 5 и 20.

Бројот 1 има само еден делител. Множеството делители е $D_1 = \{1\}$.

Делители на 5 се 1 и 5 и запишуваме $D_5 = \{1, 5\}$.

Делители на 20 се 1, 2, 4, 5, 10 и 20. Запишуваме $D_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$.

Природен број што има **точно два делителa**, бројот еден и себеси, се нарекува **прост број**.

Природниот број што има **повеќе од два делителa** се вика **сложен број**.

Во примерот 1, бројот 5 е прост број, а бројот 20 е сложен број. Каков е бројот 1?

Бројот 1 има само еден делител и затоа тој не е ниту прост, ниту сложен.

1. Запиши го множеството делители на секој од броевите: 37, 42, 50 и 60.

2. Запиши го множеството на прости и на сложени броеви од 1 до 100.

3. Одреди го множеството A= {x | x ∈ N и 45 < x < 62 и x е сложен број}.

4. Запиши ги сите прости двоцифрени броеви:

а) што завршуваат на 1 б) чија цифра на единици е 7 в) чија цифра на единици е 5

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди кои се простите броеви опишани со следниве тврдења:

а) Бројот е помал од 30. Збирот на неговите цифри е 8.

б) Бројот е помеѓу 30 и 60. Збирот на неговите цифри е 10.

2. Препиши ги и дополни ги следниве бројни равенства, така што ќе запишеш прост број наместо прашалникот.

а) ? · ? · ? = 30 б) ? · ? · ? = 50 в) ? · ? · ? = 70

3. Наместо прашалниците запиши прости броеви за да добиеш точни равенства.

а) ? · ? = 49 б) ? + 2 = 5 · 5 в) ? + 1 = 2 · 9 г) ? + ? = 20

4. Провери за кои прости броеви m < 10.

а) Бројот 8 · m +1 е сложен број б) Бројот 8 · m · m +1 е прост број

5. За која вредност на x производот 41 · x ќе биде: а) прост број б) сложен број?

***6.** Претстави ги сите сложени природни броеви помали од 50, како збир од два или три прости броја.

ПРЕТСТАВУВАЊЕ СЛОЖЕН БРОЈ КАКО ПРОИЗВОД ОД ПРОСТИ МНОЖИТЕЛИ

Воведна активност

Дадено е тврдењето: Секој парен број поголем од два може да се запише како збир од два прости броја.

Провери дали тврдењето е точно за сите парни броеви до 30.

На пример: 6 = 3 + 3, 3 е прост број. 12 = 5 + 7, 5 и 7 се прости броеви.

Одреди парен број за кој не е точно ова тврдење. Обиди се со некои броеви поголеми од 30.

Пример 1. Броевите 12 и 80 претстави ги како производ од прости делители.

Множеството делители на бројот 12 е $D_{12} = \{1,2\ 3\ 4,6,12\}$.

Бројот 12 може да се запише како производ на два негови делителa:

$12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ Бројот 6 го запишуваме како производ $2 \cdot 3$.

$12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 2$ Бројот 4 го запишуваме како производ $2 \cdot 2$.

Добивме $2 \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 \cdot 2$ 2 и 3 се единствени прости делители на 12.
12 како производ на прости делители ќе го запишеме: $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Бројот 80 може да се запише како производ на два негови делителa:

$80 = 2 \cdot 40 = 2 \cdot 2 \cdot 20 =$ Бројот 40 го запишуваме како производ $2 \cdot 20$.

$= 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5$ Бројот 20 го запишуваме како производ $4 \cdot 5$.

$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ Бројот 4 го запишуваме како производ $2 \cdot 2$.

Запишуваме $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$.

$80 = 5 \cdot 16 = 5 \cdot 2 \cdot 8 =$ Бројот 16 го запишуваме како производ $2 \cdot 8$.

$= 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4$ Бројот 8 го запишуваме како производ $2 \cdot 4$.

$= 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ Бројот 4 го запишуваме како производ $2 \cdot 2$.

Запишуваме $80 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

Добивме $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$. 2 и 5 се единствени прости делители на 80.

80 како производ на прости делители ќе го запишеме $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$.

1. Бројот 20 запиши го како производ од прости делители.

Претставувањето на еден број како производ од прости множители се вика **разложување на прости множители** на тој број.

Простите делители на еден број се прости множители на тој број.

Пример 2. Разложи ги броевите на прости множители.

а) 165 б) 72 в) 48

а) Со разложување на множители: $165 = 3 \cdot 55 = 3 \cdot 5 \cdot 11$

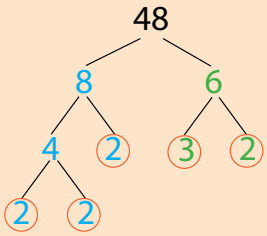
б) Со вертикална линија:

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

Делењето го почнуваме со најмалиот прост број со кој е делив бројот што сакаме да го разложиме. Лево под бројот 72 го запишуваме количникот, а десно првиот прост делител. Постапката се продолжува со следниот прост број, кој е делител на бројот 36. Делењето завршува кога ќе се добие количник 1.

Запишуваме $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.

в) Со дрво на делители:



Запишуваме два множителa на бројот 48. За секој од нив запишуваме два множителa. Постапката ја продолжуваме за секој множител-сложен број.
Постапката завршува кога ќе добиеме прости множители.

Запишуваме $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

2. Разложи ги на прости множители броевите. Користи метод што ти е најлесен.

а) 24 б) 75 в) 96 г) 45 д) 120

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Производот $24 \cdot 36$ разложи го на прости множители.

2. Преку разложување на прости множители, пресметај ја вредноста на изразот:

а) $75 \cdot 28$ б) $25 \cdot 16$

***3.** Преку разложување на прости множители пресметај ја вредноста на изразот:

а) 18 + 42 б) 64 – 48

4. Кој природен број, во разложувањето на прости множители ги содржи:

а) бројот 2, бројот 5 и бројот 13? б) бројот 2 двапати и бројот 3 трипати?

в) бројот 3, бројот 5 двапати и бројот 11?

5. Разложи ги броевите на прости множители: а) 16 б) 34 в) 150 г) 182

***6.** Производот на три прости броја е 1001. Кои се тие броеви?

ПРИЗНАЦИ ЗА ДЕЛИВОСТ СО 2, 5 И 10

Воведна активност

Провери дали:
а) 1833 може да се подели со 39 без остаток.

б) 2700 може да се подели со 43 без остаток.

Постојат правила според кои се утврдува дали еден број е делив со друг, без да се дели.

Тие правила ги нарекуваме **признаци за деливост**.

Пример 1. Кои од броевите 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 се деливи со 2?

$20 = 4 \cdot 5$
$21 = 3 \cdot 7$
$22 = 2 \cdot 11$
$23 = 1 \cdot 23$
$24 = 2 \cdot 12$
$25 = 5 \cdot 5$
$26 = 2 \cdot 13$
$27 = 3 \cdot 9$
$28 = 2 \cdot 14$
$29 = 1 \cdot 29$

Секој од броевите ќе го запишеме како производ на множители.

При запишување на броевите како производ на множители може да се забележи дека за броевите 20, 22, 24, 26, 28 едниот од множителите е два или број делив со два.

За броевите 20, 22, 24, 26, 28, која е цифрата на единици? Цифрите на единици за овие броеви се 0, 2, 4, 6 и 8.

Едноцифрените броеви 2, 4, 6 и 8 се броеви деливи со 2.

Повеќецифрените броеви чија цифра на единици е 2, 4, 6 и 8 е делив со 2.

Зошто и броевите што завршуваат со 0 се деливи со 2?

Бројот што завршува на 0 е сигурно делив со 2, бидејќи може да се запише како производ чијшто еден множител е 10, а $10 = 2 \cdot 5$ и се добива $2 \mid 10$.

Признак за деливост со 2

Броеви деливи со 2 се сите броеви чија цифра на единици е 0, 2, 4, 6 или 8.

1. Кои од броевите: 98, 54, 123, 650, 419, 204, 311 или 993 се деливи со 2?

2. Дали секој парен број е делив со 2?

Броевите деливи со 2 можеме да ги запишеме во обликот $2 \cdot n$, $n \in N$, во согласност со правилото за деливост на производ.

Броевите од обликот $2 \cdot n$ се парни броеви.

3. Запиши ги првите 10 непарни броеви и размисли во каков облик можат да се запишат?

Пример 2. Кои од броевите 10, 15, 20, 25, 32, 40, 91 и 95 се деливи со 5?

Ако секој од броевите се подели со 5 се добива дека деливи со 5 се: 10, 15, 20, 25, 40 и 95. Која е цифрата на единици кај овие броеви?

Броевите на кои цифрата на единици е 0 содржат десетка што е делива со 5, односно $10 = 2 \cdot 5$, од каде што следува дека $5 \mid 10$.

Броевите на кои цифрата на единици е 5 можат да се запишат како број што завршува на 0 и бројот 5 ($25 = 20 + 5$, $95 = 90 + 5$), па според тоа тие се деливи со 5 (во согласност со правилото за деливост на збир кое гласи: Ако секој од собироците е делив со некој број, тогаш и збирот е делив со тој број).

Признак за деливост со 5

Еден број е делив со 5 ако и само ако неговата цифра на единици е 0 или 5.

4. Кои од броевите 56, 75, 88, 85, 103 и 115 се деливи со 5?

5. Кои цифри треба да стојат на местото на ? во броевите 54?, 116?, 776?, за тие да бидат:

а) деливи со 2 б) деливи со 5 в) деливи и со 2 и со 5

6. Кои броеви се деливи со 10? Запиши го признакот за деливост со 10 ($10 = 2 \cdot 5$).

7. Без да ја извршиш операцијата собирање или одземање, утврди дали дадениот збир или разлика се деливи со 5.

а) $185 + 905$ б) $1189 - 45$ в) $245 + 83$ г) $2004 - 104$

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Кои од дадените броеви: 74, 65, 130, 56, 70, 126, 140, 375, 556, 4860 се деливи со:

а) 2 б) 5.

2. Во записот 583? на местото на прашалникот стави цифра така што бројот да биде делив со: а) 2 б) 5 в) 2 и 5.

3. Во записот, наместо ѕвездичка, стави цифра така што добиениот број да биде делив со 2. а) 563* б) 64*5 в) 1*278 г) 435*

4. Во записот, наместо ѕвездичка, стави цифра така што добиениот број да биде делив со 5: а) 487* б) 50*3 в) 2*470 г) 1897*

5. За какви вредности на променливата $a \in N_0$ изразот $720 + a$ е број што е делив со:

а) 2 б) 5 в) 2 и 5.

6. Без да ја извршиш операцијата делење, одреди го остатокот при делење со 5, за броевите: 533, 601, 1271, 404042 и 426.

***7.** Запиши го множеството од првите пет природни броеви што при делење:

а) со 5, даваат остаток 3

б) со 2, даваат остаток 1.

ПРИЗНАЦИ ЗА ДЕЛИВОСТ СО 9, 3 И 6

Воведна активност

Дадени се броевите:

а) 3, 33, 333, 3333,... б) 9, 99, 999, 9999, ... в) $5 \cdot 33$, $8 \cdot 333$, $4 \cdot 99$, $7 \cdot 999$,...

Кои од броевите се деливи со 3 или 9? Објасни го твојот одговор.

Пример 1. Провери дали бројот 2745 е делив со 9.

Еден од начините е да го поделиме бројот 2745 со 9.

Но, овде треба да го откриеме признакот за делење на бројот со 9.

$2745 = 2000 + 700 + 40 + 5$

$= 2 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 1 \cdot 5$

$= 2\,(999 + 1) + 7\,(99 + 1) + 4\,(9 + 1) + 1 \cdot 5$ Користиме дистрибутивно својство.

$= 2 \cdot 999 + 2 \cdot 1 + 7 \cdot 99 + 7 \cdot 1 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 5$ Користиме асоцијативно својство.

$= (2 \cdot 999 + 7 \cdot 99 + 4 \cdot 9) + (2 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 5)$ Користиме дистрибутивно својство.

$= 9\,(2 \cdot 111 + 7 \cdot 11 + 4 \cdot 1) + (2 + 7 + 4 + 5)$

Собирокот $9\,(2 \cdot 111 + 7 \cdot 11 + 4 \cdot 1)$ е делив со 9, останува да провериме дали собирокот $2 + 7 + 5 + 4$ е делив со 9.

$2 + 7 + 5 + 4 = 18$ и $9 \mid 18$, $2 + 7 + 5 + 4$ всушност е збир од цифрите на 2745, па од тоа што 9 е делител на збирот на цифрите на бројот 2745 следува дека $9 \mid 2745$.

Признак за деливост со 9

Еден природен број е делив со 9, ако и само ако збирот на неговите цифри е делив со 9.

1. Провери кои од броевите 378, 36819, 7642 и 108864 се деливи со 9. Дали броевите деливи со 9 се деливи и со 3? Објасни го твојот одговор.

Кога броевите што не се деливи со 9 се деливи со 3? Ќе го разгледаме следниот пример.

Пример 2. Провери дали 6447 е делив со 3.

$6447 = 6000 + 400 + 40 + 7 = 6 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 7$

$= 6 \cdot (999 + 1) + 4 \cdot (99 + 1) + 4 \cdot (9 + 1) + 1 \cdot 7$ Користиме дистрибутивно својство.

$= 6 \cdot 999 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 99 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 7$ Користиме асоцијативно својство.

$=(6 \cdot 999 + 4 \cdot 99 + 4 \cdot 9) + (6 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 7)$ Користиме дистрибутивно својство.

$= 9\,(6 \cdot 111 + 4 \cdot 11 + 4 \cdot 1) + (6 + 4 + 4 + 7)$

Собирокот $9\,(6 \cdot 111 + 4 \cdot 11 + 4 \cdot 1)$ е делив со 3, останува да провериме дали собирокот $6 + 4 + 4 + 7$ е делив со 3.

$6 + 4 + 4 + 7 = 21$ и $3 \mid 21$, $6 + 4 + 4 + 7$ всушност е збир од цифрите на 6447, па од тоа што 3 е делител на збирот на цифрите на бројот 6447 следува дека $3 \mid 6447$.

Признак за деливост со 3

Еден природен број е делив со 3, ако и само ако збирот од неговите цифри е делив со 3.

2. Провери кои од броевите 563, 7428, 9831 и 64854 се деливи со 3.

3. Кои броеви се деливи со 6? Запиши го признакот за деливост со 6. $6 = 2 \cdot 3$

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Која цифра треба да стои на местото на ? во бројот 8604?, за тој да биде делив:

а) со 9 б) со 3.

2. Дадено е множеството A = {25, 36, 47, 126, 174, 140, 1662, 2485, 354, 3726, 402, 503, 801, 2266, 5333, 6999, 8775}. Запиши ги табеларно множествата:

B = {x | x ∈ A и 3 | x} C = {x | x ∈ A и 9 | x} D = {x | x ∈ A и 3 | x и 9 | x}

3. Во записот, наместо x, стави цифра така што добиениот број да биде делив со 3.

а) 487x б) 50x3 в) 2x470 г) 1897x

4. Без да ги пресметуваш производите $3 \cdot 5$, $8 \cdot 13 \cdot 15$, $7 \cdot 9 \cdot 10$, $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$ одреди кој од нив е делив со: а) 3 б) 9 в) 6

5. Без пресметување, определи ги остатоците при делење на броевите: 2431, 2727, 47182, 4412, 303030 со:

а) 3 б) 9 в) 6 г) 10

6. Одреди го точниот број и пронајди ја патеката низ лавиринтот од почеток до крај. Движењето е дозволено хоризонтално или вертикално.

ПОЧЕТОК број делив со 2 и со 5	100 број делив со 3	83 број делив со 10	2302 број делив со 5	505 број делив со 3 и со 5
103 број делив со 5	165 број делив со 2	9311 број делив со 3 и со 5	4410 број делив со 5 и со 9	900 број делив со 5 и со 2
100 број делив со 2	8110 број делив со 9	225 број делив со 3 и со 6	7740 број делив со 3	1810 број делив со 2
252 број делив со 3	1801 број делив со 2 и со 5	111 број делив со 6	605 број делив со 5	5502 КРАЈ

ПРИЗНАЦИ ЗА ДЕЛИВОСТ СО 4 И 8

Воведна активност

Бројот 100 е делив со 4, бидејќи $100 = 4 \cdot 25$, односно 100 е содржател на 4.

Дали 200, 6800, 78000 се деливи со 4?

Дали овие броеви се содржатели на 100?

Пример 1. Кои од броевите: 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69 и 70 се деливи со 4?

Секој од броевите ќе го запишеме како производ од два множителa:

$60 = 4 \cdot 15$, значи $4 \mid 60$	$61 = 1 \cdot 61$, значи $4 \nmid 61$	
$62 = 2 \cdot 31 \rightarrow 4 \nmid 62$	$63 = 3 \cdot 21 \rightarrow 4 \nmid 63$	$64 = 4 \cdot 16 \rightarrow 4 \mid 64$
$65 = 5 \cdot 13 \rightarrow 4 \nmid 65$	$66 = 6 \cdot 11 \rightarrow 4 \nmid 66$	$67 = 1 \cdot 67 \rightarrow 4 \nmid 67$
$68 = 4 \cdot 27 \rightarrow 4 \mid 68$	$69 = 3 \cdot 23 \rightarrow 4 \nmid 69$	$70 = 7 \cdot 10 \rightarrow 4 \nmid 70$

Како без делење или запишување на броевите како производ од два множителa од кои едниот е делив со 4, можеме да провериме дали еден број е делив со 4? Како за повеќецифрен број да утврдиме дали е делив со 4?

Пример 2. Провери ја деливоста на броевите 612, 86472 и 47325 со 4.

612 ќе го запишеме како збир од број од два броја.

$612 = 600 + 12$.	$4 \mid 612$, бидејќи $4 \mid 600$ и $4 \mid 12$.
$86472 = 86400 + 72$.	$4 \mid 86472$, бидејќи $4 \mid 86400$ и $4 \mid 72$.
$47325 = 47300 + 25$.	$4 \nmid 47325$, бидејќи $4 \mid 47300$ и $4 \nmid 25$.

Признак за деливост со 4

Еден природен број е делив со 4, ако и само ако неговиот двоцифрен завршеток е број што е делив со 4.

1. Кои од броевите 78, 96, 108, 256, 8871, 12616, 32527 и 34102 се деливи со 4?

2. Која цифра треба да стои на местото на ? во бројот 288?, за бројот да биде делив со 4?

3. Од цифрите 1, 2, 5 и 6 запиши ги сите четирицифрени броеви кои се деливи со 4 (секоја од овие цифри во формираните броеви може да се појавува само еднаш). Колку вкупно броеви ќе бидат деливи со 4? Објасни го одговорот.

4. Кои броеви се деливи со 8? Запиши го признакот за деливост со 8.

5. Ако еден број е делив со 8, дали тој е делив и со 4? Одговорот објасни го со пример.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Запиши го табеларно множеството $B = \{x \mid x \in N, 502 < x < 520 \text{ и } 4 \mid x\}$.

2. Во записот, наместо ѕвездичката, запиши цифра така што добиениот број да биде делив со 4. а) 536* б) 64*5 в) 1*278 г) 435*

3. Запиши го множеството цифри што можат да стојат на местото на x во дадениот четирицифрен број така што тој да биде делив со 4: а) 14x2 б) 252x

4. Меѓу кои два броја се наоѓа бројот 4717, ако тие два броја се деливи со 4? Дали тие два броја се деливи со 8? Објасни го твојот одговор.

5. Запиши го табеларно множеството $M = \{x \mid x \in N \text{ и } 4 \mid (30-x)\}$.

***6.** Запиши два четирицифрени броја што се:

а) деливи со 4, 5 и 9

б) деливи со 8

в) деливи со 2, а не е делив со 4.

ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛИ. НАЈГОЛЕМ ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ

Воведна активност

Во една цвеќарница има 36 каранфили и 24 мимози.
а) Колку најмногу еднакви букети може да се направат од каранфилите и мимозите?
б) Колку вкупно цветови има во секој букет?
в) По колку каранфили и мимози има во секој букет?

Пример 1. Запиши ги заедничките делители на броевите 12 и 18.

$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Заеднички делители за 18 и 24 се: 1, 2, 3 и 6.

Бројот d е **заеднички делител** на природните броеви m и n ако тој е истовремено делител на m и n, односно $d \mid m$ и $d \mid n$.

1. Дадени се множествата на делители на броевите 15 и 30.

$D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$ и $D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

а) Одреди го множеството на заеднички делители на броевите 15 и 30.

б) Кој е најголемиот од заедничките делители на броевите 15 и 30?

Најмалиот заеднички делител на природните броеви е бројот 1.

Пример 2. Во примерот 1 заеднички делители на 18 и 24 се: 1, 2, 3 и 6. Кој е најголемиот од нив?

6 е најголемиот број од заедничките делители на 18 и 24.

Најголемиот број во множеството на заеднички делители на два или повеќе броја го викаме **најголем заеднички делител** на тие броеви и се означува **НЗД**.

За два природни броја m и n, најголемиот заеднички делител го означуваме со НЗД(m, n), за три броја m, n и k со НЗД(m, n, k) итн.

За да го одредиме најголемиот заеднички делител на два или повеќе броеви потребно броевите да ги разложиме на прости множители.

Пример 3. Одреди го најголемиот заеднички делител на броевите 30 и 45.

30	2
15	3
5	5
1	

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

45	3
15	3
5	5
1	

$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$

2 е делител на 30, но не е на 45.

3 како прост делител се појавува за 30 еднаш, а за 45 двапати, затоа го земаме еднаш. 5 е делител на 30 и на 45.

НЗД(30, 45) = $3 \cdot 5 = 15$.

Многу е пократко и попрактично ако разложувањето се врши истовремено со една вертикална линија.

30, 45	3	Првиот прост делител на 30 и 45.
10, 15	5	Вториот прост делител на 30 и 45.
2, 3	1	Броевите немаат заеднички делител поголем од 1 или различен од 1 и делењето завршува.
	$3 \cdot 5 = 15$	НЗД(30, 45) = 15.

2. Одреди го најголемиот заеднички делител на броевите:

а) 8 и 15 б) 60 и 150 в) 20, 15 и 35 г) 27, 36 и 54

3. Дадени се три отсечки: $a = 70$ cm, $b = 98$ cm и $c = 140$ cm.

а) Одреди ја најголемата отсечка што се содржи цел број пати во дадените отсечки.

б) Колку пати се содржи најголемата отсечка во секоја од отсечките?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди го најголемиот заеднички делител на броевите:

а) 5 и 7 б) 14, 9 и 35 в) 45, 60 и 75 г) 22, 33 и 66

2. Одреди НЗД (a, b), ако $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$.

3. Колку најмногу еднакви букети можат да се направат од 24 бели и 42 црвени каранфили, така што во секој букет да има еднаков број каранфили од иста боја.

4. Треба да се направат пакетчиња за деца така што во секое пакетче да има еднаков број моливи, тетратки и гуми. Колку најмногу еднакви пакетчиња можат да се направат од 500 моливи, 300 тетратки и 225 гуми?

***5.** Во една овошна градина треба да се насадат 45 стебла јаболка, 81 стебло праски и 63 стебла кајсии. Стеблата ќе се насадат во редови, така што во секој ред треба да има еднаков број стебла од секое овошје.

а) Колку најмногу стебла ќе има во секој ред?

б) По колку стебла од секое овошје ќе има во секој ред?

***6.** Две големи дрвени табли имаат должина од 20 m и 16 m. Овие две табли треба да се исечат на помали еднакви табли за да се направи дрвена ограда.

а) Одреди ја најголемата должина што треба да ја има помалата табла, така што нема да остане неискористен материјал.

б) Колку помали табли ќе се добијат од секое парче голема табла?

***7.** Во една слаткарница се направени 24 мафини со чоколаден прелив, 18 мафини со прелив од јагода и 12 мафини со прелив од портокал. Мафините треба да се спакуваат во кутии, така што во секоја кутија треба да има еднаков број мафини од секој вид.

а) Колку најмногу мафини ќе има во секоја кутија?

б) Колку ќе има кутии со мафини?

ЗАЕДНИЧКИ СОДРЖАТЕЛИ. НАЈМАЛ ЗАЕДНИЧКИ СОДРЖАТЕЛ

Воведна активност

Еден светилник засветува на секои четири минути, а едно ѕвонче заѕвонува на секои пет минути.
Ако светилникот светне и ѕвончето заѕвони во ист момент, за колку време повторно ќе се случи тоа?

Размисли кои броеви се содржатели на 4 и 5.

Пример 1. Запиши ги содржателите на броевите 6 и 12. Потоа определи ги нивните заеднички содржатели.

Множеството содржатели на 6 е:
$S_6 = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...\}$.

Множеството содржатели на 12 е:
$S_{12} = \{12, 24, 36, 48, ...\}$

Множеството на заеднички содржатели на 6 и 12 е: $\{12, 24, 36, 48, ...\}$.

Какви се множествата S_6 и S_{12}?

Множеството содржатели на секој природен број е бесконечно множество. Според тоа, и множеството на заеднички содржатели за два или повеќе природни броеви е бесконечно множество.

Бројот k е **заеднички содржател** на природните броеви m и n, ако тој истовремено е содржател и на бројот m и на бројот n, односно ако $m \mid k$ и $n \mid k$.

1. Кој е најмал заеднички содржател на броевите 6 и 12? Објасни го твојот одговор.

Најмалиот број од множеството на заеднички содржатели за два или повеќе природни броја се вика **најмал заеднички содржател** за тие броеви и се означува со **НЗС**.

Најмалиот заеднички содржател за броевите m и n го означуваме со НЗС(m, n), за броевите m, n, k со НЗС(m, n, k) итн.

За да го најдеме заедничкиот содржател за два или повеќе природни броеви, секој број го разложуваме на прости множители.

Пример 2. Одреди го најмалиот заеднички содржател на броевите 36 и 48.

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

Бројот 2 како прост множител за 36 се појавува двапати, а кај бројот 48 се јавува четири пати.
За да го пресметаме најмалиот заеднички содржател за 36 и 48, бројот 2 како прост множител го земаме четири пати.

Бројот 3 при разложување на 36 се појавува двапати како множител, а за 48 само еднаш. Тогаш, при пресметување на најмалиот заеднички содржател за 36 и 48, бројот 3 како прост множител ќе го земеме два пати.

Според тоа, НЗС(36, 48) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 144$.

2. Кој е најмалиот заеднички содржател за $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ и $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$? Објасни го твојот одговор.

Најмалиот заеднички содржател на два или повеќе природни броеви можеме да го одредиме и со заедничко разложување на броевите на вертикална линија.

Пример 3. Одреди го најмалиот заеднички содржател на броевите 8 и 24.

8, 24	2
4, 12	2
2, 6	2
1, 3	3
1, 1	

Делиме со најмалиот прост множител на барем еден од броевите.
Ако некој од броевите не е делив, тогаш го препишуваме.
Постапката продолжува додека за количник да се добијат само единици.
НЗС(8, 24) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$.

3. Одреди го најмалиот заеднички содржател за броевите:

а) 3, 4 и 6 б) 8, 4 и 6 в) 60 и 40 г) 16, 30 и 24 д) 20, 40 и 60.

4. Определи: а) НЗС (18, 13) б) НЗС (60, 15) в) НЗС (72, 12) г) НЗС (29, 40)

Објасни го твојот одговор.

Ако НЗД(m, n) = 1, тогаш НЗС(m, n) = $m \cdot n$

Ако $n \mid m$, тогаш НЗС(m, n) = m. Ако $m \mid n$, тогаш НЗС(m, n) = n.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди: а) НЗС(8, 10) б) НЗС(10, 12, 18) в) НЗС(50, 150) г) НЗС(120, 180, 360)

2. Одреди го НЗС(x, y), ако: $x = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ и $y = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$.

3. Дадени се три отсечки $a = 12$ cm, $b = 8$ cm и $c = 5$ cm. Колку е најмалата отсечка што ја содржи секоја од трите отсечки?

4. Телефонските столбови што се на растојание од 45 m, треба да се распоредат на растојание од 75 m. На кое растојание од почетниот столб е првиот столб што нема да се помести?

5. Должината на чекорот на таткото е 72 cm, а должината на синот е 54 cm. На колкав пат тие ќе направат цел број чекори?

***6.** Сенад замислил број. Ако тој број му се додаде на бројот 6 се добива број делив со 7. Ако бројот се додаде 7 се добива број делив со 8 и ако на бројот се додаде 8 се добива број делив со 9. Кој број го замисли Сенад?

***7.** Движењето на запченикот со 18 запци се пренесува на запчаник со 30 запци. Поколку завртувања двата запченика ќе дојдат до почетна положба?

***8.** Три семејства доаѓале на излет на исто место. Едното семејство доаѓало секоја трета недела, другото секоја петта недела, а третото семејство доаѓало секоја десетта недела. По колку недели трите семејства ќе се сретнат на истото место?

***9.** Одреди го најмалиот природен број што при делење со 2, 3 и 4 дава остаток 1, а е делив со 5.

***10.** Во една фабрика има три сирени што се огласуваат на 6, 12 и 20 минути, соодветно. Сирените истовремено се огласуваат во 8 часот наутро. Во колку часот тие повторно ќе се огласат истовремено?

СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ НА ПРАВИЛНИ ДРОПКИ СО ЕДНАКВИ ИМЕНИТЕЛИ

Воведна активност

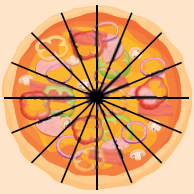
„Сите дропки што се еднакви со $\frac{1}{2}$, имаат именител што е парен број.“

Истражи дали ова тврдење е точно. Запиши ги своите согледувања.

Пример 1. Две сестри Гордана и Билјана јаделе пица.

Гордана изела $\frac{6}{16}$ од пицата.

Билјана изела $\frac{9}{16}$ од пицата.



а) Колкав дел од пицата изеле сестрите?

б) Колкав дел од пицата останал?

в) Која од нив изела повеќе од пицата и за колку?

а) За да пресметаме колкав дел од пицата изеле сестрите, треба да ги собереме дропките, кои претставуваат одредени броеви на еднакви делови.

Дел од пица што одговара на $\frac{6}{16}$, дел од пица што одговара на $\frac{9}{16}$ и дел од пица што одговара на $\frac{15}{16}$.

$$\frac{6}{16}+\frac{9}{16}=$$
$$=\frac{6+9}{16}$$
$$=\frac{15}{16}$$

Дропките претставуваат одреден број од еднакви делови.

Собираме дропки со еднакви именители.

При собирањето дропки со еднакви именители, за именител на збирот го земаме именителот на собироците, а броителите ги собираме.

Нивниот збир претставува одреден број на исти такви делови (шеснаесеттини).

Двете сестри изеле $\frac{15}{16}$ од пицата.

б) Колкав дел од пицата останал?

Пицата има $\frac{16}{16}$. За да одредиме колку останале од целата пица, од целата пица ги одземаме деловите што ги изеле сестрите.

$\frac{16}{16} - \frac{15}{16} =$

$= \frac{16-15}{16}$

$= \frac{1}{16}$

При одземањето дропки со еднакви именители, за именител на разликата го земаме именителот на намаленикот и намалителот, а броителите ги одземаме.

Разликата е дропка со исто такви делови (шеснаесеттини).

Од пицата останало уште $\frac{1}{16}$.

в) Која од нив изела повеќе од пицата и за колку?

Билјана изела повеќе од пицата, бидејќи $\frac{9}{16} > \frac{6}{16}$.

За да одредиме за колку повеќе изела, ќе пресметаме:

$\frac{9}{16} - \frac{6}{16} =$

$= \frac{9-6}{16}$

$= \frac{3}{16}$

Од поголемиот број делови го одземаме помалиот дел делови.

Билјана изела $\frac{3}{16}$ повеќе од Гордана.

Збир и разлика на две дропки $\frac{a}{c}$ и $\frac{b}{c}$ е:

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ и $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$, при услов $a > b$.

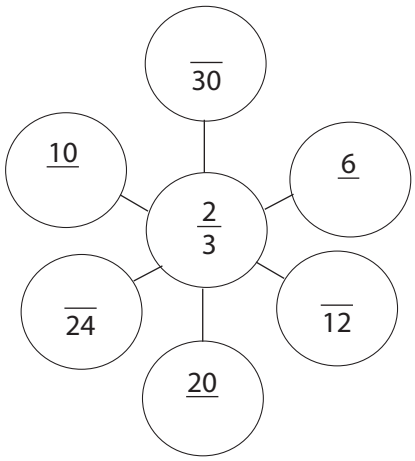
1. Пресметај ги дадените збирови. Ако се добиваат неправилни дропки добиениот резултат запиши го како мешан број.

а) $\frac{15}{34} + \frac{13}{34}$ б) $\frac{19}{28} + \frac{15}{28}$ в) $\frac{38}{51} + \frac{22}{51}$

2. Пресметај ги дадените разлики.

а) $\frac{4}{7} - \frac{3}{7}$ б) $\frac{97}{99} - \frac{67}{99}$ в) $\frac{128}{151} - \frac{73}{151}$

3. Дополни го следниов пајак-дијаграм со соодветните еднакви дропки.



Пример 2. Искористи го пајак-дијаграмот за да пресметаш $\frac{2}{3}+\frac{10}{15}$.

Од пајак-дијаграмот имаме $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

Заменуваме во $\frac{2}{3}+\frac{10}{15}=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$

Добиениот збир го запишуваме како мешан број.

Дропките немаат еднакви именители.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Пресметај ги збировите:

а) $\frac{7}{11}+\frac{1}{11}+\frac{2}{11}$ б) $\frac{18}{69}+\frac{23}{69}+\frac{5}{69}$ в) $\frac{17}{120}+\frac{53}{120}+\frac{20}{120}$

2. Пресметај ги разликите.

а) $\frac{69}{71}-\frac{52}{71}$ б) $\frac{108}{125}-\frac{13}{125}$ г) $\frac{252}{271}-\frac{89}{271}$

***3.** Пресметај.

а) $\frac{3}{4}+\frac{12}{16}$ б) $\frac{20}{30}+\frac{2}{3}$ в) $1-\frac{7}{19}$

4. Пресметај го x:

а) $\frac{2}{5}+x=\frac{3}{5}$ б) $1-x=\frac{1}{12}$ в) $x-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ г) $x-\frac{4}{7}=\frac{3}{7}$

5. На дропката $\frac{5}{15}$ додај го збирот на дропките $\frac{1}{15}$ и $\frac{3}{15}$.

СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ НЕПРАВИЛНИ ДРОПКИ

Воведна активност

Пресметај. Резултатите запиши ги како мешан број.

а) 227 : 4 б) 429 : 7 в) 525 : 9 г) 389 : 5

Пример 1. Кочо од пазар купил $\frac{4}{3}$ kg домати и $\frac{10}{3}$ kg краставици.

а) Колку вкупно зеленчук купил Кочо?

б) Од кој зеленчук купил повеќе и за колку?

а) За да пресметаме колку зеленчук купил Кочо треба да ги собереме дропките.

$\frac{4}{3}+\frac{10}{3}=$ Дропките имаат еднакви именители.

$=\frac{4+10}{3}$ Се постапува како при собирање правилни дропки со еднакви именители.

$=\frac{14}{3}$ Неправилната дропка ја запишуваме како мешан број.

$=4\frac{2}{3}$ kg Кочо купил $4\frac{2}{3}$ kg зеленчук.

Задачата може да ја решиме и на друг начин.

$\frac{4}{3}+\frac{10}{3}=$

$=1\frac{1}{3}+3\frac{1}{3}$ Неправилните дропки ги запишуваме како мешани броеви.

$=(1+\frac{1}{3})+(3+\frac{1}{3})$ Мешаните броеви ги запишуаваме како збир од целите и збир од деловите како правилна дропка.

$=(1+3)+(\frac{1}{3}+\frac{1}{3})$ Користиме асоцијативно својство, односно прегрупирање на собироците.

$=4+\frac{2}{3}=4\frac{2}{3}$

б) Кочо купил повеќе краставици, бидејќи $\frac{10}{3}>\frac{4}{3}$.

За одредиме за колку килограми повеќе ќе ја пресметаме разликата

I начин: $\frac{10}{3}-\frac{4}{3}=\frac{6}{3}=2$ kg.

II начин: $\frac{10}{3}-\frac{4}{3}=3\frac{1}{3}-1\frac{1}{3}=(3+\frac{1}{3})-(1+\frac{1}{3})=(3-1)+(\frac{1}{3}-\frac{1}{3})=2+0=2$ kg.

Кога собираш неправилни дропки можеш да ја користиш стратегијата што ти е полесна.

Пример 2. Пресметај $9\frac{4}{11} - 4\frac{7}{11}$.

$9\frac{4}{11} - 4\frac{7}{11} =$

$= (9 + \frac{4}{11}) - (4 + \frac{7}{11})$

$= (9 - 4) + (\frac{4}{11} - \frac{7}{11})$

$= 5 + (\frac{4}{11} - \frac{7}{11})$

$= 4 + (\frac{15}{11} - \frac{11}{11})$

$= 4 + \frac{4}{11}$

$= 4\frac{4}{11}$.

Мешаните броеви ги запишуваме како збир од целите и збир од деловите како правилна дропка.

$\frac{4}{11} < \frac{7}{11}$, одземањето не е можно во N_0.

Од 5 цели земаме едно цело. Едно цело има $\frac{11}{11}$.

$\frac{11}{11} + \frac{4}{11} = \frac{15}{11}$

Кога се собираат или се одземаат неправилни дропки со еднакви именители, тие се собираат како правилни дропки со еднакви именители или се запишуваат како мешани броеви и се собираат или одземаат целите и деловите како правилни дропки.

1. Собери ги дропките: а) $\frac{11}{5}$ и $\frac{17}{5}$ б) $11\frac{7}{11}$ и $8\frac{2}{11}$

2. Одземи ги дропките: а) $\frac{13}{6}$ и $\frac{5}{6}$ б) $\frac{17}{4}$ и $2\frac{1}{4}$

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Собери ги дропките: а) $1\frac{3}{8}$, $2\frac{1}{8}$ и $5\frac{3}{8}$ б) $\frac{21}{23}$, 5 и $6\frac{12}{23}$

2. Одземи ги дропките: а) 3 и $\frac{7}{9}$ б) $4\frac{2}{5}$ и $1\frac{4}{5}$

3. Пресметај го x:

а) $x + 6\frac{1}{3} = 8$ б) $x - 5\frac{7}{10} = 1\frac{4}{10}$ в) $39\frac{41}{56} - x = 14\frac{53}{56}$ г) $5\frac{6}{8} + x = 8\frac{7}{8}$

4. Одреди дали е точно тврдењето: $\frac{5}{8}$ од учениците од едно одделение редовно пишувале домашна работа по математика, а $\frac{4}{8}$ не пишувале. Објасни го одговорот.

***5.** За колку дропката $\frac{50}{60}$ е поголема од збирот на дропките $\frac{15}{90}$ и $\frac{27}{90}$?

6. Во едно училиште $\frac{5}{16}$ од учениците играат кошарка, $\frac{4}{16}$ фудбал, $\frac{3}{16}$ играат ракомет. Преостанатите ученици не спортуваат. Нема ученици што играат два или повеќе спорта. Колкав дел од учениците спортуваат, а колкав дел не спортуваат?

7. Во една вреќа имало $\frac{81}{4}$ килограми ореви, а во друга $\frac{23}{4}$ килограми помалку ореви отколку во првата. Колку килограми ореви имало во двете вреќи?

***8.** Две страни на еден триаголник се долги $\frac{384}{120}$ cm и $4\frac{90}{120}$ cm. Пресметај ја третата страна на триаголникот, ако неговиот периметар е 12 cm.

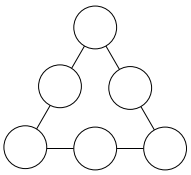
***9.** Растојанието меѓу градот M и градот N е 173 km. Двата автомобила тргнуваат истовремено од два града и се движат еден кон друг. Првиот автомобил за еден час поминал $72\frac{3}{4}$ km, а вториот автомобил за истото време поминал $65\frac{1}{4}$ km. Колкаво ќе биде растојанието помеѓу нив по еден час возење?

ПАРОВИ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ СО ДВЕ ДЕЦИМАЛИ ЧИЈ ЗБИР Е 1 И ПАРОВИ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ СО ЕДНА ДЕЦИМАЛА ЧИЈ ЗБИР Е 10

Воведна активност

Прецртај ја шемата.

Распореди ги броевите 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,6 и 0,7 во круговите така што збирот на броевите на секоја страна на триаголникот да биде 1.



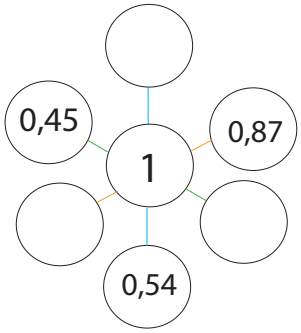
Пример 1. Одреди го збирот на децималните броеви 0,25 и 0,75.

Секој од децималните броеви ќе го запишеме како децимална дропка

$0{,}25 + 0{,}75 = \frac{25}{100} + \frac{75}{100}$ Собираме дропки со еднакви именители.

$= \frac{100}{100} = 1$

1. Прецртај го и дополни го пајак-дијаграмот со соодветните децимални броеви чии збир е 1.



Пример 2. Пресметај го збирот на децималните броеви 3,4 и 6,6.

I начин:

3,4 + 6,6 =

$= 3\frac{4}{10} + 6\frac{6}{10}$ Децималните броеви ги запишуваме како децимална дропка.

$= (3 + 6) + (\frac{4}{10} + \frac{6}{10})$ Користиме асоцијативно ствојство на собирање.

= 9 + 1 = 10

II начин:

3,4 + 6,6 =

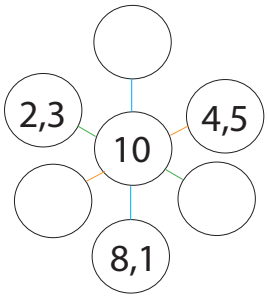
= 3 + 0,4 + 6 + 0,6

= (3 + 6) + (0,4 + 0,6) Користиме асоцијативно својство на собирање.

= 9 + 1 0,4 + 0,6 = 1,0 = 1.

= 10

2. Прецртај го и дополни го пајак-дијаграмот со соодветните децимални броеви чиј збир е 10.



3. Кристина има две парчиња од конец. Едното парче е долго 7,7 m, а другото е долго 2,3 m. Која е вкупната должина на конецот?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди ги броевите што недостигаат.

а) 0,7 + ? = 1 б) 0,6 + ? = 1 в) 1 – ? = 0,3

2. Одреди ги броевите што недостигаат.

а) 0,35 + ? = 1 б) 0,51 + ? = 1 в) ? + 0,77= 1

3. Одреди ги броевите што недостигаат.

а) 5,3 + ? = 10 б) ? + 0,7 = 10 в) 7,4 + ? = 10

4. а) Одреди три децимални броја чијшто збир е 1. _,_ + _,_ + _,_ = 1

б) Одреди три децимални броја чијшто збир е 10. _,_ + _,_ + _,_ = 10

5. Марија имала лента долга 6,5 m. Уште колку метри лента ù требаат на Марија за да има 10 m лента?

***6.** Ако еден број се зголеми за збирот на броевите 2,4 и 3,2 се добива 10. Кој е тој број?

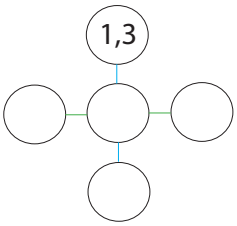
***7.** Збирот на броевите 0,22 и 0,78, зголеми го за збирот на броевите 3,2 и 6,8. Кој број го доби?

СОБИРАЊЕ НА ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ СО ЕДНАКОВ БРОЈ ДЕЦИМАЛНИ МЕСТА

Воведна активност

Прецртај го дадениот дијаграм.

Запиши ги броевите 3,4; 5,3; 2,3 и 4,3 во круговите така што збирот по вертикала и хоризонтала да биде 10.



Пример 1. Пресметај: а) 4,3 + 2, 2 б) 16,45 + 3,53

а) $4{,}3 + 2{,}2 = 4\frac{3}{10} + 2\frac{2}{10} = \frac{43}{10} + \frac{22}{10} = \frac{65}{10} = 6\frac{5}{10} = 6{,}5$

б) $16{,}45 + 3{,}53 = 16\frac{45}{100} + 3\frac{53}{100} = \frac{1645}{100} + \frac{353}{100} = \frac{1645 + 353}{100} = \frac{1998}{100} = 19\frac{98}{100} = 19{,}98$

Собирањето на децималните броеви можеме да го направиме на сличен начин како и собирање на природните броеви.

$$\begin{array}{r} 4{,}3 \\ +\ 2{,}2 \\ \hline 6{,}5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16{,}45 \\ +\ 3{,}53 \\ \hline 19{,}98 \end{array}$$

Како и кај природните броеви, и овде при запишувањето треба да се внимава на позициите на цифрите во броевите.
Стотинките да се запишуваат под стотинки, десетинките се запишуваат под десетинки, единици под единици, десетки под десетки итн.

1. Пресметај: а) 5,42 + 0,56 б) 24,36 + 4, 43

Пример 2. Провери ја точноста на равенствата: а) $\frac{10}{10}=1$ б) $\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

Дропките ги кратиме со 10.

а) $\frac{10}{10}=\frac{10:10}{10:10}=\frac{1}{1}=1$ десет десеттинки = 1 единица

б) $\frac{10}{100}=\frac{10:10}{100:10}=\frac{1}{10}$ десет стотинки = 1 десетинка

Пример 3. Користејќи го примерот 2, пресметај: а) 21,8 + 7,5 б) 2,25 + 5,76

а)

$$\begin{array}{r} 21{,}8 \\ +\ \ 7{,}5 \\ \hline 29{,}3 \end{array}$$

збир на цифрите на десетинки
8 + 5 = 13 десеттинки
= 1 единица + 3 десетинки

збир на цифрите на единици
1 + 7 + 1 = 9 единици

б)

$$\begin{array}{r} 2{,}25 \\ +\ \ 5{,}76 \\ \hline 8{,}01 \end{array}$$

збир на цифрите на стотинки
5 + 6 = 11 стотинки
= 1 десетинка + 1 стотинка

збир на цифрите на единици
2 + 5 + 1 = 8

збир на цифрите на десеттинки
2 + 7 + 1 = 10 десеттинки
= 1 единица + 0 десеттинки

2. Пресметај:

а) 4,3 + 9,8 б) 34,9 + 17,8 в) 12,34 + 7,85 г) 546,7 + 239,9

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Определи го збирот на три броја, ако првиот е 14,8, вториот е за 3,3 поголем од првиот, а третиот е за 4,4 поголем од првиот.

2. Еден атлетичар, при подготовки за натпреварување, првиот ден истрчал 17,34 km, а вториот ден 2,32 km повеќе од првиот ден. Колку истрчал атлетичарот вториот ден, а колку вкупно за двата дена?

3. Бојан фатил три риби: крап, сом и клен. Кленот има маса 8,14 kg. Крапот бил потежок од кленот за 1,13 kg. Сомот бил најголем и имал маса 4,75 kg повеќе од крапот. Колку килограми риба фатил Бојан?

4. Пресметај го периметарот на триаголник со страни: a = 15,09 cm, b =18,13 cm и c = 17,27 cm.

***5.** Од една славина за 30 секунди истекле 25,6 литри вода, а од друга славина за исто време 7,5 литри повеќе. Од трета славина за 30 секунди истекло 1,2 литри повеќе отколку од првата и втората славина заедно. Колку вкупно вода истекло од трите славини за 30 секунди?

ОДЗЕМАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ СО ЕДНАКОВ БРОЈ ДЕЦИМАЛНИ МЕСТА

Воведна активност

Пресметај.

а) Која е разликата броевите 1 и 0,4? б) Бројот 0,9 одземи го од 1?

в) Бројот 5,6 одземи го од 10.

Пример 1. Пресметај: а) 4,3 – 2,2 б) 16,59 – 3,35

а) $4{,}3 - 2{,}2 = 4\frac{3}{10} - 2\frac{2}{10} = \frac{43}{10} - \frac{22}{10} = \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10} = 2{,}1$

б) $16{,}59 - 3{,}35 = 16\frac{45}{100} - 3\frac{35}{100} = \frac{1645}{100} - \frac{353}{100} = \frac{1645 - 353}{100} = \frac{1314}{100} = 13\frac{14}{100} = 13{,}14$

Одземањето на децималните броеви можеме да го направиме на сличен начин како одземањето на природните броеви.

$$\begin{array}{r} 4{,}3 \\ -\ 2{,}2 \\ \hline 2{,}1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16{,}59 \\ -\ 3{,}45 \\ \hline 13{,}14 \end{array}$$

Како и кај природните броеви, и овде при запишувањето треба да се внимава на позициите на цифрите во броевите.
Стотинките да се запишуваат под стотинки, десетинките се запишуваат под десетинки, единици под единици, десетки под десетки итн.

1. Пресметај: а) 5,57 – 0,32 б) 24,96 – 4,43

Пример 2. Користејќи го примерот 1, пресметај: а) 29,8 – 7,5 б) 39,25 – 5,76

а)

$$\begin{array}{r} 8 \\ 2\cancel{9},4 \\ -\quad 7,5 \\ \hline 21,9 \end{array}$$

од 4 десеттинки не може да се одземат 5 десеттинки.
9 единици = 8 единици + 10 десеттинки
14 – 5 = 9 десеттинки

разлика на цифрите на единици
8 – 7 = 1 единица

б)

$$\begin{array}{r} 8\,1 \\ 3\cancel{9},\cancel{2}5 \\ -\quad 5,76 \\ \hline 33,49 \end{array}$$

од 5 стотинки не може да се одземат 6 стотинки.
2 десеттинки = 1 десеттинки + 10 стотинки
15 – 6 = 9 стотинки

разлика на цифрите на единици
8 – 5 = 3 единици

од 1 десеттинки не може да се одземат 7 десеттинки.
9 единици = 8 единици + 10 десеттинки
11 – 7 = 4

2. Пресметај:

а) 9,8 – 4,3 б) 34,9 – 17,8 в) 12,34 – 7,85 г) 546,7 – 239,9

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во рибарницата првиот ден се продало 152,5 kg риба, а секој следен ден се продавало 23,8 kg помалку отколку претходниот ден. Колку риба е продадено по три дена?

2. Збирот на три броја е 14539,67. Првиот собирок е 3284, а вториот е 5811,12. Пресметај го третиот собирок.

3. Пресметај ја страната *c* на разностраниот триаголник, ако:

а) $a = 15{,}09$ cm, $b = 18{,}13$ cm, L = 49,76 cm

б) $a = 3{,}05$ cm, $b = 4{,}15$ cm, L = 12,95 cm

4. Патник носел 16840 денари. За ноќевање платил 2347,5 денари, за храна 1450 денари и за превоз 3638,5 денари. Колку пари му останале на патникот?

***5.** Во една вреќа имало 26,48 kg костени. Во втората вреќа имало 9,54 kg костени повеќе од првата вреќа. Во третата вреќа имало 2,54 kg костени помалку отколку во првата и во втората вреќа заедно. Колку килограми костени имало во трите вреќи?

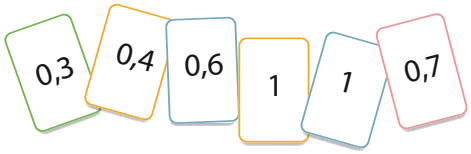
СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ ОД КОЈ ЕДНИОТ Е БЛИСКУ ДО ЦЕЛ БРОЈ

Воведна активност

Дадени се шест картички со броеви:

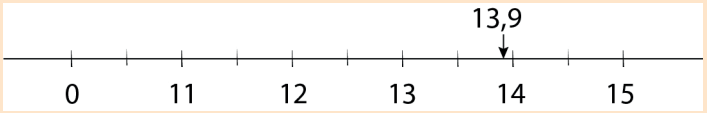
Секоја од картичките употреби ја само еднаш за да ги пополниш следниве две равенства:

? + ? = ? ? + ? = ?



Пример 1. Колку е збирот на броевите 13,9 и 6,4?

13,9 + 6,4 = ?
Од бројната оска можеме да видиме дека 13,9 е блиску до целиот број 14.



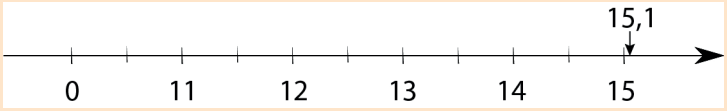
Ако за 13,9 го земеме 14 како најблизок цел број, тогаш бројот 13,9 сме го зголемиле за една десетина, односно за 0,1.

13,9 + 6,4 =
= 14 + 6,4 – 0,1
= 20,4 – 0,1
= 20,3

Треба да одземеме 0,1 за да не се промени збирот, бидејќи едниот собирок го зголемивме за 0,1.

Пример 2. Пресметај ја разликата на броевите 15,1 – 6,6.

15,1 – 6,6 = ?
Од бројната оска можеме да видиме дека 15,1 е блиску до целиот број 15.



Ако за бројот 15,1 го земеме 15 како најблизок цел број, тогаш бројот 15,1 сме го намалиле за една десеттина, односно за 0,1.

15,1 – 6,6 =
= 15 – 6,6 + 0,1
= 8,4 + 0,1
= 8,5

Треба да додадеме 0,1 за да не се промени разликата, бидејќи намаленикот го намаливме за 0,1.

1. Процени, а потоа пресметај писмено.

а) 45,9 + 12,6 б) 34,7 + 25,9 в) 82,1 + 18,7

г) 79,9 + 20,4 д) 32,8 + 17,1

2. Процени, а потоа пресметај со пишување.

а) 67,9 – 4,7 б) 96,1 – 30,7 в) 54,9 – 23,8

г) 75,7 – 15,1 д) 107,6 – 16,9

3. Петар купил две вреќи со компири. Едната имала маса 14,9 kg, а другата 21,4 kg. Колкава била вкупната маса на двете вреќи?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Бројот 548,9 зголеми го за 38,4.

2. На бројот 25,07 додади го збирот на броевите 9,1 и 0,5.

3. Од збирот на броевите 3,9 и 12,2 одземи го бројот 14,1.

4. Збирот на броевите 4,9 и 5,1 намали го за збирот на броевите 2,6 и 3,4.

5. Разликата на броевите 9,9 и 2,7 зголеми ја за разликата на броевите 4,1 и 2,5.

***6.** Во една кутија имало 39,9 kg шеќер. Уште колку килограми шеќер треба да се стават во кутијата за да има 65,5 kg шеќер? Процени, а потоа пресметај со пишување.

***7.** На роденденската забава на Стефан се потрошиле 31,1 l овошен сок. Останале уште 9,5 l овошен сок. Колку литри овошен сок имал купено Стефан пред забавата? Прво процени, а потоа пресметај со пишување.

СОБИРАЊЕ И ОДЗЕМАЊЕ НА ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ СО РАЗЛИЧЕН БРОЈ ДЕЦИМАЛНИ МЕСТА

Воведна активност

а) Дропката $\frac{7}{10}$ прошири ја со 10, а потоа со 100. Добиените дропки и дропката $\frac{7}{10}$ запиши ги како децимални броеви. Што забележуваш?

б) Дропката $\frac{300}{1000}$ скрати ја со 10, а потоа со 100. Добиените дропки и дропката $\frac{300}{1000}$ запиши ги како децимални броеви. Што забележуваш?

Децималниот број не се менува ако на неговата десна страна се допишат нули.

Децималниот број не се менува ако од неговата десна страна се изоставаат нулите после кои нема ненулти цифри.

Пример 1. Бројот 9 запиши го како дропка со именител 1, а потоа запишаната дропка прошири ја со 10 и 100. Добиените дропки запиши ги како децимални броеви.

$9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{90}{10} = 9{,}0$ $\qquad$ $9 = \frac{9}{1} = \frac{9 \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{900}{100} = 9{,}00$

Можеме да запишеме дека 9 = 9,0 = 9,00

1. Броевите: 8; 400; 0,7 и 19,3 запиши ги со две децимални места.

Секој природен број може да се запише како децимален број што содржи 0 десеттинки, 0 стотинки, ...

2 Броевите 16; 67000 и 12,800 запиши ги со две децимални места.

Пример 2. Пресметај: а) 243,5 + 289,37 б) 465,38 – 354,6

а) 243,5 + 289,37 =
= 243,50 + 289,35
= 532,85

Допишуваме нула на првиот собирок за да имаат еднаков број децимални места, а потоа ги собираме како броеви со еднаков број децимални места.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11} \\ 243{,}50 \\ +\ 289{,}37 \\ \hline 532{,}87 \end{array}$$

2 стотки + 2 стотки + 1 стотка = 5 стотки

0 стотинки + 7 стотинки = 7 стотинки.

4 десетки + 8 десетки + 1 десетка = 1 стотка + 3 десетки

3 единици + 9 единици = 1 десетка и 2 единици

5 десеттинки + 3 десеттинки = 8 десеттинки

б) 465,38 – 354,6 =
= 465,38 – 354,60
= 110,78

Допишуваме нула на намалителот за да бидат со еднаков број децимални места, а потоа ги одземаме како броеви со еднаков број децимални места.

4

465,38
– 354,60
110,78

4 стотки – 3 стотки = 1 стотка

8 стотинки – 0 стотинки = 8 стотинки

6 десетки – 5 десетки = 1 десетка

4 единици – 4 единици = 0 единици

од 3 десеттинки не може да се одземат 6 десетинки

5 единици = 4 единици + 10 десеттинки

13 – 6 = 7 десеттинки

3. Пресметај:

а) 48,3 – 13,59 б) 52,17 + 23,9 в) 1892,7 + 457,47 г) 4789,9 – 478,85

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Пресметај:

а) (3,44 + 0,6) – 1,3 б) (32,52 – 15,75) + 9,2

в) 287,75 – (78,45 + 4,9) г) 28,28 – (7,43 – 3,7)

***2.** Пресметај:

а) $2{,}53 - \frac{8}{10}$ б) $\frac{1327}{100} - 4{,}8$ в) $45{,}7 - (17 + \frac{3}{4})$ г) $9 + \frac{27}{45} - 3{,}25$

3. Реши ги равенките:

а) x – 27,4 = 9,63 б) 0,27 + x = 0,4 в) 67,5 – x = 39,38 г) 9,75 – x = 2,8

4. Панделка од 6,75 m е поделена на два дела. Едниот дел е 2,8 m.

а) Пресметај ја должината на другиот дел од панделката.

б) За колку метри едниот дел е пократок од другиот?

***5.** Еден ѕидар успеал да изѕида ѕид за три дена. Првиот ден изѕидал 3,2 m. Вториот ден изѕидал 199 cm повеќе отколку првиот ден, а третиот ден 15 dm повеќе отколку вториот ден. Колку метри бил долг ѕидот?

6. Во една продавница донесле патека со должина од 35,8 m. После два дена во продавницата останало од патеката 13,95 m. Колку метри патека се продале?

7. Од едно парче платно се продале 4,45 m, а потоа уште 4,58 m и останало 11,2 m. Колку метри било платното?

МНОЖЕЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ СО ПРИРОДЕН БРОЈ

Воведна активност

Марија замислила некој децимален број.

Кој е бројот што би можела да го замисли Марија ако се знае дека цифрите со кои може да се запише ги исполнуваат следните услови?

Цифрата на стотинки е за четири поголема од цифрата на десеттинки. Збирот на цифрите на десеттинки и стотинки е 10. Збирот на цифрите на единици, десетки и стотки е 3. Сите цифри на бројот се различни меѓу себе.

Пример 1. Помножи ги броевите: а) 3,46 и 10 б) 2,46 и 100

а) Знаејќи ја вредноста на секоја цифра во децималниот број, ќе запишеме:

3,46 · 10 =
= (3 единици + 4 десеттинки + 6 стотинки) · 10
= 30 единици + 40 десеттинки + 60 стотинки
= 3 десетки + 4 единици + 6 десеттинки = 34,6

Користиме дистрибутивно својство на множење во однос на собирање.

Значи, 3,46 · 10 = 34,6

б) 2,46 · 100 =
= (2 единици + 4 десеттинки + 6 стотинки) · 100
= 200 единици + 400 десеттинки + 600 стотинки
= 2 стотки + 4 десетки + 6 единици = 246,00

Користиме дистрибутивно својство на множење во однос на собирање.

Значи, 2,46 · 100 = 246,00 = 246

Што се случува со запирката кога еден децимален број се помножи со 10 и со 100?

Резултатот од множењето на децимален број со десетична единица се добива со поместување на децималната запирка на децималниот број надесно за онолку места колку што има нули десетичната единица.

1. Пресметај:

а) 54,78 · 10 б) 0,189 · 100 в) 6,7 · 10 г) 18,75 · 100

Пример 2. Во три вреќи имало по 1,7 kg сливи. Колку вкупно имало сливи?

1,7 · 3 =
= (1 единица + 7 десеттинки) · 3
= 3 единици + 21 десеттинки
= 3 единици + 2 единици + 1 десеттинки
= 5 единици + 1 десеттинки
= 5,1 kg сливи.

Користиме дистрибутивно својство. на множење во однос на собирање.

Во три вреќи имало 5,1 kg сливи.

2. Обиди се да го објасниш решението на задачата во примерот 2 преку множењето 17 · 3 = 51.

Пример 3. Колку е 5,45 · 5?

5,45 · 5 =
= (5 единици + 4 десеттинки + 5 стотинки) · 5
= 25 единици + 20 десеттинки + 25 стотинки
=2 десетки + 5 единици + 2 единици + 2 десеТТинки + 5стотинки =
= 2 десетки + 7 единици + 2 десеттинки + 5 стотинки
= 27,25

Користиме дистрибутивно својство на множење во однос на собирање.

Децимален број се множи со природен број исто како што се множат два природни броја, а во производот се издвојуваат оддесно налево онолку децимални места колку што има децималниот број.

3. Пресметај:

а) 17,4 · 9 б) 3,54 · 4 в) 5,12 · 13 г) 14,7 · 16

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Пресметај:

а) 4,9 · 10 б) 347,82 · 10 в) 7,1 · 100 г) 35,44 ·100

2. Колку милиметри се: а) 100,05 cm б) 42,55 dm

3. Пресметај

а) 5,38 · 24 б) 0,83 · 7 в) 3,9 · 62 г) 6,34 · 20 д) 16,8 · 46

***4.** Збирот на броевите 8,7 и 1,1 помножи го со нивната разлика.

***5.** Ако еден литар масло за јадење во продавница чини 95,5 денари, колку денари се потребни за да се купи кутија со 16 шишиња од 1 литар?

6. Во 14 вреќи имало по 6,4 kg компири. Се продале 35,95 kg компири. Колку килограми компири останало?

7. Во магацинот на една пекара имало на 12 полици и на секоја по 15 кеси со брашно од 1,35 kg. За еден ден се потрошиле 28,78 kg брашно. Колку килограми брашно имало во магацинот? Колку килограми брашно останало во магацинот?

МНОЖЕЊЕ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ СО ЕДНО ДЕЦИМАЛНО МЕСТО

Воведна активност

Реши ги следниве задачи напамет најбрзо што можеш.

а) $0{,}7 \cdot 9 = ?$ б) $0{,}7 \cdot 8 = ?$ в) $0{,}7 \cdot 5 = ?$

г) $0{,}2 \cdot ? = 1{,}8$ д) $? \cdot 9 = 5{,}4$ ѓ) $? \cdot 6 = 4{,}2$

Пример 1. Пресметај ја плоштината на правоаголник со страни $a = 3{,}2$ dm и $b = 1{,}9$ dm.

$P = a \cdot b$

$= 3{,}2\ \text{dm} \cdot 1{,}9\ \text{dm}$ Ги заменуваме вредностите за должината на страните.

$= 32\ \text{cm} \cdot 19\ \text{cm}$ 3,2 dm = 32 cm, 1,9 dm = 19 cm

$= 608\ \text{cm}^2$ Множиме природни броеви.

$= 6{,}08\ \text{dm}^2$ $1\ \text{cm}^2 = \frac{1}{100}\ \text{dm}^2 = 0{,}01\ \text{dm}^2$

Добивме $3{,}2\ \text{dm} \cdot 1{,}9\ \text{dm} = 6{,}08\ \text{dm}^2$

Два децимални броја ги множиме на следниот начин: ги множиме броевите без децимална запирка, како природни броеви, а потоа во добиениот производ издвојуваме оддесно налево онолку децимали колку што имаат заедно дадените децимални броеви.

1. Пресметај: а) $32{,}4 \cdot 1{,}7$ б) $0{,}3 \cdot 2{,}4$ в) $0{,}7 \cdot 0{,}7$ г) $1{,}6 \cdot 4{,}8$

2. Помножи ги броевите:

а) $14{,}6 \cdot 3{,}8$ б) $56{,}9 \cdot 7{,}9$ в) $8{,}7 \cdot 0{,}8$ г) $6{,}8 \cdot 3{,}7$

3. Пресметај ја плоштината на правоаголник со страни 3,5 cm и 2,9 cm.

***4.** Помножи ги броевите 432 и 13, а потоа врз основа на резултатот напиши ги без множење следните производи:

а) 432 · 1,3 б) 43,2 · 1,3 в) 4,32 · 130

5. Пресметај ги вредностите на бројните изрази:

а) (80 – 35,4) · 0,7 б) (25 – 9,5) · (0,6 + 1,8) в) 3,1 (28,9 – 2,71 · 10)

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Збирот на броевите 8,8 и 9,7 помножи го со бројот 0,4.

2. Збирот на броевите 38,75 и 1,15 помножи го со нивната разлика.

3. Колку е збирот на бројот 2,47 со број десет пати поголем од него.

4. Пресметај го бројниот израз:

а) (9,5 – 2,1 – 7,3) · (2,2 +4,6) б) (200 – 195,4) · 10 + (0,06 + 0,24) · 50

в) (13,8 – 1,16 · 10) · 0,7 + (0,1 + 0,4) · 0,9

***5.** Одреди го x:

а) 0,23 · 20 +x = 9,8 б) 33 · 0,02 – x = 0,49 в) x – 9,8 · 0,4 = 7,29

***6.** Камион превезувал 328 тули од 1,9 kg, 247 ќерамиди од 2,2 kg и 22 железни цевки, секоја со маса по 19,4 kg. Колку килограми маса има товарот на камионот?

***7.** Од еден килограм брашно може да се испече 1,2 kg леб. Во фурната имало 11 вреќи, а секоја тежела по 45,7 kg. Колку леб може да се испече од целото брашно?

ДЕЛЕЊЕ НА ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ СО ЕДНА И ДВЕ ДЕЦИМАЛИ СО ЕДНОЦИФРЕН БРОЈ

Воведна активност

Препиши ги и дополни ги равенствата со броевите што недостигаат.

а) ? ·10 = 130 б) ? : 100 = 25 в) 250 : 10 = ? г) 2,34 ·10 = ?
д) 23,4 : 10=? ѓ) 1,5 m = ? dm е) 2,5 cm = ?dm ж) 5 dm =? m
з) 15 cm = ? m

Пример 1. Бројот 62,5 подели го со 5.

Знаејќи ја вредноста на секоја цифра во децималниот број 62,5 , можеме да го запишеме како збир од десетки, единици и десеттинки:

62,5 : 5 = (6 десетки + 2 единици + 5 десеттинки) : 5

= (60 единици + 2 единици + 5 десеттинки) : 5

= (60 единици + 20 десеттинки + 5 десеттинки) : 5

= (60 единици + 25 десеттинки) : 5

= (60 единици : 5) + (25 десеттинки : 5)

= 12 единици + 5 десеттинки

= 12,5

Користиме дистрибутивно својство на делењето во однос на собирањето.

$$\begin{array}{rl} 62{,}5 & : 5 = 12{,}5 \\ -\ 5 & \\ \hline 12 & \\ -\ 10 & \\ \hline 25 & \\ -\ 25 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Броевите 62,5 и 5 ги делиме како природен со природен број, а децималната запирка ја пишуваме во количникот кога ја спуштаме првата децимална цифра 5.

25 десеттинки поделено на 5 е 5 десеттинки и ги запишуваме зад децималната запирка.

1. Подели ги броевите:

а) 20,6 и 2 б) 17,28 и 6 в) 32,8 и 4 г) 9,92 и 8

Пример 2. Подели ги броевите 128 и 5.

$$\begin{array}{rl} 128 & : 5 = 25{,}6 \\ -\ 10 & \\ \hline 28 & \\ -\ 25 & \\ \hline 30 & \\ -\ 30 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Остаток при делењето се 3 единици.

До остатокот допишуваме 0, а во количникот запишуваме запирка, бидејќи делиме десеттинки.

Сега можеме да го продолжиме делењето.

3 единици = 30 десеттинки.

Резултатот од делењето можеме да го запишеме како мешан број или како децимален број.

$128 : 5 = 25\frac{3}{5}$ $128 : 5 = 25{,}6$

2. Пресметај.

а) 19 : 2 б) 47 : 5 в) 134 : 4 г) 375 : 6

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Пресметај: а) 56,4 : 4 б) 84,56 : 7 в) 42,6 : 6 г) 236,55 : 5 д) 1794,15 : 3

2. Еден мотоциклист за 4 часа поминал 161,2 km. Колкав пат поминал за еден час?

3. Плоштината на еден правоаголник е 65,4 dm2. Колку е должината на правоаголникот ако неговата ширина е 3 dm.

***4.** Прво процени, а потоа со пишување провери ја твојата проценка. Магдалена правела сок од кајсии и сакала да го распореди во шишиња од 0,5 литри. Колку шишиња се потребни, ако вкупното количество сок што требало да подготви е 15,4 литри.

5. Симе замислил еден број. Кога го помножил со 5 добил 27,5. Кој број го замислил Симе?

***6.** Прво процени, а потоа со пишување провери ја твојата проценка. За колку време еден пешак ќе помине пат од 17,2 km, ако оддалеченоста од 2 km ја поминува за 1 час?

***7.** Пресметај ги бројните изрази:

а) 2,4 : 6 + 1,5 · 2,5 б) (15,7 + 30,2) : 3 – 4,35

в) (247,8 – 15,3) : 5 + 56,75 г) (87,9 – 25,5) : 2 : 3

8. Реши ги равенките.

а) 892,5 : x = 5 б) x · 7 = 49,7 в) 8 · x = 35,2

ЗАДАЧИ ЗА САМООЦЕНУВАЊЕ

Реши ги задачите. Потоа, самооцени се според дадената чек листа.

1. Пресметај 3015,45 : 3.

2. Одреди ги броевите што треба да стојат наместо прашалниците за да биде точно равенството. (256 – 564) : ? = 256 : ? – ? : 4

3. Одреди ја вредноста на бројниот израз 125 : 5 + (275 – 25 · 4).

4. Одреди ја вредноста на x, ако 10 · x – 5 = 325.

***5.** Тино изел $\frac{1}{2}$ од една торта, а Јане изел $\frac{1}{4}$ од истата торта. Колкав дел од тортата изеле двајцата заедно?

а) $\frac{2}{6}$ б) $\frac{2}{4}$ в) $\frac{3}{4}$ г) $\frac{1}{4}$

6. Кој број е 10 пати поголем од бројот 0,64?

а) 6,4 б) 5,4 в) 9,37 г) 10,64

7. Кој производ е најблиску до производот 90 · 22?

а) 50 · 20 в) 50 · 25 в) 100 · 20 г) 100 · 25

8. Бројот 3987 е делив со:

а) 2 б) 5 в) 9 г) 4

9. Симон замислил еден број. Бројот го помножил со 15, го собрал со збирот на броевите 235 и 456 и добил 1012,6. Кој број го замислил Симон?

10. Во една машина за боење има 35 литри боја. Секој час машината троши 2,5 литри боја. Машината ја завршила работата за 6,5 часа. Колку боја останало во машината?

11. Вера купила $3\frac{1}{2}$ kg вишни по цена 105,5 денари за 1 kg и $7\frac{2}{4}$ kg компири по цена 57,5 денари за 1 kg. Колку денари платила Вера?

12. Колку најмногу еднакви новогодишни пакетчиња можат да се направат од 126 чоколада, 165 пакетчиња бонбони и 294 балони, но притоа сите чоколади, пакетчиња бонбони и балони да бидат искористени. По колку чоколади, пакетчиња бонбони и балони има во секој новогодишен пакет?

Чек – листа за самооценување според стандардите за оценување

Јас можам да:	☺	😐	☹
собирам и одземам броеви до 1000000 (или над 1000000).			
множам и делам броеви до 1000000 со едноцифрен или двоцифрен број.			
ги применувам својствата (комутативно, асоцијативно и дистрибутивно) што се однесуваат на операциите собирање, одземање, множење и делење.			
решавам равенки со користење на операции во N_0 и да ги применувам нивните својства.			
пресметувам вредност на броен израз во N_0 со загради и без загради.			
применувам признаците за деливост со 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 во решавање на задачи.			
користам НЗД и НЗС за решавање на проблеми.			
решавам проблем со собирање и одземање на дропки со еднакви именители.			
собирам и одземам броеви со еднаков или различен број на децимални места.			
множам децимални броеви со едно децимално место.			
делам децимален број со две децимални места со едноцифрен број.			
проценувам вредност на збир, разлика, производ или количник.			

Задача за 5+

Еден бисерен ѓердан има 33 бисери. Бисерите се наредени на следниот начин: Најголемиот бисер треба да биде во средина. Почнувајќи од едниот крај, секој последователен бисер вреди 100 денари повеќе од претходниот (до средниот). Но, почнувајќи од другиот крај, секој бисер вреди 150 денари повеќе од претходниот, па сè до големиот бисер. Првите бисери и на едниот и на другиот крај чинат подеднакво, а големиот бисер 15000 денари. Ако цената на целиот ѓердан изнесува 80000 денари, колку денари чини првиот бисер на било кој крај на ѓерданот? Објасни го одговорот.

Со учење на оваа тема ќе се оспособиш да:

1. ги користиш мерните единици за должина, маса и зафатнина за решавање на реални проблемски ситуации;
2. решаваш проблеми со временски интервали;
3. решаваш проблеми со користење на курсна листа;
4. решаваш проблеми од секојдневен контекст со пресметување плоштина.

ДОЛЖИНА. МЕРКИ ЗА ДОЛЖИНА

Воведна активност

Николина треба да постави декоративна лента околу целата соба за една забава. Должината на собата е 3 m, а ширината е 4 m. Таа има повеќе парчиња од лентата за декорација со должина од 70 cm. Секогаш кога таа ќе поврзе две парчиња лента, губи по 50 mm од секое парче за јазол. Колку парчиња лента долги 70 cm ù се потребни за да ја заобиколи целата соба?

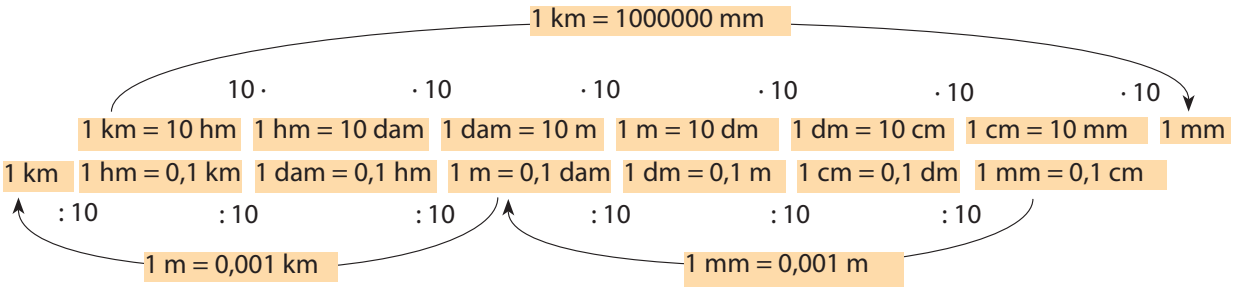
Избери која мерна единица ќе ја користиш во пресметките.

Под поимот должина подразбираме растојание помеѓу две точки. Често, покрај поимот должина, за растојание се користат и поимите ширина, висина и длабочина.

1. Која е основната единица мерка за должина?

име на мерните единици за должина	**ознака за секоја мерна единица**	**изразување на мерните единици со основната мерна единица за должина**
километар	km	1 km = 1000 m
хектометар	hm	1 hm = 100 m
декаметар	dam	1 dam = 10 m
метар	m	1 m – основна единица
дециметар	dm	1 dm = $\frac{1}{10}$ m = 0,1 m
сантиметар	cm	1 cm = $\frac{1}{100}$ m = 0,01 m
милиметар	mm	1 mm = $\frac{1}{1000}$ m = 0,001 m

Во табелата се прикажани поголеми и помали мерки за должина и нивната врска со основната единица мерка за должина.



Доволно е да знаеш до три децимални места.

Пример 1. а) Запиши 167 dam во метри.

Ќе ја користиме табелата што е дадена погоре.

Ако 1 dam = 10 m, тогаш 167 dam = (167 · 10) m = 1670 m.

б) Колку метри се 245 hm?

245 hm
=(245 · 100) m 1 hm = 100 m
= 24500 m

в) Колку декаметри се 34 hm?

34 hm
=(34 · 10) dam 1 hm = 10 dam
= 340 dam

2. Запиши го бројот на местото на прашалникот во равенствата:

а) 567 km = ? dam б) 567 km = ? hm в) 567 km = ? m

Пример 2. а) Ако 1 dm = 0,1 m, тогаш колку метри се 250 dm?

За да запишеме помала мерна единица за должина во поголема ќе делиме со десетична единица (10, 100, 1000).

1 dm = $\frac{1}{10}$ m = 0,1 m.

Затоа што дециметарот е десеттина од метар, односно десетти дел, за да запишеме dm во m, треба да поделиме со 10, 250 dm = (250 : 10) m = 25 m.

б) Една отсечка има должина 200 cm. Запиши ја должината на отсечката во дециметри и метри.

200 cm = (200 : 10) dm = 20 dm

200 cm = (200 : 100) m = 2 m

3. Пополни за да биде точно:

а) 3 km = ____ dm б) 7 dam = 70 ____ в) 9 hm = ____ dam

г) 145,3 km = ____ dam =1453000 ____ д) 4 dm = 0,04 ____

Еве уште еден начин за претворање на мерните единици.

4. Најди врска меѓу мерните единици и позициите на цифрите во број и објасни зошто:

а) 5 km =? m б) 3cm = ? dm

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
5						
5	0	0	0			
					3	
				0	3	

5. Андреј си го загубил чадорот. Во одделот за загубено и најдено, тој ја читал листата на изгубени чадори. Човекот кој ги запишувал податоците во листата ги погрешил мерните единици за должина на чадорите.

предмет	**датум на наоѓање**	**боја**	**должина**
чадор	14 септември	син	219 m
чадор	27 октомври	црн	84,9 m
чадор	25 октомври	розов	895 cm
чадор	6 ноември	сребрен	96,2 mm
чадор	17ноември	розов	547 cm
чадор	23 ноември	црн	1,25 cm

а) Препиши ја последната колона од табелата. Поправи ги должините на чадорите така што тие да имаат реални големини, притоа не менувајќи ги цифрите.

б) Подреди ги реалните големини на загубените чадори по големина, од најкратката до најдолгата.

в) Чадорот на Андреј е долг приближно 90 cm. Кои од должините на чадорите заокружени на најблиската десетка се долги 90 cm?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Најточно што можеш нацртај отсечки со дадените должини:

а) 8,6 cm б) 142 mm в) 0,139 m г) 7,1 cm д) 36 mm ѓ) 0,078 m

2. Должините: 155 mm, 60 cm, 8,9 dm, 7,4 km претвори ги во метри.

3. Должината од 0,6 m претвори ја во dm, cm и km.

5. Дадените бројни вредности за должина запиши ги во основната единица за должина:

а) 82,4 cm б) 7,4 dm в) 0,8 dm г) 70 mm д) 0,37 km ѓ) 435 dam

6. Измери го растојанието меѓу две претходно избрани места надвор од училницата со чекори и изрази го истото во метри. Провери го добиеното растојание преку мерење со метро.

7. Велосипедист за 13 часа поминал 377 000 m. Колку километри поминал за 5 часа?

***8.** Нацртај во тетратката отсечка, процени колку е нејзината должина и запиши ја до неа. Потоа, измери ја должината на отсечката со линијар.

а) Колку е разликата меѓу двете должини?

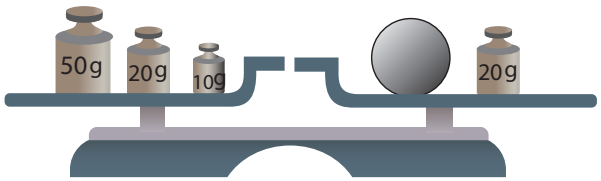
б) Колку милиметри е направената грешка меѓу проценувањето и мерењето со линијар?

***9.** Два велосипедисти тргнале истовремено на пат од исто место. Едниот возел со 42 километри на час, а другиот со 39 километри на час. Колку ќе биде нивната оддалеченост по 8 часа, ако се движат: а) во иста насока б) во спротивна насока.

МАСА. МЕРКИ ЗА МАСА

Воведна активност

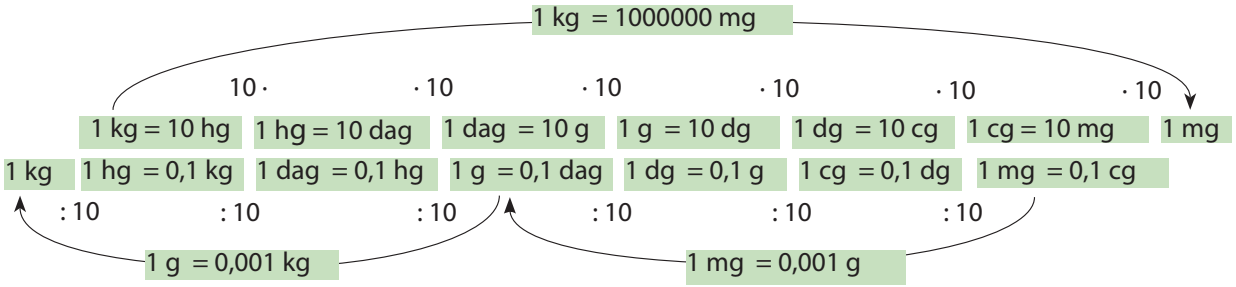
На едниот тас на вагата ставаме метално топче, а на другиот тегови од 50 g, 20 g и 10 g. Вагата не е во рамнотежа. Ако на тасот со металното топче додадеме тег од 20 g, тогаш вагата е во рамнотежа. Колкава е масата на металното топче?



Во Меѓународниот систем на мерки, основна единица мерка за маса е еден килограм, означена со 1 kg.

име на мерните единици за маса	**ознака за секоја мерна единица**	**изразување на мерните единици со основната мерна единица за маса**
тон	t	1 t = 1000 kg
килограм	kg	1 kg – основна единица
хектограм	hg	1 hg = $\frac{1}{10}$ kg = 0,1 kg
декаграм	dag	1 dag = $\frac{1}{100}$ kg = 0,01 kg
грам	g	1 g = $\frac{1}{1000}$ kg = 0,001 kg
дециграм	dg	1 dg = $\frac{1}{10000}$ kg = 0,0001 kg
центиграм	cg	1 cg = $\frac{1}{100000}$ kg = 0,00001 kg
милиграм	mg	1mg = $\frac{1}{1000000}$ kg = 0,000001 kg

За запишување на мерните единици од поголеми во помали мерни единици и обратно, од помали во поголеми мерни единици можеш да го користиш и дијаграмот што е даден на сликата, при што пресметувањата во ова одделение ќе ги правиш само до 3 децимални места.



Доволно е да знаеш до три децимални места.

Пример. Масата на една вреќа со костени е 324 kg. Запиши ја во:

а) грамови б) декаграми в) тони г) дециграми

а) 1 kg = 1000 g, 324 kg = (324 · 1000) g= 324000 g

б) 1 kg =100 dag, 324 kg = (324 · 100) dag= 32400 dag

в) 1 t = 1000 kg, 1kg = $\frac{1}{1000}$ t, 324 kg = (324 : 1000) t = 0,324 t

г) 1 kg = 10000 dg, па се добива 324 kg = (324 · 10000) dg = 3240000 dg

1. Пополни за да биде точно:

а) 5 kg = ____ dag = ____ g б) 8000 g = ____ kg в) 24 dag = ____ g = ____ cg

г) 6 g = ____ kg д) 27 t = ____ kg = ____ hg ѓ) 9 hg = ____ kg

е) 15 dag = ____ kg ж) 125 mg = ____ dg

2. Дополни до 1 kg.

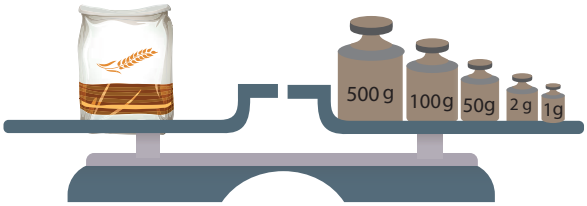
а) 600 g
+ _____

б) 23850 mg
+ _____

в) 5,3 hg
+ _____

г) 21,5 dg
+ _____

3. На еден тас на вага има ќеса со брашно, а на другиот има тегови какви што се дадени на сликата. Колкава е масата на ќесата со брашно?



ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. а) Масата од 77 g запиши ја во милиграми и во килограми.

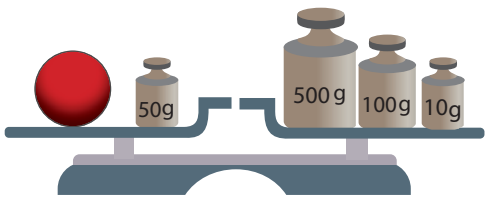
б) Масата од 1840 mg запиши ја во грамови и килограми.

2. Дополни, за да бидат точни равенствата:

а) 4,2 t =_____ kg б) 3,7 kg = 3700 _____

в) 20 kg = _____ t г) 3,9 _____= 3900 kg

3. Вагата дадена на сликата е во рамнотежа. Колкава е масата на топчето?



4. Претвори:

а) 250 g во kg б)3,14 g во mg в) 1,25 kg во g г) 6,05 t во kg

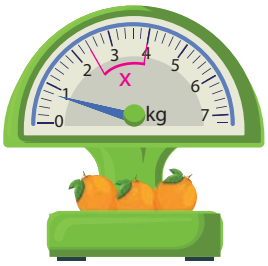
5. На сликата е дадена кујнска вага.

а) Колкава е најголемата маса што може да се измери со вагата?

б) Колкава е вредноста на масата помеѓу поделците на вагата обележана со x?

в) Која е вредноста на поделците на скалата?

г) Колкава е масата на портокалите што се поставени на вагата?



***6.** За 9 kg грав се платени 1440 денари. Колку денари треба да се платат за 36 kg грав? Објасни го начинот на кој го реши проблемот.

***7.** Масата на еден камион е 3560 kg. Во камионот имало 27 сандаци, секој со маса од 57 kg и 46 вреќи, секоја со маса од 36 kg. Дали камионот може да помине преку мост чија носивост е 6,5 t? Објасни го твојот одговор.

***8.** Чичко Веле купил 189 kg јаболка по 19 денари за килограм. Ги продавал по 35 денари за килограм. Колку денари загубил, ако при мерењето измерил 1500 g помалку?

***9.** За 5,5 kg маст било платено 745 денари, а за 10 kg шеќер 650 денари. Колку вкупно било платено за 1100 dag маст и 20000 g шеќер?

ЗАФАТНИНА. МЕРКИ ЗА ЗАФАТНИНА

Воведна активност

1. Во еден бокал има 1 литар вода.
Елена истурила 100 mℓ вода.
Колку милилитри вода останало во бокалот?

2. Една кофа собира 2,75 литри вода.
Колку милилитри се тоа?

Основна единица мерка за мерење зафатнина е еден литар и се означува со 1 ℓ.

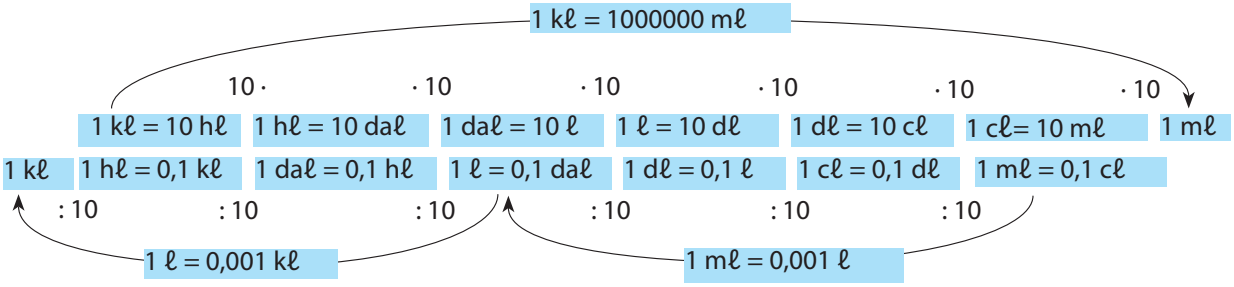
Во табелата се дадени поголемите и помалите единици мерки за зафатнина и нивната врска со основната единица мерка за зафатнина.

Ако ја провериме врската меѓу поголемите и помалите единици мерки ќе утврдиме дека

бројот што покажува колку помали единици мерки ја даваат следната поголема единица е 10.

име на мерните единици за зафатнина	ознака за секоја мерна единица	изразување на мерните единици со основната мерна единица за зафатнина
килолитар	kℓ	1 kℓ = 1000 ℓ
хектолитар	hℓ	1 hℓ = 100 ℓ
декалитар	daℓ	1 daℓ = 10 ℓ
литар	ℓ	1 ℓ – основна единица
децилитар	dℓ	1 dℓ = $\frac{1}{10}$ ℓ = 0,1 ℓ
сантилитар	cℓ	1 cℓ= $\frac{1}{100}$ ℓ = 0,01 ℓ
милилитар	mℓ	1 mℓ = $\frac{1}{1000}$ ℓ = 0,001 ℓ

За запишување на мерните единици од поголеми во помали мерни единици и обратно, од помали во поголеми мерни единици можеш да го користиш и следниот дијаграм:



Доволно е да знаеш до три децимални места.

Пример 1. Во визбата на дедо Борис имало 5 бурења. Во табелата е дадено колку вода имало во секое буре. Во кое буре имало најмногу вода? Колку вкупно имало вода во бурењата?

буре	вода
1	67000 mℓ
2	45,5 ℓ
3	5 daℓ
4	150 dℓ
5	2500 cℓ

Водата во секое буре е дадена во различна мерна единица за зафатнина.

Количеството вода од секое буре ќе го запишеме во литри:

67000 mℓ = 67 ℓ 5 daℓ = 50 ℓ

150 dℓ = 15 ℓ 2500 cℓ = 25 ℓ

Во првото буре има најмногу вода.

Сега можеме да собереме: 67 ℓ + 45,5 ℓ+ 50 ℓ + 15 ℓ + 25 ℓ = 202,5 ℓ.

Пример 2. Пополни ги празните квадратчиња во секое равенство.

а) 5 ℓ = ☐ daℓ б) 4 mℓ = 0,4 ☐ в) 4,3 kℓ = ☐ dℓ г) 6,2 cℓ = 0,062 ☐

а) 5 ℓ = (5 : 10) daℓ = 0,5 daℓ б) 4 mℓ = (4 : 10) cℓ = 0,4 cℓ

в) 4,3 kℓ = (4,3 · 10000) dℓ = 43000 dℓ г) 6,2 cℓ = (6,2 : 100) ℓ = 0,062 ℓ

1. Пополни ги празните квадратчиња во секое равенство.

а) 7 kℓ = 700000 ☐ б) 7,3 cℓ = ☐ mℓ в) 850 mℓ = ☐ cℓ г) 45 hℓ = ☐ ℓ

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Пополни ги квадратчињата:

а) 14 ℓ = ☐ mℓ б) 35 hℓ = ☐ ℓ в) 6 dℓ = ☐ cℓ г) 9 dℓ = ☐ ℓ

д) 5000 mℓ = ☐ ℓ ѓ) 750 mℓ = ☐ cℓ

2. Колку децилитри се: а) $\frac{8}{10}$ ℓ б) $\frac{2}{5}$ ℓ

3. Бојан мерел вода за еден експеримент. Тој наполнил еден сад од 3 ℓ и друг сад од 1,5 ℓ. Колку вкупно вода наполнил Бојан? Одговорот запиши го во милилитри.

4. Еден извор дава 1465,7 литри вода за 30 минути. Колку литри вода ќе истече од изворот за: а) 1 час б) 2 часа в) 10 часа

Запиши ги одговорите во декалитри и хектолитри.

5. Мајката на Стефан направила 66 ℓ сок од боровинки. Во колку шишиња од 33 cℓ може да го подели сокот?

6. Во еден резервоар имало 689635,5 ℓ гориво. Од резервоарот се снабдувале 8 машини. За секоја машина дневно било потребно по 3945,75 ℓ гориво. Колку литри гориво ќе остане во резервоарот после 14 дена?

***7.** Марија имала 1,2 ℓ сок. дошле 8 другарчиња. Секоја чаша собирала по 2 dℓ сок. Дали имала чаша сок за секое другарче? Ако нема, како ќе ѝ предложиш на Марија да постапи?

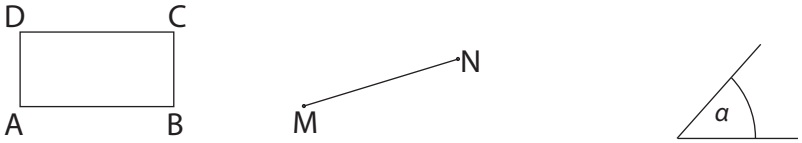
***8.** Од една цевка за 8 часа истекуваат 164,4 ℓ вода, а од друга исто количество вода за 6 часа. Колку вода ќе истече од двете цевки за 24 часа?

***9.** Колку литри сок има во 136 шишиња, ако секое шише собира 750 mℓ сок? Колку ќе се добијат од продажбата на шишињата, ако еден литар сок чини 97,5 денари?

ЕДНОИМЕНИ БРОЕВИ. ПРЕТВОРАЊЕ НА ЕДНОИМЕН БРОЈВО ДРУГ ЕДНОИМЕН БРОЈ

Воведна активност

Кои форми се дадени на цртежот? Што можеш да измериш кај нив? Измери и запиши.



Пример 1. а) Која е разликата меѓу 5 ℓ и 8 ℓ?

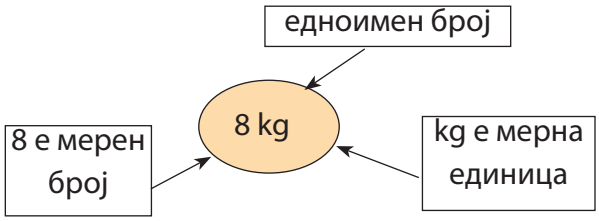
б) Која е разликата меѓу 5 ℓ и 5 dℓ?

а) Од десната страна на броевите 5 и 8 е запишано името на единицата мерка за зафатнина. Притоа, кај двата броја употребената единица мерка е иста. Разликата е во големината на количеството 5 ℓ < 8 ℓ.

б) Од десната страна на бројот 5 е запишана единицата мерка литар за зафатнина, а од десната страна на бројот 5 е запишана единицата мерка децилитар за зафатнина. Разликата е во тоа што се употребени различни единици мерки за зафатнина.

Запис во кој од десната страна на еден број е запишано името на некоја единица мерка се нарекува едноимен број.

6 ℓ; 5 dℓ; 8 kg; 13 ℓ; ...



1. Кој од следните записи: 35 m; 9, 460; 365 дена; 87 m^2; 189; 3,4; 15 часа и 467 kg е едноимен број?

Пример 2. Претвори го едноименниот број 17 m во едноимен број со:

а) cm б) km

а) 17 m = (17 · 100) cm = 1700 cm б) 17 m = (17 : 1000) km = 0,017 km

При претворањето на едноимен број со поголема единица мерка во едноимен број со помала единица мерка, тој број се множи со соодветниот број, кој покажува колку помали единици мерки ја даваат поголемата единица мерка.

При претворањето на едноимен број со помала единица мерка во едноимен број со поголема единица мерка, тој број се дели со соодветниот број, кој покажува колку помали единици мерки ја даваат поголемата единица мерка.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Запиши три едноимени броеви.

2. Прецртај ја табелата во твојата тетратка и пополни ја. Објасни го твојот одговор за секоја редица. Првиот ред е веќе пополнет.

	едноимен број	не е едноимен број
254 km	✓	
89°		
1957 daℓ		
76 полици		
45 m^2		
345,87		
13 °C		
389		
458 hg 23 daℓ		
16 години 56 kg		
$7\frac{12}{13}$		

2. Претвори го едноименниот број:

а) 5 cm во едноимен број со dm б) 17 hℓ во едноимен број со ℓ

в) 5 m^2 во едноимен број со dm^2 г) 20 hℓ во едноимен број со kℓ

д) 16 dag во едноимен број со kg д) 25 dm во едноимен број со dam

3. Во една вреќа имало 37 kg компири, а во друга вреќа имало 135 hg компири. Колку вкупно има компири во двете вреќи?

4. 175,5 ℓ се поделени во 5 сада. По колку литри сок имало во секој сад?

5. Една книга е дебела 5 cm. Колкава е дебелината на книгата во метри?

6. Должината на една шина е 9 m. Колку шини се потребни за да се постави железничка пруга долга 45 km?

***7.** Еден велосипедист возел три дена. Првиот ден поминал $22\frac{1}{2}$ km, вториот ден поминал $63\frac{3}{4}$ km повеќе од првиот ден и третиот ден поминал $57\frac{1}{2}$ km помалку од вториот ден. Колку километри поминал велосипедистот вториот и третиот ден? Колку километри поминал трите дена?

***8.** Во 100 g сладок пипер имало 0,3 g витамин C. Колку витамин C има во 3,5 kg пипер? Објасни го го начинот на решавање на проблемот.

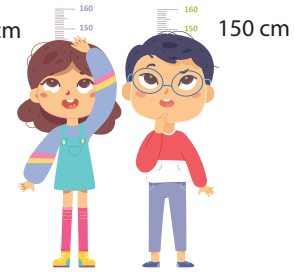
***9.** Во 100 g шумска јагода имало 0,8 g витамин C, а во 100 g одгледувана јагода имало 3,5 пати повеќе витамин C. Колку витамин C има во 9,5 kg одгледувана јагода? Објасни го го начинот на решавање на проблемот.

ПОВЕЌЕИМЕНИ БРОЕВИ. ПРЕТВОРАЊЕ НА ЕДНОИМЕН БРОЈ ВО ПОВЕЌЕИМЕН БРОЈ И ОБРАТНО

Воведна активност

Колку е висината на момчето и девојчето на сликата?

Нивната висина е дадена на два начина.
Која е разликата?



Пример 1. Која е разликата меѓу броевите 4500 g и 4 kg 500 g?

И двата записа претставуваат иста маса. Во првиот случај таа е дадена со еден мерен број и една мерна единица, а во вториот со 2 мерни броја и соодветни мерни единици покрај нив. За 4 kg 500 g велиме дека е повеќеимен број.

Два или повеќе броеви во коишто се употребени единици мерки од ист систем на мерки и се запишани еден до друг, при што поголемата единица мерка се пишува лево од помалата, се нарекува повеќеимен број.

6 ℓ 7 dℓ, 8 kg 13 dg, ...

Едноимените и повеќеимените броеви со едно име се нарекуваат **именувани броеви**.

1. Запиши три повеќеимени броеви.

Пример 2. Претвори го едноименот број во повеќеимен број.

а) 5896 g б) 8906 cm в) 256871 mm^2

а) Одејќи оддесно налево во мерниот број, секоја следна позиција е 10 пати поголема од претходната, исто како и секоја следна поголема мерна единица за маса.

5896 g = 6 g 9 dag 8 hg 5 kg
= 5 kg 8 hg 9 dag 6 g

Ги подредуваме од поголема кон помала мерна единица за маса.

Може да се користи и следниот начин:

5896 g			
5000 g	800 g	90 g	6 g
5 kg	8 hg	9 dag	6 g

б) 8906 cm = 6 cm 0 dm 9 m 8 dam
= 8 dam 9 m 6 cm

Ги подредуваме од поголема кон помала мерна единица за должина.

в) 256871 mm^2 = 71 mm^2 68 cm^2 25 dm^2
= 25 dm^2 68 cm^2 71 mm^2

Ги подредуваме од поголема кон помала мерна единица за плоштина.

1 dm^2 = 100 cm^2

При претворањето на едноимен број во повеќеимен број, тој се дели во групи (делови, собироци) што зависат од соодветниот број (за должина, маса и зафатнина е 10), кој покажува колку помали единици мерки ја даваат следната поголема единица мерка. Потоа, тие групи се претвораат во едноимени броеви.

2. Претвори го едноименот број во повеќеимен број:

а) 35 mm б) 13709 mm^2 в) 90508 kg г) 670987 dm^2

Пример 3. Претвори го повеќеименот број:

а) 9 km 6 hm 8 m во метри б) 8 daℓ 8 ℓ 7 dℓ во литри

а) 9 km 6 hm 8 m = 9000 m + 600 m + 8 m = 9608 m

б) 8 daℓ 8ℓ 7 dℓ = 80 ℓ + 8 ℓ + 0,7 ℓ = 88,7 ℓ

3. Претвори го повеќеименот број:

а) 5 hℓ 9 ℓ 6 dℓ во ℓ б) 6 m 7 cm во mm

в) 9 kg 7 hg 5 dag во hg г) 42 m^2 14 dm^2 98 cm^2 во dm^2

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Претвори го едноименот број во повеќеимен број:

а) 6258 m б) 15354 dm в)214 m^2 г) 3426 dm^2

д) 127 dℓ ѓ) 765 dg

2. Претвори:

а) 5 dam 15 dm 7 cm во cm б) 17 m^2 5 dm^2 во m^2

в) 19 hℓ 8 ℓ 7 dℓ во ℓ г)13 kg 6 hg 9 dag во dag

д) 16 hℓ 15 dℓ 6 mℓ во daℓ ѓ) 7 m^2 8 cm^2 во cm^2

4. Табла има должина 2,5 m и ширина 125 cm. Колку е плоштината на таблата во cm^2 и m^2?

5. Од славина капела вода. Колку литри вода истекла за едно денонокие ако за секоја минута од славината капе по 8 mℓ вода?

6. Запиши:

а) 4m 8 dm во метри б) 2 dℓ 4 cℓ во децилитри в) 39 mg во центиграми

***7.** Паричка од 10 денари има маса од 3 g. Колкава е вредноста на 7,5 kg такви парички?

***8.** Едноимените броеви запиши ги во метри и сантиметри:

а) 7,21 m б) 7,03 m в) 170,5 m

***9.** Едноимените броеви запиши ги во килограми и грамови:

а) 1,3 kg б) 1,003 kg в)100,02 kg

СПОРЕДУВАЊЕ МЕРЕЊА НА ДОЛЖИНА, МАСА И ЗАФАТНИНА

Воведна активност

1. Антонио добил 5 поени од можни 10 на еден тест. Линдита добила 10 поени од можни 20 на друг тест. Чиј резултат бил подобар? Објасни како дојде до одговорот.

2. Подреди ги следниве дропки $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{6}$ по големина, почнувајќи од најмалата.

3. Подреди ги следниве броеви по големина, почнувајќи од најмалиот.

а) 1,01; 1,1; 0,1; 0,11; 0,01 б) 0,19; 0,9; 0,91; 0,09; 0,11

Пример 1. Двајца натпреварувачи учествувале на маратон. Додека траел првиот час од трката, првиот истрчал $2\frac{3}{5}$ km, а вториот истрчал $2\frac{7}{20}$ km. Кој истрчал повеќе километри?

Прв натпреварувач:

$2\frac{3}{5}\text{ km} = \frac{13}{5}\text{ km}$ Мешаниот број запишан како дропка.

$= \frac{13 \cdot 4}{5 \cdot 4}$ Дропката ја прошируваме со 4.

$= \frac{52}{20}\text{ km}$

Втор натпреварувач:

$2\frac{7}{20}\text{ km} = \frac{47}{20}\text{ km}$ Мешаниот број запишан како дропка.

Првиот натпреварувач, додека траел првиот час од трката, истрчал повеќе километри, $\frac{52}{20}\text{ km} > \frac{47}{20}\text{ km}$, односно $2\frac{12}{20}\text{ km} > 2\frac{7}{20}\text{ km}$. Добивме $2\frac{3}{5} > 2\frac{7}{20}$

Размисли дали задачата можеше да се реши на друг начин? Објасни!

Пример 2. Во еден сад Ана ставила 12,34 ℓ вода, а во друг сад Симе ставил 1,258 daℓ вода. Во кој сад било ставено повеќе вода?

1,258 daℓ ќе ги претвориме во литри.

1,258 daℓ = (1,258 · 10) ℓ = 12,58 ℓ,

12,58 ℓ > 12,34 ℓ

Значи, во садот на Симе било ставено повеќе вода.

Зошто daℓ ги претвораме во ℓ?

1. Што е поголемо и за колку:

а) 0,36 m или 53 cm? б) $28\frac{3}{4}$ kg или $28\frac{3}{8}$ kg? в) 0,001 ℓ или 0,1 mℓ?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Што е поголемо и за колку?

а) 30000 m или 3 km б) 20 dg или 0,002 kg в) $17\frac{2}{10}$ daℓ или $180\frac{1}{2}$ ℓ

2. Колку пати е поголемо?

а) 66 cm од 6 cm б) 2,5 m од 20 cm в) 1 km од 0,5 dam

3. Колку пати е помало:

а) 0,5 hm од 5 hm б) 0,2 km од 400 m в) 5 dam од 5 km

4. Подреди ги по големина именуваните броеви: 15,4 ℓ; 13,16 dℓ; 8,7 dℓ; 1,54 daℓ; 63,7 dℓ, 9,7 ℓ, почнувајќи од најмалиот.

***5.** Четири топки M, N, P, K се распоредени на две ваги. На сликата е дадено како со помош на тегови се воспоставува рамнотежа помеѓу две топки. Подреди ги топките според големината на нивните маси, почнувајќи од најмалата.

6. Подреди ги по големина именуваните броеви: $12\frac{2}{10}$ kg, $9\frac{3}{4}$ hg, $9\frac{1}{4}$ hg, 120 dag, 9,7 kg, почнувајќи од најмалиот.

7. Спореди ги броевите со помош на знаците <, > или =.

а) 930 g и 0,12 t б) 0,12 t и 120 kg в) 8000000 g и 8 t г) 8 t и 43 kg

д) 125 hg и 0,12 t ѓ) 6 kg и 43 kg е) 125 hg и 0,12 t ж) 6 kg и 8000000 g

***8.** Што е поголемо? а) $\frac{1}{4}$ km или 250 m б) $\frac{3}{4}$ часа или 47 min в) $\frac{2}{5}$ kg или 350 g

***9.** Прво пресметај ја вредноста на секој израз, а потоа вредностите добиени од бројните изрази подреди ги по големина.

а) 7 kg 13 g + 28 kg 270 g; 48 kg + 52 g и 32 kg 5 g + 4 kg 50 g

б) 57 km 5 m – 24 km 236 m; 96 km 328 m – 52 km 497 m и 306,007 km – 196,597 km

ПРОЦЕНУВАЊЕ ДОЛЖИНА, МАСА И ЗАФАТНИНА

Воведна активност

Дадени се неколку примери на стратегии за проценување. Некои од нив се точни, а некои не. Одговори за секој од примерите дали е точен или не. Ако не е точен, запиши ја точната стратегија.

израз	стратегија
3456 – 199,7	3456 – 200 + 0,3
427 + 199	427 + 200 + 1
4865 + 299	4865 + 300 – 1
4824 – 2997	4824 – 3000 – 3
9843 – 7997	9843 – 8000 + 3

израз	стратегија
39 · 5	40 · 5 – 5
99 · 7	100 · 7 + 7
25,1 · 4	25 · 4 – 0,4
13,1 · 3	13 · 3 + 0,3
299 · 6	300 · 6 – 6

1. Прво процени ги, а потоа пресметај ги количниците:

а) 104 : 4 б) 168 : 7 в) 342 : 6 г) 423 : 9 д) 472 : 8 ѓ) 305 : 5

2. Процени колку течност може да собере секоја од следните амбалажи:

а)
20 mℓ
200 mℓ
2000 mℓ

б)
10 mℓ
100 mℓ
1000 mℓ

в)
80 mℓ
300 mℓ
1000 mℓ

г)
10 mℓ
100 mℓ
500 mℓ

3. Процени ја масата на секој објект:

а)
6 g
60 g
600 g

б)
5 g
50 g
500 g

в)
1 kg
10 kg
100 kg

г)
1,5 kg
15 kg
150 kg

д)
1 kg
10 kg
100 kg

Во задачите 4 и 5 прво процени, а потоа пресметај со пишување.

4. Плоштината на една правоаголна соба е 19,9 m^2, а должината 5 m. Колку е ширината на собата?

5. Од една нива е добиено 1,5 t на една сорта, а од друга нива 0,9 t друга сорта пченка. Од вкупната тежина на пченка продадено е половина. Колку пченка останала непродадена?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

Во следните задачи прво проценувај и објасни како процени, а потоа провери ја твојата процена со пишување.

1. За шиење на еден машки костум потребни се 2,9 m штоф со определена ширина. Колку метри штоф од истата ширина е потребно за 9 машки костуми?

2. Во една продавница имало 10 пакети шишиња со сок од 1,5 ℓ. Во секој пакет имало по 6 шишиња. Колку литри сок има во продавницата?

3. На 50 градилишта однесени се по 9,9 t вар. Колку вкупно тони вар е однесено на градилиштата?

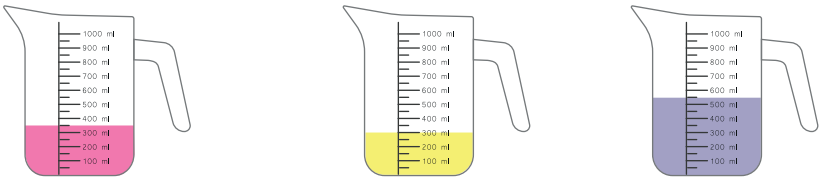
4. Процени ја должината и дијаметарот на твојот молив, а потоа измери ги со линијар. Колкава е разликата меѓу проценетата должина и измерената должина на дијаметарот на твојот молив?

5. Во една винарска визба имало бурија со вкупно 3457 daℓ вино. Продадени се 199,8 daℓ вино. Колку литри вино останало во таа винарска визба?

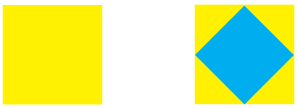
6. Во 5 гајби ставени се по 25,2 kg јаболка. Процени колку вкупно килограми јаболка имало во гајбите.

7. Петар во три дена поминал 2499 m, 2001 m, 1499 m. Колку километри поминал Петар за три дена?

8. Колку милилитри има во трите садови за мерење дадени на сликата?



***9.** Плоштината на жолтиот квадрат е 64 cm^2.
Процени колкава плоштина е обоена со сино.



***10.** Еден пчелар за два месеци продал 39 kg мед. Првиот месец за продадениот мед добил 3800 денари, а вториот месец 4000 денари. Колку килограми мед продал во првиот, а колку во вториот месец?

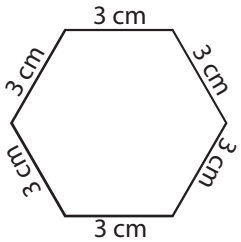
***11.** Еден атлетичар при подготовка за натпревар, првиот ден истрчал 17,2 km, а вториот ден истрчал 2,9 km повеќе од првиот ден. Колку километри истрчал атлетичарот вториот ден, а колку вкупно за двата дена?

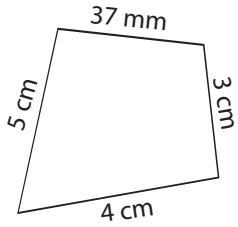
ПЕРИМЕТАР НА МНОГУАГОЛНИК

Воведна активност

Кој од многуаголниците е правилен, а кој е неправилен? Објасни.

Колку е периметарот на секој многуаголник?





Пример 1. Нива во форма на неправилен петаголник има страни:
$a = 25$ m, $b = 42$ m, $c = 31$ m, $d = 65$ m, $e = 63$ m.
Колку метри жица е потребно, ако нивата се обиколи три пати?

$L = a + b + c + d + e = 25\text{ m} + 42\text{ m} + 31\text{ m} + 65\text{ m} + 63\text{ m} = 226\text{ m}$.

226 m жица е потребно за еднаш да се обиколи нивата, а за три пати имаме:
$226\text{ m} \cdot 3 = 678$ m жица.

Пример 2. Правилен петаголник има периметар 256 cm. Колку е страната на петаголникот?

Ако страната на петаголникот ја означиме со a, тогаш

$L = 5 \cdot a$
$256\text{ cm} = 5 \cdot a$
$a = 256\text{ cm} : 5 = 51{,}2$ cm.

Страната на правилниот петаголник е 51,2cm.

1. Пресметај го периметарот на триаголник со страни 33,78 cm, 29,51 cm, 38,99 cm и заокружи го на едно децимално место.

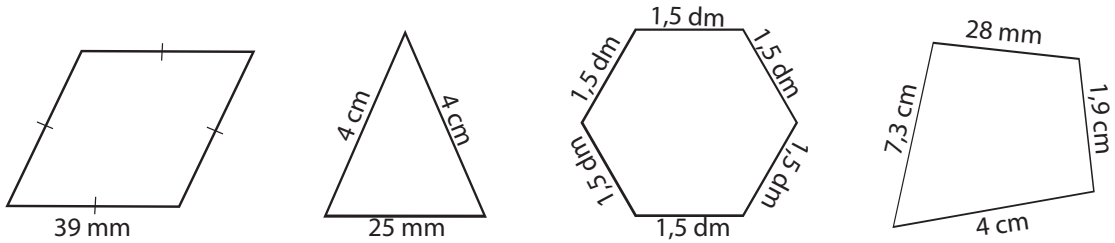
2. Пресметај го периметарот на правоаголник, зададен со страна a = 3 cm и плоштина P = 16,8 cm^2.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Периметарот на еден квадрат е L = 27,6 dm. Пресметај ја должината на страната на квадратот.

***2.** Пресметај го периметарот на правоаголник, ако должината е 7 cm, а плоштината P = 53,9 cm^2.

3. Пресметај го периметарот на секој многуаголник.



***4.** Плоштината на еден правоаголник е 16 cm^2, а должината на неговите страни се природни броеви.

а) Колку такви правоаголници има? б) Кој од нив има најголем периметар?

5. Пресметај го периметарот на правилен дванаесетаголник со страна 3 cm 5 mm.

6. Периметарот на нива во форма на правилен многуаголник е 210 m, а неговата страна е 14 m. Кој правилен многуаголник е формата на нивата?

7. Избери трицифрен број кај кој сите цифри се еднакви.

а) Собери ги цифрите на трицифрениот број што го избра.

б) Избраниот трицифрен број подели го со збирот на неговите цифри.

в) Добиениот резултат нека е страна на правилен седумаголник во дециметри.

Колку е периметарот на правилниот седумаголник?

г) Повтори ја постапката со друг почетен број. Што забележуваш?

8. Правоаголник има страни: $a = \frac{15}{4}$ dm, $b = \frac{9}{4}$ dm. Колку е периметарот на правоаголникот?

9. Пресметај го периметарот на рамнокрак триаголник со основа 5,5 cm и крак 72 mm.

10. Периметарот на еден рамнокрак триаголник е 20 cm. Неговата основа е за 2 cm е подолга од краците. Колку се страните на триаголникот?

***11.** Ана нацртала правилен седумаголник со страна 9 cm. Како ќе се промени периметарот на правилниот седумаголник, ако страната се зголеми за 2 cm?

***12.** Пресметај го периметарот на правилен шестаголник со страна $\frac{13}{3}$ dm.

***13.** Производот на три прости броја е 1001. Тие броеви се страни на триаголник. Колку е периметарот на тој триаголник?

***14.** Периметарот на рамнокрак триаголник е 4 dm. Пресметај го неговиот крак *b*, ако неговата основа е страна на рамностран триаголник со периметар 21 cm.

ВРЕМЕ. МЕРКИ ЗА ВРЕМЕ

Воведна активност

Христијан треба да стигне на часот по танцување денеска до 19:25.

Ако овој часовник го покажува времето во овој момент, колку време останува до неговиот час?

Во табелата се прикажани помалите и поголемите мерки, како и нивната врска со помали единици мерки и основната мерка за време.

Во Меѓународниот систем на мерки, основна мерка за време е една секунда.

име на мерните единици за време	ознака за секоја мерна единица	изразување на мерните единици со основната мерна единица за време
век	век	1 век = 100 год.
деценија	дец.	1 дец. = 10 год.
година	год.	1 год. = 31556926 s
ден	ден	1 ден = 24 h = 86400 s
час	h	1 h = 60 min = 3600 s
минута	min	1 min = 60 s
секунда	s	1 s – основна единица

Потсети се на мерките за време.

1. Со која направа се мери времето?

Низ историјата, биле користени најразлични часовници.

2. Кои часовници најчесто се користат во денешно време?

Пример 1. Мајката на Ана почнала со подготовка на ручекот во 12 h и 10 min. Готвела 55 min. Во колку часот бил готов ручекот?

12 h 10 min + 55 min
= 12 h + 65 min — Ги собираме минутите.
= 13 h 5 min — 65 min = 1 h 5 min

Ручекот бил готов во 13 h 5 min.

3. Артан слушал песна која траела 2 минути и 45 секунди. Кога песната престанува, има пауза од 15 секунди, па потоа почнува од почеток. Тој почнал да ја слуша песната во 13 часот. Ако ја слуша повеќе пати, дали во 13 часот и 31 минута ќе биде во тек песната или паузата?

Пример 2. Кој дел од часот се: а) 17 min б) 235 s

а) 17 min
$= \frac{17}{60}$ h — 1 h = 60 min, 1 min = $\frac{1}{60}$ h

б) 235 s
$= \frac{235}{3600}$ h — 1 h = 3600 s, 1 s = $\frac{1}{3600}$ h

Дали дропките можат да се скратат?

4. Кој дел од денот е: а) 1 h б) 1 min в) 8 h г) 12h

5. Кој дел од годината е:

а) 1 месец б) 3 месеци в) 6 месеци г) 4 месеци

1 год. = $\frac{1}{10}$ дец. 1 год. = $\frac{1}{100}$ век 1 дец. = $\frac{1}{10}$ век

6. Вера пишувала писмо на баба си на секои 12 дена, на тетка си на секои 15 дена, на сестра си на секои 18 дена и на другарката на секои 24 дена.

а) Ако денеска испратила по едно писмо на сите, по колку дена истовремено ќе им испрати писмо на сите?

б) По колку писма за тоа време ќе им испрати на секој од нив?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Колку време ќе престојуваш во училиште ако имаш 5 h од по 40 min, два одмора од по 5 min, еден одмор од 20 min и еден одмор од 10 min? Вкупното време прикажи го: а) во минути б) часови.

2. Запиши ги во минути: а) 600 s б) 12 h в) 6,2 дена

3. Семејството на Марија било на излет 8 h и 20 min.

а) Колку секунди траел излетот?

б) Запиши со дропка колку часа траел излетот?

4. Часовникот заостанува секој час по 2 min и 10 s. Колку ќе заостане за 9 h?

5. Мартин патувал од Велес за Охрид 189 минути. Колку часа и минути патувал тој?

6. Едноименот број 5255 min запиши го во повеќеимен број.

7. Повеќеименот број 12 дена 15 h 15 min запиши го во едноимен број во часови.

8. Повеќеименот број 1 век 55 години запиши го во едноимен број во век.

9. Кога оди до училиште, на Небојша му требале 16 min 15 s. Ако истото време му е потребно за враќање, тогаш колку минути му требале за одење и враќање од училиште?

10. Колку секунди е времетраењето од 3 h 5 min 9 s?

***11.** Четворица велосипедисти се движат по кружна патека со различна брзина: првиот ја обиколувал за 8 min, вториот за 12 min, третиот за 15 min и четвртиот за 18 min. Ако тргнат од иста почетна точка, по колку време ќе бидат сите истовремено на почетната точка? По колку пати во меѓувреме секој од нив ја поминал патеката?

***12.** Еден извор дава 7422,75l вода за 9 min. Колку литри вода ќе истече од изворот за:

а) 27 min б) 1 час и 36 min в) 3 часа

ДИГИТАЛНИ И АНАЛОГНИ ЧАСОВНИЦИ

Воведна активност

По што се разликуваат часовниците на сликата?

Пример 1. Кое време го покажуваат часовниците на сликата?

18:15 6:15 попладне

10:05 10:05 претпладне

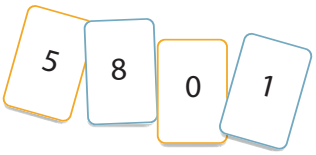
Забележуваш дека кај аналогниот часовник времето може да се прочита најмногу до вредноста 12, а кај дигиталниот до 24 часа. Затоа, кога кажуваме време во 24-часовен запис како кај дигиталните часовници, нема потреба да кажуваме дали е претпладне или попладне, додека кај 12-часовниот запис треба да го нагласиме и тоа.

Кога на дигитален часовник времето се изразува во 12-часовен запис, можат да се забележат кратенките AM – за изразување на време претпладне и PM – за изразување време попладне. Ова најчесто се користи надвор од нашата земја, во државите како САД, Велика Британија, Австралија и други.

1. Со дадените картички состави:

а) Најрано време во 24-часовен запис.

б) Најдоцното време во 24-часовен запис.



2. Прецртај ја табелата во твојата тетратка и пополни ги празните места.

12-часовен запис	24-часовен запис
3:20 попладне	
	23:32
	00:45
2:15 претпладне	
	1:27
7:52 _____	19:52
_____ попладне	14:10

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Следниве времиња од 12-часовен часовник претвори ги во времиња на 24-часовен часовник.

а) 6:28 претпладне б) 1:37 попладне в) 4:04 попладне

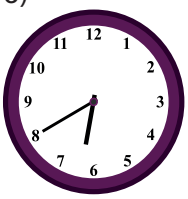
г) 5:45 претпладне д) 11:53 попладне ѓ) 7:28 попладне

е)12:32 попладне ж) 12:16 претпладне

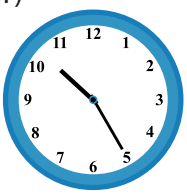
2. Дигиталниот часовник го покажува времето во облик xx:xx. Која цифра од 0 до 9 најмногу пати се појавува на еден 24-часовен дигитален часовник во текот на 24 часа?

3. Како би се прикажало следното време на дигитален часовник? Објасни го твојот одговор.

а)

б)


в)

г)


4. Времето на дигитален часовник е 01:20 часот. Кој од аналогните часовници го покажува точно времето од дигиталниот часовник?

а)

б)

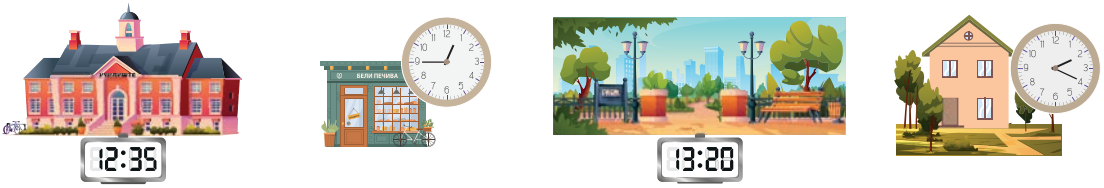
в)

г)

5. Симон од училиште решил да прошета со другарите пред да се врати дома.

а) Колку време се задржале на секое место?

б) Колку време поминало од излегувањето од училиште до доаѓање дома?



6. Секој часовник покажува неточно време што е за неколку минути порано од точното време. Кое треба да е точното време?

а) 15 минути порано

б) 23 минути порано

в) 12 минути порано

г) 5 минути порано

***7.** Дигиталниот часовник покажува 20:19 часот. Кое време ќе го покажува часовникот кога по првпат повторно на него ќе се појават истите цифри?

***8.** Колку пати помеѓу 00:00 и 23:59 часот дигитален часовник ги покажува, во произволен ред, сите четири цифри 3, 0, 0 и 6?

СПОРЕДУВАЊЕ ВРЕМЕ

Воведна активност

Подреди ги времињата прикажани на часовниците, почнувајќи од најраното време од денот што го покажува секој часовник. Кој часовник покажува дека е изминат најголем дел од денот дотогаш?

1. Подреди ги по големина именуваните броеви дадени во различни единици за време:
3600 s, 0,5 h, 50 min, 1 h 15 min, 6 min 8 s.

Броевите, прво запиши ги во иста мерна единица за време.

Пример. На телевизија, филмскиот маратон почнал во 20 h 15 min, а завршил следниот ден во 22 h 45 min. Колку време траел маратонот?

Од 20 h 15 min до другиот ден 20 h 15 min поминале 24 h.

Другиот ден, од 20 h 15 min до 22 h 15 min поминале уште 2 h.

Колку време поминало од 22 h 15 min до 22 h 45 min?

45 min – 15 min = 30 min.

Маратонот траел

24 h + 2 h + 30 min

= 26,5 h.

$30 \text{ min} = \frac{30}{60} \text{ h} = \frac{1}{2} \text{ h} = 0{,}5 \text{ h}$

Дали ја реши задачата на друг начин?

2. Кој временски период е поголем: 6 дена или 7400 min?

3. Спореди ги следниве временски интервали. Користи ги симболите >, =, <.

а) 9 год. ☐ 3257 ден б) 5,7 min ☐ 343 s в) 15,1 h ☐ 905 min

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. За колку е подолго времетраењето од 0,3 h од времетраењето од 600 s?

2. Спореди ги следниве временски интервали. Користи ги симболите >, =, <:

а) 5 дена ☐ 192 h б) 8 год ☐ 555 дена в) 32,5min ☐ 2400 s

г) 6 дена ☐ 86400 min д) 23 min ☐ 2160 s

3. Сема го изработила својот цртеж за часот по ликовно образование за 1 час и 32 min, а Катерина го изработила за 5400 s. Која од нив го изработила цртежот за пократко време и за колку?

4. Михаела го напуштила Скопје со велосипед и возела со истата брзина 2 часа.
Таа стигнала до овој знак.

а) Колку пат поминала Михаела од Скопје до знакот?

б) Колку време ѝ треба на Михаела за да стигне од знакот до езерото „Младост“?

в) За кое растојание ѝ требало повеќе време, од Скопје до знакот или од знакот до езерото „Младост“?

5. Кој е подолг временски интервал и за колку: 210 min или 4h?

***6.** Подреди ги по големина, почнувајќи од најголемата вредност:
1800 s; $\frac{1}{4}$ h; 0,1h; 23 min.

***7.** Во табелата е дадено времето по активности кое Марија го поминувала во текот на една седмица.

активности	**потребно време**
пишување домашна работа	$2\frac{1}{2}$ h
на час по англиски	90 min
фудбал	$3\frac{2}{4}$ h
час по математика	60 min.
возење велосипед	3,75 h

а) За која активност ѝ е потребно најмногу време?

б) За што ѝ треба повеќе време, за пишување на домашна работа или за час по англиски јазик и за колку?

в) Направи нова табела во која активностите на Марија ќе ги подредиш според потребното време, почнувајќи од активноста за која ѝ е потребно најмалку време.

ВРЕМЕНСКИ ИНТЕРВАЛИ

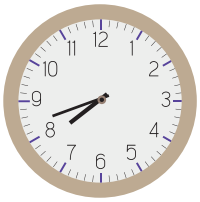
Воведна активност

Ана правела попладневна забава. Децата разговарале за тоа, кога пристигнал секој од нив на попладневната забава и податоците за тоа се дадени во табелата.

Јован	Јас пристигнав во петнаесет минути до три часот попладне.
Аднан	Јас пристигнав во 15:45.
Лејла	Јас сум на забавата од два часот и дваесет минути.
Мила	Јас дојдов во 2:40 попладне.
Наташа	Јас пристигнав во 12 минути до петнаесет часот.
Абдураман	Јас сум на забавата од 14:50.

а) Кој пристигнал прв, втор, трет, четврти, петти, а кој шести?

Часовникот на ѕидот на забавата го покажува следново време:



б) Колку долго било секое дете на забавата?

Пример 1. Јулија го истурила овошниот сок на временскиот распоред за поаѓање на автобусите од четири града за Скопје. Најди ги времињата што недостигаат во колоните за автобусите Б и В.

град	автобус А	автобус Б	автобус В	автобус Г
Струмица	11:51	12:48		14:42
Тетово	12:08			14:59
Битола	12:18		14:26	15:30
Штип	12:59		14:45	15:38

Од Струмица, од тргнување на автобусот А до тргнување на автобусот Б има:
12 h 48 min – 11 h 51 min = 57 min. Следниот автобус В ќе тргне на 57 min, односно

12 h 48 min + 57 min = 12 h 105 min = 13 h 45 min.

Од Тетово, автобусот А тргнува 12 h 08 min, а автобусот Г во 14 h 59 min. Од тргнување на автобусот А до тргнување на автобусот Г има:
14 h 59 min – 12 h 08 min = 2 h 51 min.

Затоа што автобусите тргнувале на ист временски интервал, времето 2 h 51 min го делиме со 3 (има 3 разлики меѓу времињата од првиот автобус А до последниот автобус Г).

2 h 51 min : 3

= 171 : 3 = 57 min 120 min + 51 min = 171 min

Од Тетово, автобусот Б тргнува во 13 h 5 min, затоа што 12 h 08 min + 57 min = 12 h 65 min = 13 h 5 min, а автобусот В: 13 h 5 min+ 57 min = 13 h 62 min= 14 h 2 min.

Обиди се да ја пополниш табелата за автобусот Б од Битола и од Штип..

1. Колку часа поминуваат ако:

а) големата стрелка направи заврТување од половина круг?

б) големата стрелка направи заврТување од $2\frac{1}{2}$ круга?

в) малата стрелка направи заврТување од 0,5 од полн круг?

г) малата стрелка направи заврТување што е $\frac{3}{4}$ од полн круг?

2. За да се наполни еден базен можело да се користат три цевки. Времето од пуштање на секоја цевка до полнење на базенот е дадено во табелата.

цевка	време на пуштање на цевката	време кога е наполнет базенот
А	8 : 45	13 : 20
Б	7 : 25	11 : 39
В	9 : 40	12 : 12

а) Колку време е потребно за секоја цевка да го наполни базенот?

б) Со која цевка најбрзо се полни базенот?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Учениците од шесто одделение требало да одат на дводневна екскурзија. Се размислувало да се посетат градовите Охрид и Струга, или Струмица, Пехчево и Штип. Од својот одделенски наставник добиле листи на локации кои може да ги посетат и кое време, како во табелите.

Табела 1, локации Охрид и Струга

Охрид		Струга	
локации	време	локации	време
Антички театар	10:15 – 13:30	Природнонаучен музеј	9:30 – 10:30
Лихнидос	10:30 – 12:30	Спомен дом на „Браќа Миладиновци”	11:00 – 13:30
Стари град	во текот на целиот ден	Етнолошки музеј „Вија Кандавија” – с. Ливадиште	8:30 – 9:30
Плаошник	9:00 – 14:30	Џамија „Мустафа Челеби”	11:30 – 13:30
Црква „Св. Софија”	9:30 – 13:00	Манастир „Св. Богородица” – с. Калишта	12:00 – 14:00
Црква „Св. Богородица Перивлепта”	9:30 – 13:00		
Црква „Св. Јован Бигорски” - Канео	9:30 – 13:00		
Манастир „Св. Наум Охридски”	11:30 – 12:30		
Наколно живеалиште „Град на вода”	12:30 – 15:00		
Хидробиолошки завод	9:00 – 12:00		
Билјанини извори	11:00 – 13:00		
Аеродором Охрид	14:00 – 16:00		

Табела 2, локации Штип, Пехчево и Струмица

Штип		Пехчево		Струмица	
локации	време	локации	време	локации	време
Музеј на град Штип: 1. Историска поставка. 2. Археолошка поставка. 3. Музеј на ВМРО за Штип и Штипско.	9:30 – 17:15	Водопадите во туристичката населба Равна река	10:00 – 17:30	Колешински водопади	11:30 – 16:30
Археолошки локалитет - Баргала	11:30 – 16:30	Едукативен центар за зачувување на природата на Брегалничкиот регион во с. Негрево	10:15 – 14:30	Смоларски водопади	11:30 – 16:30
Црква „Св. Никола”	во текот на целиот ден	Археолошки локалитет	10:15 – 15 : 30	Манастир „Успение на Пресвета Богородица” - Елеуса	12:00 – 15:15
		Манастир „Св. Петка”	10:00 – 1 :30	Манастир „Св. Леонтиј” - Водоча	11:00 – 14:30

а) Направете избор кои градови да ги посетат учениците од шесто одделение на дводневна екскурзија.

б) Направете план за посета на понудените локации за време на дводневната екскурзија.

в) Имајте го предвид и потребното време за патување од едно место до друго, како и времето за одење од една до друга локација (користи приближно дека од локација до локација во истиот град е потребно 30 min, а за патување од еден до друг град е потребно 1 час).

2. Ана сакала да го гледа филмот на телевизија кој почнувал од 20 часот. Но предходно требала да биде: на балет од 16:30 до 17:20; на час по математика од 17:30 до 18:30; кај другарка и да пишува домашна работа, за која проценила дека за да оди до кај неа и да пишуваат домашна работа и требаат 55 минути; да ја посети баба ѝ и од кај баба ѝ до дома и требале 12 минути.

а) Колку време Ана ќе биде на балет?

б) Колку време Ана ќе биде на час по математика?

в) Колку време и треба за да оди од балет на час по математика?

г) Во колку часот ќе си оди од кај другарка ѝ?

д) Колку време може да остане кај баба ѝ за да биде навреме дома за да го гледа филмот?

3. Една фабрика изработува производи на лента. Првиот производ излегол за 15 секунди, вториот за 21 секунда, третиот за 27 секунди итн. Колку секунди ќе бидат потребни да излезе седмиот производ?

Со помош на временскиот распоред реши ги задачите 4, 5 и 6.

	автобус 1	**автобус 2**	**автобус 3**
Битола	10:25	11:13	13:02
Прилеп	11:10	11:58	13:47
Велес	12:05	12:53	14:42
Скопје	12:50	13:38	15:27

4. Колку време му е потребно на автобусот да стигне:

а) Од Битола до Прилеп? б) Од Битола до Велес?

в) Од Прилеп до Скопје? г) Од Битола до Скопје?

5. Колку долго ќе треба да го чекам автобусот доколку стигнам:

а) на станицата во Битола во 9:52? б) на станицата во Прилеп во 12:06?

в) на станицата во Велес во 12:17? г) на станицата во Прилеп во 13:55?

6. Кој е последниот автобус на кој може да се качам во Битола за да стигнам во:

а) Прилеп до 11:30? б) Велес до 13:00?

в) Скопје до 13:45? г) Велес до 15:00?

7. Со помош на туристичкиот леток кој содржи информации за атракциите во еден забавен парк, испланирај ја забавата во текот на еден викенд на Иван и Мерием во тој парк со цел да учествуваат во што е можно повеќе активности. Земи предвид дека секоја активност трае најмалку 15 минути, а за да стигнат од една до друга локација за различните активности им се потребни 10 минути.

сабота	**недела**
11:30 лизгање на мраз	11:10 влечење јаже
11:50 банџи-скокови	13:40 натпревар во скокови со вреќа
12:15 вртење на хулахоп	12:50 скокање со падобран
13:00 акробатска претстава (трае 1час)	13:30 акробатска претстава (трае 1 час)
13:45 картинг	13:45 панорамско тркало
14:20 водени лудории	14:30 куглање

КАЛЕНДАР

Воведна активност

Веле, Соња и Марина се родени во иста година и месец. Сакале да го слават заедно роденденот. Веле е роден на 12. 03. 2011 година. Соња е родена на 18. 03. 2011 година и Марија е родена на 16. 03. 2011 година.

а) Од кого е постаро секое од децата и за колку?

б) Кој ден предлагаш да го слават роденденот?

в) Дали имаш другарче со кое си роден во ист месец и година?

Кои се поголеми мерни единици за време од часот? Како е организирано мерењето на времето за подолги временски интервали?

Сигурно твојот одговор гласеше: поголеми мерни единици за време од часот се ден, седмица, месец, година, деценија, век, милениум. За полесно следење на текот на подолги временски интервали поголемите мерни единици за време се организирани во табеларен приказ наречен календар.

Пример 1. Во врска со сликата што претставува извадок од календар за јануари, одговори на следните прашања:

а) Кој ден од седмицата е 16 јануари?

б) Колку понеделници има овој јануари што е прикажан на сликата?

в) Кој ден од седмицата е трети февруари?

г) На кој датум е третиот четврток од јануари?

ЈАНУАРИ

П	В	С	Ч	П	С	Н
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

а) Во календарот (табелата) бараме каде се наоѓа датумот 16 и го читаме денот што одговара на таа колона датуми, а тоа е вторник, значи 16 јануари е во вторник.

б) Ја гледаме првата колона од табелата од каде што можеме да преброиме дека за прикажаниот јануари има 5 понеделници.

в) Затоа што 31 јануари е во среда, 1 февруари ќе биде во четврток, а 3 февруари е во сабота.

г) Првиот четврток од јануари е на датумот четврти, па броејќи во истата колона надолу, забележуваме дека третиот четврток е на 18 јануари.

Пример 2. Кој е временскиот интервал помеѓу дадените датуми? Одговорот запиши го во седмици и денови.

а) од 6 октомври до 28 октомври

б) од 31 март до 26 април

в) од 7 јануари до 7 февруари

а) Ги броиме деновите почнувајќи од првиот датум, но не го вклучуваме него во броењето. Значи, од 6 до 28 октомври ќе има поминато 22 дена, односно 3 седмици и 1 ден.

б) Од 31 март до 26 април поминува временски интервал од 26 дена, односно 3 седмици и 5 дена.

в) Во овој случај, затоа што имаме премин од еден месец во друг, треба да внимаваме и на деновите од месеците што минуваат. Затоа што јануари има 31 ден, пресметуваме на следниот начин: од 7 јануари до 31 јануари поминуваат 24 дена. Потоа, од 1 февруари до 7 февруари уште 7 дена (нив ги броиме со вклучување на првиот датум, бидејќи и тој е дел од временскиот интервал што го пресметуваме). Добиваме дека временскиот интервал помеѓу 7 јануари и 7 февруари е вкупно 24 + 7 = 31 ден, односно 4 седмици и 3 дена.

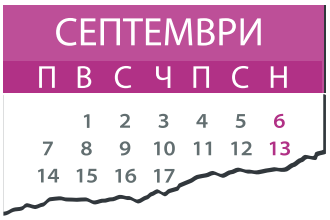
1. Селма вели: „Кој ден е денеска, ако вчера беше утре од четврток?“
Антонио одговара: „Тоа е денот што значи вчера за недела“.

Дали Антонио ја одгатнал загатката на Селма?

Состави слична загатка и постави му ја на твоето другарче.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Употреби го календарот за да одговориш на следниве прашања:



а) Во кој ден од седмицата ќе биде 18 септември?

б) Кои се датумите на петоците во септември?

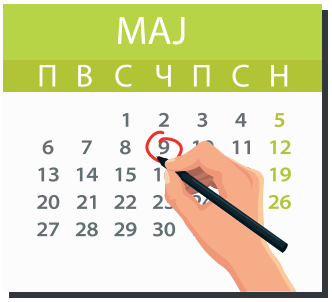
в) Во кој ден од неделата ќе биде првиот ден од октомври?

г) Кои се датумите на четвртоците во октомври?

д) Во кој ден од седмицата ќе биде 4 ноември?

ѓ) Во кој ден од седмицата ќе биде последниот ден од ноември?

2. Неколку ученици од шесто одделение гледале во календарот за месец мај и од датумот кога го гледале календарот, секој од нив кажал по колку време ќе му биде роденден.
Прецртај ја табелата во твојата тетратка и со користење на календарот за мај пополни ја третата колона од табелата.



Табела, роденден на ученици од шесто одделение

име на ученикот	по колку недели и денови е роденденот	датум и месец на роденденот
Марија	3 седмици и 5 дена	
Стефан	4 седмици и 3 дена	
Али	4 седмици	
Снежана	5 седмици и 6 дена	
Јована	2 седмици и 4 дена	
Мустафа	3 седмици	
Афродита	5 дена	

а) Кој од учениците има прв роденден ако датумот, кога кажувале по колку време им е роденден, е 9. 05?

б) Подреди ги датумите на роденден на учениците од датумот што е најблиску до 9.5.

в) Постави му други прашања на другарчето или другарката.

3. Патувај по времето. Прецртај ја табелата во тетратката и пополни ги празните полиња

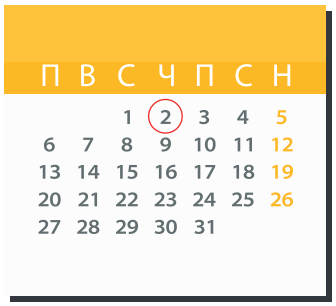
месец и година	**минато (пред)**	**кој месец и година е?**	**иднина (по...)**	**кој месец и година е?**
април 2023	8 години и 3 месеци		4 години и 2 месеци	
јуни 2017	3 години и 1 месец		9 години и 6	
мај 2011	10 години и 4 месеци		15 години и 7 месеци	
јуни 2029	13 години и 6 месеци		3 години и 8 месеци	
август 2007	17 години и 5 месеци		23 години и 4 месеци	

***4.** На сликата е прикажан календар од некој месец. За жал, на поголемиот дел од календарот е истурена боја.
Кој ден е 24-ти во тој месец?

5. Од еден календар бил откинат овој лист.

а) Кои месеци би можеле да бидат претставени со овој лист од календарот? Објасни зошто.

б) Замисли дека заокруженото датум е денешниов датум. Која е возраста на секој од следниве луѓе, изразена во години, месеци и денови?



1) Ратко – роден на 2 јули 2015

2) Славица – родена на 25 август 2008

3) Ерблина – родена на 17 јули 1991

4) Јаков – 2 октомври 1987

5) Елвира – 30 ноември 1979

***6.** Збирот на годините на Јована и нејзината мајка е 34, а збирот на годините на мајката и бабата на Јована е 79. Колку години имала бабата кога се родила Јована?

ПАРИ

Воведна активност

Треба да се плати сума од 230 денари. Наброј неколку различни начини на комбинирање монети и банкноти за да се плати таа сума.

Пример 1. Што е разликата меѓу поимот пари и валута?

Валутата е форма на пари што се прифаќа како средство за размена и плаќање.

Парите се стандардна мерка за вредност, како што е метарот единица мерка за должина.

Така, на пример, кога велиме 25 m – мерен број е 25, мерна единица метри; ако кажеме 25 денари, мерниот број е 25, а мерната единица денари, додека во изразот 25 евра мерниот број е ист, но мерната единица (валута) е различна.

Валута на ЕУ е еврото.

1 цент е стоти дел од евро, односно 100 центи = 1 евро.

Валута во САД е американски долар.

Слично како еврото и кај оваа валута 1 цент е стоти дел од доларот, односно 100 центи = 1 долар

За означување на еврото се користи симболот € и тој се запишува пред бројот.

На пример, 20 евра ќе ги запишеме €20.

Пример 2. Мехмет отишол на одмор во Италија, каде што требало да плаќа со евра. Сендвичот што го купил чинел 3 евра. Колку би чинело тоа во македонски денари?

За да одговориме на ова прашање треба да ја знаеме врската меѓу еврото и денарот, а тоа можеме да го прочитаме од курсна листа. Таа зависи од многу фактори што се определени од законите на економијата и постојано се менува, речиси секојдневно.

Еве го извадокот од курсната листа што важела за тој ден, кога пресметувал Мехмет.

Држава	Шифра	Валута		Единица валута	Среден курс во денари
ЕМУ	978	евро	EUR	1	61.5190
С А Д	840	САД долар	USD	1	56.1356
В.Британија	826	британска фунта	GBP	1	70.7196
Швајцарија	756	швајцарски франк	CHF	1	62.8515
Шведска	752	шведска круна	SEK	1	5.4984
Норвешка	578	норвешка круна	NOK	1	5.3148
Јапонија	392	јапонски јен	JPY	1	0.4158

Од него се забележува дека 1 евро се заменува приближно со 61,5 денари, па така за цената на сендвичот во денари се добива $3 \cdot 61{,}5 = 184{,}5$ денари. Затоа што во нашата земја не се користат монети со помала вредност од 1 денар, ќе заокружиме на 185 денари.

1. Користи ја курсната листа од пример 2 и пресметај:

а) Колку македонски денари чинат чевли од 56,5 евра?

б) Колку македонски денари чини парфем од 35,7 евра?

Пример 3. Лилјана сака да објави продажба на вреден украсен предмет на интернет, но потребно е да го објави со цена во евра. Таа ја знае само вредноста на тој предмет во денари. Помогни ѝ на Лилјана да ја пресмета цената на предметот во евра, ако цената во денари е 2604.

За вредноста на еврото што најчесто изнесува некој децимален број, а според моменталната курсна листа изнесува 61,7, ќе земеме приближна вредност од 62 денари. За да ја добиеме сумата во денари, треба да поделиме 2604 со 62, односно $2604 : 62 = 42$ евра.

2. Користи ја курсната листа дадена во пример 2 и пресметај:

а) Колку евра чини јакна од 6200 денари? (Ако според курсната листа 1 евро е изразено со децимален број, при пресметувањето користи заокружување на цел број).

б) Колку евра чини часовник од 7440 денари?

Пример 4. Едноимените броеви, запиши ги во повеќеимени и обратно.

а) 15,4 евра = ☐ евра ☐ центи б) 27,75 евра = ☐ евра ☐ центи

в) 235 евра и 20 центи = ☐ евра

а) $15{,}4 = 15\frac{4}{10} =$

$= 15\frac{4 \cdot 10}{10 \cdot 10}$ 1 цент = $\frac{1}{100}$ евра

$= 15\frac{40}{100}$

= 15 евра и 40 центи

б) $27{,}75 = 27\frac{75}{100}$ = 27 евра и 75 центи

в) 235 евра и 20 центи

= 235,2 евра. 1 цент = $\frac{1}{100}$ евра, 20 центи се $\frac{20}{100}$=0,2

3.

а) Која сума во евра се прикажани на сликите?

б) Колку чини јакната, а колку капата?

в) Изрази ги сумите како повеќеимени броеви (со центи и евра), а потоа како едноимени (само во евра).

г) За колку е поскапа јакната од капата?

4. Каде ќе го платиш поевтино производот?

производ	цена во СР Македонија	цена во Германија
прибор за цртање	1000 денари	19 евра 30 центи
панталони	1700 денари	31 евро
шал	340 денари	4,9 евра
звучник	2740 денари	40 евра
тв	34000 денари	620 евра
млечно чоколадо	150 денари	2,5 евра

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Андријана отишла на пазарување и со себе носела банкнота од 1000 денари. Пазарувала за сума од 743 денари. Колкав е кусурот што треба да го добие Андријана, ако плаќа со:

а) банкнота од 1000 денари

б) 1 банкнота од 500 денари и 3 од по 100 денари

в) 7 банкноти од 100 денари, 1 банкнота од 10 денари, 8 монети од 5 денари?

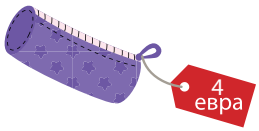
2. Во текот на една седмица направи мало истражување кои други валути се користат во светот и со користење на курсна листа најди го нивниот однос со денарот.

3. Претвори во бараната мерна единица:

а) 21,3 евра = ☐ евра ☐ центи б) 1,07 евра = ☐ евра ☐ центи

в) 908 евра 10 центи = ☐ евра г) 17 центи = ☐ евра

4. Колку денари е секој од производите дадени на сликите, ако моменталниот курс на еврото е 61,7 денари.



***5.** Колку евра е ЦД-плеер на сликата, ако се продава со дадениот попуст и без попуст. За вредноста на еврото земи 62 денари.

***6.** Прво направи проценка, а потоа провери ја проценката со пресметување за тоа што е поскапо: чевли од познат бренд во Франција што се продаваат по цена од 130 евра или во Македонија по цена од 8000 денари?

ПЛОШТИНА. МЕРКИ ЗА ПЛОШТИНА

Воведна активност

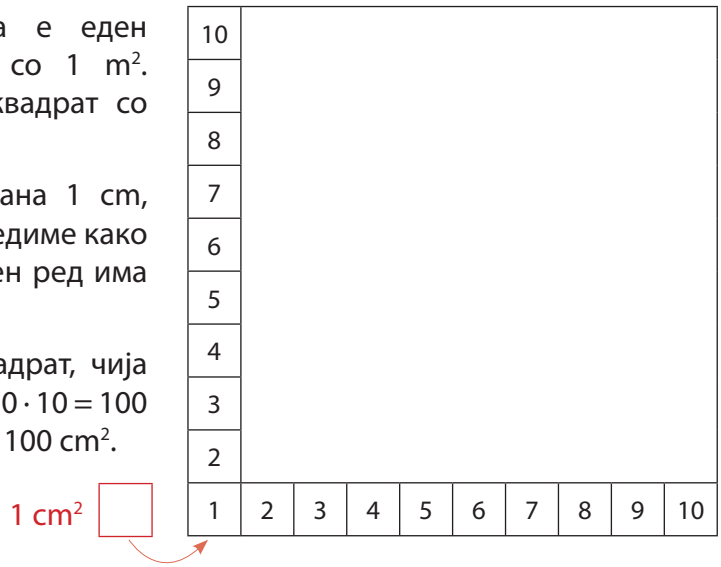
Марија им рекла на своите другарчиња: „Составив правоаголник од квадратчиња со страни од 1 cm. Плоштината на правоаголникот е 40 cm^2. Колку редови од квадратчиња употребив?“

Кој од нејзините другари и другарки кажал точен одговор?

Основната единица за плоштина е еден квадратен метар и се запишува со 1 m^2. Квадратен метар е плоштина на квадрат со страна 1 m.

Ако се земат квадратчиња со страна 1 cm, односно со плоштина 1 cm^2 и ги наредиме како на цртежот, ќе забележиме дека еден ред има 10 cm^2.

Затоа што има 10 реда, целиот квадрат, чија плоштина е 1 dm^2, ќе биде исполнет $10 \cdot 10 = 100$ мали квадратчиња, односно 1 dm^2 = 100 cm^2.



Во табелата се прикажани поголемите и помалите мерки за плоштина и нивната врска со основната единица мерка за плоштина.

име на мерните единици за плоштина	**ознака за секоја мерна единица**	**изразување на мерните единици со основната мерна единица за плоштина**
километар квадратен	km^2	$1\ km^2 = 1000000\ m^2$
хектометар квадратен	hm^2	$1\ hm^2 = 10000\ m^2$
декаметар квадратен	dam^2	$1\ dam^2 = 100\ m^2$
метар квадратен	m^2	$1\ m^2$ – основна единица
дециметар квадратен	dm^2	$1\ dm^2 = \frac{1}{100} m^2 = 0{,}01\ m^2$
сантиметар квадратен	cm^2	$1\ cm^2 = \frac{1}{10000}\ m = 0{,}0001\ m^2$
милиметар квадратен	mm^2	$1\ mm^2 = \frac{1}{1000000}\ m^2 = 0{,}000001\ m^2$

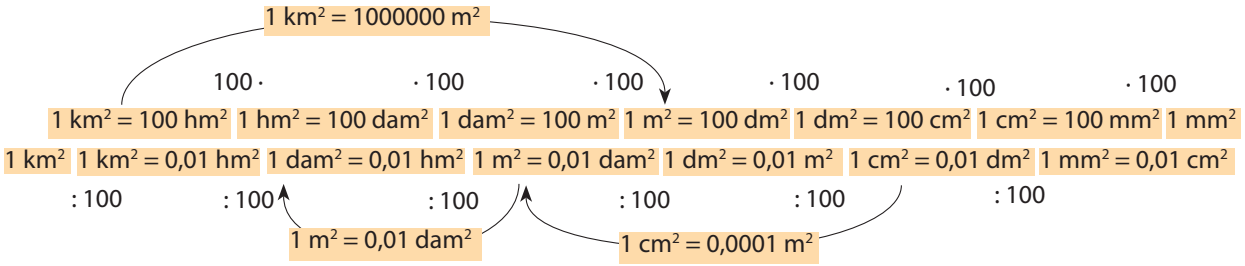
Во праксата се користат и други именувања на некои од мерките за плоштина како ар (*a*) и хектар (h*a*).

$1\ a = 1\ dam^2 = 100\ m^2$, $1\ ha = 1\ hm^2 = 10000\ m^2$

Кај нас се користи декар: 1 dek = 10 *a*=1000 m^2, 10 dek = 1h*a* = 10000 m^2

1. Колку е бројот што покажува колку помали единици мерки ја даваат следната поголема единица мерка кај плоштина?

За запишување на мерните единици од поголеми во памали мерни единици и обратно, од помали во поголеми мерни единици можеш да го користиш и следниот дијаграм:



Пример 1. Изврши ги следните претворања:

а) 13 cm^2 во dm^2 б) 0,4 m^2 во dm^2

в) 0,25 dam^2 во m^2 г) 436 dam^2 во hm^2

а) 13 cm^2 = (13 : 100) dm^2 = 0,13 dm^2 б) 0,4 m^2 = (0,4 · 100) dm^2 = 40 dm^2

в) 0,25 dam^2 = (0,25 · 100) m^2 = 25 m^2 г) 436 dam^2 =(436 : 100) hm^2 = 4,36 hm^2

2. Допиши ги соодветните единици:

а) 5 m^2 = 0,05 ____ б) 0,1025 dm^2 = 10,25 ____

в) 2350 m^2 = 0,235_____ г) 15 dm^2 5 mm^2 = 1500,05 _____

3. Претвори ги во квадратни метри: 56400 mm^2, 36,7 dm^2, 16780 mm^2, 560 cm^2.

Пример 2. Едноименот број 256871mm^2 запиши го како повеќеимен број.

256871 mm^2 = 71 mm^2 68 cm^2 25 dm^2 = 25 dm^2 68 cm^2 71 mm^2.

При претворањето на едноимен број за плоштина во повеќеимен број, тој се дели во групи (по две цифри) според соодветниот број (100), кој покажува колку помали единици мерки ја даваат следната поголема единица мерка.

4. Запиши ги едноимените броеви во повеќеимен број.

а) 245629 dam^2 б) 124 m^2 в) 2425 dm^2

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Дадените бројни вредности за плоштина запиши ги во основната единица за плоштина:

а) 2,3 dm^2 б) 452300 mm^2 в) 6345 dm^2

г) 34 dam^2 д) 2 km^2 ѓ) 320540 cm^2

2. Претвори:

а) 5 dm^2 9 mm^2 во cm^2 б) 18 m^2 2 cm^2 во dm^2

в) 72 dm^2 3 cm^2 во dm^2 г) 5 hm^2 4 dm^2 во dam^2.

3. Плоштината на подот на една соба е 26 m^2. Оваа плоштина претвори ја во dam^2, dm^2 и cm^2.

4. Подреди ги по големина следните бројни вредности за плоштина:

6 dm^2; 0,5 m^2; 530 cm^2; 0,006 *a*; 2,5 h*a*.

***5.** Колку хектари е плоштината на нива во форма на правоаголник со должина 240 m и ширина 110 m?

***6.** Еден правоаголник има плоштина 1 dm^2 56 cm^2 и должина 13 cm. Колку е ширината на правоаголникот?

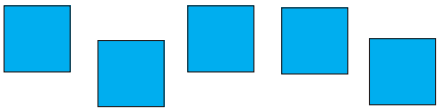
***7.** Пресметај ја плоштината на квадрат со страна 90,01 dm. Плоштината запиши ја во:

а) cm^2 б) mm^2 в) m^2

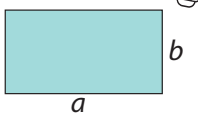
ПЛОШТИНА НА ФОРМИ ШТО МОЖАТ ДА СЕ ПОДЕЛАТ НА ПРАВОАГОЛНИЦИ

Воведна активност

Секоја од овие пет квадратни плочки има плоштина од 16 cm^2. Најди начин да ги распоредиш овие плочки, така што периметарот на добиената форма да изнесува 40 cm.

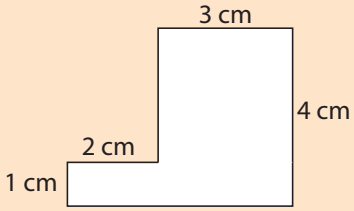


Плоштината на правоаголник е $P = a \cdot b$.

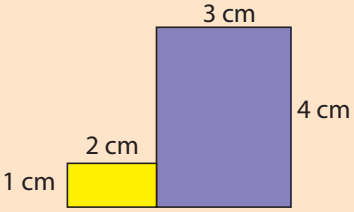


Пример 1. Колку изнесува плоштината на 2Д-формата која е дадена на црт. 1а)?

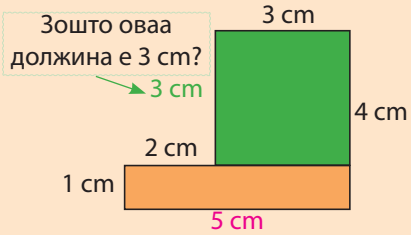
а)



б)



в)



Дадената 2Д-форма можеме да ја поделиме на правоаголници, чија плоштина знаеме да ја пресметаме. Ако направиме поделба како во црт. 1б), добиваме дека бараната плоштина е збир од плоштините на жолтиот и виолетовиот правоаголник, односно $P = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 2 + 12 = 14\ cm^2$.

Можеме да направиме и друга поделба како на црт. 1в). Тогаш ни се потребни должините на страните на зелениот и портокаловиот правоаголник. Сега плоштината на дадената 2Д-форма ќе биде збир од плоштините на портокаловиот и зелениот правоаголник, односно $P = 1 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = 5 + 9 = 14\ cm^2$.

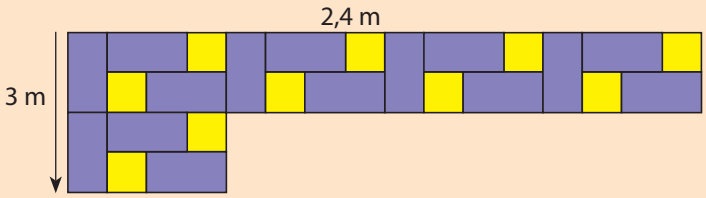
Пример 2. Подот од кујната во домот на Марко треба да се поплочи со 2 вида плочки. Ако димензиите на правоаголните плочки се 3 dm и 1,5 dm, пресметај:

а) Која е плоштината на една од правоаголните плочки?

б) Која е плоштината на една квадратна плочка?

в) Колку метри квадратни плочки ќе бидат потребни за целиот кујнски под, ако неговата должина е 3 m, а ширината 2,4 m?

г) Според прикажаниот начин на редење на плочките, определи по колку метри квадратни ќе бидат потребни од едниот и од другиот вид?



а) Плоштината на една од правоаголните плочки е $P = 3 \cdot 1,5 = 4,5\ dm^2$

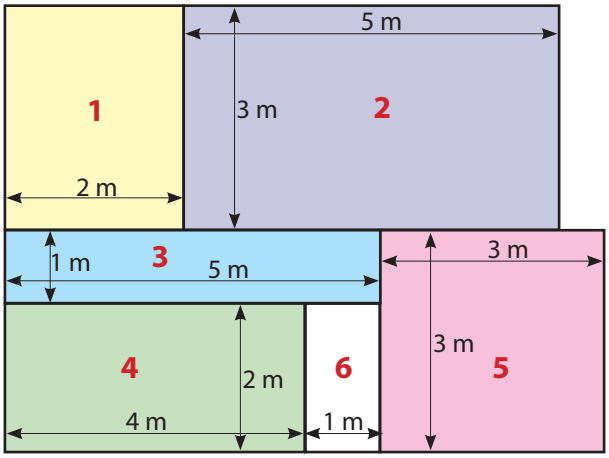
б) Плоштината на една квадратна плочка е половина од плоштината на правоаголните (Зошто?). Таа изнесува $4,5\ dm^2 : 2 = 2,25\ dm^2$
(или може да пресметаме $1,5 \cdot 1,5 = 2,25\ dm^2$)

в) Цел кујнски под има плоштина од $3 \cdot 2,4 = 7,2\ m^2$.

г) На цртежот погоре е претставен еден ред на начинот на кој Марко сакал да се наредат плочките од двата вида по цел под. Затоа што должината на подот е 3 m, а должината на една правоаголна плочка (односно еден ред што потоа се повторува) е 3 dm, добиваме дека за да се поплочи целиот под потребни се 10 такви реда. Земајќи ги предвид димензиите на секоја од плочките и со нивно броење забележуваме дека по ширината 2,4 m има вкупно 12 правоаголни и 8 квадратни плочки. Затоа што овој ред се повторува 10 пати, добиваме дека за цел под ќе бидат потребни $10 \cdot 12 = 120$ правоаголни плочки и $10 \cdot 8 = 80$ квадратни плочки. Вкупната плоштина на правоаголните плочки изнесува $120 \cdot 4,5\ dm^2 = 540\ dm^2 = 5,4\ m^2$, затоа што цел под има плоштина од $7,2\ m^2$, за квадратните плочки останува $7,2 - 5,4 = 1,8\ m^2$.
(или $80 \cdot 2,25\ dm^2 = 180\ dm^2 = 1,8\ m^2$)

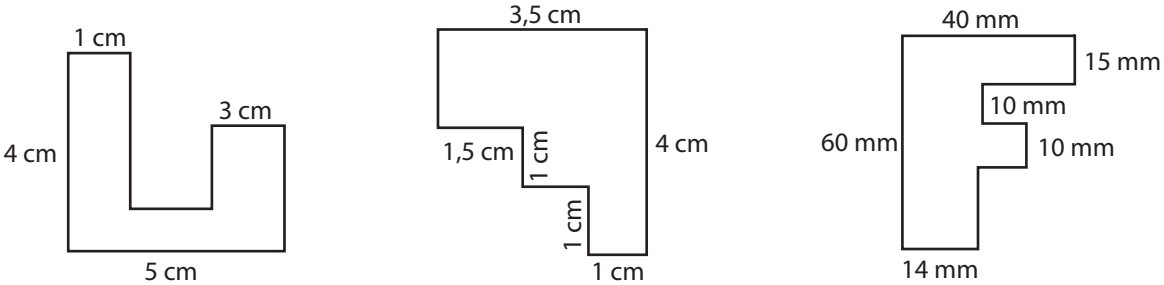
1. Измери ги должината и ширината на дадените правоаголници и пресметај ги нивните плоштини.

2. Пресметај ја плоштината на секоја од просториите и целиот стан даден на скицата на цртежот.

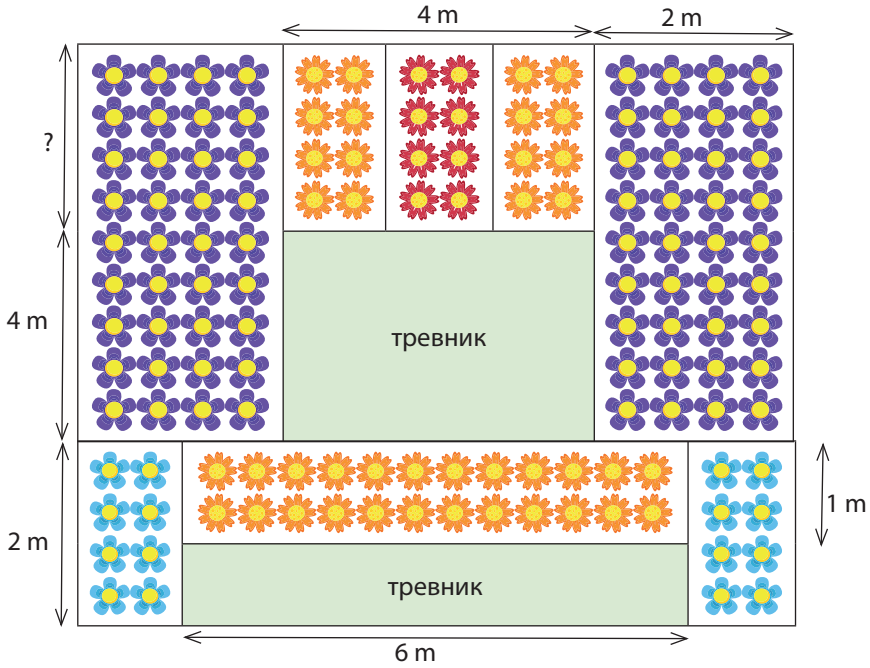


ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Пресметај ја плоштината на 2Д-формите на цртежите.



2. Општината барала идеи од своите граѓани за уредување на дел од површина на градскиот плоштад со трева и цвеќиња. Површината која требало да се уреди има плоштина 64 m^2. Тони имал предлог како на цртежот.



Правоаголниците со портокалови цвеќиња се широки 1 m.

а) Која е ширината и должината на целата градина?

б) Колку изнесува должината означена со прашалникот на сликата?

Колкава површина покриваат:

в) црвените цвеќиња?

г) портокаловите цвеќиња?

д) сините цвеќиња?

ѓ) виолетовите цвеќиња?

е) двата тревника заедно?

ж) Провери ги твоите одговори на прашањата од в) до ѓ) со тоа што ќе покажеш дека нивниот збир е еднаков на плоштината на целата градина.

3. Колку изнесува периметарот на правоаголник ако неговата плоштина е 27,5 m^2, а неговата ширина е 5 m?

4. За излет на една ливада секое семејство треба да стави на земја прекривка доволно голема за целото семејство да може да седне.

а) На семејството Христови му се потребни 15900 cm^2.

б) На семејството Азири му се потребни 13600 cm^2.

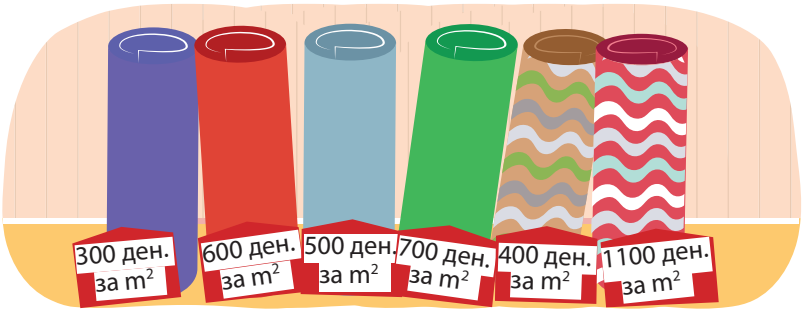
в) На семејството Стојановиќ му се потребни 19000 cm^2.

г) На семејството Ибраимовски му се потребни 15300 cm^2.

д) На семејството Тошевски му се потребни 14800 cm^2.

Секое од семејствата ќе искористи по две прекривки. Кои две прекривки треба секое од нив да ги спои за да ја добие точната потребна плоштина? Секоја прекривка може да биде искористена само еднаш.

5. Цените на килимите во една продавница се дадени на сликата.

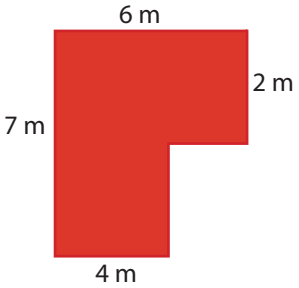


а) Анита бара да купи 30 m^2 од синиот килим. Колку треба да плати?

б) Блерим бара да купи зелен килим за една правоаголна соба што е долга 7 m и широка 4 m. Колку треба да плати?

в) Васко бара да купи црвен килим со линии за квадратна соба со должина на страна 5 m и виолетов килим долг 4 m и широк 3 m. Колку вкупно треба да плати?

г) Лејла бара да купи црвен килим за својата соба во облик на буквата Г со димензии дадени на цртежот. Колку треба да плати?

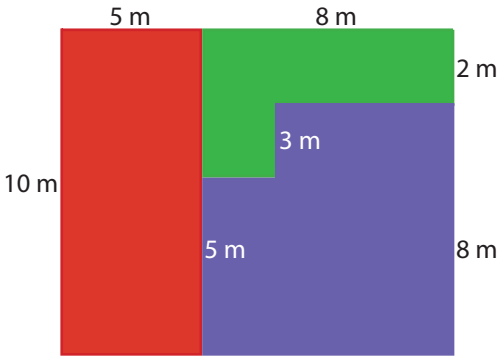


д) Сенад бара да купи килим за целиот кат од својата куќа. Десно е скицата на куќата со боите на килимите за секоја од собите. Која ќе биде вкупната цена?

ѓ) Колкав е периметарот на собата со црвен килим?

е) Колкав е периметарот на собата со зелен килим?

ж) Колкав е периметарот на собата со виолетов килим?



ПЛОШТИНА НА ПРАВОАГОЛЕН ТРИАГОЛНИК

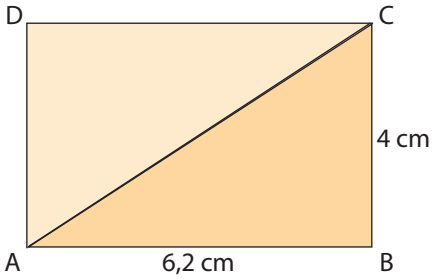
Воведна активност

Колку е плоштината на правоаголникот ABCD?

Запиши ја формулата за плоштина на правоаголник со страни *a* и *b*.

Колку е плоштината на секој правоаголен триаголник?

Запиши ја формулата за пресметување плоштина на правоаголен триаголник.



Плоштината на правоаголен триаголник со катети *a* и *b* се пресметува кога должините на катетите ќе се помножат и добиениот број се дели со два (се преполовува), односно $P = \frac{a \cdot b}{2}$.

Пример 1. Пресметај ја плоштината на правоаголен триаголник со катети $a = 12{,}4$ cm и $b = 4$ cm.

$$P = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{12{,}4 \cdot 4}{2} = \frac{49{,}6}{2} = 24{,}8 \text{ cm}^2.$$

Плоштината на правоаголниот триаголник е 24,8 cm².

1. Пресметај ја плоштината на правоаголен триаголник со страни:

а) $a = 9$ cm и $b = 7$ cm б) $a = 8{,}4$ cm и $b = 6$ cm в) $a = 14$ cm и $b = 7{,}3$ cm.

Пример 2. Плоштината на правоаголен триаголник е 41,6 cm^2, а едната негова катета е 8 cm. Колку е другата катета на правоаголниот триаголник?

Во задачата е дадено: P = 41,6 cm^2 и нека $a = 8$ cm.

Плоштината на правоаголен триаголник е полупроизвод од катетите a и b, односно $P = \frac{a \cdot b}{2}$.

Во формулата заменуваме тоа што е дадено во задачата и имаме: $41{,}6 = \frac{8 \cdot b}{2}$.

Ако плоштината ја удвоиме, тогаш:

$83{,}2 = 8 \cdot b$
$b = 83{,}2 : 8$
$b = 10{,}4$ cm.

Зошто удвојуваме?

Значи, другата катета на правоаголникот е 10,4 cm.

2. Пресметај ја непознатата катета на правоаголен триаголник, ако е дадено:

а) P = 24,8 cm^2, $b = 6$ cm б) P = 199,6 cm^2, $a = 8$ cm

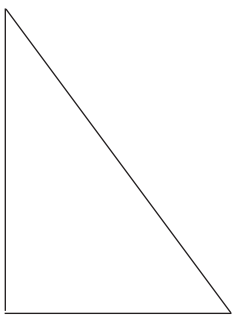
в) P = 120,6 cm^2, $b = 9$ cm

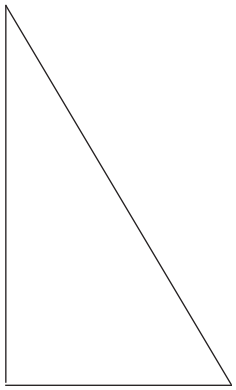
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

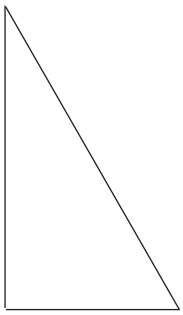
1. Пресметај го периметарот на правоаголен триаголник со страни $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm.

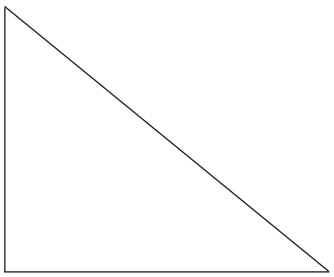
2. Едната катета на правоаголен триаголник е 15 cm, хипотенузата е 17 cm, а периметарот е 40 cm. Колку е плоштината на тој правоаголен триаголник?

3. Пресметај ја плоштината на секој од правоаголните триаголници, откако претходно ќе ги измериш неговите катети.

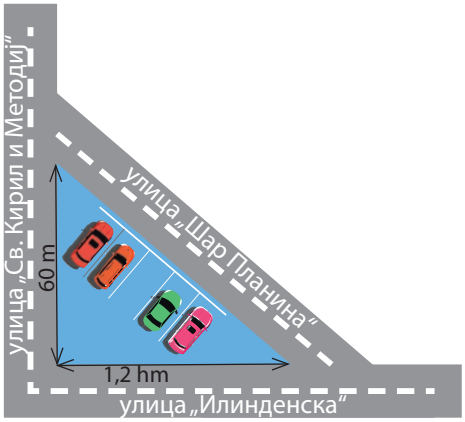
а)


б)


в)


г)


5. Пресметај ја плоштината на паркингот меѓу улиците според податоците дадени на цртежот.



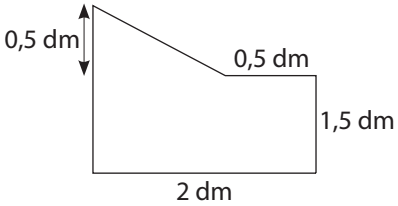
6. Пресметај ја непозната катетата на правоаголен триаголник, ако е дадена плоштината и другата катета.

а) P = 31,5 cm^2, a = 7 cm б) P = 48,9 cm^2, b = 6 cm
в) P = 241,7cm^2, a = 9 cm

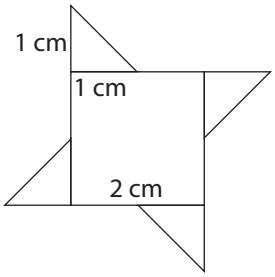
7. Пресметај ја плоштината на правоаголен триаголник со катети a = 3,54 cm и b = 103 mm.

***8.** Пресметај ја плоштината на 2Д-формите дадени на сликата.

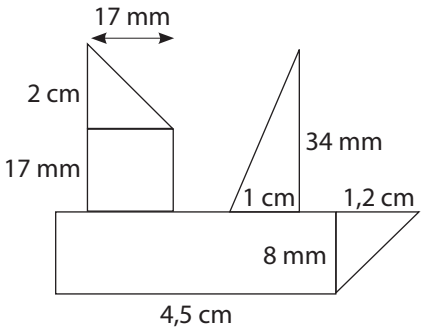
а)



б)



в)



***9.** Збирот на должините на катетите на еден правоаголен триаголник е 36 cm. Едната катета е за 4 cm подолга. Колку е плоштината на правоаголниот триаголник?

ПРОЦЕНУВАЊЕ ПЛОШТИНА НА НЕПРАВИЛЕН МНОГУАГОЛНИК ВО КВАДРАТНА МРЕЖА

Воведна активност

Дејан земал два квадрата од хартија. Секој квадрат имал плоштина од 4 cm^2.

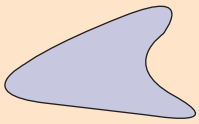
Тој го поставил портокаловиот квадрат под половина од синиот квадрат, како на сликата.

а) Колкава плоштина има добиената форма?

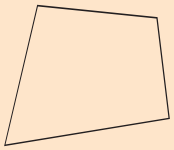
б) Направи други форми од двата квадрати и запиши ја нивната плоштина.

Пример. Определи ја плоштината на а) мало езеро б) четириаголник што се дадени на сликата.

а)

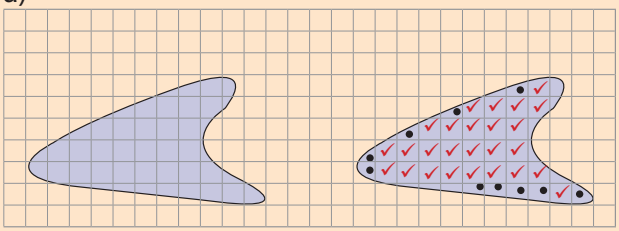


б)



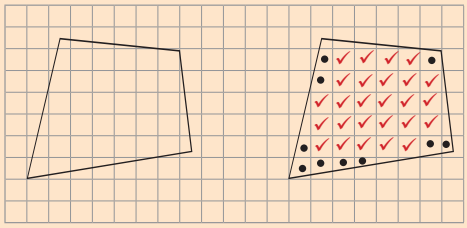
Во случај кога формата чија плоштина сакаме да ја определиме е неправилна, можеме да користиме квадратна мрежа, така што 1 квадратче претставува единица мерка за плоштина (зависно од ситуацијата, за плоштината на 1 квадратче може да сметаме дека е 1 cm^2, 1m^2 итн.).

а)



Сега треба да изброиме колку квадратчиња се зафатени во формата на езерото. Притоа, квадратчињата означени со ✓ се бројат како цели, а оние означени со • половина квадратче. Преостанатите што не се означени воопшто не ги броиме. Ако сметаме дека 1 квадратче на сликата заменува 1 m^2 во природата, за плоштината на езерото ќе имаме 26 + 5 = 31 квадратчиња, односно 31 m^2 е процената за плоштината на езерото.

б)

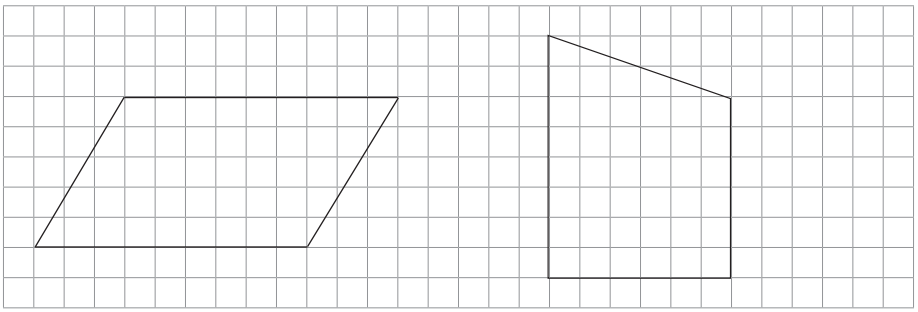


Одреди колку приблично ќе биде плоштината на четириаголникот.

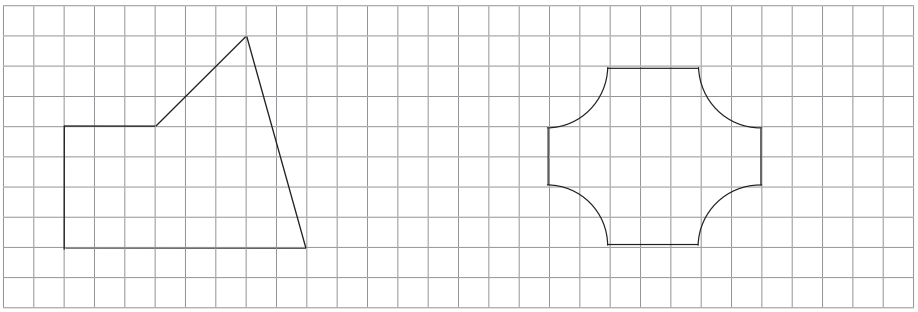
1. Колку е плоштината на секоја 2Д-форма на мрежата, ако едно квадратче е 1 cm^2?

а)

б)



в)

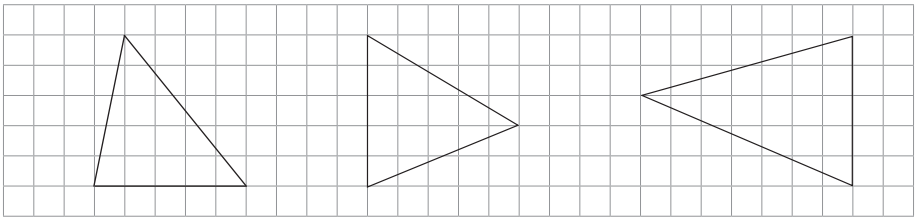


г)

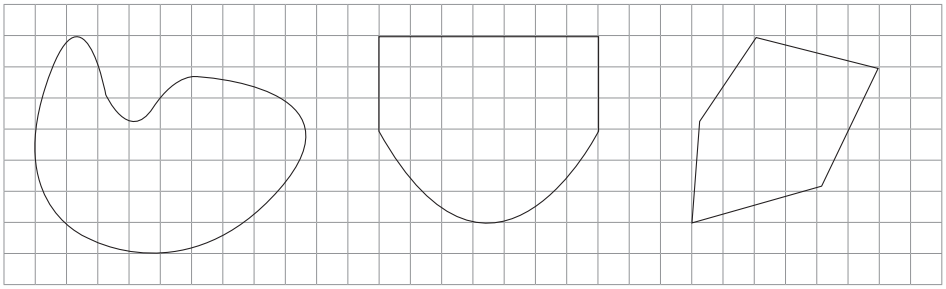
2. Во твојата тетратка нацртај 2Д-форми со плоштина: а) 8cm^2 б) 18 cm^2

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди ја плоштината на триаголниците ако едно мало квадратче има плоштина 1cm^2.



2. Процени ја плоштината на 2Д-формите дадени на сликата.



3. Во твојата тетратка нацртај 2Д-форма со плоштина од 24 квадратни единици составена од 1 правоаголник, 1 правоаголен триаголник и 1 квадрат. Сметај дека 1 квадратче од тетратка е 1 квадратна единица за плоштина.

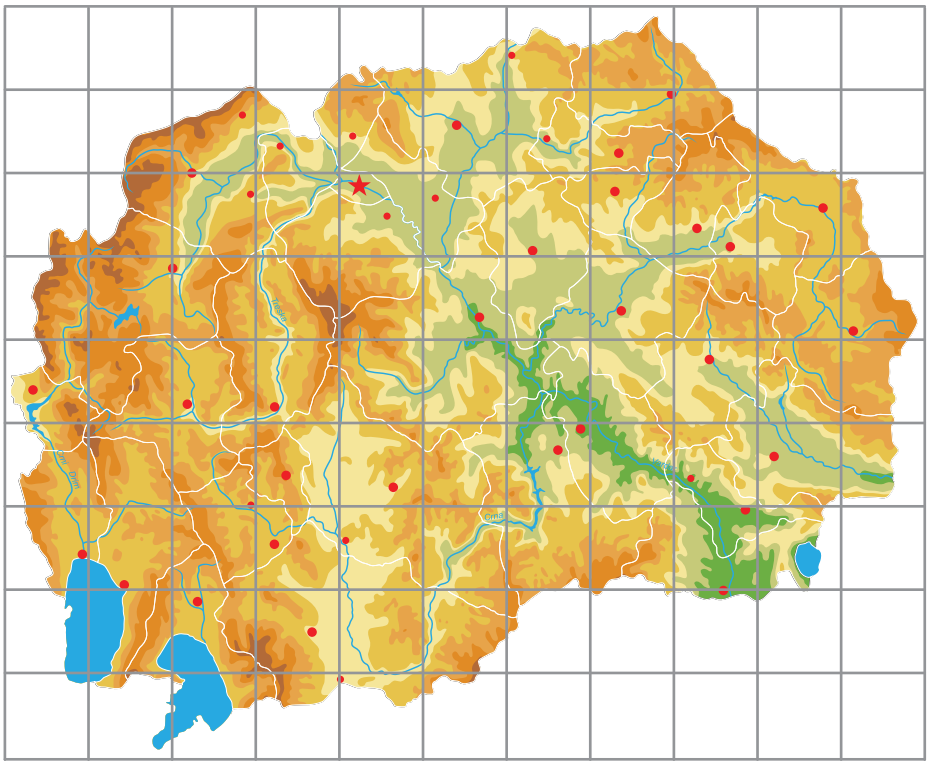
4. На дадената карта на РС Македонија според квадратчињата и плоштината на секој од деловите, оговори на следните прашања:

а) Колкав дел од земјата е планински? Запиши како дропка.

б) Колкав дел од земјата е покриен со природни езера? Запиши како дропка.

в) Ако приближната вредност за плоштината на целата земја е 570 km^2, направи проценка колку е плоштината на 1 квадрат од мрежата?

г) Пресметај ја плоштината на рамничарски дел од површината на РС Македонија.



ЗАДАЧИ ЗА САМООЦЕНУВАЊЕ

Реши ги задачите. Потоа, самооцени се според дадената чек листа.

1. Што треба да стои во квадратчето 1,4 $hm^2 = \square\ m^2$ за да биде точно равенството?

2. Плоштината на нива во форма на правоаголен триаголник е 400 cm^2. Колку жица е потребно да се обиколи нивата четири пати ако едната катета е 20 m и хипотенузата приближно е 45 m?

3. Десетте активности што ги имала во текот на една недела, Ана ги подредила според потребното време и ја добила низата: 23 min, 40 min, 57 min, 74 min... Колку време ѝ е потребно за реализација на осмата активност во часови и минути?

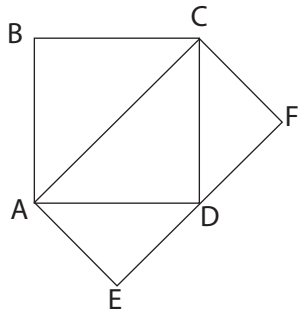
4. Ако курсната листа денес е 61,8 денари за 1 евро, колку денари ќе чини производ за кој во Германија треба да се плати 60 евра?

5. Колкав пат поминува Томе со своето возило ако возел со брзина е 84 километри на час за 90 минути?

а) 75,6 km б) 12,6 km в) 126 km г) 756 km

***6.** ABCD е квадрат со дијагонала 5 cm.
Колку е плоштината на правоаголникот ACFE?

а) 125 cm^2 б) 12,5 cm^2
в) 1,25 cm^2 г) 25 cm^2



7. Во четири бурења M, N, P и Q имало вода соодветно: 1,5 ℓ; 250 dℓ; 1,57 ℓ и $1\frac{2}{5}$ ℓ.
Во кое буре има најмногу вода?

а) бурето Q б) бурето N в) бурето P г) бурето M

8. Од 20 kg шеќерна репка се добиени 1,5 kg шеќер. Колку килограми шеќер ќе се добие од 760 kg шеќерна репка?

а) 380 kg б) 50,7 kg в) 38 kg г) 57 kg

9. Пополни на празните места според барањата:

а) 6 kg 7 dag 1 g = _____ dag

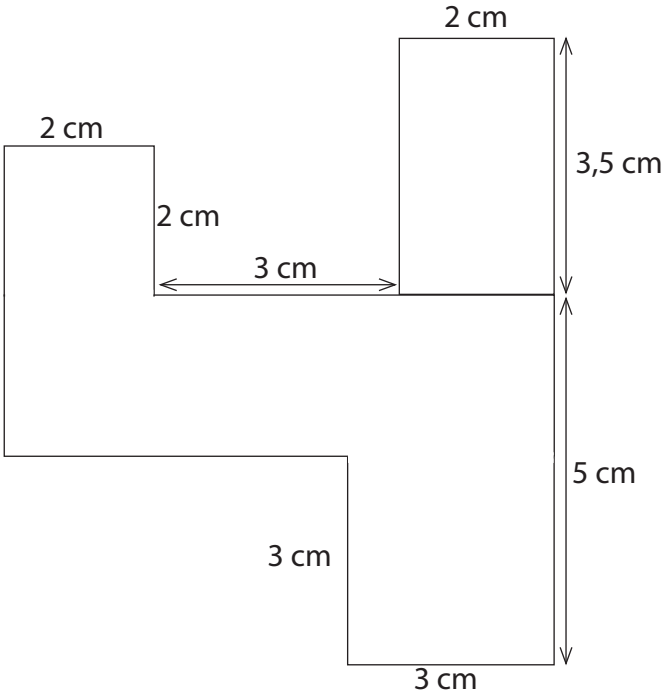
б) 19 ha 6 *a* 5 m^2 = _____ m^2

в) 72 m 3 dm 9 cm = _____ cm

г) 8 hℓ 6 ℓ 5 dℓ =_____ ℓ

10. Која од топките и колку од нив треба да го заменат прашалникот за вагата да биде во рамнотежа? Објасни го твојот одговор.

11. Пресметај ги периметарот и плоштината на 2Д-формата дадена на цртежот.



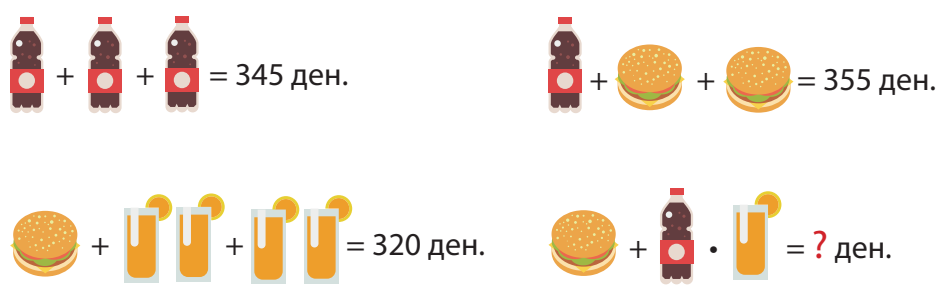
12. Дедо, баба и внук тргнале на прошетка по кејот на реката Вардар. Должината на чекорот на дедото била 0,83 m, на бабата 0,66 m, а на внукот 0,31 m. Колку се оддалечени еден од друг, откако секој од нив направил по 812 чекори?

Чек – листа за самооценување според стандардите за оценување

Јас можам да:	☺	😐	☹
претворам една соодветна мерна единица во друга (должина, маса и зафатнина), користејќи и децимални броеви до три децимали.			
споредувам мерења на должина, маса и зафатнина.			
решавам проблеми со должина, маса и зафатнина.			
претворам една единица за мерење на времето во друга.			
пресметувам временски интервали во решавање проблеми.			
претворам цени од една валута во друга во секојдневниот живот.			
претворам од поголема во помала мерна единица за плоштина и обратно до три децимали.			
пресметувам плоштина на форми, кои можат да се поделат на правоаголници.			
пресметувам плоштина на правоаголен триаголник.			
решавам едноставни проблеми со размер.			

Задача за 5+

Кој број треба да стои наместо прашалникот?



Со учење на оваа тема ќе се оспособиш да:

1. планираш и реализираш истражувања на прашања од секојдневен контекст;
2. користиш поими од веројатност за да дискутира за настани (за веројатноста да се случи настанот или не и за настани што имаат иста веројатност да се случат).

ЧИТАЊЕ ПОДАТОЦИ ОД ТАБЕЛИ И ДИЈАГРАМИ

Воведна активност

На следниот линиски дијаграм е прикажано колкав пат поминал Илир со својот автомобил за пет часа?
Со помош на линискиот дијаграм одреди:

а) Колку пат поминал Илир за $2\frac{1}{2}$ часа?

б) За колку часа поминал околу 180 km од патот?

Во секојдневниот живот постојано се сретнуваме со различни податоци: оценките по предмети на учениците во една паралелка од шесто одделение, потрошувачката на електрична енергија по семејства, потрошени количества овошје во еден магацин во текот на една седмица, поминатите километри по часови и други.

Податоците најчесто се претставуваат во табели. Табелата е составена од правоаголници (полиња), добиени со вкрстување на хоризонтални и вертикални линии. Секогаш се пишува на што се однесува табелата, односно за какви податоци станува збор.

Пример 1. Во табелата е дадено колку пара чевли се продале во текот на еден работен ден според големината во една продавница за чевли.

Табела – Број на продадени пара чевли по големина

големина на чевли	**фреквенција /честота**
38	7
39	5
40	18
41	11
42	14

а) Колку пара чевли вкупно се продале?

За да кажеме колку чевли се продале во продавницата во текот на денот треба да ги собереме фреквенциите, односно бројот на чевли што се продале од секоја големина:
$7 + 5 + 18 + 11 + 14 = 55$ пара чевли.

б) Која големина чевли е продадена најмногу?

Ако со моливот се движиме одгоре надолу по втората колона, најголема фреквенција е 18. Од осумнаесет, со моливот можеме да се движиме хоризонтално налево. Читаме дека продадените 18 пара чевли се со големина 40.

в) Колку пара помалку чевли од големината 39 се продале од големината чевли што најмногу се продала?

Од чевлите со големина 39 се продале 5 пара чевли. 18 – 5 = 13 пара чевли. Значи, од големината 39 се продале 13 пара чевли помалку од чевлите со големина 40.

Честотата (фреквенцијата) е бројот што покажува колку пати е застапен некој податок од листата со податоци.

1. Во табелата се дадени податоците за омилено овошје на 30 ученици.

Табела – Омилено овошје кај учениците

овошје	**број на ученици**
банана	8
јаболко	5
круша	4
портокал	11
друго	2
Вкупно	30

а) Кое овошје е најомилено меѓу учениците?

б) Спореди го бројот на ученици на кои омилено овошје им е бананата со бројот на ученици на кои омилено овошје им е јаболкото.

Дијаграм е графичко претставување податоци со точки, прави, 2Д- и 3Д-форми.

Линиски дијаграм е начин на графичко прикажување на средените податоци со помош на линија.

Пример 2. На линискиот дијаграм се прикажани податоците за истечената вода во литри од една чешма за време од 2 часа.

а) Колку литри вода истекле за 1 час?

На хоризонталната координатна бројна права се дадени часовите.

Од 1 час со моливот се движиме вертикално до правата линија со која се прикажани податоците. Од точката на правата со моливот се движиме хоризонтално до вертикалната бројна права и читаме 20 ℓ.

б) Колку литри вода истекле за $\frac{1}{2}$ час?

За половина час истекле 10 литри вода.

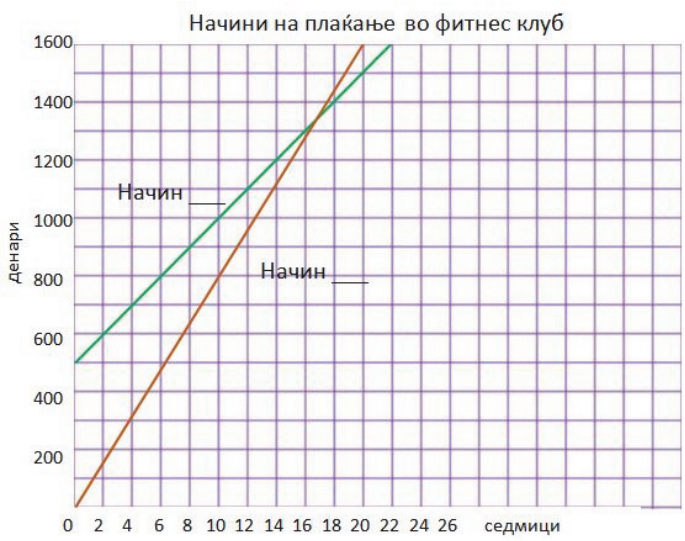
в) Колку литри вода истекле од чешмата за 4 часа?

Хоризонталната бројна права можеме да ја продолжиме и да ја означиме единичната мерна отсечка уште два пати и ги добиваме точките соодветни на 3 и 4 часа. Од 4 часа вертикално со моливот се движиме до пресек со продолжението на сината права, потоа од точката на правата се движиме хоризонтално до вертикалната бројна права и читаме 80 ℓ.

2. Фитнес клуб нуди два различни начина на плаќања на своите услуги.

Начинот А има уписна членарина 500 денари и седмична уплата од 50 денари. За начинот Б нема уписна членарина, но има седмична уплата од 80 денари.

На линискиот дијаграм подолу е дадена споредба на вкупната цена од двата начина на плаќање А и Б.



а) Означи која линија го претставува начинот А, а која начинот Б?

б) Во која седмица би бил платен ист износ во денари и според начинот А и според начинот Б?

в) Колкава е разликата на вкупните цени од двата начина на плаќање во 10-тата седмица?

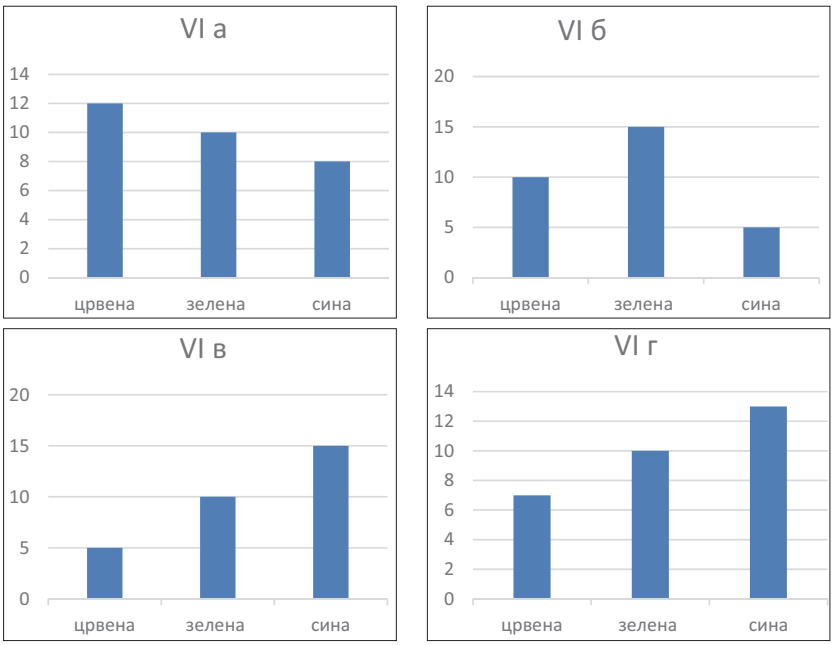
Кај **столбест дијаграм** се користат правоаголници со иста основа, а висината им зависи од бројот на податоци што ги претставуваат.

Прикажување на податоците може да се направи и со круг. Таквиот дијаграм се вика **Пита дијаграм**.

Пример 3. Според дадениот дијаграм, кој ден се потрошиле најмногу килограми шеќер?

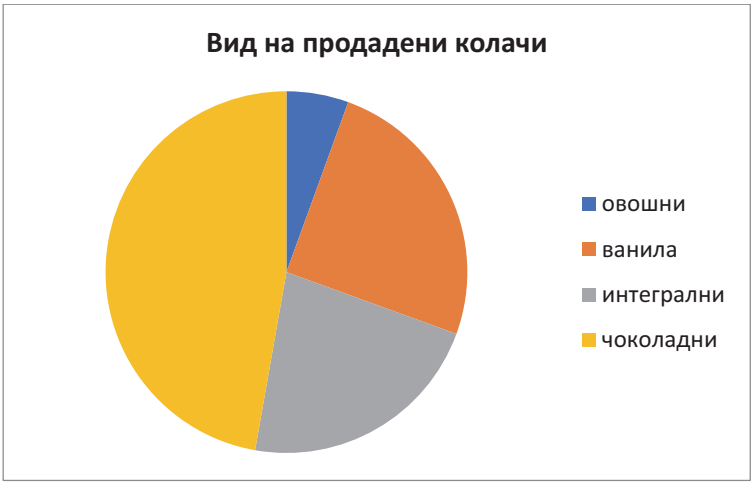
Од двата дијаграми се забележува дека за поголеми вредности кај столбестиот дијаграм одговара „повисок столб“ (правоаголник со поголема висина), а кај кружниот дијаграм – поголем агол со теме во кругот.

3. Александар направил истражување за омилената боја на учениците во четири одделенија.



Во кое одделение најмалку ученици ја избирале сината боја?

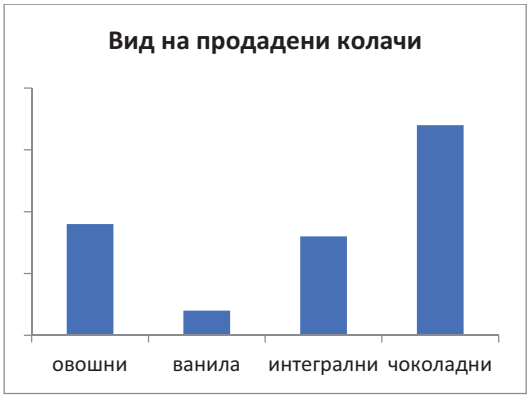
4. На дијаграмот се прикажани видовите колачи продадени во една локална слаткарница.



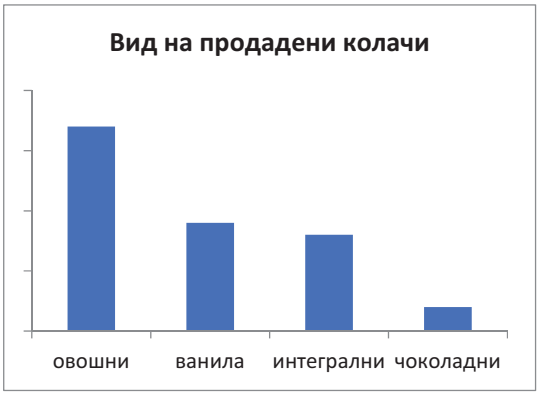
а) Од кој вид колачи слаткарницата продала најмногу?

б) Кој од столбестите дијаграми одговара на податоците прикажани со кружниот дијаграм? Објасни го одговорот.

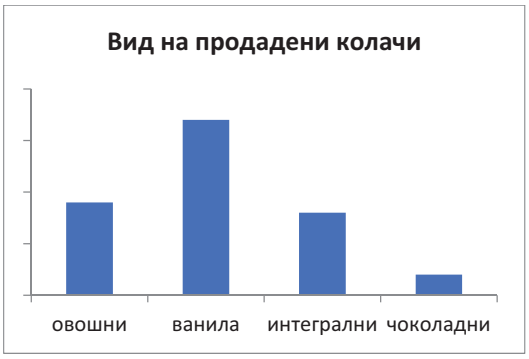
а)



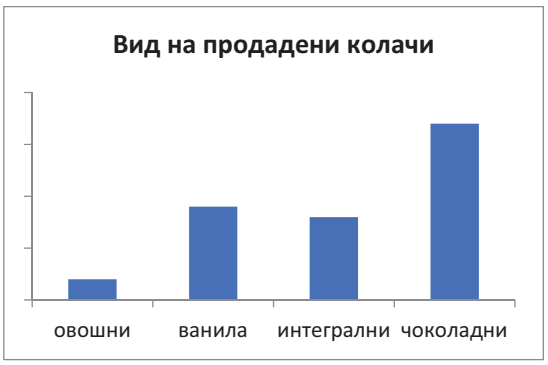
б)



в)



г)



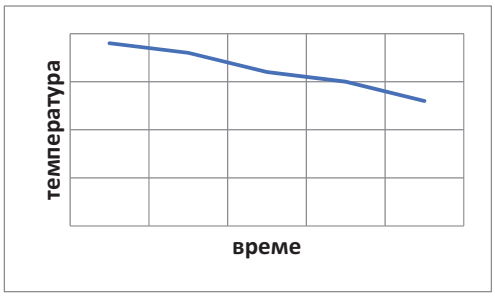
ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Табелата прикажува температури во различни времиња во текот на денот.

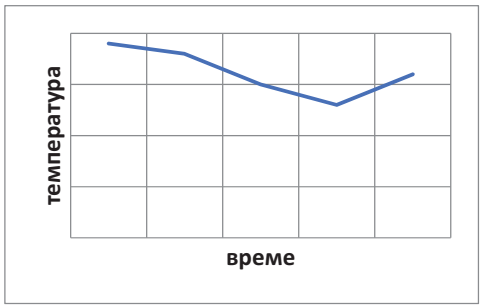
Време	7:00 h	10:00 h	13:00 h	16:00 h	19:00 h
Температура (°C)	13	18	15	19	16

Нацртани се графици без температурна скала. Кој од следните графици би можел да биде графикот што ги покажува податоците од табелата? Објасни како го откри одговорот и објасни зошто другите графици не се соодветни на табелата?

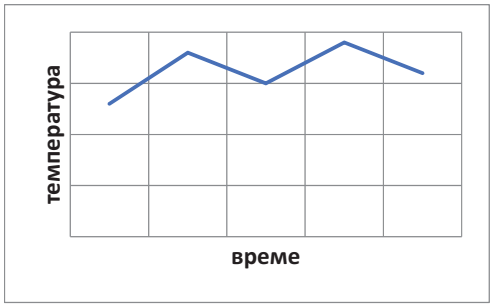
а)



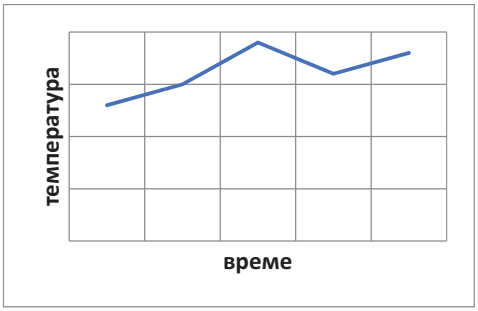
б)



в)



г)

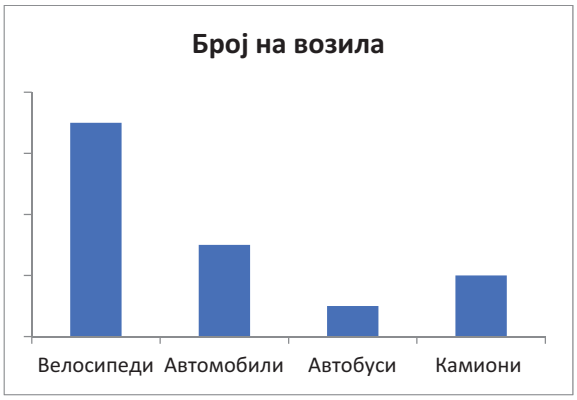


2. Четири ученика го набљудувале сообраќајот што се одвивал пред нивната училишна зграда во текот на 1 час. Учениците го запишувале бројот на возила и го претставиле во табела.

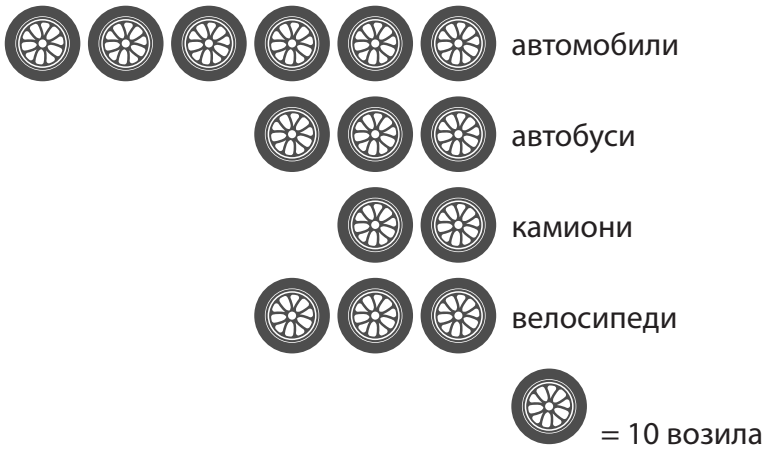
вид на возило	**број**
велосипеди	30
автомобили	70
автобуси	10
камиони	20

Секој ученик нацртал дијаграм за да ги прикаже резултатите. Кој од дијаграмите одговара на податоците од табелата? Објасни го твојот одговор.

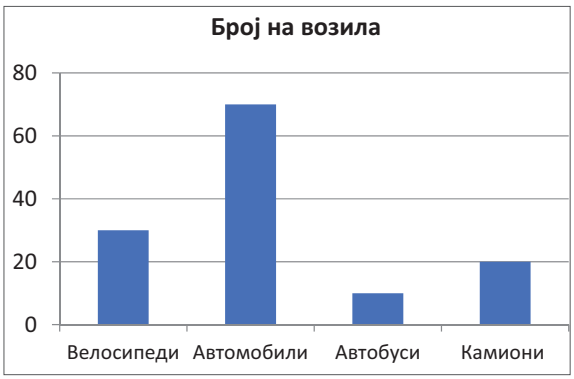
а)



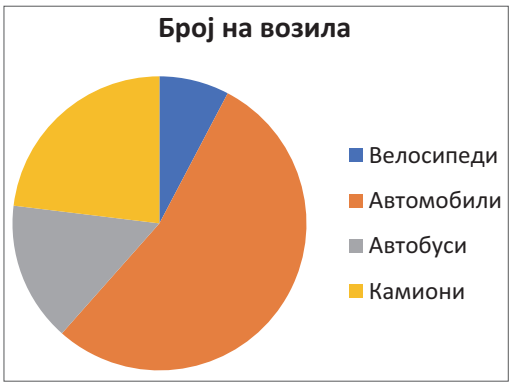
б)



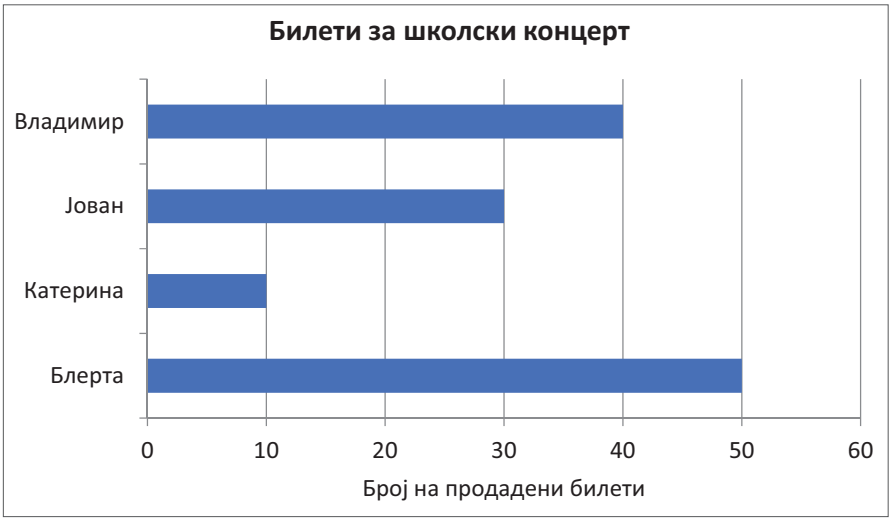
в)



г)



3. Катерина, Блерта, Јован и Владимир продавале билети за училишниот концерт. Дијаграмот покажува колку билети продал секој од нив. Две деца заедно продале колку што продала и Блерта. Кои се тие два ученика?



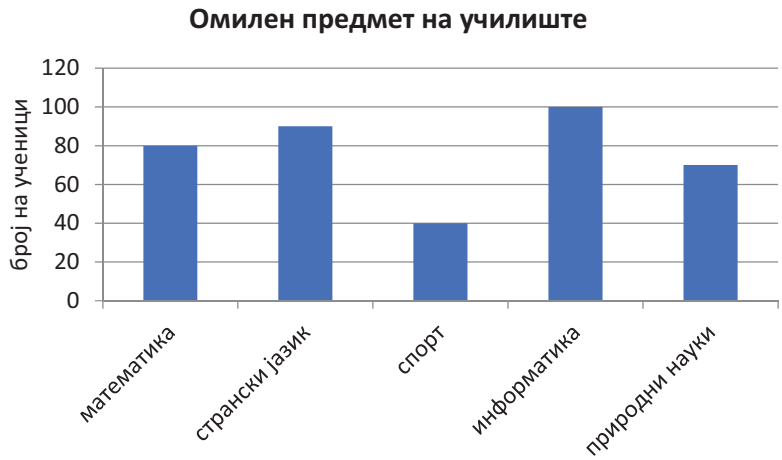
5. Наставникот Јовановски ги прашал учениците во училиштето кој е нивниот омилен предмет: математика, странски јазик, спорт, информатика и природни науки. Добиените податоци ги претставил со кружен дијаграм.

а) Од кружниот дијаграм одреди кој е најомилен, а кој најмалку омилен предмет на учениците?

б) Кој од столбестите дијаграми ги прикажува истите информации како и кружниот дијаграм?

1)

2)


Омилен предмет на училиште
број на ученици
120
100
80
60
40
20
0
математика
странски јазик
спорт
информатика
природни науки

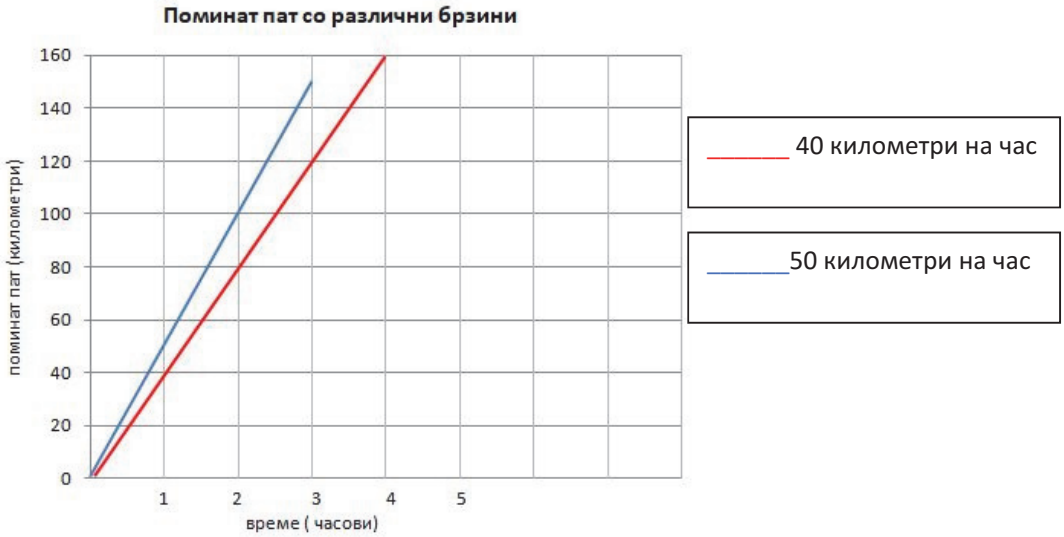
3)

Омилен предмет на училиште
број на ученици
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
математика
странски јазик
спорт
информатика
природни науки

4)

Омилен предмет на училиште
број на ученици
120
100
80
60
40
20
0
математика
странски јазик
спорт
информатика
природни науки

6. На овој линиски дијаграм е прикажан патот што го минува едно возило кога се движи со брзина од 40 километри на час, во споредба со друго што се движи со брзина 50 километри на час.



Пресметај или прочитај од линискиот дијаграм за да одговориш на следниве прашања и потоа провери го твојот одговор со другиот метод.

а) Колку далеку ќе стигне еден автомобил за 2 часа, ако се движи со 50 километри на час?

б) Колку далеку ќе стигне еден автомобил за $1\frac{1}{2}$ часа, ако се движи со 40 километри на час?

в) Колку подалеку ќе стигне еден автомобил за $1\frac{1}{2}$ часа, ако се движи со 50 километри на час,отколку ако се движи со 40 километри на час?

г) Колку километри ќе помине автомобилот за 4 часа, ако се движи со 40 километри на час?

д) Колку километри ќе помине автомобилот кој се движи со 50 километри на час за време од 10 часа?

ѓ) Кој метод е посоодветен за да се одговори на последното прашање? Со пресметување или со читање од дијаграмот?

ПРЕТСТАВУВАЊЕ ПОДАТОЦИ СО ТАБЕЛА НА ЧЕСТОТА

Воведна активност

Контролниот тест по математика го работеле 30 ученици. Добиени се следните оценки.

2	2	1	3	2	2	4	4	1	3
5	5	4	5	4	1	2	4	2	1
3	3	4	5	2	3	5	5	4	5

Со која оценка се оценети најмалку од учениците?

Пример 1. Податоците во воведната активност не се средени и само со пребројување на честотата на секоја оцена.

Податоците ги претставуваме со табела. Во првата колона ќе ги внесеме оценките што можат да се добијат на контролниот тест (5, 4, 3, 2 и 1), а во втората колона се внесува бројот на ученици кои добиле 5, 4, 3, 2 или 1.

оценка	број на ученици
5	7
4	7
3	5
2	7
1	4
вкупно	30

По средување на податоците во табела можеме да одговориме на прашањето. Најмалку од учениците се оценети со оценка 1.

1. Горан собирал податоци за омилените животни на своите другарчиња. Тој ги добил следните податоци.

папагал	куче	мачка	зајак	риба	куче	’рчко	мачка	зајак	куче	’рчко
куче	’рчко	зајак	куче	куче	куче	’рчко	куче	риба	куче	куче
риба	зајак	мачка	мачка	мачка	куче	папагал	куче	риба	’рчко	мачка
мачка	гуштер	куче	’рчко	риба	’рчко	куче	риба	мачка	куче	зајак

а) Податоците среди ги во табела.

б) Колку другарчиња Горан вклучил во својата анкета?

в) Кое е омилено животно за учениците?

г) Колкава е разликата меѓу најомиленото животно и најмалку омиленото животно?

д) Направи и други споредувања.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Даден е бројот на ученици- читатели на пет книги од една училишна библиотека во април 2023 година (секое дете прочитало само една книга).

1) Робинсон Крусо	25
2) Градината со слезова боја	20
3) Калеш Анѓа	30
4) Кристалната планета	15
5) Островот на скриеното богатство	10

а) Нацртај ја табелата во твојата тетратка и пополни ја.

	книга				
	1)	2)	3)	4)	5)
читатели					
проценти					
дропка					

б) Колку проценти од учениците ја читаа книгата 3)?

в) Која книга ја прочитале најмногу од учениците?

г) Колкав дел од учениците ја прочитале книга 4)?

д) Направи и други споредувања.

2. Анкетирани се 200 ученици за тоа кој е нивниот најомилен спорт.

Податоците претстави ги со табела, така што од табелата, освен бројот на

заинтересирани ученици, ќе може да се прочита кој дел од целината и колкав процент претставува бројот на ученици заинтересирани за секој од спортовите.

3. Собери ги и претстави ги со табела податоците од контролниот тест по математика и природни науки во твоето одделение.

Добиените резултати спореди ги:

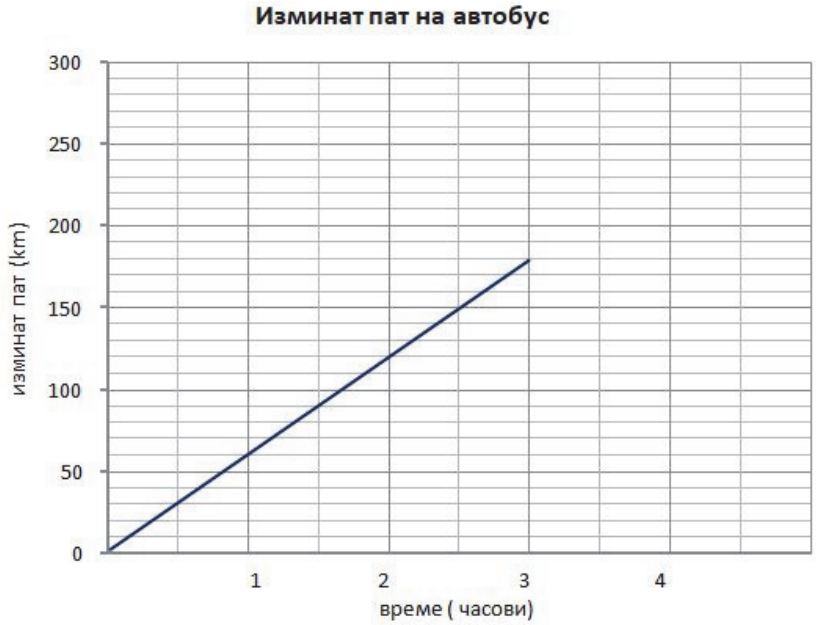
а) со резултатите од друго одделение. Кое одделение е поуспешно?

б) со резултатите од друг предмет по кој сте направиле контролен тест. По кој предмет сте подобри?

ПРЕТСТАВУВАЊЕ ПОДАТОЦИ СО ЛИНИСКИ ДИЈАГРАМ

Воведна активност

Со линиски дијаграм е прикажан изминатиот пат на еден автобус за 1 h, 2 h и 3 h.



а) Претстави ги податоците со табела.
б) Колку километри поминал автобусот за 2 часа?
в) Колку километри изминал автобусот за 30 минути?
г) За колку часа автобусот ќе измине 150 километри?
д) Колку километри ќе измине за 6 часа?

Пример 1. Во табелата е прикажано растењето на едно житно растение. Претстави ги податоците со линиски дијаграм и одговори на прашањата:

број на седмици	**висина на растението во cm**
0	0
2	10
4	20
6	30
8	40

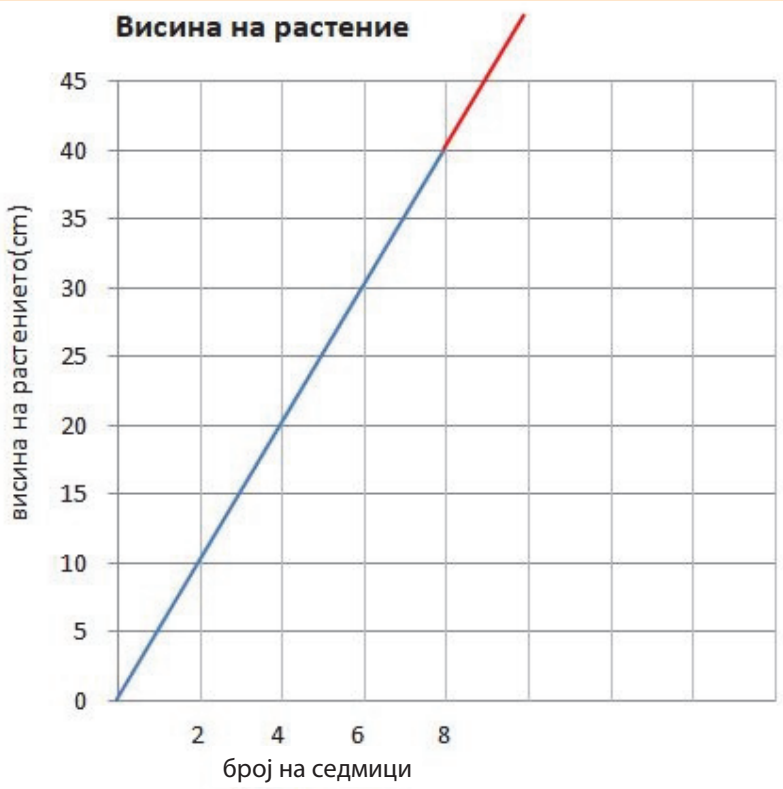
а) Колку е високо растението после 4 седмици?

б) Колку седмици растело, ако во моментот сме измериле 30 cm?

в) Продолжи ја линијата на дијаграмот ако растението расте со ист интензитет.

г) Колку е високо растението после 10 седмици?

д) Ако житното растение почнало да расте во средината на април, а се жнее кога ќе достигне висина од 60 cm, во кој месец е жетвата?



а) После 4 седмици растението е високо 20 cm.

б) Ако растението во моментот има 30 cm, тоа растело 6 седмици.

в) Продолжувањето на линијата е означено со друга боја.

г) После 10 седмици, растението пораснало 50 cm.

д) Да ги претставиме податоците во табела:

април	мај	јуни	јули (средина на месецот)
10 cm	30 cm	50 cm	60 cm

Жетвата е во јули, бидејќи за две седмици растот е 10 cm, а за еден месец (околу 20 cm).

1. Соња и Тања се натпреварувале со велосипеди. Во табелата, за секоја од нив е даден изминатиот пат во секој час.

Изминатиот пат во секој час за Соња

време (h)	**изминат пат (km)**
0	0
1	20
2	40
3	60
4	80

Изминатиот пат во секој час за Тања

време (h)	**изминат пат (km)**
0	0
1	30
2	60
3	90
4	120

а) Со линиски дијаграм за секоја од нив претстави го изминатиот пат во секој час.

б) За колку километри е оддалечена Тања од Соња по 2 часа возење?

в) По колку часа Соња ќе помине 60 km?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Марко одел од дома до училиште. По патот кон училиштето застанал кај баба му. Направил пауза и продолжил на училиште.

Табела – пат до училиште

време (min)	**изминат пат (km)**
0	0
5	0,5
10	1
15	1,5
20	1,5
25	1,5
30	2

а) Податоците од табелата претстави ги со линиски дијаграм.

б) Колку пат поминал за 10 минути?

в) Колку време останал кај баба му?

г) Колку време му требало да стигне на училиште?

д) Колкаво е растојанието од неговиот дом до домот на баба му?

ѓ) Постави и други прашања во врска со дадените податоци.

2. Нацртај линиски дијаграм. Избери помеѓу:

а) Линиски дијаграм за претворање денари во евра.

б) Линиски дијаграм за претворање денари во американски долари.

в) Линиски дијаграм за претворање евра во американски долари.

г) Две валути по твој избор (можеш да пребараш различни валути на интернет)

Не заборавај внимателно да ги избереш скалите на оските. Нанеси ги прво најниската и највисоката вредност.

3. Дадени се дневните температури во Целзиусови степени во еден град во текот на 10 дена во март. Нацртај линиски дијаграм за да ги прикажеш податоците.

датум	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
температура (°C)	2	5	8	12	14	10	7	5	8	10

4. На дијаграмот се дадени промените во врска со загадувањето на воздухот во текот на 24 часа во еден наш град. Од дијаграмот прочитај:

а) Колку mg на 1000 литри PM10 честички имало во воздухот наутро?

б) Во кое време од денот е најповолно да се излезе на прошетка на отворено?

в) Ако границата за дозволено количество PM10 е 50 mg на 1000 литри воздух, колку пати е зголемена во времето кога ја има минималната, а колку кога ја има максималната вредност?

5. Посетеноста на хотелите е променлива во текот на една туристичка сезона. Претстави ја со линиски дијаграм, ако е дадена со табелата:

месец	јан.	фев.	март	апр.	мај	јуни	јули	авг.	сеп.	окт.	ное.	дек.
број на гости	190	150	180	100	110	130	220	240	190	90	80	190

а) Во кои месеци посетеноста е најголема, односно најмала и зошто?

б) Колку вкупно гости го посетиле хотелот во текот на годината?

в) За колку е поголем бројот на гости во најпосетениот и во најмалку посетениот месец?

г) Што мислиш, според менувањето на бројот на посетители, дали хотелот е на езеро или планина? Објасни!

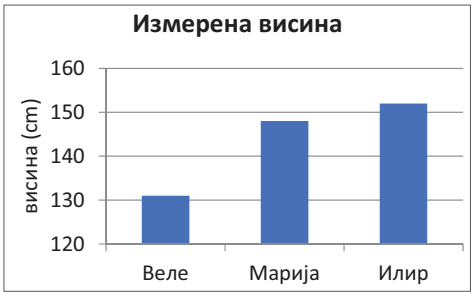
ПРЕТСТАВУВАЊЕ ПОДАТОЦИ СО СТОЛБЕСТ ДИЈАГРАМ

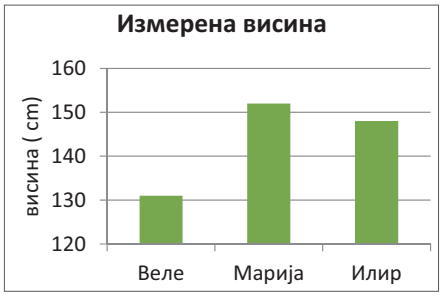
Воведна активност

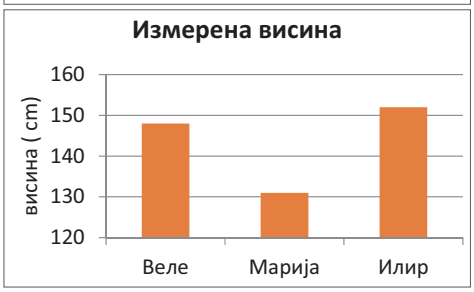
Три ученици ја мереле својата висина и податоците ги запишувале во табела.

ученик	висина (cm)
Веле	148
Марија	131
Илир	152

На следните три дијаграми се прикажани податоците за висината на секој ученик.
На кој од нив е точно прикажана висината?
Образложи го одговорот.



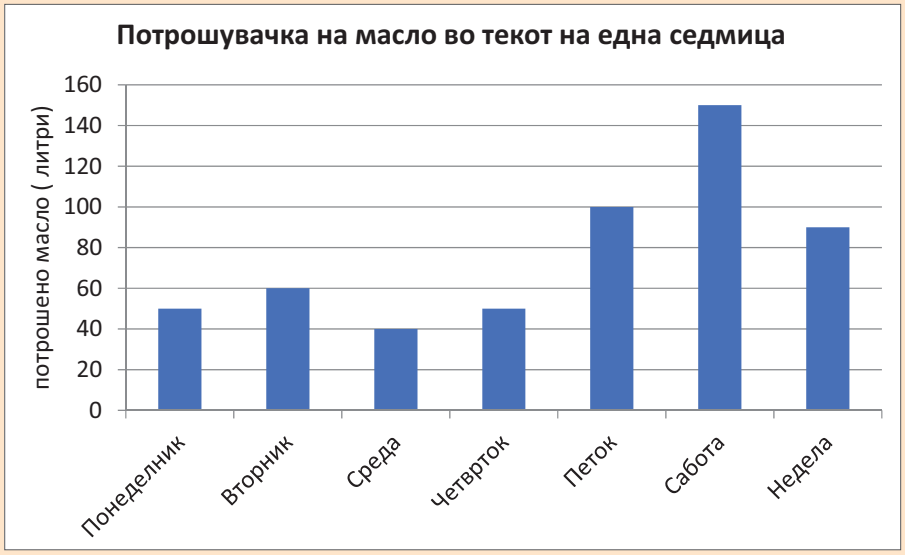




Пример 1. Во табелата се прикажани податоците за потрошувачката на масло во литри по денови во текот на една седмица во продавницата. Претстави ги податоците со столбест дијаграм.

Табела – Потрошувачка на масло во текот на една седмица

денови	**потрошено масло во литри**
понеделник	50
вторник	60
среда	40
четврток	50
петок	100
сабота	150
недела	90



Ширината на столбовите е еднаква по хоризонталната права, а на вертикалната линија за единична мерна единица можеме да земеме отсечка со должина 5 милиметри и да одговара на 20 литри масло и означуваме: 20, 40, 60,..., 160.

а) Кој ден се потрошило најмногу литри масло?
б) Колку литри масло се потрошиле повеќе во петок од вторник?
в) Која е разликата на потрошени литри масло од денот кога најмногу се потрошени и денот кога најмалку се потрошило масло?

1. Петнаесет домаќинства биле прашани каков зеленчук сакаат да користат. Добиени се следните податоци:

свеж	конзервиран	свеж	свеж	конзервиран
замрзнат	свеж	свеж	конзервиран	конзервиран
замрзнат	замрзнат	конзервиран	свеж	свеж

а) Претстави ги податоците со столбест дијаграм.

б) Кој зеленчук најмалку од домаќинствата сакаат да го користат?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Во една продавница за домашни миленици се продаваат разни видови птици.

Овој кружен дијаграм ги покажува различните видови птици кои се продале во текот на една недела.

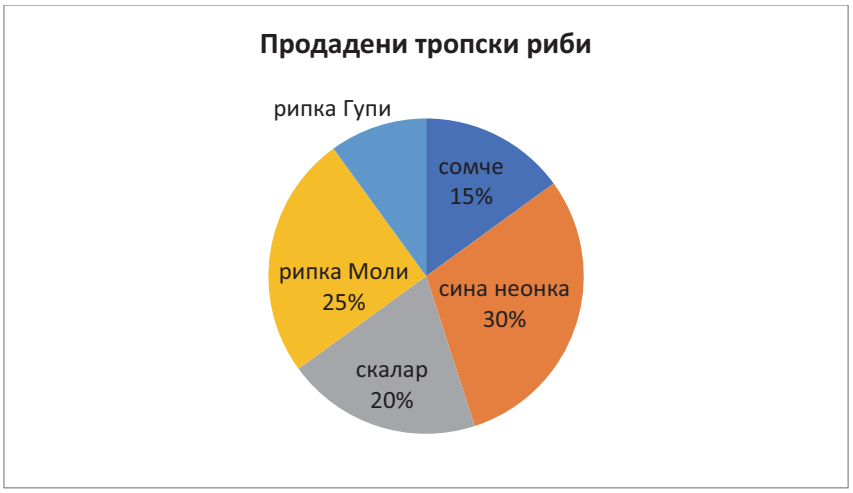
а) Која е најбараниот вид на птици?

б) Ако таа недела биле продадени вкупно 70 папагали, процени го бројот на секој вид од продадените птици.

в) Согласно проценката, претстави ги податоците со столбест дијаграм.

2. Продавницата за домашни миленици исто така нуди и тропски риби. На овој кружен дијаграм се прикажани тропските риби кои се продадени во текот на истата недела. Продадени биле 300 тропски риби.

Нацртај столбест дијаграм и на него претстави ги податоците од кружниот дијаграм.



3. Со оваа табела е прикажана температурата напладне секој ден од неделата.

Табела – Температура по денови од неделата

денови	**температура (°C)**
понеделник	12,5
вторник	14
среда	20
четврток	24
петок	14
сабота	16
недела	16

а) Колку повисока била температурата во четврток отколку во недела.

б) Запиши три прашања што би можеле да се одговорат со помош на податоците од дијаграмот. Замени ги прашањата со другарчето и одговори ги неговите прашања.

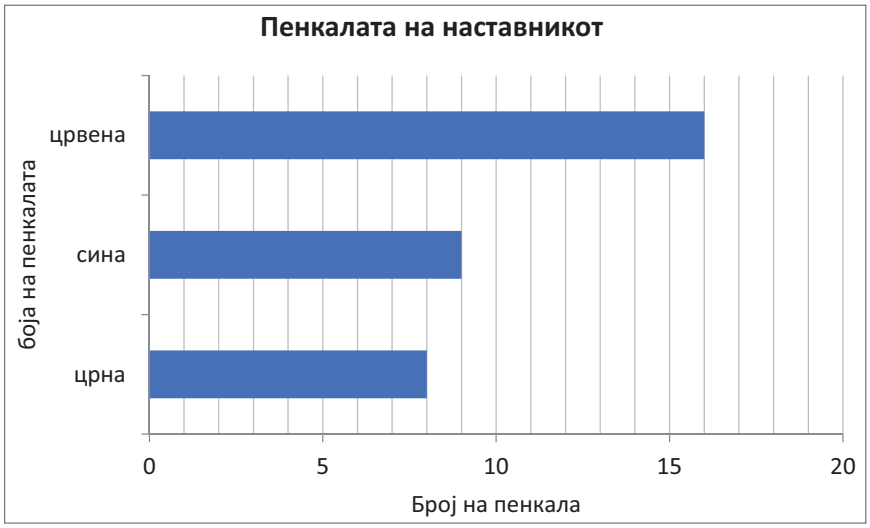
4. Дамјан ги прашал своите другари за нивната омилена боја. Тој ги собрал информациите во табелата прикажана подолу.

омилена боја	**број на другари**
црвена	4
зелена	2
сина	6
жолта	7

а) Претстави ги податоците со столбест дијаграм.

б) Дискутирај со другарчето за некои прашања во врска со податоците.

5. На столбестиот дијаграм е прикажан бројот на сини, црвени и црни пенкала што ги има на клупата на наставникот. Колку повеќе црвени пенкала има отколку црни пенкала?



ИСТРАЖУВАЊЕ

Воведна активност

Одбери некое прашање за коешто сакаш да истражуваш. Запиши кои информации ти се потребни и како можеш да ги добиеш.

При истражување на некое прашање потребно е да се соберат податоци, да се прикажат и да се анализираат. Истражувањето е обемна и сложена активност. Поради тоа, за негово успешно решавање потребно е, прво, да се направи план за работа.

Со планот на истражување треба да се утврди како ќе се организира работата и кои средства ќе се користат за истражување на проблемот што е поставен. Истражувањето се прави во неколку чекори, кои се разликуваат по активностите.

Пример 1. За остварување на планот треба да се направат следните чекори:

Чекор 1. Поставување прашање.
По колку просечно часови во текот на денот учениците од шесто одделение во училиштето користат компјутер?

Чекор 2. Како да се одговори на прашањето.
Се размислува кои податоци се потребни да се соберат за да се одговори на прашањето.

Како ќе ги собереме податоците? Дали можеме безбедно да ги собереме? Дали тоа ќе бидат наши сопствени податоци (примарни) или на некој друг (секундарни)?

Собирањето на податоците за избраното прашање може да се направи на повеќе начини: со мерење, прашалник, споредување, броење, набљудување и друго.

Чекор 3. Собирање на податоците.

Пред пополнување на прашалникот, на учениците кои го пополнуваат прашалникот им се обрнува внимание како правилно, според упатството да одговорат на секое прашање.

Добро подготвени пред собирање на податоците. Да има доволен број прашалници.
Дали ќе бидат собрани за време на домашната работа? Дали ќе бидат собрани во училиште, каква опрема е потребна? Колку ученици ќе бидат вклучени?

Учениците од шесто одделение решиле да користат прашалник.

ПРАШАЛНИК

за учениците од шесто одделение од ОУ----------, место

Упатство:
– *На прашањата со повеќе одговори во квадратчето пред твојот одговор стави го знакот x.*
– *На прашањата на кои има линија одговори со допишување.*

1. Пол: ☐ машки ☐ женски

2. Одделение: ☐ VI[а] ☐ VI[б] ☐ VI[в] ☐ VI[г]

3. Месецот на пополнување на прашалникот на училиште си:
☐ претпладне ☐ попладне

4. Во текот на денот користам _____ часа компјутер.

5. Компјутерот го користам за:
☐ Учење содржини по предметите што ги имам во шесто одделение.
☐ За игри
☐ Друго

5. Најмногу го користам компјутерот:
☐ претпладне ☐ попладне ☐ навечер

Учениците кои го истражувале проблемот, од секој прашалник го запишале одговорот на четвртото прашање и ги добиле податоците:

1	7	4	1	5	1	3	5	1	1
5	4	4	7	4	6	2	2	5	4
6	2	4	5	1	0	2	2	6	0
2	4	5	3	6	5	3	3	4	1
5	4	2	6	4	6	2	2	3	3

Чекор 4. Средување и претставување на податоците.

Табела? Дијаграм? Двете?
Каков дијаграм?
Дали податоците се примарни или секундарни?
Дали можеме да користиме технологија за да помогнеме да се направат дијаграмите?

Од вака запишаните податоци не можат да се донесат заклучоци и затоа се преминува на средување и претставување на податоците.

Податоците што ги истражувале учениците ги претставиле со табела и со столбест дијаграм.

За побрзо средување ја изработиле следната табела.

Табела – Време на користење компјутер во текот на денот

број на часови	**знак**	**број на ученици**
0	II	2
1	IIIIIII	7
2	IIIII IIII	9
3	IIIII I	6
4	IIIII IIIII	10
5	IIIII III	8
6	IIIII I	6
7	II	2
Вкупно		50

Чекор 5. Анализа на податоците.

Во овој чекор од табелата и столбестиот дијаграм кажуваат дека најмногу, 10 ученици, го користат компјутерот по 4 часа.
Од податоците се гледа дека е ист бројот на ученици кои не користеле компјутер и ученици кои користеле компјутер 7 часа.
Со своите другарчиња можеш да дискутираш и да донесуваш други заклучоци.

Што ни кажуваат податоците? Дали има некакви врски меѓу нив или посебно интересни податоци? Дали можеме да забележиме какви било модели?

Чекор 6. Одговор на прашањето и поставување на други прашања.

За да одговориме на прашањето: „По колку просечно часови во текот на денот учениците од шесто одделение во училиштето користат компјутер?“, ќе одговориме на еден од следните часови.

Кој е одговорот на нашето прашање?
Дали прашањето беше соодветно одговорено?
Кои прашања произлегуваат од податоците сега?
Што треба да знаете сега?

1. Искористете го прашалникот во вашата паралелка. Потоа, размислете да ги претставите со друга табела.

а) За да изработиш друга табела направи поврзување меѓу прашањата, на пример: часови на користење компјутер и пол.

б) Разменете ги податоците со учениците од другите паралелки и направете поврзување на часовите на користење компјутер и паралелките од шесто одделение.

в) Направете, исто така, поврзување на часовите на користење на компјутерот со времето во текот на денот.

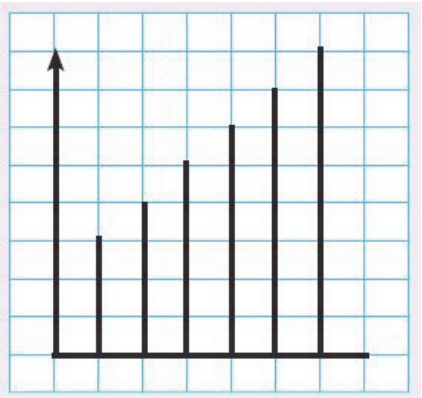
г) Размислете и за други поврзувања.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Кои супстанции според физичките својства (на пример: агрегатна состојба или боја) се користат во вашето семејство во домаќинството?

2. Фудбалските тимови Вардар и Пелистер играат по 12 натпревари во текот на една сезона. Вардар постигнал 4 гола во 5 од нивните натпревари. Користејќи ја дадената информација, можеш ли да одговориш на следново прашање: „Кој е подобар фудбалски тим, Вардар или Пелистер?“

3. Состави табела со податоци кои што ќе можат да се претстават со дадениот столбест дијаграм.



4. Истражувај ги прашањата:

а) Кој е најомилен овошен пијалак на учениците во шесто одделение? Кој е најомилен овошен пијалак на учениците од училиштето?

б) Каква е безбедноста во сообраќајот во околината на твоето училиште?

в) Како да се намали потрошувачката на вода во твоето училиште?

г) Како да се реши проблемот со отпадот во училишниот двор и околу училиштето?

МОДА. АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА

Воведна активност

Нацртај пет квадратчиња во твојата тетратка. Запиши по еден број во секое квадратче така што модата на петте броја да биде 10.

☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Пример 1. Марија фрлала коцка 10 пати и ги запишувала резултатите. Овој експеримент го повторила четирипати. Одреди ја модата во секоја група од резултати.

а) мода 6

б) мода 4

в) мода 2

г) мода 2 и 3

Мода е податокот што се јавува најмногу во листата на податоци.

1. Одреди ја модата за секоја група од податоци:

а) 3, 5, 2, 2, 4, 10

б) 3, 2, 1, 0, 10, 4, 5

в) црвено, сино, црвено, зелено, жолто, жолто

г) тигар, слон, лав, тигар, слон, мајмун, тигар

д) –2° C, 4° C, 0° C, 1° C, –4° C

ѓ) 3, 1, –1, –3, 1, 3, 1, 3, 3

Пример 2. Учениците Александар, Петар, Маја и Сена на крајот од учебната година го постигнале следниот успех по предмети:

ученик	мајчин јазик	англиски јазик	математика	историја	природни науки	општество и историја	ликовно образование	физичко образование
Борјан	4	3	3	4	5	4	5	4
Петар	4	5	3	4	3	5	4	4
Маја	5	5	5	4	5	4	5	5
Сена	3	3	4	3	4	5	3	5

Колку е средниот успех на секој ученик?

За да одредиме кој е средниот успех на Борјан ќе ги собереме оценките и добиениот збир ќе го поделиме со бројот на предмети.

4 + 3+ 3+ 4+ 5 + 4 + 5 + 4 = 32. Бројот на предмети е 8. Значи, 32 : 8 = 4. Значи, средниот успех на Александар е 4.

Петар 4 + 5 + 3 + 4 + 3 + 5 + 4 + 4 = 32, 32 : 8 = 4

Маја 5 + 5 + 5 + 4 + 5 + 4 + 5 + 5 = 38, 38 : 8 = 4,75

Сена 3 + 3 + 4 + 3 + 4 + 5 + 3 + 5 = 30, 30 : 8 = 3,75

Аритметичка средина на два или повеќе броеви се вика количникот од збирот на сите податоци и бројот на собироци.

2. Одреди ја аритметичката средина на броевите:

а) 18, 27 и 36 **б)** 24, 34 и 56 **в)** 0 и 60

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Лукас ги прашал своите другарчиња кое е нивното омилено животно. Во табелата се прикажани резултатите од неговата анкета. Одреди ја модата.

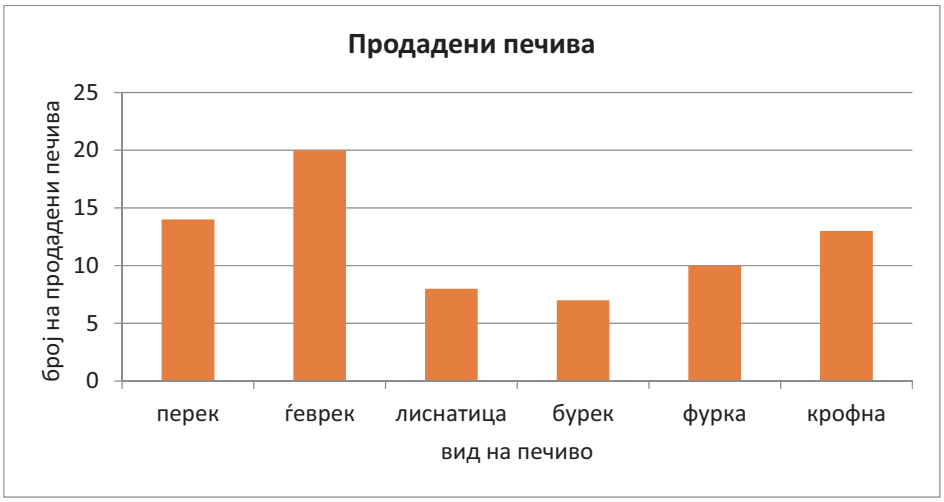
Табела –Омилено животно на другарчињата на Лукас

животно	**честота**
жирафа	4
слон	10
мајмун	4
лав	9
кенгур	7
панда	8

2. На овој столбест дијаграм е прикажан бројот на различни бели печива продадени во текот на еден ден во една пекара.

а) Кое бело печиво било најчесто продавано во текот на денот?

б) Состави барем две прашања во врска со дијаграмот кои ќе му ги поставиш на твоето другарче.



3. Одреди ја модата на низата броеви: 3, 5, 1, 0, 1, 0, 1, 2, 7, 1, 0.

4. Одреди ја модата на податоците што се претставени со табелата:

Табела – Висина на учениците од шесто одделение

Висина (cm)	132	136	137	140	145
Број на ученици	2	18	19	7	4

5. На бројната права дадени се точките A и B. Која ќе биде координатата на средишната точка на отсечката AB?

6. Еден возач поминал 4 часа во возење. Првите два часа возел со брзина 80 km на час, третиот час возел со 50 km на час и четвртиот час со 60 km на час. Колку пат поминал возачот и која била просечната брзина со која возел?

7. Во текот на шест дена во седмицата една продавница продавала различни количества млеко на ден, и тоа: 86 l, 72 l, 102 l, 95 l, 98 l, 111 l. Колку е просечната дневна потрошувачка на млеко во продавницата?

8*. Ако аритметичката средина на 5 податоци е 6, а четирите од нив се 3, 7, 9 и 4, најди го петтиот податок.

РАНГ. МЕДИЈАНА

Воведна активност

Аритметичката средина од бројот на точки на горната страна на коцката за фрлање е 4. Кој е бројот на точки на покриената коцка?

Пример 1. Пет ученици се натпреварувале во дисциплината скок во далечина и ги постигнале следните резултати: Миле скокнал 1,60 m, Борко 2,05 m, Илир 1,85 m, Кире 1,55 m, а Абдураман 1,9 m. Направи ранг- листа од натпреварот. Која е разликата меѓу најголемиот и најмалиот скок?

Резултатите ќе ги прикажеме со табела.

Табела – Ранг-листа на резултатите од скок во далечина

ред. бр.	натпреварувачи	скок (m)
1.	Борко	2,05
2.	Абдураман	1,9
3.	Илир	1,85
4.	Миле	1,60
5.	Кире	1,55

Разликата меѓу најголемиот и најмалиот скок е 2,05 – 1,55 = 0,5 m.

Табелата на која натпреварувачите се подредени според нивниот пласман: прво, второ, трето,... место се вика **ранг-листа**.

Разликата меѓу најголемата и најмалата вредност на податоците се вика **ранг**.

1. Колку е рангот на податоците: 243 kg, 198 kg, 189 kg, 345 kg, 215 kg, 298 kg?

Пример 2. Петар секој ден трошел од заштедените пари за своите потреби. Во текот на седум дена тој ги трошел парите на следниот начин:

ден	потрошени пари
прв ден	1500 денари за чанта
втор ден	65 денари за тетратка
трет ден	80 денари за ужинка
четврти ден	135 денари за ужинка и моливи
петти ден	60 денари за сладолед
шести ден	70 денари за ужинка
седми ден	50 денари за ужинка

Колку просечно на ден трошел Петар?
(1500 + 65 + 80 + 135 + 60 + 70 + 50) : 7 = 1960 : 7 = 280 денари
Можеме да пресметаме и друга средина.
Податоците ќе ги подредиме, почнувајќи од најмалиот:
50 ден., 60 ден., 65 ден., 70 ден., 80 ден., 135 ден., 1500 ден.

Средниот член на низата(листата) на податоци редена по растечки редослед се вика **медијана**. Медијаната е друга средина што може да се најде, освен аритметичката средина.

Дискутирајте со другарчињата дали поточна информација ви дава аритметичката средина или медијаната?

Пример 3. Најди ја медијаната на податоците: 2, 2, 0, 1, 5, 7, 3, 4, 6, 12, 9, 1.

Податоците ги подредуваме по големина да растат:

0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12

Ако бројот на податоци на рангираната листа е парен број, тогаш во средината на низата имаме два члена. Во ваков случај, **медијана** се вика аритметичката средина на двата средни члена од рангираната низа податоци.

Значи, медијаната е: (3 + 4) : 2 = 7 : 2 = 3,5

Бројот на податоци е парен број. На средина се 3 и 4. Колку е медијаната?

2. Напиши листа на податоци со:

а) непарен б) парен број податоци.

Одреди ги медијаната и аритметичката средина за податоците. Што е поголемо, аритметичката средина или медијаната?

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Одреди ги рангот и медијаната на податоците: 1,31; 2,56; 0,12; 5,3; 2,9; 7,2; 0,9; 3,4.

2. Определи го рангот и медијаната за податоците претставени со табелата:

висина (cm)	130	135	137	140	145
број на ученици	2	17	15	3	1

3. Марија, Селма, Бојан и Кемал се учат да скокаат на јаже. Додека вежбале, запишувале колку пати скокнале без прекин. Еве ги нивните обиди:

име на децата	**прв обид**	**втор обид**	**трет обид**	**четврти обид**	**петти обид**	**шести обид**	**седми обид**
Марија	6	5	6	6	8	11	7
Селма	3	0	3	8	0	7	0
Бојан	0	0	1	0	4	0	2
Кемал	4	7	7	6	2	5	4

а) Прецртај ја табелата во твојата тетратка и пополни ја.

име на децата	**ранг**	**мода**	**медијана**	**аритметичка средина**
Марија				
Селма				
Бојан				
Кемал				

б) Кој бил најуспешен во скокањето? Објасни го твојот одговор.

4. Учениците од 6 одделение имале задача да ја мерат пладневната температура во текот на 3 седмици.

	понеделник	вторник	среда	четврток	петок	сабота	недела
прва седмица	25 °C	25 °C	28 °C	27 °C	28 °C	31 °C	25 °C
втора седмица	26 °C	22 °C	24 °C	24 °C	28 °C	29 °C	29 °C
трета седмица	27 °C	28 °C	31 °C	27 °C	22 °C	24 °C	23 °C

а) Среди ги податоците во табела

б) За секоја седмица определи ги трите вида просек и рангот.

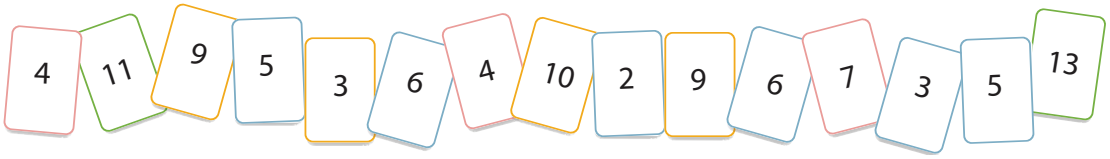
в) Во која седмица рангот на температурата бил најмал?

в) Со помош на информациите од твојата табела објасни која седмица била најтопла.

г) Кој е рангот на температурата во четвртоците?

д) Кој бил просекот (мода, медијана и аритметичка средина) на температурата во четвртоците?

5. На сликата се претставени картички со броеви.



Со некои од овие картички направи групи од податоци со дадените просеци:

а) аритметичка средина 8, мода нема, медијана 7

б) аритметичка средина 7,5; мода 5, медијана 6

в) аритметичка средина 5, мода 5 и 6, медијана 5

5. Заедно со група ученици, одберете нешто што мислите дека би требало да се смени во вашето училиште или во вашата населба.

а) Може да биде во врска со:

- изгледот на училишната средина или училницата;
- безбедноста во училиштето;
- спортските објекти;
- местата за играње во училиштето и населбата во која живееш;
- или нешто друго во вашето училиште или во вашата населба што би можело да се промени на подобро.

б) Работете во група.

1) Изберете начин на собирање на податоците за моменталната состојба, на пример:

– пополнување прашалник од други ученици за нивните мислења или сознанија;

– прашалник може да биде, на пример, безбедноста од сообраќајот на улицата каде што е училиштето, колкава е загаденоста и сл.

2) Организирајте ги податоците во табела.

3) Изберете дијаграм за да ги претставите твоите податоци на најсоодветен начин.

4) Пресметајте на пример, аритметичка средина, ранг, медијана или мода, кој го дозволува проектот.

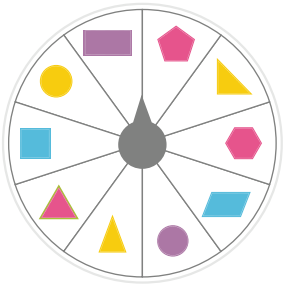
в) Запишете изјава според прибраните податоци за да ги поткрепите предложените промени и да предложите други прашања за истражување.

г) Презентирајте го проектот пред соучениците во паралелката.

СИГУРЕН НАСТАН, НЕВОЗМОЖЕН НАСТАН И ЕДНАКВО ВЕРОЈАТНИ НАСТАНИ

Воведна активност

Вртелешката е поделена на еднакви делови
и на секој дел има по една 2Д-форма.
Ако ја заврти стрелката на вртелешката:



а) Колкави се шансите стрелката да застане на жолта форма?
б) Колкави се шансите стрелката да застане на круг?
в) Колкави се шансите стрелката да застане на зелена форма?
г) Колкави се шансите стрелката да застане на 2Д-форма?
Одговори со помош на скалата:

невозможно да се случи — можно е да се случи — сигурно ќе се случи

Секој резултат на некое дејство или секој исход на некој експеримент се нарекува **елементарен настан**.

Множеството од елементарни настани се нарекува **настан**.

Пример 1. Одреди ги сите елементарни настани на дадените настани.

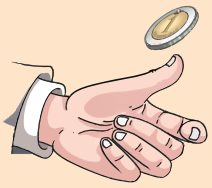
а) Фрлање коцка за играње само еднаш.

Коцката има 6 страни и на секоја страна има број на точки: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. При фрлањето на коцката можни се следните елементарни настани:

„На горната страна на коцката се појавила 1 точка“, „На горната страна на коцката се појавиле 2 точки“, „На горната страна на коцката се појавиле 3 точки“, „ На горната страна на коцката се појавиле 4 точки“, „На горната страна на коцката се појавиле 5 точки“, „На горната страна на коцката се појавиле 6 точки“,

б) Фрлање една монета само еднаш.

Монетата има две страни: петка (страната со број) и глава (страната со слика).



Елементарни настани се: „ На горната страна на паричката се појавила петка“, „ На горната страна на паричката се појавила глава“

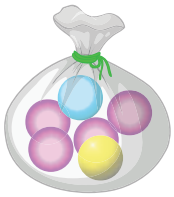
в) Извлекување на обоено стапче.

Се избира едно стапче од 6 стапчиња во боја: розова, виолетова, портокалова, сина, зелена и жолта.

Елементарни настани се: „Извлечено е розово стапче“, „Извлечено е виолетово стапче“,„Извлечено е портокалово стапче“,„Извлечено е сино стапче“, „Извлечено е зелено стапче“,„Извлечено е жолто стапче“.

1. Наброј ги сите елементарни настани на дадените настани.

а) Од торбичка со 4 виолетови, 1 сино и 1 жолто топче се извлекува едно топче само еднаш.



б) Од торбичка со 2 жолти и 2 зелени топчиња се извлекува едно топче само еднаш.

Елементарните настани што со сигурност можеме да ги предвидиме, бидејќи ни се познати сите причини за нивното појавување, ги нарекуваме **сигурни настани**.

Елементарните настани што никогаш не можат да се случат, ги викаме **невозможни настани**.

Пример 2. Одреди какви се дадените елементарни настани.

а) Од сет картички со броевите од 100 до 200 се извлекува една картичка со број чиј збир на цифри е 0.

Ова е невозможен настан, бидејќи најмалиот збир на цифри на овие броеви е 1.

б) „При фрлање коцка за играње, на горната страна на коцката да се појави број на точки помал од 10.“

Ова е сигурен настан, бидејќи коцката има 6 страни и на секоја страна има соодветен број на точки од 1 до 6.

в) „При фрлање коцка за играње, на горната страна на коцката да се појават 7 точки.“

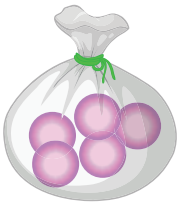
Ова е невозможен настан, бидејќи на коцката не постои страна на која има 7 точки.

2. Одреди какви се елементарните настани

а) При фрлање на коцка за играње, на горната страна на коцката да се појават помалку од 7 точки.

б) При вртењето на вртелешката само еднаш, стрелката ќе застане на црвено поле.

в) Од торбичка со 5 виолетови топчиња се извлекува едно виолетово топче само еднаш.



Појавите или резултатите кои можат, но не мора да се случат ќе ги викаме **случајни настани**.

Пример 3. При фрлање коцка за играње, случаен елементарен настан, на пример, е да се добие бројот 5. Тој е случаен, затоа што би можело да се добие број: 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Случаен настан е и настанот: на горната страна на коцката има парен број точки.

3. Дали сите елементарни настани при фрлање коцка за играње се еднакво веројатни настани?
Објасни го твојот одговор.

4. Запиши еден настан со еднакви шанси да се случи и да не се случи.
Како го знаеш тоа?

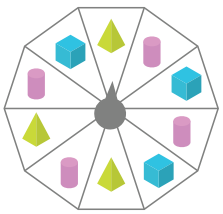
Често е потребно да се разгледува степенот на можноста на појавување на некој настан. Таков степен за можност за појавување на настанот се вика веројатност на настанот.

ЗАДАЧИ ЗА ВЕЖБИ

1. Елизабета има вртелешка во форма на правилен десетаголник. Каков настан е стрелката да застане на:

а) пирамида б) коцка

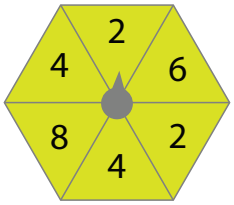
в) топка г) некоја 3Д-форма од вртелешката?



2. Александра фрлила коцка. Одреди каков е настанот „ Бројот на точките на горната страна на коцката да биде“:

а) 6 **б)** 10 **в)** непарен број **г)** содржател на 3

3. Васил ја завртел еднаш вртелешката на цртежот.



а) Каков е настанот „ Стрелката покажува на парен број“?

б) Каков е настанот „ Стрелката покажува на непарен број “?

в) Кои настани се еднакво веројатни?

г) Каков е настанот „ Стрелката покажува на број поголем од 8“?

4. Стрелката на вртелешките се завртува. На која од вртелешките има еднакво веројатни настани? Објасни го твојот одговор.

а)

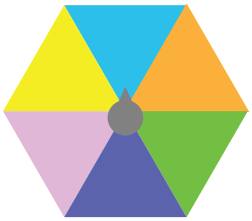
б)

в)

5. Дадена е вртелешка во форма на правилен шестаголник. Направи своја вртелешка што изгледа вака: На секое поле на вртелешката обележи некоја од буквите А, Б или В, така што:

– Настаните „Стрелката застанала на буквата А“ и „стрелката застанала на буквата В“ да бидат еднакво веројатни.

– Настанот „Стрелката застанала на буквата Б“ е случаен настан.



***6.** На сликите се дадени две торбички со зелени и сини топчиња. Дадени се два елементарни настана: „Извлечено е едно сино топче“ и „Извлечено е едно зелено топче“. Од која торбичка треба да се извлекуваат топчињата за двата настана да бидат еднакво веројатни.

Објасни го твојот одговор.

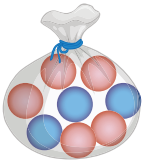
а)

б)

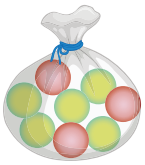
***7.** На сликите се дадени две торбички со топчиња. Дадени се два елементарни настана: „Извлечено е едно топче од торбичката 1“ и „Извлечено е едно топче од торбичката 2“. Која боја треба да биде извлеченото топче од едната и од другата торбичка за двата настана да бидат еднакво веројатни.

Објасни го твојот одговор.

1



2



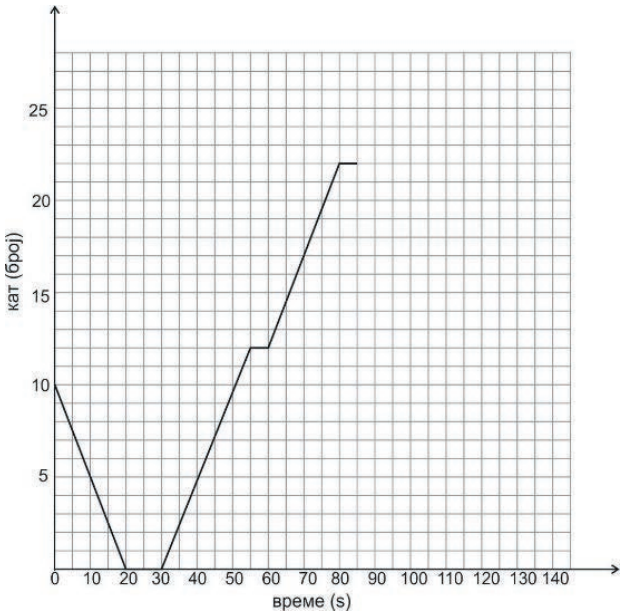
ЗАДАЧИ ЗА САМООЦЕНУВАЊЕ

Реши ги задачите. Потоа, самооцени се според дадената чек листа.

1. Ана фрла коцка 25 пати.
Ги добила следните броеви:
Колку е модата?

4	1	1	1	4	4	2	1	4	6
4	4	4	3	2	2	3	6	1	2
3	5	3	2	3					

2. На графикот на цртежот е дадено движењето на Ване со лифт. Се качил на десеттиот кат. На кои два ката застанал пред да дојде на дваесет и вториот кат?



3. Во една продавница имало пакети со кеси чипс со различен вкус. Во табелата е дадено колкав дел има од секој вкус на чипс.

а) Колку кеси има во секој пакет?

б) Колку кеси со вкус на кашкавал има во секој пакет?

вкус	колкав дел има од секој вкус?
пица	$\frac{7}{18}$
кашкавал	$\frac{1}{3}$
сирење	$\frac{2}{9}$
пилешко	$\frac{1}{18}$

4. Во табелата се дадени податоците за омилениот филм на пријателите на Ахмед.

комедија	акционен	романса	драма	научен
4	5	6	1	3

Податоците од табелата се претставени со кружен дијаграм. Која боја на кружниот дијаграм одговара на бројот на другари на Ахмед кои сакале акционен филм?

5. Сигурен настан е настанот:

а) извлекување на црвено топче од кутија со 5 бели и 8 црвени топчиња,

б) паѓање седумка при фрлање коцка за играње,

в) извлекување бело топче од кутија со 20 бели топчиња,

г) паѓање двојка при фрлање коцка за играње.

6. Во дадената табела се собрани податоци за продадени цвеќиња во текот на една недела во една цвеќарница. Колкав процент од продадените цвеќиња е крин?

а) 160 % **б)** 50 % **в)** 32 % **г)** 0,5 %

Цвеќиња	Број на продадени цвеќиња
ружа	105
крин	160
каранфили	32
орхидеи	18
кали	5
вкупно	320

7. Лина играла четири тениски меча. На три меча освоила по 8 гема, а на еден меч не освоила ниту еден гем. Колку просечно гемови освоила од четирите тениски меча?

а) 6 гема **б)** 8 гема **в)** 7 гема **г)** 12 гема

8. Ранг на примерокот 2, 3, 4, 5, 6 е:

а) 6 **б)** 2 **в)** 0 **г)** 4

9. Во една просторија има 9 лица со просечна старост од 25 години, а во друга има 11 лица со просечна старост од 45 години. Потоа, тие се собрале заедно во иста просторија. Колкава е просечната старост за така формираната нова група?

10. Во табелата е дадена потрошувачката на масло по семејства.

Литри масло	2	4	6	7	8
Број на семејства	4	3	7	10	6

а) Колку е медијаната за примерокот?

б) Колку е аритметичката средина?

в) Која средина ти дава поточна информација за податоците? Објасни.

11. Измерена е масата на 25 новороденчиња дадена во килограми, родени во текот на една седмица во една болница.

2,3	3,4	4,2	2,3	3,5	3,1	4,2	2,9	3,2	2,4
3,4	3,9	4,0	3,8	2,3	2,7	2,9	2,3	3,8	3,0
2,4	2,3	4,0	3,3	3,6					

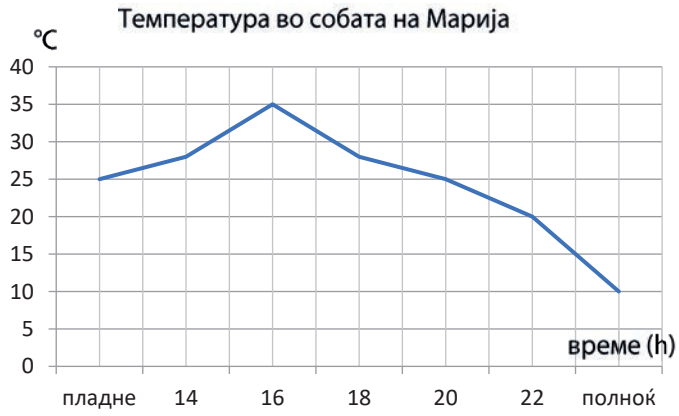
а) Претстави ги податоците со табела.

б) Претстави ги податоците со дијаграм.

в) Колку е разликата на новороденчиња со најголема маса и новороденчиња со најмала маса?

г) Запиши и други прашања.

12. Марија ја бележела температурата во својата соба на секои два часа во период од 12 часа од пладне до полноќ. Резултатите се прикажани со линискиот дијаграм.



а) Која била температура во собата на Марија во 21 часот?

б) Во колку часот температурата била најмала?

в) Во 20 часот пуштила клима и температурата се намалила за 5 ^{0}C. Колку била температурата во собата на Марија?

Чек – листа за самооценување според стандардите за оценување

Јас можам да:	☺	😐	☹
читам податоци од табели и дијаграми (кружен, столбест, линиски).			
претставувам податоци со табели на честота.			
избирам дијаграм (столбест, линиски) за претставување податоци и да ги објаснувам.			
одредувам мода, ранг, медијана и аритметичка средина.			
толкувам податоци и донесувам заклучоци.			
донесувам заклучоци според модата, рангот, медијаната и аритметичката средина за податоците.			
групирам настани што секогаш ќе се случат или никогаш нема да се случат и настани што имаат иста веројатност да се случат.			

Задача за 5+

60 ученици правеле тест по математика.
Во табелата е дадено по колку бодови добиле.
Колку ученици постигнале повеќе или еднакво на 4 бода, но помалку или еднакво на 7 бода?
Размисли и за други прашања.

Бодови	Фреквенција
0	1
1	3
2	6
3	9
4	8
5	11
6	8
7	7
8	4
9	1
10	2